

**Полтавська державна аграрна академія**

## **СТАТИСТИКА**

**Навчальний посібник  
для дистанційної та заочної форм  
навчання**

**Полтава - 2007**

**УДК 311я73 : 519. 24 : 378**

**ББК 60.6 я 73**

**0-62**

**Опря А.Т., Єгорова О.В. Статистика. Навчальний посібник. –  
Полтава: ПДАА, 2007. – с. 454.**

**Укладачі:**

доктор економічних наук, професор Опря А.Т.,

кандидат економічних наук, доцент кафедри Єгорова О.В.

Відповідальний за науково-методичну та фахову редакцію Опря А.Т.

Розглядаються теми освітньо-професійної програми (2006 р.) навчального курсу „Статистика” економічних факультетів вищих навчальних закладів. Висвітлено питання математичної статистики і загальної теорії статистики з програмованою формою контролю знань. Викладаються основи методології обробки статистичної інформації щодо дослідження однієї, двох і множини випадкових величин. Значна увага приділена законам розподілу, методам вивчення взаємозв'язків, статистичному групуванню, методу середніх, вибіркового, індексного та графічного методам. Теоретичний матеріал проілюстровано конкретними розрахунками, схемами, графіками, статистичними і математичними таблицями та алгоритмами статистичних розрахунків. Особлива увага приділена питанням самостійного вивчення курсу та організації виконання завдань для практичних занять при дистанційній і заочній формі навчання.

Призначено для студентів, які навчаються за спеціальностями напряму 0501 – „Економіка і підприємництво”.

Теоретичний курс і тести програмованого контролю знань підготував доктор економічних наук, професор Опря А.Т.; питання для самостійного вивчення, самоконтролю знань, завдання для практичних занять та програмно-організаційне забезпечення – кандидат економічних наук Єгорова О.В.

# З М І С Т

|                                                                                                                                 | стор. |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| Вступ                                                                                                                           | 8     |
| Освітньо-професійна програма підготовки бакалавра, спеціаліста і магістра напрямку – «Економіка і підприємництво» зі статистики | 10    |
| Навчально-організаційні основи вивчення дисципліни                                                                              | 11    |
| <b>Навчально-методичне забезпечення</b>                                                                                         |       |
| <b>Модуль I</b>                                                                                                                 |       |
| <b>Тема 1.      Методологічні засади статистики</b>                                                                             | 13    |
| 1.1.   Загальне поняття статистики, її галузі                                                                                   | 13    |
| 1.2.   Статистичні сукупності                                                                                                   | 18    |
| 1.3.   Предмет статистики як суспільної науки                                                                                   | 20    |
| 1.4.   Предмет і завдання математичної статистики, її місце в системі статистичних дисциплін                                    | 23    |
| 1.5.   Метод статистики                                                                                                         | 27    |
| Рекомендована література                                                                                                        | 30    |
| Питання для самоконтролю                                                                                                        | 31    |
| Питання для самостійного вивчення                                                                                               | 31    |
| Програмований контроль знань (тести)                                                                                            | 32    |
| <b>Тема 2.      Статистичне спостереження</b>                                                                                   | 36    |
| 2.1.   Поняття статистичного спостереження, вимоги щодо його здійснення                                                         | 36    |
| 2.2.   Програма статистичного спостереження                                                                                     | 40    |
| 2.3.   Організаційний план статистичного спостереження, забезпечення точності даних                                             | 45    |
| 2.4.   Організаційні форми, види і способи статистичного спостереження                                                          | 48    |
| 2.5.   Помилки статистичного спостереження.                                                                                     |       |
| Способи контролю інформації                                                                                                     | 55    |
| Рекомендована література                                                                                                        | 58    |
| Питання для самоконтролю                                                                                                        | 59    |
| Завдання для самостійного виконання                                                                                             | 59    |
| Програмований контроль знань (тести)                                                                                            | 61    |
| <b>Тема 3.      Зведення і групування статистичних даних</b>                                                                    | 65    |
| 3.1.   Зміст і завдання статистичного зведення                                                                                  | 65    |
| 3.2.   Статистичне групування, його суть, завдання і види                                                                       | 68    |
| 3.3.   Методологія статистичних групувань                                                                                       | 77    |
| 3.4.   Вторинне групування                                                                                                      | 85    |
| Рекомендована література                                                                                                        | 90    |

|                                                                                                                |     |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| Питання для самоконтролю                                                                                       | 90  |
| Завдання для практичних занять                                                                                 | 91  |
| Завдання для самостійного виконання                                                                            | 93  |
| Програмований контроль знань (тести)                                                                           | 94  |
| <b>Модуль II</b>                                                                                               |     |
| <b>Тема 4. Узагальнюючі статистичні показники</b>                                                              | 97  |
| 4.1. Абсолютні показники, їх значення, види й одиниці виміру                                                   | 97  |
| 4.2. Відносні показники, їх види і форми                                                                       | 99  |
| 4.3. Умови наукового застосування абсолютних і відносних показників, їх комплексне використання в статистиці   | 105 |
| 4.4. Середні величини                                                                                          | 109 |
| Рекомендована література                                                                                       | 118 |
| Питання для самоконтролю                                                                                       | 119 |
| Завдання для практичних занять                                                                                 | 119 |
| Завдання для самостійного виконання                                                                            | 122 |
| Програмований контроль знань (тести)                                                                           | 122 |
| <b>Тема 5. Аналіз рядів розподілу</b>                                                                          | 126 |
| 5.1. Поняття про статистичні ряди розподілу                                                                    | 126 |
| 5.2. Порядок і правила побудови інтервального варіаційного ряду розподілу                                      | 129 |
| 5.3. Графічне зображення рядів розподілу. Основні форми статистичних розподілів                                | 130 |
| 5.4. Поняття центральної тенденції ряду розподілу. Варіація ознак. Показники варіації                          | 137 |
| 5.5. Моменти статистичного розподілу                                                                           | 142 |
| 5.6. Характеристика асиметрії та ексцесу                                                                       | 148 |
| Рекомендована література                                                                                       | 153 |
| Питання для самоконтролю                                                                                       | 154 |
| Завдання для практичних занять                                                                                 | 154 |
| Завдання для самостійного виконання                                                                            | 160 |
| Програмований контроль знань (тести)                                                                           | 161 |
| <b>Тема 6. Аналіз подібності розподілів</b>                                                                    | 162 |
| 6.1. Статистична оцінка параметрів розподілу                                                                   | 162 |
| 6.1.1. Поняття статистичної оцінки                                                                             | 162 |
| 6.1.2. Основні вимоги до вибірових оцінок                                                                      | 166 |
| 6.1.3. Точкова та інтервальна оцінка параметрів генеральної сукупності. Довірчий інтервал, довірча ймовірність | 171 |
| 6.2. Закони розподілу вибірових характеристик                                                                  | 182 |

|                   |                                                                                                       |     |
|-------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| 6.2.1.            | Поняття законів розподілу                                                                             | 182 |
| 6.2.2.            | Нормальний розподіл                                                                                   | 184 |
| 6.2.3.            | Розподіл Ст'юдента                                                                                    | 196 |
| 6.2.4.            | Розподіл Хі–квадрат                                                                                   | 201 |
| 6.2.5.            | Розподіл Фішера–Снедекора                                                                             | 204 |
|                   | Рекомендована література                                                                              | 205 |
|                   | Питання для самоконтролю                                                                              | 205 |
|                   | Завдання для практичних занять                                                                        | 206 |
|                   | Завдання для самостійного виконання                                                                   | 207 |
|                   | Програмований контроль знань (тести)                                                                  | 207 |
| <b>Модуль III</b> |                                                                                                       |     |
| <b>Тема 7.</b>    | <b>Статистичні методи вимірювання взаємозв'язків</b>                                                  | 213 |
| 7.1.              | Дисперсійний аналіз                                                                                   | 213 |
| 7.1. 1.           | Загальнотеоретичні основи дисперсійного методу аналізу                                                | 213 |
| 7.1.2.            | Алгоритм однофакторної статистико-економічної моделі                                                  | 217 |
| 7.1.3.            | Алгоритм двофакторної статистико-економічної моделі                                                   | 220 |
| 7.1.4.            | Алгоритм трифакторної статистико-економічної моделі                                                   | 223 |
| 7.1.5.            | Аналіз абсолютних змін досліджуваної ознаки у дисперсійних моделях                                    | 230 |
| 7.1.6.            | Можливості і обмеження застосування дисперсійного методу в економічному аналізі                       | 234 |
| 7.2.              | Кореляційно-регресійний аналіз                                                                        | 237 |
| 7.2.1.            | Загальні поняття кореляційного-регресійного методу аналізу                                            | 237 |
| 7.2.2.            | Рівняння регресії, визначення його параметрів                                                         | 240 |
| 7.2.3.            | Криволінійна регресія                                                                                 | 242 |
| 7.2.4.            | Множинна кореляція                                                                                    | 248 |
| 7.2.5.            | Загальнотеоретичні передумови застосування кореляційно–регресійного методу в аналізі економічних явищ | 249 |
| 7.2.6.            | Логіка побудови множинних кореляційно–регресійних моделей                                             | 255 |
|                   | Рекомендована література                                                                              | 260 |
|                   | Питання для самоконтролю                                                                              | 261 |
|                   | Завдання для практичних занять                                                                        | 261 |
|                   | Завдання для самостійного виконання                                                                   | 265 |
|                   | Програмований контроль знань (тести)                                                                  | 266 |

## **Модуль IV**

|                                                                                                              |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <b>Тема 8. Аналіз інтенсивності динаміки</b>                                                                 | 273 |
| 8.1. Статистичні ряди динаміки, їх види та правила побуду                                                    | 273 |
| 8.2. Аналітичні показники рядів динаміки.                                                                    | 276 |
| Рекомендована література                                                                                     | 280 |
| Питання для самоконтролю                                                                                     | 280 |
| Завдання для практичних занять                                                                               | 281 |
| Завдання для самостійного виконання                                                                          | 283 |
| Програмований контроль знань (тести)                                                                         | 284 |
| <b>Тема 9. Аналіз тенденцій розвитку та коливань</b>                                                         | 286 |
| 9.1. Прийоми аналізу рядів динаміки                                                                          | 286 |
| 9.2. Вивчення сезонних коливань                                                                              | 295 |
| 9.3. Особливості кореляційного аналізу рядів динаміки                                                        | 297 |
| Рекомендована література                                                                                     | 304 |
| Питання для самоконтролю                                                                                     | 304 |
| Завдання для практичних занять                                                                               | 305 |
| Завдання для самостійного виконання                                                                          | 306 |
| Програмований контроль знань (тести)                                                                         | 308 |
| <b>Тема 10. Індексний метод</b>                                                                              | 310 |
| 10.1. Загальне поняття статистичних індексів. Основи індексного методу                                       | 310 |
| 10.2. Загальні індекси. Агрегатний індекс як основна форма індексу. Середні арифметичні й гармонійні індекси | 313 |
| 10.3. Система індексів для характеристики динаміки складного явища                                           | 316 |
| 10.4. Види економічних індексів, їх взаємозв'язок                                                            | 322 |
| 10.5. Взаємозв'язок індексів. Визначення впливу окремих факторів                                             | 328 |
| 10.6. Територіальні індекси, особливості їх обчислення                                                       | 331 |
| Рекомендована література                                                                                     | 333 |
| Питання для самоконтролю                                                                                     | 334 |
| Завдання для практичних занять                                                                               | 334 |
| Завдання для самостійного виконання                                                                          | 339 |
| Програмований контроль знань (тести)                                                                         | 341 |

## **Модуль V**

|                                                  |     |
|--------------------------------------------------|-----|
| <b>Тема 11. Вибірковий метод</b>                 | 345 |
| 11.1. Загальне поняття вибіркового спостереження | 345 |
| 11.2. Теоретичні основи вибіркового методу       | 351 |
| 11.3. Способи відбору у вибірккову сукупність    | 356 |

|                 |                                                               |     |
|-----------------|---------------------------------------------------------------|-----|
| 11.4.           | Помилки вибірки, їх визначення при різних способах відбору    | 367 |
| 11.5.           | Організація вибіркового спостереження                         | 376 |
|                 | Рекомендована література                                      | 383 |
|                 | Питання для самоконтролю                                      | 383 |
|                 | Завдання для практичних занять                                | 384 |
|                 | Завдання для самостійного виконання                           | 386 |
|                 | Програмований контроль знань (тести)                          | 387 |
| <b>Тема 12.</b> | <b>Подання статистичних даних: таблиці, графіки, карти</b>    | 391 |
| 12.1.           | Статистичні таблиці, їх види і правила оформлення             | 391 |
| 12.2.           | Графічний метод                                               | 395 |
| 12.2.1.         | Роль і значення графічного методу в статистичних дослідженнях | 395 |
| 12.2.2.         | Основні елементи статистичного графіка                        | 397 |
| 12.2.3.         | Види статистичних графіків і способи їх побудови              | 399 |
|                 | Рекомендована література                                      | 409 |
|                 | Питання для самоконтролю                                      | 410 |
|                 | Завдання для практичних занять                                | 410 |
|                 | Завдання для самостійного виконання                           | 411 |
|                 | Програмований контроль знань (тести)                          | 412 |
|                 | Перелік питань для підготовки до екзамену                     | 416 |
|                 | Додатки                                                       | 419 |

## ВСТУП

Посилення вимог до статистики як фундаментальної навчальної дисципліни (поряд з математикою та інформатикою), а також нагальна потреба в підвищенні її наукового рівня зумовлюють необхідність перебудови і самого навчального курсу. А саме, викладання статистики повинне забезпечувати створення надійної методологічної бази поглибленого економічного аналізу з комплексним використанням традиційних статистичних і сучасних математико-статистичних методів.

Оволодіння матеріалом відповідних тем має дати студенту перші навички самостійної роботи з масовими статистичними даними і забезпечити створення теоретичної бази для наукового пошуку в курсовому та дипломному проектуванні, а з часом - і у майбутній практичній чи науковій діяльності.

При підготовці посібника враховано досвід викладання навчальних курсів „Статистика” та „Методика викладання статистики” в Національному аграрному університеті та інших вузах, наявність раніше опублікованих авторами підручників, навчальних посібників та інших навчально-методичних і нормативних матеріалів.

Враховуючи відчутні психологічні перешкоди щодо широкого використання методів математичної статистики у вирішенні різного роду аналітичних задач, окремі теми підручника викладено у максимально можливому наближенні висвітлення їх прикладного значення, а при необхідності - їх математичної природи (а не математичних доведень). Особливого значення надано економічній інтерпретації результатів математичних розрахунків, що повинно сприяти творчому засвоєнню статистичних прийомів обробки економічної інформації.

Зважаючи на теоретичну важливість деяких тем і їх практичну значущість в аналізі соціально-економічних явищ, а також те, що для підготовки магістрів і аспірантів потрібно більш глибокий розгляд питань теорії, методології та практики статистичних досліджень, окремі розділи роботи викладено більш поглиблено і ширше.

При написанні навчального посібника враховувався той факт, що галузь економічних досліджень, в якій передбачається застосування математико-статистичних методів, специфічна, а саме те, що незалежність одиниць спостереження і нормальний характер

розподілу тут не є правилом. Вказана особливість значно ускладнює методи статистичної оцінки. Такі обставини зумовили детальніше викладення окремих тем навчальної програми. Серед них: вибіркове спостереження, дисперсійний і кореляційно-регресійний аналіз.

Навчальний посібник розрахований на програмований контроль засвоєних знань студентами в розрізі окремих розділів. Автори застосували лінійну програму контролю знань, а саме той її варіант, коли студент повинен знайти правильну відповідь із кількох відповідей і перейти до наступного кадру інформації.

Форма подання програмованого матеріалу і сконцентрованість його змісту мають такі переваги перед посібниками та підручниками з традиційною формою викладення:

- 1) сприятимуть перевірці засвоєння знань по результатах відповідей (кількість правильних відповідей), що свідчить про успіхи студента в процесі вивчення кожної теми;
- 2) власний безперервний контроль служитиме зворотним зв'язком щодо розуміння студентом матеріалу;
- 3) пристосованість для самостійного вивчення курсу;
- 4) можливість уточнення найбільш істотних питань;
- 5) можливість звести широке коло питань до основних (вузлових).

**ОСВІТНЬО-ПРОФЕСІЙНА ПРОГРАМА  
ПІДГОТОВКИ БАКАЛАВРА, СПЕЦІАЛІСТА І МАГІСТРА  
НАПРЯМУ 0501 – «ЕКОНОМІКА І ПІДПРИЄМНИЦТВО»  
ЗІ СТАТИСТИКИ**

**Мета:** формування знань щодо методів збирання, оброблення та аналізу інформації про соціально-економічні явища і процеси.

**Завдання:** вивчення принципів організації статистичних спостережень, методик розрахунків показників статистичного аналізу соціально-економічних явищ і процесів.

**Предмет:** розміри й кількісні співвідношення масових явищ і процесів у економіці.

**Зміст дисципліни** розкривається в темах:

1. Методологічні засади статистики.
2. Статистичне спостереження.
3. Зведення і групування статистичних даних.
4. Узагальнюючі статистичні показники.
5. Аналіз рядів розподілу.
6. Аналіз концентрації, диференціації та подібності розподілів.
7. Статистичні методи вимірювання взаємозв'язків.
8. Аналіз інтенсивності динаміки.
9. Аналіз тенденцій розвитку та коливань.
10. Індексний метод.
11. Вибірковий метод.
12. Подання статистичних даних: таблиці, графіки, карти.

## НАВЧАЛЬНО-ОРГАНІЗАЦІЙНІ ОСНОВИ ВИВЧЕННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Навчальне навантаження студента бакалаврату з дисципліни „Статистика” становить 180 академ. годин (5,0 кредити). Тривалість залікового кредиту складає 36 годин.

Формою підсумкового контролю є екзамен.

Матеріал дисципліни розподілений на 5 модулів (табл. 1)

### 1. Кредитно-модульна система вивчення дисципліни «Статистика»

| Номер модулю | Складові модулю                                                                                       | Кількість годин |              |                   |                   | Питома вага годин модулю у загальній кількості годин | Кількість кредитів |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------|--------------|-------------------|-------------------|------------------------------------------------------|--------------------|
|              |                                                                                                       | загальна        | в тому числі |                   |                   |                                                      |                    |
|              |                                                                                                       |                 | лекції       | практичні заняття | самостійна робота |                                                      |                    |
| I.           | Методологічні засади статистики. Статистичне спостереження. Зведення і групування статистичних даних. | 36              | 10           | 8                 | 18                | 20,0                                                 | 1,0                |
| II.          | Узагальнюючі статистичні показники. Аналіз рядів розподілу. Аналіз подібності розподілів.             | 36              | 10           | 12                | 14                | 20,0                                                 | 1,0                |
| III.         | Статистичні методи вимірювання взаємозв'язків.                                                        | 36              | 10           | 8                 | 18                | 20,0                                                 | 1,0                |
| IV.          | Аналіз інтенсивності динаміки. Аналіз тенденцій розвитку та коливань. Індексний метод.                | 36              | 8            | 10                | 18                | 20,0                                                 | 1,0                |
| V.           | Вибірковий метод. Подання статистичних даних: таблиці, графіки, карти.                                | 36              | 8            | 6                 | 22                | 20,0                                                 | 1,0                |
|              | <b>Всього</b>                                                                                         | <b>180</b>      | <b>46</b>    | <b>44</b>         | <b>90</b>         | <b>100,0</b>                                         | <b>5,0</b>         |

Результати атестації студента по окремим смисловим модулям проводяться за 100-бальною шкалою.

До загальної суми балів, набраних студентом включаються:

- виконання і захист практичного завдання – до 20 балів за кожне. Максимальна оцінка може бути знижена внаслідок виконання завдання з методичними та арифметичними помилками, відсутності висновків за результатами розрахунків або невчасного виконання роботи;

- контрольні роботи (в т.ч. тестові) – до 20 балів за кожне;
- додаткова самостійна робота (робота з програмним комп'ютерним забезпеченням, виступ на семінарі тощо) - (+3)-(+5) балів;
- пропущена лекція – (-5) балів, якщо питома вага пропущених занять без поважних причин складає більше 30% - (-8) балів за кожне.

Загальна сума балів по кожному модулю не може перевищувати рівень 100 чи бути від'ємним значенням.

Критерії поточної оцінки знань студентів і трансфер оцінок із 100-бальної в п'ятибальну здійснюється наступним чином (табл. 2).

## 2. Система оцінки знань студентів

| Характеристика відповіді (виконання завдання)                                                                           | Система оцінки знань за шкалою |             |                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|-------------|-------------------------------------------------|
|                                                                                                                         | національною                   | 100-бальною | ECTS                                            |
| Зразкова відповідь                                                                                                      | 5 (відмінно)                   | 90-100      | A (відмінно)                                    |
| Відповідь має незначні помилки і оцінюється вище середніх вимог                                                         | 4 (добре)                      | 82-89       | B (дуже добре)                                  |
| Відповідь задовольняє середні вимоги                                                                                    | 4 (добре)                      | 75-81       | C (добре)                                       |
| Відповідь задовольняє вимоги, незважаючи на недоліки, і може бути зарахована за умови самостійного виправлення останніх | 3 (задовільно)                 | 66-74       | D (задовільно)                                  |
| Відповідь задовольняє мінімальні вимоги                                                                                 | 3 (задовільно)                 | 60-65       | E (достатньо)                                   |
| Відповідь не задовольняє мінімальні вимоги                                                                              | 2 (незадовільно)               | 35-59       | FX (незадовільно без повторного вивчення курсу) |
| Відсутність відповіді, необхідність повторного проходження курсу                                                        | 2 (незадовільно)               | 0-34        | F (незадовільно з повторним вивченням курсу)    |

# НАВЧАЛЬНО-МЕТОДИЧНЕ ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

## МОДУЛЬ I

### ТЕМА 1. МЕТОДОЛОГІЧНІ ЗАСАДИ СТАТИСТИКИ

#### 1.1. Загальне поняття статистики, її галузі

Термін «статистика» походить від латинського «status», що означає положення, стан явищ. Від кореня цього слова виникли слова «stato» (держава), «statista» (статистик, знавець держави), «statistiks» (статистика — певна сума знань, зведень про державу). Цей термін існує століття, хоч зміст його неодноразово змінювався.

У науковій літературі слово «статистика» вживають із XVIII століття за змістом як державознавство. Проте статистика почала свій розвиток значно раніше - у середині XVII століття.

Нині термін «статистика» вживають у кількох значеннях:

- 1) це - дані, які характеризують масові суспільні явища;
- 2) процес збирання, зберігання і обробки даних про масові суспільні явища, тобто галузь практичної діяльності, спрямованої на одержання, обробку, аналіз і видання масових даних про явища і процеси суспільного життя;
- 3) це - наука, яка вивчає величину, розміри і кількісну сторону масових суспільних явищ у нерозривному зв'язку з якісною стороною цих явищ, з їх соціально-економічним змістом.

Наукова система статистики складається із статистичної теорії, статистичної методології та зведених результатів статистичних досліджень.

Статистична теорія являє собою загальне вчення про розміри суспільних явищ і статистичних показників, які їх характеризують. Вона включає також вивчення зв'язків між статистичними показниками, розвитку, змін змісту і форми статистичних показників.

Статистична методологія - це сукупність статистичних методів дослідження. Вона розробляє питання збирання зведень про розміри суспільних явищ, вивчення зв'язків між величинами та динаміки, принципів і прийомів аналізу статистичних даних.

Статистична наука являє собою нерозривну єдність статистичної теорії і статистичної методології.

Зведені результати статистичних досліджень - це сукупність конкретних науково обґрунтованих статистичних даних (наприклад, показники кількості тварин за їх видами на певну дату, показники обсягу продукції тваринництва за певний рік і т. д.).

Найпоширенішим у статистичній літературі є визначення статистики як науки, сформульоване у 1945 р. на науковій нараді з питань статистики: «Статистика - самостійна суспільна наука. Вона вивчає кількісну сторону масових суспільних явищ у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною. Статистика вивчає кількісну сторону суспільного виробництва в єдності виробничих сил і виробничих відносин, а також явищ культурного і політичного життя суспільства. Вона вивчає вплив природних і технічних факторів на кількісні зміни суспільного життя та вплив розвитку суспільного виробництва на природні умови життя суспільства».

У науковій літературі можна зустріти й іншу думку щодо визначення статистики як науки. Окремі автори вважають, що статистика не має свого предмета дослідження, а є лише своєрідним методом пізнання. Ми не погоджуємось з такою думкою, адже наук, які не мають свого предмета дослідження, не може бути. Тобто це, по суті, заперечує існування статистики як самостійної науки.

Відповідно до наукової дисципліни (статистичної науки) статистикою називають навчальну дисципліну у вищих і середніх спеціальних навчальних закладах.

Терміном «статистика» також називають сукупність цифрових зведень, які характеризують ті чи інші явища суспільного життя або їх сукупність (наприклад, статистика посівних площ, статистика урожайності тощо).

Статистикою в математичній статистиці називають деякий параметр  $f$ , який залежить від  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ . Значення параметра є одним з ряду можливих. Отже, кожна статистика в цьому розумінні має свій розподіл ймовірностей.

Приклад. Припустимо,  $x_1$  - урожайність вівса у  $i$ -му господарстві району. Середню урожайність по всіх господарствах району можна в такому разі назвати статистикою. Якщо урожайність господарств порівняти між собою, то максимальна чи мінімальна урожайність теж будуть статистиками. Особливістю змісту терміна «статистика» в цьому розумінні є те, що тут підкреслюється наявність чіткого

математичного правила (алгоритму) одержання величини параметра із сукупності спостережень.

Статистика як самостійна наука пройшла складний шлях свого становлення. У процесі розвитку в її складі виділилися: математична статистика, загальна теорія статистики, соціально-економічна статистика (у більш вузькому розумінні — соціальна і економічна статистика), галузеві статистики.

Існує градація статистик і за сферами людської діяльності, сферами обігу, диференціацією економічних наук.

Якщо розглядати перелічені вище види як систему наукових статистичних дисциплін, слід назвати і деякі нові розділи статистики, створені під впливом інтеграційних зв'язків з іншими науками, це - статистичне моделювання, статистичне прогнозування та ін.

Розглянемо коротко зміст кожного з видів статистики за традиційною схемою їх поділу.

**Математична статистика** — це галузь математичних знань. Вона розробляє раціональні прийоми (способи) систематизації, обробки і аналізу даних статистичних спостережень масових явищ з метою встановлення характерних для них статистичних закономірностей, використання для наукових і практичних висновків.

У математичній статистиці більшість методів обробки статистичних даних ґрунтується на імовірнісній природі цих даних. Галузь застосування таких статистичних методів обмежується вимогами, щоб явища, які досліджуються, були підпорядковані достатньо визначеним імовірнісним закономірностям. Математична статистика абстрагується від матеріального змісту масових явищ, які вона характеризує, озброює дослідника математичним апаратом.

Найважливіші розділи математичної статистики такі: статистичні ряди розподілу, оцінка параметрів розподілу, закони розподілу вибірових характеристик, перевірка статистичних гіпотез, дисперсійний, кореляційно–регресійний, коваріаційний аналіз. Останнім часом знаходять поширене використання методи багатомірного статистичного аналізу — факторний аналіз, метод головних компонент, кластерний аналіз тощо. Названі методи математичної статистики дещо складніші від зазначених вище і потребують для їх опанування певних математичних знань. Вони також вивчаються як окремі розділи математичної статистики.

Математична статистика виконує роль основи для застосування власне математичних методів, які являють собою інструментарій

статистичної науки.

**Загальна теорія статистики** містить принципи статистичної науки стосовно до різних сторін суспільного життя, тобто загальні правила і методи статистичного дослідження. Вона розробляє понятійний апарат статистичної науки, систему категорій, розглядає у загальному вигляді методи збирання, зведення, узагальнення і аналізу статистичних даних. Курс загальної теорії статистики побудований відповідно до стадій статистичного дослідження.

Предметом пізнання загальної теорії статистики є найбільш загальні властивості кількісних відносин соціально-економічних явищ. В складі її вивчаються такі найважливіші розділи: статистичне спостереження, статистичне групування, середні величини, вибіркове спостереження, ряди динаміки, індекси статистичні графіки.

Загальна теорія статистики розробляє загальні показники і методи вивчення структури явищ і змін їх у часі, закономірностей і тенденцій їх розвитку і причинно-наслідкових зв'язків між ними, а також принципи і методи статистичного моделювання і статистичного прогнозування. Показники і методи загальної теорії статистики використовуються всіма іншими галузями статистики.

**Соціальна статистика** — галузь статистики, яка вивчає кількісну і якісну сторони масових суспільних явищ і процесів, що відбуваються у соціальному житті, і розробляє Інтегровану систему показників здійснення соціальних процесів і явищ. Такі показники всебічно характеризують стан і розвиток соціальних умов життя, розкривають існуючі тенденції і закономірності розвитку соціальних процесів, дають повну картину устрою і способу життя людини у конкретних історичних умовах розвитку суспільства. Використовуючи статистичні методи, соціальна статистика вивчає політичну, планову й ідеологічну сторони життя, такі соціальні його аспекти, як формування особистості, сім'ї, добробут населення. До найважливіших показників соціальної статистики належать показники складу і устрою суспільства, структура і склад населення країни, рівень його освіти і культури, стан здоров'я і медичного обслуговування, зайнятість трудових ресурсів, рівень реальних доходів, споживання матеріальних благ і послуг, житлово-комунальні й побутові умови, умови праці та відпочинку тощо.

У більш вузькому розумінні соціальною статистикою називають кримінальну, клінічну, моральну, санітарну, статистику навколишнього середовища і т. ін. Умови соціальних перебудов у

суспільстві вимагають відображення в показниках соціальної статистики демократизації суспільного життя, самоуправління, ринкових відносин і т. ін.

**Економічна статистика** як галузь єдиної статистичної науки, упираючись на положення загальної теорії статистики, вивчає кількісну сторону масових суспільних явищ і процесів у сфері матеріального виробництва з метою виявлення пропорцій тенденцій і закономірностей їх розвитку. Тобто вона кількісно характеризує дію економічних законів, досліджує обсяг, структуру і динаміку явищ, показує взаємозалежності економічних процесів з урахуванням конкретних природних та історичних умов розвитку суспільства. Економічна статистика досліджує всю економіку країни, даючи їй числову характеристику.

Об'єкт вивчення економічної статистики - процеси розширеного відтворення, його здійснення в умовах переходу до ринкових відносин і кінцеві результати для народного господарства в цілому, її предметом, як галузі практичної діяльності держави, є кількісна сторона масових економічних явищ, які в сукупності характеризують народне господарство.

**Галузеві статистики** вивчають показники процесу виробництва в галузях матеріального виробництва (сільському господарстві, промисловості), в галузях, де продовжується процес виробництва у сфері обігу (торгівля, зв'язок, транспорт тощо); показники роботи галузей невиробничої сфери (житлово-комунального господарства, науки, фізичної культури і спорту тощо). До галузевих статистик належать деякі розділи статистики, пов'язані із функціональним аспектом диференціації економічних наук: статистика праці, статистика фінансів. Ці статистики розвивають і доповнюють методи і систему показників, розроблених загальною теорією статистики і економічною статистикою стосовно до особливостей конкретних галузей.

Як наслідок інтеграції статистики з інформатикою і кібернетикою виникає розділ статистики - теорія автоматизованої статистичної інформаційної системи. У результаті інтеграції статистики з математичною статистикою і теорією ймовірностей намітився розділ статистики - статистичне моделювання і прогнозування.

## 1.2. Статистичні сукупності

Вивчення статистичною наукою масових суспільних явищ означає, що статистичні показники завжди є наслідком узагальнення деякої сукупності фактів. Поняття сукупності у статистиці має дуже важливе значення. Під **статистичною сукупністю** розуміють масу однорідних у певному відношенні елементів (явищ, фактів і т. ін.), які мають єдину якісну основу, але різняться між собою за певними ознаками.

Під однакісністю, або однорідністю, розуміють підпорядкованість елементів, що складають сукупність, загальному закону розвитку або їх закону розвитку або їх однотиповість (наприклад, Інформація про сукупність одиниць господарств, малих підприємств; про сукупність одиниць виробленої ними продукції і т. ін.).

Статистична сукупність складається з окремих одиниць (наприклад, у конкретному малому підприємстві є зведення про вид, вантажопідйомність, кількість днів роботи, витрати на ремонт по кожному автомобілю). Такі окремі первинні елементи, або індивідуальні явища, які складають статистичну сукупність, називають **одиницями сукупності**.

Залежно від мети досліджень однорідність сукупності можна вивчати у різноманітних аспектах розвитку. Так, по молочному стаду корів у господарстві - це породний склад, продуктивність, класність, захворюваність тощо.

Повне уявлення про статистичні сукупності можна мати лише при досконалому вивченні їх ознак. У навчальній літературі найбільш вдало ці питання розкриті в навчальному посібнику І. П. Суслова<sup>8</sup>. Розглянемо це питання в запропонованій автором послідовності.

Статистичні сукупності у сфері суспільного життя можна поділити на дві групи:

- сукупності, створені самим життям, які утворюють єдність незалежно від того, чи підлягають вони вивченню статистикою (наприклад, вивчення у господарстві сукупності робітників за освітою, віком, участю у громадській роботі тощо);
- сукупності, утворені спеціально з метою статистичного аналізу (наприклад, сукупності підприємств за видами їх комерційної діяльності, за чисельністю в них кваліфікованих робітників, кількістю унікальних видів вироблюваної продукції і т. ін.).

Як бачимо, сукупностям першої і другої груп притаманна

однорідність, але в першій з них одиниці тісно і реально взаємопов'язані, а у другій групі досліджувані сукупності можуть бути безпосередньо не пов'язаними між собою.

Таким чином, одиниці статистичної сукупності, утворюючи разом дещо ціле, за рядом своїх властивостей і особливостей різняться між собою. Тобто важливою рисою статистичної сукупності є наявність варіації між її ознаками. Вивчення статистичної сукупності на основі цієї варіації становить важливе завдання статистичної науки.

У формуванні однорідної статистичної сукупності вабливе місце відводиться застосуванню математико-статистичних критеріїв. Створення однорідної статистичної сукупності вважається вихідним (і важливим) моментом в організації обґрунтованого застосування апарату математичної статистики у соціально-економічних дослідженнях. Тут вирішальне значення має з'ясування специфіки формування однорідної статистичної сукупності у просторовому і часовому розрізах. В умовах, коли рівень забезпеченості технічними засобами недостатній (останнім часом спостерігається занепад роботи машинолічильних станцій і центрів на районному рівні), статистичні сукупності формують малі за обсягом з наміром подальшого переходу до великих за обсягом. Наприклад, по підсумовуючих показниках у малій сукупності одержують нові підсумки за цими ж показниками в більшій за обсягом сукупності. Але такий підхід знижує аналітичні можливості у використанні статистичної інформації.

Вирішення цього питання можливе лише через створення автоматизованих банків даних на всіх рівнях управління народним господарством країни (район, область, країна). У цьому зв'язку особливого значення набувають правила і принципи визначення статистичних характеристик сукупностей, утворених на підставі об'єднання підсукупностей. Серед таких характеристик слід назвати загальну середню, одержану на підставі групових середніх. У таких умовах об'єднання статистичних сукупностей знадобиться знання правила складання і розкладання дисперсій (цим моментам присвячені спеціальні розділи підручника). На підставі цього правила виникає нове правило поєднання коефіцієнтів варіації, рівнянь і коефіцієнтів кореляції, рядів динаміки, індексів помилок вибірки і ряд інших методичних нюансів.

Наукові дослідження у цьому напрямі дали змогу знайти

загальний механізм співвідношення загальних статистичних характеристик (по всій сукупності) з локальними, одержаними по частинах всієї статистичної сукупності. З'ясування механізму цих співвідношень принципово важливе для розвитку ряду понять і категорій статистичної теорії. Зокрема, у даному випадку діє така схема утворення статистичної сукупності: від більшої за обсягом сукупності до меншої і далі — до окремого її елемента.

Таким чином, формування статистичної сукупності передбачає реалізацію одночасно діючих, протилежних один одному прийомів: об'єднання і роз'єднання елементів і частин статистичної сукупності.

Виникає запитання: навіщо потрібні такі операції у формуваннях сукупностей? Відповідь міститься у постановці і формулюванні таких завдань:

- 1) за встановленими правилами на підставі локальних статистичних характеристик визначити загальні характеристики;
- 2) виходячи із загальних статистичних характеристик сукупності, на підставі заданих критеріїв знайти локальні статистичні характеристики.

Це все свідчить про важливість категорії «статистична сукупність», адже особливості законів розвитку суспільних явищ вимагають статистичних методів пізнання досліджуваних сукупностей, а шлях цей досить складний і пролягає через методи, які розробляє статистична наука.

### **1.3. Предмет статистики як суспільної науки**

Визначити предмет будь-якої науки — означає вирішити питання про її зміст і місце серед інших наук, а також характер взаємовідносин з ними. Питання визначення предмета (також змісту і структури) статистичної теорії суспільних явищ і процесів являє собою об'єкт пожвавлених дискусій протягом усієї історії розвитку статистики. Актуальним воно залишається і на сучасному етапі розвитку статистичної науки. Управління народним господарством в умовах переходу до ринкових відносин висуває нові вимоги до статистико-економічного аналізу суспільних явищ, розкриття специфічних тенденцій і закономірностей у змінах цих явищ, зумовлених новими формами і методами господарювання. Слід враховувати також тенденції і закономірності в розвитку

статистичної науки. Перш за все це загальний процес «математизації» всіх наук і статистичної зокрема. Істотних змін набувають організація і форми проведення статистичного спостереження у зв'язку з широкою автоматизацією статистичних розрахунків.

Питання про зміст статистичної науки (а звідси і про її предмет) вважається одним із складних. Для вірного його розуміння треба виходити насамперед із висловленої вище думки про співвідношення якісного і кількісного аналізу суспільних явищ.

Предметом статистики є розміри і кількісні співвідношення масових суспільних явищ, закономірності їх формування, розвитку та взаємозв'язку. Отже, предметом дослідження статистики є масові явища соціально-економічного життя; вона вивчає кількісну сторону цих явищ у нерозривному зв'язку з їх якісним змістом у конкретних умовах простору та часу.

Важливо відзначити, що особливістю статистики є те, що вона вивчає масові суспільні явища, а це означає, що в статистичних показниках узагальнюються ті чи інші факти досліджуваних сукупностей. У своїх показниках статистика, характеризуючи конкретну міру явищ, встановлює загальні властивості, виявляє відмінності окремих рис, об'єднує окремі елементи в однорідні групи, виявляє певні типи досліджуваних явищ.

Масовому явищу притаманна особливість наявності в ньому множини елементів схожих за істотними властивостями. Наявність певної властивості у будь-якого поодинокого елемента є випадковістю. Об'єднання таких елементів у єдине ціле нівелює дію випадковості, тобто дає результат практично незалежний від випадку.

Спираючись на данні масових суспільних явищ, статистика за допомогою кількісних характеристик показує ступінь розвитку явищ (чи процесів), напрямки та темпи їх змін, характер (тісноту) взаємозв'язку та взаємозалежності.

Широке впровадження математико-статистичних методів в економічний аналіз, автоматизація процесів збирання, зберігання, передачі і обробки статистичної інформації зумовлюють нові підходи щодо визначення предмета, змісту і структури статистичної теорії суспільних явищ і процесів.

Найбільш вдало (на нашу думку) зазначене питання висвітлене вченим-статистиком В.І.Сіськовим. Його принциповий підхід до розробки змісту статистичної теорії і визначення її предмета ґрунтується на співвідношенні якісного і кількісного аналізу.

Виходячи з цієї принципової позиції, розглянемо зміст теорії статистики, зокрема соціально-економічної, за такою логічно-структурною схемою: 1 — принцип побудови системи статистичних показників; 2 — класифікація і зміст типів статистичних задач; 3 — поняття і принципи формування однорідної статистичної сукупності; 4 — система статистичних методів аналізу; 5 — зміст і організація статистичної інформації.

Наявність у підручниках і навчальних посібниках переважно питань статистичної методології слід вважати об'єктивно необхідним, але коли мова йде про предмет статистики, то мається на увазі статистика не стільки як навчальна дисципліна, скільки як наука, завданням якої є пізнання кількісних сторін масових суспільних явищ у конкретних умовах простору і часу. Навчальний предмет «Статистика» включає як загальні закони для всіх масових явищ, так і статистичний метод. Але коли вивчають певний масовий процес, загальні закони масових явищ дають основу для методу його дослідження. Звідси можна зробити висновок, що статистика як навчальний предмет зводиться до вивчення в основному статистичного методу.

У науковій статистичній літературі є різні погляди відносно визначення предмета статистики як науки. Окремі автори навіть не визнають наявності предмета у статистиці, вважаючи її наукою методологічною. Безпідставність такої точки зору очевидна, адже немає безпредметних наук і самі методи як вже зазначалось, зумовлені її предметом. Прихильники цієї точки зору забувають про існування економічної статистики, галузевих статистик та статистик сфер діяльності, тобто статистик, пов'язаних з практичною діяльністю.

Переважає більшість вчених статистиків є прихильниками визначення статистики як суспільної науки, а звідси і визначення її предмета згідно із концепціями, викладеними вище. Слід визнати аксеоматичним, що оскільки об'єктом вивчення статистики є суспільство, її відносять до суспільних наук. Але на відміну від інших суспільних наук (останні мають один об'єкт і предмет) статистика має специфічний предмет. Наприклад, якщо політекономія пізнає суспільство за допомогою таких категорій, як товар, гроші, вартість, кредит тощо, у статистиці в ролі основних категорій виступають узагальнюючі статистичні показники.

#### **1.4. Предмет і завдання математичної статистики, її місце в системі статистичних дисциплін**

В умовах широкого застосування методів сучасної математики в усіх галузях наукових досліджень, фундаментальних і прикладних, а також у вирішенні ряду практичних проблем суспільного життя увага надається математичній статистиці. Як галузь математичних знань вона, базується на теорії ймовірності і є наукою про методи умовиводу щодо властивостей дослідженої статистичної сукупності. Математична статистика гармонічно поєднана з загальною науковою методологією, з інтерпретацією явищ з позицій їх діалектичного розвитку та з особливими методами спеціальних галузей статистичної науки. Пропонуючи свою математичну техніку стосовно до імовірнісного характеру досліджуваних явищ і процесів, вона стає методом по відношенню до спеціальних наук, в яких вона застосовується. Її математичний апарат плідно використовується при вивченні явищ і процесів, що відбуваються в житті суспільства.

У даний час математична статистика знаходить широке застосування в економіці різних галузей народного господарства, біології, фізиці, хімії, медицині та ін. На основі її методів можна вирішувати і багато аналітичних задач в галузі економіки. Зокрема, кількісні характеристики, одержані в результаті математико-статистичного аналізу, дозволяють мати більш глибоке уявлення про характер причинно-наслідкових зв'язків явищ, а також одержати стійкі надійні параметри для здійснення економічних розрахунків і особливо з метою прогнозування.

Впровадження комп'ютерних технологій створює реальні можливості широкого впровадження методів математичної статистики для розв'язання різного роду економічних задач.

Як окрема наукова дисципліна математична статистика визначилася в другій половині XIX сторіччя. До цього часу значні успіхи вже були досягнуті в теорії ймовірностей, яка дала теоретичну основу для математичної статистики. Поштовхом до її розвитку були експериментальні дослідження в галузі наук про природу.

Як самостійна наукова дисципліна математична статистка є складовим елементом статистичної науки взагалі, її специфічним методом дослідження. Відповідаючи на питання різних наук, математична статистика сформувалася в найбагатший арсенал математико-статистичних прийомів обробки емпіричних даних. При

цьому гармонічно поєднуються її наукова методологія, інтерпретація явищ на основі філософії і специфічні методи статистичної науки.

Сучасні наукові дослідження характеризуються розвитком і взаємопроникненням різних наук. Математична статистика виступає як наукова дисципліна, що передбачає свій метод по відношенню до спеціальних наук. Але не слід ототожнювати поняття "статистичні методи і "математико-статистичні методи". Під останніми розуміють методи, які безпосередньо пов'язані з імовірнісною оцінкою результатів статистичного спостереження, що передбачають визначення величини математичної імовірності. Іншими словами, якщо мова йде не про описуючі функції статистики, то в усякому статистичному висновку визначальним початком є теорія ймовірностей. Математична статистика з її імовірнісною методологією створює (породжує) навіть деякі галузі теоретичних знань, відокремлені від певних наук. Наприклад, у фізиці та механіці (там, де мова йде про кількісне вивчення речовини) математична статистика інколи виявляється єдиним інструментом пізнання. У вивченні суспільних явищ вона створює математичний апарат соціально-економічної статистики, яка лише при його наявності здатна проникнути у специфічну природу досліджуваних явищ і процесів.

Відомий російський вчений статистик-математик професор Є.Є.Слуцький ще у 1912 році писав про значимість методів математичної статистики: "Ми приходимо, таким чином до кардинальної вимоги, яку життя ставить діячам статистики: статистик повинен бути математиком, бо його наука є наука математична."<sup>7</sup>

Математична статистика - основа для застосування власне математичних методів. Що ж складає її предмет?

**Предмет математичної статистики** - це формальна математична сторона статистичних методів дослідження, байдужа до специфічної природи об'єктів, які вивчаються. Згідно з цим визначенням предмет математичної статистики є чисто математичною теорією математико-статистичних методів незалежно від специфіки і сфери їх застосування.

Як відмічалось раніше, математична статистика - самостійна наукова дисципліна, заснована на теорії ймовірностей, остання є її теоретичною базою. Характеризуючи математичну статистику як науку, яка займається розробкою методів одержання, опису і обробки

даних статистичних спостережень з метою вивчення закономірностей випадкових масових явищ, відзначимо, що категорія “статистична закономірність” нерозривно пов’язана з основною категорією теорії статистики - “статистична сукупність”. Оскільки в наступному викладі різних питань ця категорія буде зустрічатися часто, дамо їй визначення.

Статистична сукупність - це сукупність однорідних об’єктів чи явищ, об’єднаних за певними ознаками у єдине ціле. Окремі одиниці статистичних сукупностей відрізняються між собою. У цьому зв’язку виникає необхідність застосування деяких описуваних параметрів статистичної сукупності - статистичних характеристик. Назвемо найважливіші з них: середні величини (арифметична, гармонійна, геометрична, квадратична, мода, медіана та ін.) міри варіації (дисперсія, середнє квадратичне відхилення та ін.), міри асиметрії, моменти сукупності і ряд інших. Ці питання будуть предметом розгляду спеціальних тем.

Завдання математичної статистики в цілому пов’язані з вирішенням питань обробки даних статистичних спостережень. Залежно від характеру статистичного виміру явищ які вивчаються і мети аналізу їм надають тієї чи іншої форми.

Основні завдання математичної статистики, що є практично найважливішими, можна об’єднати, виділивши три великі групи (категорії):

**1. Встановлення законів розподілу** різних випадкових змінних, одержаних у результаті статистичного спостереження. Оскільки аналізована сукупність являє собою не повний обсяг даних (вибірку) і результати, одержані на їх основі, обумовлені елементами випадковості, потрібно знати, які саме риси досліджуваних явищ є стійкими, а які – випадковими, адже дані беруться не в повному обсязі. Вирішення цієї задачі можливе за умови правильного вибору методів обробки даних.

Методи, що використовуються, повинні встановити і зберегти характерні (типові) риси явища, яке вивчається, несуттєві і другорядні властивості при цьому повинні елімінуватися. Отже, категорія завдань математичної статистики включає певну систему методів систематизації і перетворення даних статистичного спостереження. Математично ця задача може бути сформульована так: у результаті незалежних випробувань випадкової змінної

величини -  $x$  одержано її значення:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ . Потрібно приблизно оцінити невідому функцію розподілу  $f(x)$  випадкової величини  $x$ .

2. Друга категорія завдань, які вирішуються математичною статистикою, - це **перевірка статистичних гіпотез**, яка є мовби логічним продовженням попередньої. Зокрема, маючи визначену сукупність даних (як правило, невелику за обсягом), дослідник зобов'язаний висунути ту чи іншу гіпотезу про характер закономірності, що притаманний явищу, яке вивчається. Висунуту гіпотезу необхідно перевірити. Так, треба з'ясувати чи підтверджують дані спостереження гіпотезу про те, що середня їх величина дорівнюватиме відповідний середній для всієї сукупності, із якої проведена вибірка.

Одне з основних завдань цієї категорії - перевірка гіпотез відносно законів розподілу, тобто чи підтверджують дані вибірки гіпотезу про те, що досліджуване явище підпорядковане закону нормального розподілу (чи будь-якому іншому закону). У математичній постановці ця задача може бути сформульована так: на підставі деяких передбачень можна вважати, що функція розподілу досліджуваної випадкової змінної величини  $x \in f(x)$ . Чи збігаються спостережувані значення з гіпотезою, якщо випадкова величина  $x$  дійсно має розподіл  $f(x)$ ?

3. До третьої категорії завдань, які вирішує математична статистика, відноситься **оцінка невідомих параметрів різних розподілів**. Необхідність рішення цього роду завдань впливає з таких міркувань. Оскільки дослідник має справу не з усією сукупністю одиниць явища, яке вивчається, а тільки з їх частиною (вибіркою), рівень деяких статистичних характеристик для всієї сукупності залишається невідомим (наприклад, середня, дисперсія та ін.). У цьому випадку варто застосувати специфічний метод для оцінки тієї чи іншої характеристики, одержаної за даними вибіркового спостереження. Математична статистика має у своєму розпорядженні цілий арсенал методів для вирішення задач оцінок розподілу, а також їхньої надійності (точності).

У математичній постановці задача оцінки невідомих параметрів розподілу може бути сформульована так: випадкова змінна  $x$  має функцію розподілу певного виду, зумовлену деякими параметрами, з невідомими значеннями. За даними спостереження, необхідно знайти оцінки цих параметрів.

## 1.5. Метод статистики

Статистична методологія являє собою сукупність прийомів, правил і методів дослідження. Під терміном «метод» розуміють спосіб теоретичного дослідження або практичного здійснення чогось (наприклад, філософський метод, передовий метод). Коли мова йде про метод науки взагалі, то мають на увазі найбільш загальні способи підходу до вивчення будь-яких явищ. Під методом конкретної науки розуміють окремі специфічні прийоми і методи, пристосовані до дослідження її предмета. Загальнонауковим вважається діалектичний метод. Керуючись його принципами, статистика розробляє свої специфічні прийоми і методи, а також відпрацьовує таку систему показників, яка дозволяє вивчати кількісні сторони суспільних явищ і процесів.

Особливість (специфіка) статистичних методів полягає в їх комплексності, що зумовлено як різноманітністю форм статистичних закономірностей, так і складністю самого процесу статистичного дослідження. Специфіка методів пояснюється змістом виконуваної роботи у процесі дослідження тих чи інших соціально-економічних явищ. Природа останніх досить складна і непередбачена, тому вивчати їх треба у взаємозв'язку і взаємообумовленості. Для цього статистична теорія розробила досить широке коло методологічних і методичних засобів, які дозволяють кількісно вимірювати досліджувані зв'язки (особливо причинно-наслідкові).

Філософський підхід як методична основа статистичної науки вимагає розгляду явищ і процесів в їх русі, постійних змінах і розвитку. Із цією метою розроблена відповідна система показників, які дають змогу охарактеризувати варіації змін рівнів явищ, визначити тенденції і закономірності їх розвитку.

Важливим моментом філософського підходу до вивчення суспільних явищ є визначення границь переходу кількісних явищ у якісні форми їх прояву. Наприклад, в умовах переходу до ринкової економіки встановлення об'єктивно необхідних кількісних границь, які б дозволили відокремити якісний стан явищ (зокрема, це форми організації праці, види і форми підприємницької діяльності тощо), можна вирішити статистичними методами (групування, дисперсійний метод та ін.).

Філософська основа статистики знаходить своє втілення в її специфічних методах. Залежно від пристосування останніх до тих чи

інших етапів статистичного дослідження прийнята така їх класифікація за стадіями дослідження.

1. *Методи статистичного спостереження.* Вони являють собою перший етап статистичного дослідження і виконують функції у збиранні і оцінці якості первинних статистичних даних. У зв'язку з масовим характером даних застосовується метод масового статистичного спостереження. Під останнім розуміють спостереження над множиною елементів, які складають статистичну сукупність. Вивчаючи такі сукупності за допомогою масових спостережень, статистика викриває притаманні їм загальні риси, процеси, закономірності. Робота ця досить копітка, складна і тому потребує наукової організації. До масових спостережень належать обстеження, збирання звітності, переписи і т. д.

2. *Методи зведення і групування первинного статистичного матеріалу.* Зведення включає методи перевірки, систематизації, обробки, підсумовування даних і представлення їх у формі статистичних таблиць.

Зведення забезпечує систематизацію первинної інформації, підрахунок чисельності одиниць сукупності і об'єму ознак, що їх характеризують. Важливим етапом цієї стадії дослідження є розподіл інформації (розчленування) за ознаками її відмінності, тобто групування статистичних даних. Специфіка методів групування зумовлюється завданнями дослідження і якістю первинної інформації.

Методи групування дозволяють розділити досліджувану сукупність на однорідні в певному відношенні частини. Наприклад, розчленування сукупності господарств певного регіону за формою їх виробничої діяльності (колективні, орендні, кооперативні тощо).

3. *Методи (прийоми) визначення узагальнюючих зведених синтетичних показників.* Вони становлять третю стадію статистичного дослідження і вирішують завдання визначення певних параметрів.

Стадія узагальнення і аналізу зведеного матеріалу передбачає виявлення характерних властивостей і закономірностей соціально-економічних явищ, взаємозалежностей факторних та результативних ознак і т. ін. На цьому етапі використовується весь арсенал статистичних прийомів і методів дослідження, розраховуються такі узагальнюючі статистичні показники: абсолютні, відносні й середні величині. Окремі загальні риси формування названих вище

показників визначають шляхом виміру їх варіації. Вимірювання варіації спеціальними прийомами дає змогу одержати характеристику умов, в яких здійснюються масові процеси, для цього досліджують закони розподілу.

Тенденції і закономірності у русі показників у часовому розрізі вивчають дослідженням рядів динаміки, спеціальних (математичних) прийомів їх обробки і моделювання. Щодо складних економічних явищ — для їх вивчення використовують індексний метод аналізу, який дозволяє синтезувати безпосередньо невимірювані величини.

Причинно-наслідкові зв'язки соціально-економічних явищ досліджуються методами аналітичних групувань, кореляційно-регресійного і дисперсійного аналізу. Значно розширюються аналітичні можливості статистичних методів при умілому використанні статистичних графіків (графо-аналітичний метод), номограм, табличного, балансового і багатомірного методів аналізу.

Зазначені методи і прийоми досліджень та принципи їх використання у статистико-економічному аналізі являють собою предмет курсу загальної теорії статистики і математичної статистики.

Щодо теоретичних аспектів питання про статистичний метод, то слід відзначити, що він має ту ж саму основу, що й форми наукового методу, в яких застосовуються індукція і дедукція. Дослідник спочатку здійснює спостереження, а потім шляхом експерименту (чи аналізу) переходить за допомогою індукції до побудови теорії. Побудувавши теорію, він робить за допомогою дедукції передбачення результатів наступних експериментів, які в інших умовах передбачити було б неможливо. Потім збирають фактичні дані, які підтверджують або спростовують правильність передбачень, і процес продовжується шляхом розвитку основної теорії або побудови нової. У статистичних дослідженнях наведена спрощена схема реального процесу має свої особливості, адже статистика має справу переважно з невизначеними ситуаціями. Якщо ж ступінь невизначеності досить значний, результати матимуть обмежену сферу застосування. Наявність невизначеності ситуацій зумовлює в статистичному аналізі нескінченні труднощі. Тому вчені-статистики постійно працюють над винайденням нових або видозміною (удосконаленням) існуючих методів. Нові вимоги до економіки орієнтують на застосування досить складних і витончених методів статистики, зокрема методів математичної статистики.

Значення математики для розвитку статистики зросло останнім

часом у зв'язку з широким використанням електронної техніки. Але це не означає, що використання складного математичного апарату може перетворити статистику в математику. Остання досліджує просторові форми та кількісні співвідношення реального світу у „чистому вигляді”, тоді як статистика вивчає матеріальний зміст явищ, використовуючи математику як інструмент дослідження. Це дозволяє упорядковувати інформаційні масиви, прискорити їх обробку, передачу та зберігання, а також перевести фактичні дані на формалізовану мову для здійснення масових розрахунків.

Зараз ведеться досить велика дослідницька робота щодо вивчення самого методу статистики. Тобто статистична теорія ще не є чимось закінченим і не може давати задовільних рішень усіх без винятку проблем. У статистиці, як і в інших науках, ще існує багато невідомого, але не буде перебільшенням сказати, що управління сучасною економікою було б неможливим без допомоги статистики. Статистика сприяє економічному прогресу в, коли її використовують як інструмент дослідницької роботи, вона є також важливим фактором наукових досліджень у цілому.

Статистичні дослідження завжди цікаві, навіть якщо вони і не доведені до кінця накресленого дослідником шляху (в науці це інколи трапляється), але на самому шляху досліджень пізнається дуже багато.

Майбутнє статистики як науки очевидне, хоча треба завжди пам'ятати, що будь-якій науці притаманні помилки, а тому вона завжди потребує удосконалення. Помилки, які зустрічаються в статистиці, найчастіше виникають не з причин недосконалості статистичної науки, а через невміле (неправильне) застосування статистичних методів.

### **Рекомендована література**

1. Про державну статистику: Закон України // Голос України. – 1992. – 21.X.1992.
2. Бугуцький О.А., Опря А.Т., Дорогань Л.О. Статистика: Навчальний посібник. - К.: Комплекс “Віта”, 1999. – 419 с.
3. Єріна А.М., Пальян З.О. Теорія статистики. Практикум. - К.: Знання, 2002. – 344 с.

4. Лугіна О.Є., Білоусова С.В. Статистика: Підручник. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 580 с.
5. Опря А.Т. Статистика (з програмованою формою контролю знань). - К.: Урожай, 1996. - 448с.
6. Опря А.Т. Статистика. - К.: Центр навчальної літератури, 2005 - 469 с.
7. Слуцький Є.Є. Теорія кореляції і елементи вчення про криві розподілу// Відомості Київського комерційного інституту. - К., 1912. Кн. XVI. с.2
8. Суслов Й. П. Общая теория статистики. М.: Статистика, 1978. - 250 с.
9. Уманець Т.В., Пігарев Ю.Б. Статистика: Навч. посіб. – К.: Вікар, 2003. – 623 с.

### **Питання для самоконтролю**

1. У яких значеннях вживають термін „статистика”?
2. Назвіть складові статистичної науки.
3. Що є предметом статистики як суспільної науки?
4. Що є предметом математичної статистики?
5. Що вивчає економічна статистика?
6. Дайте визначення поняттям „статистична сукупність”, „одиниця сукупності”.
7. Поясніть поняття „метод”.
8. Що включає статистична методологія?
9. Назвіть етапи статистичного дослідження.
10. Як класифікують статистичні методи за стадіями статистичного дослідження?

### **Питання для самостійного вивчення**

1. Етапи розвитку статистичної науки.
2. Які статистичні роботи проводились в стародавні часи та середні віки?
3. Назвіть видатних представників статистичної науки.
4. Становлення та розвиток статистичної науки в Україні.
5. Поясніть організаційну структуру органів державної

статистики в Україні.

6. Назвіть та охарактеризуйте основні категорії статистики.
7. Дайте визначення поняття „шкала вимірювання”, назвіть типи шкал.
8. Що розуміють під статистичною закономірністю?
9. Зв'язок між статистикою та іншими суспільними науками.
10. Відмінність статистики від інших суспільних наук.

### **Програмований контроль знань (тести)**

1.1. Яке із зазначених нижче положень виходить за межі визначення терміну «Статистика»?

- Статистика - наука.
- Статистика - параметр.
- \* Статистика - кількісний бік окремих суспільних явищ.
- Статистика - процес збирання, зберігання і обробки

даних про масові суспільні явища.

1.2. Яке з положень належить до визначення статистичної методології?

- Вивчення кількісного боку масових явищ.
- Своєрідний метод пізнання.
- \* Сукупність статистичних методів дослідження.
- Єдність статистичної теорії і практики.

1.3. Що собою являє статистична наука?

- Своєрідний метод пізнання.

\* Статистика - самостійна суспільна наука, яка вивчає кількісний бік масових суспільних явищ у нерозривному зв'язку з їх якісним боком.

- Метод розробки принципів збирання і обробки даних.
- Вивчення взаємозв'язків і закономірностей розвитку явищ.

1.4. Яке з наведених положень належить до визначення загальної теорії статистики?

- Галузь статистики, яка вивчає кількісний бік масових явищ.

\* Вивчення загальних правил і методів дослідження масових суспільних явищ.

- Галузь математичних знань.

- Розробляє раціональні прийоми систематизації обробки і аналізу даних статистичних спостережень.

### 1.5. Що вивчає теорія статистики?

- Кількісний бік масових явищ і процесів, які відбуваються у народному господарстві.

\* Загальні правила і методи статистичного дослідження.

- Взаємозв'язки між окремими одиницями суспільних явищ.

- Кількісний бік масових явищ у сфері виробництва.

### 1.6. Що вивчає соціальна статистика?

- Тенденції руху показників у сфері соціального життя.

- Стан і розвиток умов виробництва і умов соціального життя.

- Кількісний і якісний бік масових суспільних явищ, процесів.

\* Кількісний і якісний бік масових суспільних явищ і процесів, які відбуваються у соціальному житті.

### 1.7. Що вивчає економічна статистика?

- Реєструє масові суспільні явища.

\* Вивчає масові суспільні явища (спираючись на положення теорії статистики) у сфері матеріального виробництва.

- Вивчає загальні правила і методи дослідження масових явищ.

- Вивчає взаємозв'язки між масовими суспільними явищами і процесами.

### 1.8. Що вивчають галузеві статистики?

- Правила і основні принципи вивчення економіки галузей.

\* Загальні положення про статистичні показники процесів виробництва в галузях народного господарства.

- Кількісний і якісний бік масових явищ у сфері виробництва.

- Вивчають показники процесу виробництва в галузях матеріального виробництва, сфері обігу, показники роботи галузей невиробничої сфери і т. ін.

### 1.9. Знайти правильне визначення статистичної сукупності:

- Ознаки, які відображують розміри чи обсяги явищ і процесів.

- Ознаки, які дають характеристику безпосередньо одиницям спостереження.

- Первинні елементи масових однорідних явищ.

\* Маса однорідних елементів (явищ, фактів тощо), які мають єдину якісну основу.

### 1.10. Що являє собою одиниця сукупності?

- Множина реально існуючих у часі та просторі матеріальних предметів.

\* Окремі первинні елементи або індивідуальні явища, які складають статистичну сукупність.

- Варіюючі ознаки про масові явища і процеси.
- Вторинні ознаки досліджуваних явищ.

#### 1.11. Що є предметом математичної статистики?

- Кількісний і якісний бік масових суспільних явищ і процесів.
- Кількісний бік масових явищ.
- Якісний і кількісний аналіз даних про масові явища.

\* Математична теорія математико-статистичних методів незалежно від специфіки і галузі їх застосування.

#### 1.12. Що є предметом статистики як суспільної науки?

- Кількісний аналіз окремих одиниць статистичної сукупності.
- Сукупність прийомів і методів дослідження суспільних явищ.

\* Кількісний бік масових суспільних явищ у конкретних умовах простору і часу.

- Вивчення кількісних зв'язків соціально-економічних явищ.

#### 1.13. Складові статистики як суспільної науки:

- Математична статистика, загальна теорія статистики.
- Математична статистика, загальна теорія статистики, економічна статистика.

\* Математична статистика, загальна теорія статистики, економічна статистика, галузеві статистики.

- Загальна теорія статистики, економічна статистика, галузеві статистики.

#### 1.14. Що входить в систему наукових статистичних дисциплін?

- Загальна теорія статистики, економічна статистика, галузеві статистики.

\* Математична статистика, загальна теорія статистики, економічна статистика, галузеві статистики, галузеві статистики, статистичне моделювання, статистичне прогнозування.

- Економічна статистика, галузева статистика, статистичне моделювання.

- Галузеві статистики, загальна теорія статистики, статистичне моделювання.

#### 1.15. Визначення математичної статистики як наукової дисципліни.

- Статистична методологія і математична теорія.
- Статистична теорія методологія і математична теорія.

\* Галузь математичних знань.

- Принципи статистичної науки стосовно різних сторін суспільного життя.

1.16. Дати визначення предмету математичної статистики.

- Загальні властивості кількісних відносин соціально-економічних явищ.
- Показники, які характеризують масові суспільні явища.
- Кількісні характеристики процесів і явищ суспільного життя.
- \* Формальна математична сторона статистичних методів дослідження байдужа до специфічної природи об'єктів, які вивчаються.

1.17. Теоретична база математичної статистики.

- Статистика методологія.
- Статистична теорія і статистика методологія.
- \* Теорія ймовірності.
- Чисто математична теорія.

1.18. Завдання математичної статистики.

- Вивчення кількісних сторін масових суспільних явищ.
  - \* Встановлення законів розподілу, оцінка невідомих параметрів різних розподілів, перевірка статистичних гіпотез.
  - Кількісна оцінка якісної сторони масових суспільних явищ.
  - Збір, систематизація, обробка і аналіз даних про явища суспільного життя.
- 1.19. Визначення категорії „статистична сукупність”.
- Сукупність статистичних показників різних за кількісними та якісними ознаками.
  - \* Сукупність однорідних об'єктів чи явищ, об'єднаних за певними ознаками в єдине ціле.
  - Статистичні характеристики масових даних, одержані в результаті статистичного спостереження.
  - Середні величини, показники варіації, міри асиметрії.

## ТЕМА 2. СТАТИСТИЧНЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

### 2.1. Поняття статистичного спостереження, вимоги щодо його здійснення

Щоб одержати інформацію про стан і розвиток економіки країни чи інші дані, що характеризують культурний і матеріальний рівень суспільства, здійснюють статистичне дослідження. Останнє складається з трьох послідовних етапів: статистичне спостереження зведення та групування зібраних матеріалів і аналіз результатів зведення.

Статистичне спостереження виступає як один із головних методів статистики і як одна з найважливіших стадій статистичного дослідження.

**Статистичне спостереження** - це планомірний, науково організований збір даних про явища і процеси суспільного життя шляхом реєстрації по заздалегідь розробленій програмі спостереження. У процесі статистичного спостереження одержують первинну статистичну інформацію, яка потрібна для здійснення функцій статистики.

Так, при статистичному спостереженні, наприклад, аграрних орендних підприємств в області реєструються дані про їх число, склад працівників, вироблювану продукцію, розподіл доходів, поголів'я худоби, розмір посівних площ і т. ін. Або інший приклад: при вивченні деяких явищ суспільного життя виявляється недостатньою наявність даних обліку і звітності, оскільки вони не завжди можуть дати повну і точну картину будь-якого явища чи процесу. Візьмемо, наприклад, визначення чисельності і складу населення в країні. Це питання має велике державне значення. А між тим, звітності, яка б давала точну відповідь щодо чисельності і складу населення, немає. Тому виникає потреба в організації спеціального спостереження. Або такий приклад: рівень цін на сільськогосподарському ринку. Спостереження за рівнем цін — питання державної політики і становить великий інтерес для економічного аналізу. В той же час необхідної звітності, по цьому питанню не існує.

У всіх подібних випадках здійснюється спеціально організоване

статистичне спостереження. Останнє вважається фундаментом статистичного дослідження, адже у процесі його здійснення формується інформація, яка на наступних етапах дослідження підлягає обробці і аналізу. Інформація статистичного спостереження повинна бути об'єктивною і якісною, а отже, забезпечуватись правильною науковою організацією її одержання, належним виконанням самого спостереження.

Завдання статистичного спостереження зумовлюється завданнями, які ставляться перед дослідженням певних процесів і явищ і впливають з потреб управління ними. Суть їх полягає в одержанні у найкоротший строк повної і вірогідної інформації про досліджувані факти. Тобто найважливішим завданням статистичного спостереження є вірогідне, об'єктивне відображення спостережуваних (досліджуваних) явищ і процесів суспільного життя. Завдання статистичного спостереження (як і мету) слід чітко формулювати відповідно до результатів дослідження та з урахуванням об'єкта спостереження.

Наукова організація статистичного спостереження зумовлює дотримання певних вимог щодо його здійснення. Назвемо їх.

1. Явища, які підлягають спостереженню, повинні мати певне народногосподарське значення, а також наукову чи практичну цінність.

2. Оскільки суспільні явища знаходяться у постійній зміні й розвитку та мають різний якісний стан, статистичне спостереження повинне забезпечувати збір масових даних, в яких відбивається вся сукупність фактів. Неповнота зведень про досліджувані процеси призведе до помилкових висновків з результатів аналізу.

3. Складний взаємозв'язок і взаємопереплетіння економічних явищ зумовлює орієнтацію статистичного спостереження на збирання не тільки інформації, яка безпосередньо характеризує досліджуваний об'єкт, а й такої, що сприяє зміні його стану. Отже, дані спостереження повинні бути повними. Під повнотою даних розуміють повноту просторового охоплення одиниць досліджуваної сукупності, істотних сторін явищ, а також повноту охоплення у часі.

4. Інформація, одержувана за результатами статистичного спостереження, повинна бути вірогідною. Тобто спостережувані дані підлягають ретельній і всебічній перевірці з боку їх якості. Особливість зазначеної вимоги полягає у тому, що у разі одержання недостовірної інформації, не можна усунути її дефекти в процесі

подальшої обробки, що ускладнює прийняття науково обґрунтованих рішень. Зрозуміло, що статистична інформація вважається якісною, якщо вона правдива, вірогідна і точна.

5. Статистичне спостереження здійснюється на науковій основі по заздалегідь розробленій програмі, яка забезпечує науковий підхід до вирішення методологічних і організаційних питань.

6. Дані статистичного спостереження повинні бути порівнювані. Лише в такому разі забезпечується їх узагальнення і зіставлення у просторі і часі.

У випадках, коли статистична інформація необхідна для здійснення управлінських функцій, до неї ставиться така вимога, як своєчасність. Зрозуміло, що статистичні дані, навіть якщо вони достатньо точні (чи вірогідні), але надходять несвоєчасно, не можуть бути використані для прийняття управлінських рішень.

Крім стислості запитань, одна з важливих вимог полягає у дотриманні їх послідовності, оскільки певні відповіді повинні контролювати одна одну. Наприклад, при проведенні перепису населення у формулярі не випадково стоїть запитання про вік раніше, ніж про освіту, заняття, джерела засобів існування. Відомості про вік контролюють правильність відповідей.

Наукова організація статистичного спостереження передбачає визначення об'єкта і одиниці спостереження, розробку і відпрацювання програми. Здійснюється статистичне спостереження відповідно до організаційного плану його проведення.

**Об'єкт статистичного спостереження** - це сукупність суспільних явищ і процесів, які підлягають статистичному спостереженню. Наприклад, при вивченні сільського господарства об'єктом спостереження є сукупність сільськогосподарських підприємств.

Виділення об'єкта спостереження - завдання, як правило, складне і відповідальне. Масові суспільні явища і процеси наділені багатьма властивостями, вони тісно пов'язані між собою. Тому виділення об'єкта дослідження повинне ґрунтуватися на наукових принципах його визначення. Останнє має давати підстави для відокремлення даного об'єкта від суміжних з ним об'єктів, які являють собою предмет самостійного дослідження. Визначення об'єкта статистичного спостереження повинне мати точні вказівки щодо його рис і властивостей.

Наприклад, буде недостатнім вказати, що спостереженню

підлягає сукупність сільськогосподарських підприємств. Виділення сільськогосподарських підприємств як об'єкта статистичного спостереження потребує точного встановлення системи ознак сільськогосподарського підприємства. Залежно від завдань спостереження такими ознаками можуть бути: форма власності, виробничий напрям, рівень технічного оснащення, організаційні форми господарювання і т. ін. Точне визначення об'єкта спостереження необхідне для одержання зіставних даних, уникнення можливих випадків подвійного обліку окремих фактів або пропуску певної категорії його елементів.

Для об'єкта статистичного спостереження характерне те, що його не можна вивчати безпосередньо у цілому, для цього потрібне виділення в його складі окремих одиниць.

**Одиниця статистичного спостереження** — це складовий елемент об'єкта дослідження, який є основою рахунку і носієм істотних ознак і властивостей, які підлягають реєстрації. Це первинний елемент об'єкта дослідження. Одиницю спостереження встановлюють виходячи із завдань спостереження і складності об'єкта дослідження. Тому в кожному конкретному статистичному дослідженні масових фактів приймається одна або декілька одиниць спостереження. Так, при перепису населення одиницею спостереження, як правило, є людина. Але якщо дослідженню підлягає і сім'я, то в цьому випадку встановлюються вже дві одиниці спостереження: людина і сім'я.

При статистичному дослідженні галузі сільського господарства в різних випадках і залежно від завдань дослідження можуть бути прийняті різні одиниці спостереження. Наприклад, при вивченні продуктивності праці та її оплати одиницею спостереження буде окремий працівник: при вивченні структури сільського господарства за розмірами підприємств одиницею спостереження буде кожне окреме підприємство, тобто відокремлена адміністративно-господарська одиниця. До останньої належать колективні сільськогосподарські підприємства, держгоспи, орендні підприємства, фермерські господарства, підсобні господарства працівників аграрного сектора та ін.

Правильне визначення одиниці спостереження має істотне значення для організації і проведення статистичного дослідження. Цим значною мірою зумовлюється об'єктивність одержаних результатів.

Таким чином, визначення об'єкта і одиниці статистичного спостереження має ґрунтуватися на наукових принципах - це треба добре уявляти кожному, хто бере участь в його організації і проведенні.

## 2.2. Програма статистичного спостереження

Програма статистичного спостереження являє собою перелік питань, на які треба одержати відповіді в процесі збирання статистичних зведень щодо кожної досліджуваної одиниці. Один і той самий об'єкт може бути обстежений з різних боків. Тому склад і зміст питань програми спостереження залежить від завдань дослідження і особливостей об'єкта. Вона повинна охоплювати широке і повне коло відомостей. Чим ширша програма, тим повніше висвітлюється досліджуване явище. Проте в неї не слід включати зайвих питань, які могли б ускладнити і розтягнути термін розробки даних. У той же час не слід складати програму надто вузько, адже в дослідження можуть не потрапити важливі питання.

При складанні програми велике значення має чітке формулювання питань, оскільки у більшості статистичних спостережень це складна і трудомістка робота, у виконанні якої беруть участь десятки і навіть сотні тисяч (при перепису населення) чоловік. Поставлені питання мають бути однаково зрозумілими для всіх.

Відповіді на питання програми спостереження записують у документ особливої форми — **статистичний формуляр**. Він являє собою первинний документ, в якому фіксують відповіді на питання програми по кожній з одиниць сукупності, це носій первинної інформації. Формуляри мають різні назви: форма первинного обліку або звітності, акт, бланк, таблиць, картка (фішка), анкета, опитувальний листок. Для всіх перелічених видів формулярів характерні деякі обов'язкові елементи: змістовна частина, яка включає перелік питань програми, зведена графа або декілька граф для запису відповідей і шифрів (кодів) відповідей, титульна і адресна частини. На титульній сторінці записується назва статистичного спостереження (наприклад, «Перепис худоби в приватному секторі»), назва організації, яка проводить спостереження, а також зазначається, ким і коли затверджено формуляр або статистичне спостереження.

В адресну частину записують адресу обстежуваних (опитуваних) одиниць спостереження. Крім того, у формах статистичної звітності вказується, коли і куди треба надсилати одержану інформацію. Правильність даних обстеження стверджується підписами відповідальних осіб.

У практиці статистичного спостереження застосовують формуляри двох видів: картковий і списковий.

**Картковим** (або індивідуальним) називається статистичний бланк (фішка), який містить дані лише про одну одиницю спостереження. Загальна кількість карток повинна дорівнювати кількості одиниць досліджуваної сукупності.

**Списковий формуляр** — це статистичний бланк, в якому реєструються відомості по кількох одиницях спостереження. Наприклад, при перепису населення 1970 р. списковий формуляр було розраховано на реєстрацію у ньому зведень по шести особах, при перепису населення у 1989 р. - по двох.

Формуляри-картки зручні для ручної обробки занесених в них даних, але потребують значно більших трудових і матеріальних витрат, ніж формуляри-списки. Останні економічніші і зручніші для машинної обробки і контролю даних. Карткові формуляри використовуються при складанні звітів підприємств і закладів, які потребують широкої програми статистичного спостереження.

Спискові формуляри частіше використовуються при періодичних спостереженнях. Прикладом такого формуляра може бути переписний лист перепису населення 1989 р. Конструкція статистичних формулярів зумовлюється значною мірою впливом з боку технічних засобів обробки інформації. Це знаходить свій прояв у тому, що формуляри статистичного спостереження у деяких випадках виступають одночасно і безпосередніми носіями інформації при введенні їх в ЕОМ. Саме за таких умов вирішується питання безперервної технології автоматизації статистичних робіт, коли первинна інформація заноситься в автоматизований-банк даних (АБД) за допомогою перфострічок, магнітних стрічок, магнітних дисків і по каналах зв'язку, які з'єднують обчислювальні центри підприємств і державної статистики. Вплив автоматизованої системи обробки статистичної інформації на конструкцію формулярів знаходить прояв у тому, що відповіді в них розташовані у зручному для шифрування (кодування) порядку.

Ефективність виконання розробленої програми спостережень

значною мірою зумовлюється якістю інструктивного матеріалу. Для цього складають інструкцію (інколи її називають Статистичною інструкцією, або Доповідною інструкцією).

**Інструкція** — це документ, який пояснює питання програми статистичного спостереження, його мету, порядок заповнення статистичного формуляра і частково організаційні питання. Інструкція є одним з найважливіших документів спостереження. Вона може містити вказівки відносно тих питань, які виникають у процесі проведення спостереження: об'єкт і одиниця спостереження, час і строки проведення, критичний момент спостереження і т. ін.

У багатьох випадках необхідні додаткові пояснення того, як правильно розуміти дане питання і як вірно записати відповідь на нього. Як правило, інструкції пишуть для осіб, які здійснюють перепис або заповнюють форми статистичної звітності. Вони дуже важливі для забезпечення однакового розуміння питання у всіх спірних і сумнівних випадках. Наприклад, при перепису населення 1989 р. ставилось запитання «національність». Для запису відповіді особам, які здійснювали перепис, треба було дати певні вказівки, щоб запобігти різнобою у відповідях. Для цього були дані інструкції, де вказувалося: «Записується національність, котру вказує сам опитуваний. Національність дітей визначається батьками. Лише в тих сім'ях, де батько і мати належать до різних національностей і батьки утруднюються самі визначити національність дітей, слід надати перевагу національності матері». Таке уточнення порядку записів на запитання перепису дає придатний для обробки первинний матеріал.

Відсутність в інструкції тлумачень певного питання призведе до того, що кожна особа (лічильник) буде розуміти запитання по-своєму, внаслідок чого зібрані матеріали зовсім знеціняться.

Вказівки інструкції повинні бути конкретні й чіткі, а текст стислим і лаконічним. Інструкції до форм статистичної звітності здебільшого друкуються на самій формі документа.

Отже, головне призначення інструкції полягає у поясненні змісту питань програми, як треба давати на них відповіді і заповнювати формуляр. Найбільш типові ситуації повинні розглядатися на прикладі.

Слід зазначити, що методологія розробки програми статистичного спостереження в останні 20 років зазнала досить значних змін у зв'язку з функціонуванням автоматизованої системи державної статистики (АСДС), яка зумовила створення

автоматизованих банків даних (АБД). Наявність останніх дала змогу запровадити в галузі матеріального виробництва реєстрову форму статистичного спостереження, яка полягає у створенні реєстра, або автоматизованої картотеки сукупності одиниць статистичного спостереження певного типу. Перехід до автоматизованої статистичної інформаційної системи (АСІС) створює широкі можливості удосконалення програми спостереження, а саме: відбувається об'єднання інформаційних баз державної статистики, галузевих і регіональних органів управління, підприємств, об'єднань та інших ланок управління.

Наведемо приклад розробки програми і проведення статистичного спостереження.

Проводиться статистичне спостереження результатів роботи за господарський рік орендних сільськогосподарських підприємств району. Поставлено завдання вивчити загальне виробництво продукції цими підприємствами і його зв'язок з основними факторами виробництва. По кожному підприємству є дані річних звітів і якісної оцінки землі.

Розробити програму, провести статистичне спостереження і здійснити контроль даних.

Розглянемо послідовність виконання поставленого завдання за наступними етапами.

1. З'ясовують питання, що собою являє продукція підприємств і показники, якими визначається її обсяг. Відомо: а) орендні підприємства виробляють два види продукції — рослинницьку і тваринницьку; б) обсяг продукції по кожному продукту обліковують у натуральному виразі, а в цілому - по вартості у порівнянних фактичних цінах. Виходячи з поставленого завдання, вивчення загального обсягу виробництва продукції, в програму спостереження включають дані про виробництво не окремих видів продукції, а всієї продукції у грошовому виразі. Щоб мати можливість зіставлення обсягів виробництва продукції по спостережуваних підприємствах, вартість продукції беруть не в фактичних, а у порівнянних цінах.

2. З'ясовують основні фактори, які визначають обсяг виробництва продукції. Теоретично відомо, що основними факторами виробництва у сільському господарстві є земля, трудові ресурси, основні засоби виробництва, добрива і корми.

Отже, у програму спостереження включають показники обсягу зазначених факторів: 1) площа сільськогосподарських угідь, га; 2)

площа орних земель, га; 3) середньорічна чисельність працівників підприємства, чол.; 4) грошові витрати на добрива; 4) грошові витрати на використані корми; 6) бал оцінки якості землі.

3. Вирішують питання про порядок запису в програмі спостереження обраних показників. Із метою зручності проведення обстеження розташовують показники відповідно до послідовності їх наведення у формах звітності: вказують номери сторінок, рядків, граф, де записані ці дані. Показник якості орних земель, який береться з матеріалів оцінки ґрунтів, записують у кінці програми.

Таким чином, одержуємо програму у вигляді: 1) вартість валової продукції сільського господарства у порівнянних цінах, всього, грн. (тут і далі в дужках указують номери сторінок, рядків і граф); 2) в тому числі продукція рослинництва, грн. (...); 3) середньорічна чисельність працівників на підприємстві, чол. (...); 4) середньорічна вартість основних виробничих фондів сільськогосподарського призначення, тис.грн. (...); 5) сума витрат на органічні і мінеральні добрива, грн. (...); 6) площа сільськогосподарських угідь, га (...); 7) у тому числі ріллі, га (...); 8) сума витрат на згодовані корми, грн. (...); 9) оцінка якості землі, балів.

4. Розробляють формуляр статистичного спостереження, в який записують значення ознак по кожному орендному підприємству. Таким формуляром може бути відомість. Але для нашого випадку краще для кожного підприємства відкрити картки у вигляді так званих фішок (рис. 1).

|   |          |                        |                      |                     |    |    |
|---|----------|------------------------|----------------------|---------------------|----|----|
| 1 | 9600000  | Підприємство „Світоч „ | Район __ підгрупа __ | Область __ група __ | 87 | 9  |
| 2 | 6316000  |                        |                      |                     |    | 10 |
| 3 | 425      |                        |                      |                     |    | 11 |
| 4 | 12810    |                        |                      |                     |    | 12 |
| 5 | 46860    |                        |                      |                     |    | 13 |
| 6 | 4 800    |                        |                      |                     |    | 14 |
| 7 | 2 990    |                        |                      |                     |    | 15 |
| 8 | 1278 000 |                        |                      |                     |    | 16 |
|   |          |                        |                      |                     |    |    |

Рис. 1. Формуляр статистичного спостереження (фішка)

Як бачимо, у формуляр занесено значення ознак у пронумеровані рядки (графи) у тій послідовності, в якій вони вказані

у програмі спостереження: у рядок 1 записано вартість валової продукції всього, у рядок 9 - бал оцінки якості землі.

5. Здійснюють статистичне спостереження, а саме - заносять у фішки значення перелічених у програмі ознак по кожному підприємству, як це показано на прикладі орендного підприємства «Світоч».

6. Проводять контроль одержаної інформації (способи контролю матеріалів спостереження будуть розглянуті далі).

### **2.3. Організаційний план статистичного спостереження, забезпечення точності даних**

**Організаційний план статистичного спостереження** — це складова частина загального плану спостереження, в якій викладено порядок його організації і проведення. У ньому даються роз'яснення програмно-методологічних і організаційних питань. До перших належать формулювання мети і завдань спостереження, визначення його об'єкта і одиниці, розробка програми. До організаційних питань належать: фіксація місця, часу і строків спостереження, вказівка на те, хто його проводить, як воно проводиться і як здійснюється постачання статистичними формулярами осіб, які виконують спостереження, способи доставки заповнених формулярів у відповідні статистичні органи. Сюди відносять також ряд специфічних підготовчих робіт, зокрема таких, як підбір та навчання кадрів, що залучаються до проведення спостереження, підготовка графічного матеріалу та ін.

В організаційному плані статистичного спостереження конкретизуються права і обов'язки окремих установ і організацій, які беруть участь у заходах спостереження.

При плануванні спостереження насамперед визначають органи спостереження — організаторів і виконавців робіт, а також права і обов'язки кожного співвиконавця.

Програму і план статистичного спостереження розробляють органи державної статистики на рівні Державного Комітету статистики України. Низові органи державної статистики переважно виконують роботу по збору статистичних даних, їх первинному контролю і зведенню по певній програмі.

У плані вказують **строк проведення спостереження**, тобто час

початку і закінчення збирання зведень. Цей час не можна ототожнювати з **часом спостереження**, тобто часом, до якого належать зведення. Статистичні показники характеризують досліджуване явище або за певний період, або на певний момент часу. Наприклад, дані про кількість виробленої продукції можна взяти тільки за період (день, декаду, місяць, квартал, рік), а показники запасів матеріальних цінностей можуть бути представлені на певний момент часу (на початок місяця, на початок кварталу, на початок або кінець року і т. ін.).

У плані має бути точно визначена територія, на якій здійснюється спостереження, а також особи і організації, відповідальні за проведення підготовчих робіт, збір, перевірку і обробку інформації по окремих ділянках території.

Серед організаційних питань значне місце у плані відводять проведенню підготовчих робіт. Насамперед треба скласти список звітних одиниць, тобто тих, які будуть обстежені. Цей список (колективних підприємств, державних підприємств, орендних підприємств і т. ін.) необхідний для перевірки повноти зведень, що надходять, а також визначення обсягу робіт і розрахунку необхідної кількості робітників для проведення статистичного спостереження.

Важливим підготовчим заходом є розрахунок потреби в кадрах для проведення спостереження, їх добір та інструктаж. Необхідно заздалегідь віддрукувати і розіслати бланки документів та інструкції щодо їх заповнення. Інструктаж вважається однією з найважливіших підготовчих робіт статистичного спостереження. Успіх проведення останнього багато в чому залежить від рівня підготовленості кадрів.

При підготовці складних статистичних спостережень, як правило, в плані передбачається проведення пробних спостережень з метою перевірки на практиці проекту плану і програми основного спостереження. Матеріали таких пробних спостережень використовують для уточнення, доповнення і конкретизації програми і плану спостереження, а також інструкцій.

Серед підготовчих робіт чільне місце повинне належати пропаганді спостереження серед населення (особливо це стосується перепису населення). Засоби масової інформації повинні вести роз'яснювальну роботу щодо завдань і мети спостереження, що значною мірою сприятиме підвищенню ефективності вирішення планово-організаційних питань спостереження. Роз'яснювальна робота про мету і завдання проведення спостереження здійснюється

через пресу, радіо, телебачення та інші засоби масової інформації.

Таким чином, організаційний план статистичного спостереження передбачає: визначення часу спостереження, часу і місця його проведення, порядок передачі матеріалів спостереження, комплекс підготовчих робіт, заходи, що забезпечують точність (вірогідність) статистичних даних. Кожній з названих вище категорій і етапів статистичного спостереження можна дати такі визначення.

**Час спостереження** — це момент або період часу, якого стосується статистична інформація (дані). Наприклад, інформацію про виробництво сільськогосподарської продукції збирають за певний період часу - день, декаду, місяць, квартал, рік. Перепис населення передбачає належність даних до певного (критичного) моменту часу. Так, критичним моментом перепису населення 1989 р. було 24 години у ніч з 11 на 12 січня 1989р.

**Час проведення спостереження**, як правило, не збігається з часом спостереження. Наприклад, перепис населення 1989 р. здійснювався впродовж восьми днів — з 12 до 19 січня.

**Місце проведення спостереження** вибирають, виходячи зі способу спостереження і особливостей об'єкта спостереження. Так, інформацію про виробництво продукції сільськогосподарським підприємством реєструють у бухгалтерії підприємства, а при перепису населення — вдома, у поїздах, на вокзалах тощо.

**Органами спостереження** можуть бути різні установи системи державної статистики, відомства, підприємства і громадські організації. Серед них визначають організатора (установа системи державної статистики) і виконавця. Права і обов'язки кожного учасника статистичного спостереження повинні бути чітко визначеними.

Органи державної статистики повинні не тільки організовувати проведення статистичного спостереження, а й ретельно перевіряти точність одержаних результатів при його здійсненні. Перевірка вірогідності даних - найважливіша умова успішної роботи у справі спостереження. Щоб забезпечити вірогідність даних, необхідно систематично контролювати, чи вірно зрозумілі і застосовуються статистичні програми та інструкції, чи забезпечується повнота одержаних зведень, правильність даних бухгалтерського і оперативного обліку.

У процесі здійснення спостереження можуть бути допущені помилки, їх називають помилками спостереження. Види і природа виникнення таких помилок будуть розглянуті далі.

## 2.4. Організаційні форми, види і способи статистичного спостереження

У статистичній практиці застосовуються різні форми статистичних спостережень. Із погляду організації спостереження розрізняють дві його основні форми: звітність і спеціально організоване статистичне спостереження

Звітність як форма статистичного спостереження характеризується тим, що статистичні органи систематично одержують від підприємств і організацій (закладів тощо) в установлені строки зведення про умови і результати роботи за минулий період. Обсяг і зміст такої інформації визначаються затвердженими формами звіту. Як джерела даних для звітності використовують документи оперативно-технічного і бухгалтерського обліку. Обліково-статистичний апарат підприємств обробляє первинні записи у документах і результати заносить у форми звітів.

У нашій країні звітність є основною формою статистичного спостереження. Основну масу зведень, необхідних для управління народним господарством, а також для наукових досліджень, статистичні органи одержують у формі звітності.

Таким чином, **звітність** — це форма статистичного спостереження, при якій статистичні дані надходять у статистичні органи від підприємств і установ у вигляді обов'язкових і таких, що мають юридичну силу звітів про їх роботу. Організацію статистичної звітності здійснює Державний комітет статистики України. Він затверджує форму, порядок і строки подання звітності.

Перелік усіх форм із зазначенням їх реквізитів називають **табелем звітності**. Кожна форма звітності повинна мати такі відомості: назву, номер і дату затвердження; назву підприємства, його адресу і підпорядкованість; адреси, куди подається звітність, періодичність, дату подання, спосіб передачі; змістовну частину у вигляді таблиці; посадовий склад осіб, відповідальних за розробку і вірогідність звітних даних, тобто зобов'язаних підписати звіт.

Статистична звітність характеризується суворою регламентацією і відносною стабільністю вирішення всіх програмно-методологічних і організаційних питань спостереження. Подання її за передбаченими адресами і строками є обов'язковим для підприємств і організацій. Категорично забороняється всім державним органам управління вимагати, а підприємствам і організаціям подавати будь-

які звіти, не передбачені державною звітністю.

Статистична звітність є основним джерелом інформації, яка забезпечує керівництво економікою на загальнодержавному, галузевому і регіональному рівнях управління. Слід розрізняти звітності: загально- і внутрішньовідомчу; міжгалузеву і галузеву; типову і спеціалізовану; первинну і зведену; особливо виділяється звітність тимчасова оперативна.

За способом, подання розрізняють звітність **поштову** і **термінову**. Остання передається по телеграфу, телетайпу, радіо та іншими швидкими засобами. За періодичністю розрізняють звітність **періодичну і одночасову**. Періодична подається через однакові проміжки часу або в точно визначені дати (наприклад, 5-го числа кожного місяця; не пізніше 1-го жовтня кожного року і т. ін.). Одночасова звітність подається у міру необхідності без певної періодичності. Періодична звітність поділяється на **поточну** — період її подання менше року (тиждень, місяць, квартал тощо) і **річну** - період її подання календарний рік.

Існує також статистична звітність, яка подається раз на рік поза зв'язком з початком чи закінченням календарного року, і звітність з періодом більше року (два рази у 5 років, один раз у 2 роки тощо).

Так звана **типова звітність** містить показники, загальні для різних видів діяльності (чи виробництва). Якщо збирають дані, специфічні для окремих видів діяльності (чи виробництв), їх відображують показниками у відповідній **спеціалізованій** звітності.

Як зазначалося вище, другою за значенням організаційною формою спостереження є **спеціально організоване статистичне спостереження**. Інколи його називають (до речі, помилково) просто «перепис». Застосовують спеціально організоване статистичне спостереження у таких випадках: 1) коли не можна застосувати звітність (наприклад, облік діяльності фермерських або особистих господарств населення); 2) скласти звітність нераціонально; 3) необхідно детально вивчити явище поряд з вивченням його у формі звітності; 4) потрібно перевірити вірогідність даних звітності; 5) для вирішення самостійних науково-практичних завдань.

**Спеціально організоване статистичне спостереження** поєднує в собі такі організаційні форми: а) перепис, б) суцільне і несукцільне обстеження.

**Перепис** як вид спеціально організованого статистичного обстеження проводиться з метою одержати дані про явище на певний

момент часу. Тобто обчислити чисельність і склад об'єкта статистичного спостереження за рядом характерних для нього ознак, які не збираються в порядку статистичної звітності (наприклад, перепис населення, перепис виробничого обладнання і т. ін.). У ряді випадків переписи доповнюють (істотно уточнюють) дані поточного обліку. Вони вимагають ретельної попередньої підготовки. Характерними особливостями перепису є: одночасність проведення його на всій передбаченій території; єдність програми спостереження; стислість строків статистичного спостереження станом на один і той же момент часу — **критичний момент перепису**.

Існує два типи переписів: одні переписи проводять на підставі даних обліку і звітності підприємств і організацій, інші — на підставі спеціально організованої реєстрації фактів.

Переписи першого типу, як правило, проводять робітники підприємств і установ під керівництвом органів державної статистики. Цей тип перепису називають одночасовим обліком. Прикладом першого типу можуть бути переписи промислового обладнання, залишків важливих видів матеріалів (чорних, кольорових металів, будівельних матеріалів тощо), облік тракторного парку у сільському господарстві, заключний облік посівних площ за видами підприємств і т. ін.

Прикладом другого типу переписів, при яких статистичні формуляри заповнюються шляхом спеціально організованої реєстрації фактів, є перепис населення. Це спеціально організоване статистичне спостереження, метою якого є одержання інформації про чисельність, розміщення і склад населення. Реєстрація потрібних фактів здійснюється шляхом опитування. Наукові принципи проведення переписів передбачають встановлення критичного моменту перепису, періоду перепису, способу збирання зведень.

Залежно від повноти охоплення статистичної сукупності розрізняють суцільне і несуцільне статистичне спостереження.

При **суцільному статистичному спостереженні** обстеженню підлягають усі одиниці, які входять у склад досліджуваної сукупності. Однак не слід розуміти так, що суцільне спостереження обов'язково у всіх випадках повинне охоплювати досліджуване явище по всій країні. Досліджувана сукупність може обмежитись територіальними, відомчими, галузевими й іншими рамками. Важливим тут є те, що в межах цієї сукупності обов'язково реєструються зведення про кожну одиницю досліджуваного об'єкта.

Прикладом суцільного спостереження є перепис населення.

При **несуцільному спостереженні** обстежується лише частина одиниць статистичної сукупності. При його організації ставиться завдання (як правило) поширити результати спостереження на всю сукупність. Прикладом такого виду спостереження може бути обстеження: втрат урожаю сільськогосподарських культур, схожості насіння, ступеня засміченості посівів, бюджету сімей населення і т.ін.

Основні види несучільного спостереження такі: вибіркове, обстеження способом основного масиву, монографічне і анкетне.

**Вибірковим** називають таке статистичне спостереження, при якому обстеженню підлягає частина статистичної сукупності, відібраної на основі науково розроблених принципів відбору. Це найпростіший і найбільш досконалий вид несучільного обстеження. Основи вибіркового обстеження буде викладено нижче.

**Обстеження основного масиву** (або способом основного масиву) являє собою таке несучільне обстеження, при якому з усієї сукупності одиниць для спостереження відбирається така їх частина, в якій обсяг досліджуваної ознаки становить питому вагу, більшу за 50 % загального обсягу сукупності (табл. 3).

### 3. Групи підприємств за рівнем середньорічної зарплати одного працівника

| Середньорічний рівень зарплати, грн. | Кількість підприємств у групі | Середньорічний рівень зарплати в групі, грн. | Питома вага підприємств до загальної сукупності, % |
|--------------------------------------|-------------------------------|----------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| До 3500                              | 5                             | 3200                                         | 15,1                                               |
| 3500 - 3700                          | 7                             | 3660                                         | 21,2                                               |
| 3700 - 3900                          | 12                            | 3812                                         | 36,4                                               |
| 3900 - 4100                          | 6                             | 4000                                         | 18,2                                               |
| Понад 4100                           | 3                             | 4408                                         | 9,1                                                |
| Разом                                | 33                            | -                                            | 100                                                |

Як свідчать дані таблиці 3, у 33 підприємствах середньорічний рівень зарплати одного робітника варіює від 3200 до 4408 гривень. Основним масивом у даній сукупності можна вважати 21 підприємство з рівнем середньорічної зарплати понад 3700 грн.; оскільки питома вага їх у загальній кількості перевищує 50% ( $36,4 + 18,2 + 9,1 = 63,7$ ).

Державна статистика обстеженням основного масиву вивчає ціни на ринках продажу різного виду продукції і виробів.

Метод основного масиву вважається недосконалим суцільним методом обстеження. Інколи його називають групувально-цензовим методом. Недоліком методу основного масиву вважається те, що з обстеження вилучається частина одиниць сукупності, якою нехтують як неістотною.

Для **монографічного спостереження** характерним є детальне вивчення окремих одиниць статистичної сукупності або невеликих їх груп, подібних у певному відношенні. Одиниці або групи явищ повинні бути типовими, щоб на їх підставі можна було судити про характер цих явищ. Прикладом монографічного обстеження може бути вивчення досвіду передового підприємства або їх групи. У статистиці монографічне спостереження застосовують при вивченні і популяризації передового досвіду, а також процесу розвитку окремого трудового колективу, недоліків у роботі тощо. Об'єктом монографічного спостереження, крім підприємства, може бути виробнича бригада, школа, вуз, місто, регіон, сім'я й інші об'єкти.

Таким чином, монографічний спосіб - це обстеження поодинокого прикладу, який повинен ілюструвати всю статистичну сукупність, що в свою чергу дозволяє конкретизувати наші знання цієї сукупності. Предметом монографічного дослідження можуть бути елементи, типові для даної сукупності, або ж елементи, які характеризують її розвиток.

Монографічне спостереження здійснюють з метою виявлення тенденції розвитку прогресивних явищ і поширення передового досвіду. Цей вид спостережень допомагає викрити невикористані резерви, що досягається монографічним описуванням передових підприємств і досвіду окремих бригад, ланок чи осіб. Монографічне обстеження використовують для коригування даних суцільного обстеження.

**Анкетне обстеження** ґрунтується на принципі добровільного заповнення окремими особами (адресатами) надісланих їм спеціальних анкет. Цей спосіб спостереження широко застосовується у конкретних соціологічних дослідженнях. Його використовують редакції газет, журналів, установи зв'язку, науковці певних галузей, зокрема економічної науки.

Анкетне обстеження певною мірою близьке до вибіркового спостереження. Але при вибіркового одиниці статистичної

сукупності підлягають безпосередньому обстеженню. При анкетних обстеженнях звертаються із запитаннями до тих осіб чи організацій, які можуть дати необхідну інформацію. Таким чином, характерна риса анкети - непряме спостереження.

Даний спосіб обстеження завжди здійснюється для висвітлення специфічної, чітко обмеженої проблеми. Воно завжди висвітлює будь-яке часткове, визначене питання. Запитання анкет не завжди мають суто статистичний, числовий характер. Інколи обстеження доповнюється запитаннями якісного описового характеру, наприклад, запитаннями про думку щодо причин спостережуваних фактів.

Наприклад, треба вивчити причини зниження обсягів виробництва тваринницької продукції фермерськими господарствами, а також з'ясувати, якими засобами можна допомогти справі. Якщо відповіді в одержаних анкетах не задовольняють, посиляється анкетна комісія, яка проводить бесіди в підприємствах і на цій основі складає звіт. Бесіди мають бути спрямовані на одержання статистичних даних, інколи виходять за ці рамки. Комісія робить спробу встановити причини зниження обсягів виробництва і вислуховує численні думки з цього питання. Як правило, головну частину анкети і складає з'ясування думок.

Анкетування проводиться як статистичними органами, так і науково-дослідними установами (останніми досить часто).

Анкетне опитування має давню історію. Наприклад, за часів Наполеона у Франції анкетним методом вивчалися питання стосовно скоєних злочинів. У Великобританії анкети застосовувалися ще раніше - у XVII столітті.

Існує два типи анкетних обстежень: перший тип - анкети направляються певному, як правило, невеликому колу спеціалістів з даного питання; другий тип - ґрунтується на масовому збиранні відповідей і обробці їх статистичними методами з метою одержання «середньої» думки.

При анкетному методі обстежений результати його можуть бути викривлені, оскільки програма такого обстеження зачіпає інтереси опитуваних осіб. Останні в своїх відповідях можуть дати таку прикрасу повідомлюваним даним, яка їм вигідна, і навпаки - замовчувати не вигідні факти. Крім того, відповіді надсилають лише ті, хто зацікавлений у збиранні даних, про які йдеться у питаннях анкети. Тому анкета не завжди дає репрезентативні результати. Окремими статистиками анкета вважається вкрай недосконалим

засобом статистичного обстеження.

За часом проведення статистичні спостереження поділяють на поточні (безперервні), періодичні й одноразові.

**Поточне спостереження** полягає в безперервній реєстрації фактів і явищ у міру їх виникнення. Прикладом може бути реєстрація народжених дітей, шлюбів і розлучень у загсах, облік виробленої продукції на промислових підприємствах та ін.

**Періодичним спостереженням** називають таке, що повторюється через певні, заздалегідь установлені проміжки часу. При даному спостереженні явища реєструють через певні періоди. Прикладом періодичного спостереження може бути щомісячний звіт підприємств про стан тваринництва, а також щорічні переписи худоби станом на 1 січня.

**Одноразове спостереження** проводять для вивчення якогось явища на певний момент часу (у разі потреби). Прикладом одноразових спостережень є переписи плодючих насаджень та ін.

Статистичне спостереження здійснюється такими способами: безпосереднім, документальним і опитуванням.

**Спосіб безпосереднього спостереження** характеризується тим, що представники органів державної статистики й інших організацій записують дані у статистичні формуляри після особистого огляду, підрахунку, вимірювання чи зважування одиниць спостереження.

**Документальний** — основний спосіб статистичного спостереження. Його здійснюють на підставі документів оперативно-технічного та бухгалтерського обліку. Цей спосіб використовують при складанні підприємствами і організаціями звітності на підставі документів первинного обліку. Оскільки джерелом зведень при складанні первинних документів є безпосереднє спостереження, то при належному контролі за веденням первинного обліку і правильністю заповнення статистичної звітності документальний спосіб спостереження дає найточніші результати.

**Опитування** — це спосіб спостереження, при якому відповіді на запитання статистичного формуляра записують зі слів чи письмових відповідей опитуваних осіб. Опитування може бути **організоване** по-різному: усне (експедиційний спосіб), самореєстрацією, кореспондентським і анкетним способами.

При *усному опитуванні* працівник, який проводить спостереження, сам заповнює статистичний формуляр, розмовляючи з опитуваною особою. Так було при перепису населення у 1989 році.

При способі *самореєстрації* опитувані особи особисто заповнюють бланк формуляра згідно із вказівками щодо його заповнення. Цей спосіб спостереження застосовують, наприклад, при обстеженні бюджетів сімей.

При *кореспондентському способі* відомості статистичним органам повідомляють добровільні кореспонденти.

*Анкетний спосіб* збору даних ґрунтується, як було зазначено, на принципі добровільного заповнення адресатами анкет (листів опитування). Як правило, заповнених анкет повертається менше, ніж розсилається. Крім цього, перевірити вірогідність даних практично неможливо. Тому анкетний спосіб застосовують у тих випадках, коли не вимагається висока точність зведень, а потрібні наближені характеристики. Цей спосіб використовують при вивченні попиту населення на окремі товари чи продукти харчування і ін. Державна статистика анкетний спосіб спостереження не застосовує.

Вибір форми, виду і способу статистичного спостереження визначається характером об'єкта, що вивчається, вимогами до ступеня точності показників, фінансовими можливостями й іншими факторами.

Створення автоматизованої системи державної статистики зумовило принципово новий підхід до техніки і технології збирання інформації, її передачі, обробки і зберігання. Єдина інформаційна база у вигляді автоматизованих банків даних створила необхідні умови для інтегрованої територіально-розподільчої системи, яка здійснює шляхом одноразової фіксації нагромадження, обробку, зберігання, пошук і видачу інформації для багатоцільового і багаторазового використання. При цьому раціональним стає не тільки сам процес збирання і обробки інформації, а й удосконалюються методологія, система показників і їх статистичний аналіз із використанням економіко-математичних методів.

## **2.5. Помилки статистичного спостереження.**

### **Способи контролю інформації**

Вірогідність статистичних даних — закон державної статистики. Забезпечується вона належним складанням програми і плану спостереження, науковою організацією збирання, обробки і аналізу інформації. Хоч як старанно не було б організоване статистичне

спостереження, зібрані матеріали можуть мати різні за характером і виникненням неточності: неповне охоплення одиниць спостереження, що підлягають реєстрації; пропуски окремих записів; помилки поодиноких записів тощо. Якщо повноту охоплення одиниць спостереження і пропуски окремих показників встановити неважко, то знайти допущені похибки поодиноких записів, так звані помилки спостереження, справа не з легких. Помилки в процесі спостереження призводять до зниження його точності.

**Точністю** статистичного спостереження називають ступінь відповідності величини будь-якого показника (ознаки), встановленої за допомогою спостереження, дійсній величині. Вона вимірюється різницею або співвідношенням цих величин.

Розбіжність між величиною будь-якого показника, встановленого шляхом спостереження, і дійсним його розміром називають **помилками статистичного спостереження**. Помилки спостереження поділяють на два види: помилки реєстрації і помилки репрезентативності.

**Помилки реєстрації** виникають внаслідок неправильного встановлення фактів або неправильного їх запису у формуляр.

**Помилки репрезентативності** мають місце лише при вибірковому обстеженні і виникають внаслідок того, що вибірка сукупність недостатньо повно відтворює всю досліджувану сукупність. Докладніше помилки репрезентативності будуть описані в темі 11 «Вибірковий метод».

Помилки реєстрації можуть бути як при суцільному, так і при несуцільному спостереженні. Вони можуть бути навмисними і ненавмисними. **Навмисні** помилки є наслідком свідомого перекручення дійсності у бік збільшення або зменшення дійсних розмірів досліджуваної ознаки.

**Ненавмисні** помилки виникають незалежно від бажання осіб, які повідомляють або реєструють дані.

Ненавмисні помилки реєстрації можуть мати випадковий або систематичний характер.

**Випадкові ненавмисні помилки** реєстрації — це помилки, які виникають внаслідок різних випадкових причин: описка, обмовка і т. ін. Вони призводять до відхилень даних спостереження від фактичних розмірів ознаки з однаковою ймовірністю як у бік збільшення, так і в бік зменшення даних. При досить великій кількості одиниць спостережень випадкові помилки можуть взаємно

погашатися і не справляти істотного впливу на результати спостереження.

**Систематичні ненавмисні помилки** реєстрації виникають з певних не випадкових причин і призводять до відхилень даних спостереження від фактичних розмірів ознаки в бік збільшення або зменшення. Причиною таких помилок може бути несправність вимірювальних приладів, нечітке формулювання питань, недосконалість статистичного інструментарію, схильність людей до округлення цифр і т. ін.

Навмисні помилки реєстрації завжди мають систематичний характер.

Логічно завершується статистичне спостереження прийманням матеріалів дослідження. Коли матеріал статистичного спостереження одержано повністю від усіх одиниць, що підлягають спостереженню, перевіряють повноту (якість) заповнення бланків. Якщо при прийманні матеріалу спостереження виявлено незаповнені (або частково заповнені) бланки, це означає що при статистичному спостереженні пропущена одиниця спостереження. Тому відповідальна особа, приймаючи статистичні формуляри (бланки) в першу чергу перевіряє повноту їх заповнення і у випадку необхідності вживає заходи для їх виправлення.

Поряд з перевіркою повноти заповнення бланків здійснюється контроль за вірогідністю і правильністю відповідей. При прийманні матеріалів спостереження головна увага приділяється правильності заповнення відповідних бланків і перевірці вірогідності (точності) показників.

Контролю за вірогідністю статистичних даних статистичні органи приділяють особливу увагу. Такі функції (обов'язки) державна статистика виконує у тісному контакті з органами контролю, прокуратури і громадськими організаціями.

Із метою виявлення і усунення допущених при реєстрації помилок статистичні органи здійснюють арифметичний і логічний контроль зібраного матеріалу.

**Арифметичний контроль** полягає у перевірці точності арифметичних підрахунків і розрахунків: перевірка підсумкових показників у документах, перевірка правильності підрахунків процентів, середніх величин і т. ін.

**Логічний контроль** полягає у зіставленні відповідей на запитання і з'ясування їх логічної узгодженості. У процесі логічного

контролю можуть бути встановлені нереальні або малоправдоподібні відповіді.

Розглянемо загальні прийоми логічного контролю.

1. Зіставлення відповідей на різні взаємопов'язані питання у формулярах. Наприклад, запис у формулярі про те, що дитина дошкільного віку має середню освіту, є помилковим.

2. Порівняння записів у документі, що перевіряється, з аналогічними записами в інших документах.

3. Зіставлення звітних показників за суміжні періоди.

4. Застосування методу балансової узгодженості показників. Найчастіше використовують таку балансову рівність: наявність на початок періоду плюс надходження мінус вибуття дорівнює наявності на кінець звітного періоду.

5. Проведення безпосередньо за переписами контрольних перевірок — суцільних або вибірових.

Зазначені прийоми перевірки статистичних даних шляхом арифметичного і логічного контролю використовують як при перевірці матеріалів спеціально організованих статистичних спостережень, так і звітності. Можна стверджувати, що арифметичний контроль чітко встановлює наявність помилки, а логічний — у більшості випадків лише виявляє можливість помилки. При цьому, якщо проведення арифметичного контролю вимагає від статистика елементарної грамотності, то логічний — може здійснюватися лише висококваліфікованими спеціалістами.

Значна вірогідність статистичних даних зумовлюється діючою системою заходів, спрямованих на зменшення і уникнення помилок. Серед них слід назвати такі: якісний первинний облік; розробка наукових рекомендацій з питань перевірки вірогідності даних; добір кваліфікованих кадрів-статистиків, автоматизація статистичних робіт і т. д.

### **Рекомендована література**

1. Про державну статистику: Закон України // Голос України. – 1992. – 21.X.1992.
2. Головач А.В., Єріна А.М., Козирев О.В. та ін. Статистика: Підручник. - К.: Вища школа, 1993. – 623 с.
3. Горкавий В.К. Статистика: Навчальний посібник. - К.: Вища школа, 1994. – 304 с.

4. Лугіна О.Є., Білоусова С.В. Статистика: Підручник. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 580 с.
5. Опря А.Т. Статистика. - К.: Центр навчальної літератури, 2005 - 469 с.
6. Статистика: Підручник / С.С.Гересименко, А.В.Головач, А.М.Еріна та ін. За науковою редакцією С.С.Герасименка. – 2-ге вид., перероб. і доп. – К.:КНЕУ, 2000. – 467 с.
7. Уманець Т.В., Пігарєв Ю.Б. Статистика: Навч. посіб. – К.: Вікар, 2003. – 623 с.

### **Питання для самоконтролю**

1. Дайте визначення поняттю „статистичне спостереження”.
2. Що є об’єктом статистичного спостереження?
3. Що розуміють під суб’єктом статистичного спостереження?
4. Які документи складають для проведення статистичного спостереження?
5. За якими ознаками класифікують статистичне спостереження?
6. Назвіть форми статистичного спостереження.
7. Перелічіть види несучільного спостереження.
8. Наведіть приклади вибіркового спостереження.
9. Охарактеризуйте звітність як основну форму статистичного спостереження.
10. Які види звітності виділяють за частотою подання.
11. Як здійснюють перепис населення?
12. Поясніть поняття „помилка статистичного спостереження”.
13. За допомогою яких способів здійснюють контроль даних статистичного спостереження?

### **Завдання для самостійного виконання**

**Завдання 2.1.** За наведеним прикладом визначити мету та завдання статистичного спостереження, його об’єкт, предмет, одиницю спостереження та сукупності, запропонувати місце, час і період дослідження для наступних ситуацій:

а) планується проведення статистичне спостереження динаміки цін на сільськогосподарську техніку в Україні за 10 останніх років;

б) планується дослідити динаміку споживчих кредитів, виданих комерційними банками України;

в) планується проведення статистичного спостереження поголів'я великої рогатої худоби в сільськогосподарських підприємствах усіх форм власності Полтавської області за 5 останніх років;

г) планується проведення статистичного спостереження за рівнем продуктивності праці працівників аграрної сфери Полтавської області.

Наприклад, планується проведення дослідження динаміки цін на житло в м. Полтава в 2001-2006 рр. Елементами дослідження є:

- мета дослідження – вивчити зміни цін на житло у м. Полтава, що відбулися впродовж останніх п'яти років;
- завдання дослідження:
  - зібрати дані щодо середніх цін на житлові приміщення у м. Полтава протягом досліджуваного періоду;
  - дослідити об'єктивні та суб'єктивні чинники, що впливали на вартість житла за досліджуваний період;
  - виявити загальну тенденцію цін на житло, дати оцінку їх змін на перспективу;
- об'єкт дослідження - нерухоме майно, що належить до житлового фонду м. Полтави, яке виступало об'єктом купівлі-продажу протягом досліджуваного часу;
- предмет дослідження - номінальна (інвентаризаційна) та реальна (ринкова) вартість одиниць сукупності у національній валюті (або в умовних одиницях);
- одиниці сукупності:
  - квартири та житлові будинки приватного сектору, диференційовані за кількістю кімнат та районами розташування, що виступали об'єктами купівлі-продажу протягом досліджуваного часу;
  - або квадратні метри загальної площі житлових приміщень, диференційованих за районами розташування;
- одиниці дослідження – посадові особи агентств, бірж та інших суб'єктів ринку нерухомості, державні та приватні нотаріуси м. Полтава, що здійснюють реєстрацію угод купівлі-продажу майна;
- місце дослідження – місцезнаходження одиниць дослідження (фактична адреса);
- час дослідження – з 01.01.2001 р. по 31.08.2006 р.;
- період дослідження – з 01.09.2006 р. по 30.09.2006 р.

## Програмований контроль знань (тести)

2.1. Що являє собою статистичне спостереження?

- Збирання та аналіз даних про масові явища.
- Первинна обробка масових даних.

\* Планомірний науково організований збір даних про явища і процеси суспільного життя шляхом реєстрації по заздалегідь розробленій програмі спостереження.

- Вивчення кількісних взаємозв'язків явищ по заздалегідь розробленій програмі спостереження.

2.2. Що є об'єктом статистичного спостереження?

\* Сукупність суспільних явищ і процесів, які підлягають статистичному спостереженню.

- Сукупність масових суспільних явищ.  
- Елементи явищ, які є носіями істотних ознак, що підлягають реєстрації.

- Одиниці суспільних явищ, які підлягають спостереженню.

2.3. Що є одиницею статистичного спостереження?

\* Первинний елемент об'єкта дослідження, який є носієм істотних ознак і властивостей, що підлягають реєстрації.

- Первинний елемент масового суспільного явища.
- Декілька елементів об'єкта статистичного спостереження.
- Елементи явищ суспільного життя.

2.4. До якого виду статистичного спостереження належить звітність сільськогосподарських підприємств перед органами державної статистики?

- Вибіркове.
- Монографічне.

\* Суцільне.

- Обстеження основного масиву.

2.5. У якому документі статистичного спостереження формуються мета і завдання спостереження?

- В інструкції.
- У статистичному формулярі.

\* В організаційному плані.

- У програмі спостереження.

2.6. До якого виду статистичного спостереження належить обстеження бюджету сімей?

- До суцільного.

- До монографічного.
- До анкетного обстеження.
- \* До вибіркового обстеження.

2.7. Які види спостережень розрізняють залежно від повноти охоплення статистичної сукупності?

- \* Суцільне і несуцільне спостереження.
- Спостереження основного масиву.
- Вибіркове спостереження.
- Монографічне спостереження.

2.8. Який вид спостереження називають вибіркоvim?

- Спостереження, при якому обстеженню підлягає частина сукупності, в якій обсяг досліджуваної ознаки має питому вагу, більшу за 50% загального обсягу сукупності.

\* Спостереження, при якому обстеженню підлягає частина статистичної сукупності, відібраної на основі науково-розроблених принципів відбору.

- Спостереження, при якому обстеженню підлягає половина статистичної сукупності, відібраної на основі науково розроблених принципів відбору.

- Вид несуцільного спостереження, при якому обстежується не більше 10% сукупності.

2.9. Який вид спостереження називають обстеження основного масиву?

\* Несуцільне обстеження, при якому з усієї сукупності одиниць відбирається така її частина, в якій обсяг досліджуваної ознаки становить питому вагу більшу за 50% загального обсягу сукупності.

- Несуцільне обстеження, при якому з усієї сукупності відбираються типові одиниці спостереження.

- Вид несуцільного спостереження, яке організовується періодично впродовж господарського року.

- Обстеження, організоване за спеціальною програмою і зумовлене виробничою необхідністю.

2.10. Який вид спостереження називають монографічним?

- Різновидність суцільного спостереження.

- Спостереження, при якому здійснюється контроль інформації, одержаної при анкетуванні.

\* Детальне вивчення окремих одиниць статистичної сукупності або їх груп, подібних у певному відношенні.

- Спостереження, при якому обстежуються однорідні об'єкти.

### 2.11. Мета монографічного спостереження.

- Контроль даних вибіркового обстеження.

\* Виявлення тенденції розвитку прогресивних явищ і поширення передового досвіду.

- Корегування даних при обстеженні серій однорідних об'єктів.
- Виявлення помилок при несучільних обстеженнях.

### 2.12. За якою ознакою поділяють статистичні спостереження на поточні періодичні й одноразові?

- За вимогами до організаційних форм спостереження.

\* За часом проведення спостереження.

- За часом надходження даних статистичної звітності від підприємств.

- За організацією статистичної звітності.

### 2.13. Сутність поточного статистичного спостереження.

\* Безперервна реєстрація фактів явищ у міру їх виникнення.

- Систематична реєстрація фактів і явищ.
- Епізодична реєстрація фактів і явищ.
- Одноразова реєстрація фактів і явищ.

### 2.14. Сутність періодичного спостереження.

\* Спостереження, яке повторюється через певні, заздалегідь установлені проміжки часу.

- Спостереження, яке здійснюється за програмою монографічного обстеження.

- Спостереження, яке здійснюється на підставі документів оперативно-технічного обліку.

- Спостереження, яке проводять з метою вивчення явища у разі потреби.

### 2.15. Сутність одноразового спостереження.

- Спостереження, яке здійснюється за вимогою директивних органів.

- Спостереження за фактами та явищами шляхом їх безперервної реєстрації.

\* Спостереження, яке проводиться з метою вивчення якогось явища на певний момент часу.

- Спостереження за фактами та явищами за певний період часу.

### 2.16. До якого виду статистичного спостереження за часом належить реєстрація народжень ?

- До періодичного.

\* До поточного.

- До одноразового.
- До безпосереднього.

2.17. Які помилки визначають розбіжність між спостережуваним показником і дійсним його розміром ?

- Помилки репрезентативності.
- Помилки випадкові.
- \* Помилки статистичного спостереження.
- Помилки систематичні.

2.18. Які помилки спостереження називають помилками реєстрації?

\* Помилки, які виникають внаслідок неправильного встановлення, фактів або неправильного їх запису у формуляр.

- Помилки, які виникають внаслідок неправильного встановлення фактів.
- Помилки, які виникають внаслідок невідповідних причин.
- Помилки, які виникають внаслідок перекручення дійсності.

2.19. Що називають точністю статистичного спостереження?

- Арифметичний контроль даних спостереження.
- Вірогідність одержання об'єктивної інформації за даними спостереження.

\* Ступінь відповідності величини ознаки, встановленої за даними спостереження, дійсної величини.

- Розбіжність між величиною показника, встановленою за допомогою спостереження і дійсним його розміром.

## ТЕМА 3. ЗВЕДЕННЯ І ГРУПУВАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ

### 3.1. Зміст і завдання статистичного зведення

Статистичне спостереження, даючи об'ємний, але різноманітний матеріал про окремі явища досліджуваної сукупності, ще не дозволяє зробити будь-які висновки про цю сукупність. Адже в результаті збирання фактів дійсність стає відомою, але ще не пізнаною. Щоб за науково зібраними фактами зробити об'єктивні висновки, глибоко пізнати дійсність, ці фактори необхідно узагальнити, теоретично обміркувати.

Як відомо з викладеного раніше, статистичне спостереження збігається з першим ступенем людського пізнання дійсності – емпіричним. Теоретичне узагальнення фактів є другим ступенем складнішого процесу пізнання світу, адже на цьому етапі здійснюється наукове узагальнення статистичних даних. Таке узагальнення дає можливість встановити внутрішні зв'язки між явищами, їх кількісно-якісні перетворення. Але було б помилковим вважати, що теоретичне обміркування і узагальнення фактів здійснюється тільки після того, як зібрані факти. Обміркування матеріалів починається уже в процесі їх збирання, але процес теоретичного узагальнення здійснюється лише після того, коли зібрані всі факти, які цікавлять дослідника.

Процес теоретичного узагальнення статистичних даних, зведення фактів у єдине ціле в статистиці називають зведенням статистичних даних.

**Статистичне зведення** являє собою сукупність прийомів, які дозволяють одержати узагальнюючі статистичні показники як зведені ознаки масових явищ, що характеризують стан, взаємозв'язки і закономірності розвитку явищ в цілому.

Не треба змішувати поняття „статистичне зведення” і „зведення” у вузькому розумінні слова. Під останнім розуміють підсумовування даних про число одиниць сукупності і значень їх ознак. Тобто, це один з етапів статистичного зведення. В цілому статистичне зведення включає такі етапи: 1) статистичне групування; 2) підсумовування даних (зведення у вузькому розумінні слова); 3) табличне і графічне оформлення одержаних даних.

Одержана в процесі зведення система статистичних показників підлягає подальшому аналізу в наукових і практичних цілях.

Таким чином, статистичне зведення – це первинна наукова обробка даних спостереження для характеристики суцільного явища узагальнюючими показниками.

Зведення являє собою другий ступінь статистичного дослідження і від його якості значною мірою залежить результат всієї статистичної роботи.

За допомогою статистичного зведення розв'язують такі завдання: 1) групування даних; 2) розробка системи показників для характеристики груп і всієї статистичної сукупності; 3) обчислення групових і загальних показників; 4) зведення результатів обчислення у статистичних таблицях.

Відповідно до цих завдань статистичне зведення передбачає виконання таких операцій:

1) вторинний контроль (логічний і арифметичний) якості матеріалів статистичного спостереження;

2) шифрування, тобто присвоєння певних номерів (або літер) значенням окремих ознак, за якими здійснюється групування матеріалів;

3) розкладання матеріалів на якісно однорідні групи;

4) підрахунок підсумовуючих даних, занесення підсумків у спеціальні зведенні формуляри.

Статистичне зведення здійснюють за спеціальною заздалегідь розробленою програмою. Залежно від мети і завдань дослідження програма встановлює групувальні ознаки для утворення однорідних у певному відношенні груп, їх число, макети розроблених таблиць, які містять об'єкти дослідження і показники, що їх характеризують. Оскільки суспільні явища досить різноманітні, програма повинна бути складена так, щоб одержаний в результаті зведення матеріал характеризував досліджуване явище з різних боків.

Крім програми зведення, ще складають план його проведення; у ньому дають вказівки про послідовність і строки виконання окремих частин зведення і викладення його матеріалів, передбачають виконавців, вид зведення і способи контролю узагальнюючих даних тощо.

Таким чином, поняття статистичного зведення у широкому розумінні слова охоплює цілий комплекс статистичних операцій, спрямованих на об'єднання зареєстрованих при спостереженні

поодиноких випадків у групи, подібні у тому чи іншому відношенні; підрахунок підсумків по виділених групах і по всій сукупності в цілому; оформлення результатів групувань і зведення у вигляді статистичних таблиць.

З погляду організації розрізняють два види статистичного зведення: централізоване і децентралізоване.

**Централізоване зведення** проводять в одному центральному органі, наприклад, Державному комітеті статистики України, куди заздалегідь надсилають усі матеріали статистичного спостереження.

**Децентралізоване зведення** здійснюють поступово в різних ланках системи статистичних органів; на рівні району, області, країни. Централізований вид зведення має свої переваги перед децентралізованим у тому, що є можливість проведення його за єдиною методологією при значно менших затратах праці і високій точності розрахунків. До його недоліків слід віднести низьку оперативність використання результатів зведень на місцях і складність у виправленні виявлених помилок спостереження. Централізоване зведення має місце, як правило, у великих спеціально організованих статистичних спостереженнях (наприклад, переписи). У статистичній практиці найчастіше застосовують децентралізоване зведення; інколи ці два види поєднують.

Розрізняють зведення первинне і вторинне.

**Первинне зведення** — це таке, при якому обробка і підрахунок даних здійснюються безпосередньо в процесі статистичного спостереження. При **вторинному зведенні** обробка і підрахунок матеріалів відбуваються за результатами первинного зведення. Як правило, це стосується децентралізованого зведення.

Якщо процес зведення зводиться до звичайного підсумовування даних, тобто до одержання підсумовуючих показників, його називають **простим зведенням**. Але ним обмежуються лише у випадках, коли немає істотної різниці між досліджуваними явищами, що на практиці зустрічається дуже рідко. Як правило, досліджувані статистикою соціально-економічні явища за своїм складом неоднорідні й істотно різняться між собою. Тому завдання статистичного зведення не обмежуються простим підрахунком показників, адже в такому випадку ігноруються існуючі істотні різниці між явищами. Статистика повинна виявляти ці різниці і досконало вивчати їх. У такому разі зведення статистичних даних здійснюють шляхом їх групувань за певними ознаками з подальшим

розрахунком системи показників по кожній групі з підрахунком групових і загальних підсумовуючих показників. Зведення, що включає групування даних, називається **груповим**. Тільки методом групувань можна обробити зібрані матеріали, щоб одержати зведені узагальнюючі показники, які б об'єктивно відображували існуючі реалії у досліджуваній сукупності явищ.

Отже, статистичне групування даних спостереження є методологічною основою наукового зведення.

### **3.2. Статистичне групування, його суть, завдання і види**

Як відомо, масові суспільні явища або сукупності складаються з одиниць, які різняться між собою як якісно, так і кількісно. Ці різниці можуть бути істотними, тобто викликаними певними істотними факторами, і неістотними, що являють собою випадкові відхилення. Але і в сукупностях якісно однорідних, які мають незначну кількісну варіацію, у процесі розвитку спочатку збільшуються кількісні відмінності, а потім кількісні відмінності переходять у якісні з властивою їм уже другою мірою. Самі якісні відмінності в даних випадках виступають явно, видимо, в інших - приховано за кількісними змінами.

Тому одне з головних завдань статистики полягає в тому, щоб розділити складну, неоднорідну сукупність одиниць спостереження на однорідні всередині, але істотно різні між собою групи; своєчасно виявити за зростанням кількісних різниць якісні переходи. Таке завдання в статистиці вирішується за допомогою методу статистичних групувань.

Статистичне групування являє собою процес утворення подібних в тому чи іншому відношенні груп, який здійснюється за наявними статистичними даними. Причому процес утворення груп слід розглядати з різних боків. Якщо дослідник зустрічається з єдиною множиною різних суспільних явищ, то групування треба розглядати як уявне розчленування такої множини явищ на подібні групи (логічна операція аналізу). Якщо ж виходити з того, що, безпосередньо приступаючи до групувань, дослідник уже має дані про окремі одиниці спостереження, то групування можна розглядати як уявне об'єднання окремих одиниць у схожі групи (логічна операція синтезу). Отже, групування — це єдиний аналітико-синтетичний

процес і розчленування, і об'єднання суспільних явищ, у результаті якого утворюються відповідні групи. У ньому практично знаходить свій прояв закон великих чисел, адже у показниках, обчислених на достатньо великій кількості одиниць сукупності в групах, взаємопогашається випадковість і лишається істотне, необхідне.

Таким чином, метод статистичних групувань, крім характеристики механізму взаємодії всієї різноманітності типів і форм тих чи інших явищ, доводить істотність показників, які повинні дати характеристику стану і розвитку сукупності. А з цього випливає, що цілий ряд статистичних методів (метод середніх величин, вибірковий, кореляційно-регресійний та інші) певною мірою спирається на метод статистичних групувань як на свою основу. Як не можна проводити статистичного групування без попереднього науково обґрунтованого статистичного спостереження, так само не можна ефективно використовувати методи середніх і відносних величин, аналізу зв'язків і т. ін., не проводячи попередньо статистичних групувань (безумовно, якщо воно не закладено в самій схемі статистичного спостереження).

Що ж становить основу статистичного групування, в чому його суть?

**Групування** — невід'ємний елемент зведення, його найважливіший етап. Це процес утворення груп одиниць сукупності, однорідних у певному істотному відношенні, а також тих, що мають однакові або близькі значення групувальної ознаки. Групуванням називають розподіл статистичної сукупності на групи (частини) за рядом характерних для них ознак. Це статистичний метод розчленування складного масового явища на істотно різні групи з метою всебічної характеристики його стану, розвитку і взаємозв'язків.

Із наведеного визначення випливає, що суть методу статистичних групувань полягає у тому, що складне масове явище розглядається не як єдине нероздільне ціле, а у ньому виділяються окремі групи одиниць із статистичними показниками, які дають кількісну характеристику якісно своєрідній частині одиниць усієї сукупності. Тобто кожна з одержаних груп об'єднує однорідні одиниці сукупності. Групи встановлюють на підставі аналізу суті досліджуваного явища. У результаті внутрішньогрупових підрахунків одержують характеристику у вигляді системи статистичних показників. Необхідність такого підходу до вивчення

масових явищ зумовлюється тим, що в складних масових явищах існують якісні відмінності між окремими одиницями, адже кожна з них має свої індивідуальні риси. У цілому ж всі такі одиниці мають загальні риси, які формують дане явище. Наприклад, розглянемо урожайність зернових культур у підприємствах району. Щоб мати уявлення про урожайність, недостатньо знань лише про загальний її рівень, адже всередині даної статистичної сукупності (підприємства, району) містяться одиниці спостереження зі своїми індивідуальними властивостями. Це підприємства з конкретними природними умовами, специфікою технологій вирощування, різним рівнем забезпеченості матеріальними і трудовими ресурсами і т. ін.

Використання методу статистичних групувань знаходить місце і при вивченні якісно однорідних сукупностей, де ще не спостерігається якісних перетворень, але є кількісні відмінності. У таких випадках важливо відокремити групи з різними значеннями ознак і вивчити взаємозв'язки досліджуваних ознак з іншими ознаками даного явища. Наприклад, явище продуктивності молочного стада корів у підприємствах району розглядається як середній надій від однієї корови (за добу, декаду, місяць, рік) без врахування породного складу, року лактації, віку тварин тощо. Виділення груп підприємств за рівнем продуктивності корів дає змогу вивчати взаємозв'язки даної ознаки, тобто продуктивності корів, з іншими ознаками, такими як рівень годівлі, навантаження тварин на одного працюючого, продуктивність праці та ін.

Особливого значення метод статистичних групувань набуває у вивченні соціально-економічних явищ. Останні мають досить складний характер розвитку і якісних перетворень. До речі, сам метод групувань було розроблено стосовно до вивчення суспільних явищ і тому він знаходить широке застосування в аналізі саме соціально-економічних процесів, що відбуваються у суспільстві.

У цілому мета групувань зводиться до встановлення чисельності кожної окремо взятої групи (категорії) та вивчення впливу причин і залежностей явищ.

Метод статистичних групувань робить статистику одним з наймогутніших знарядь соціального пізнання і використовується для вирішення різних завдань, які виникають у процесі наукового статистичного дослідження. Їх можна звести до трьох основних:

- 1) виділення соціально-економічних типів явищ;
- 2) вивчення (характеристика) структури досліджуваного явища;

3) вивчення зв'язків і взаємозалежностей між явищами (характеристика взаємозв'язків між варіюючими ознаками).

Відповідно до вирішуваних завдань розрізняють такі види групувань: типологічні, структурні й аналітичні.

Із теорії групувань випливає, що зведені статистичні характеристики можна використовувати лише до якісно однорідних сукупностей. Отже, перше завдання методу групувань полягає у тому, щоб на підставі економічної теорії розподілити масу досліджуваних явищ на однорідні в соціально-економічному відношенні групи, виділити соціально-економічні типи явищ і процесів.

Таким чином, **типологічне групування** — це групування, за допомогою якого у досліджуваній сукупності явищ відокремлюються однакісні в істотному відношенні групи, перш за все класи і соціально-економічні типи. Наприклад, групування населення за соціальною ознакою — класовим складом, підприємств — за формою власності, продукції — за економічним призначенням і т. д.

Необхідність проведення типологічних групувань випливає з характеру суспільних відносин і законів, що діють у об'єктивній реальності. Якщо не проведене типологічне групування, тобто чітке розмежування соціально-економічних типів явищ, то ніякі найтонкіше прийоми наступної статистичної обробки даних досліджуваної сукупності не в змозі дати об'єктивні результати дослідження.

Прикладом типологічних групувань можуть бути дані таблиці 4.

#### 4. Групування господарств району за формою власності

| Тип господарства                             | Роки |      |      |
|----------------------------------------------|------|------|------|
|                                              | 2002 | 2003 | 2004 |
| Колективні сільськогосподарські підприємства | 30   | 31   | 31   |
| Державні сільськогосподарські підприємства   | 6    | 5    | 5    |
| Фермерські господарства                      | 36   | 42   | 46   |

Другим важливим завданням статистичних групувань є дослідження структури типових однорідних груп. Виділення якісно однотипної сукупності ще не значить, що в ній всі одиниці за всіма ознаками однакові. Наприклад, всі фермерські господарства як тип господарств однорідні, але вони істотно різняться за розмірами угідь,

наявністю техніки та знарядь, чисельністю худоби і рядом інших ознак. Виявити і дати характеристику цим відмінам - завдання статистики.

Отже, **структурне групування** (інколи його називають варіаційним) — це групування, яке характеризує розподіл одиниць однотипних (однорідних) сукупностей за будь-якими ознаками. Тобто групування, яке дозволяє виявити склад (внутрішню будову) однорідної у якісному відношенні сукупності за певними ознаками. Цей вид групувань знаходить винятково широке застосування при дослідженні соціально-економічних явищ.

Таке групування дає інформацію про те, з яких частин складається досліджувана множина явищ, яка будова типів явищ і якими показниками характеризуються окремі частини.

На відміну від пізнавального значення типологічних групувань, структурне групування для одержання висновків щодо поточного стану господарства, для оперативного керівництва роботою підприємства та його галузей служить базою для розрахунку наявних у підприємстві резервів. Так, на рівні адміністративного району можна здійснити групування підприємств (однотипних) за ознаками зростання продуктивності праці та її оплати, зниження собівартості виробництва, витрат енергетичних ресурсів, сировини тощо.

За допомогою структурних групувань вивчається перш за все внутрішня структура типів статистичних сукупностей. Таке групування здійснюється після і на основі типологічних групувань. Але інколи вивчається структура загальних сукупностей, які включають неоднорідні в певному відношенні явища. Так, досліджується структура всіх сільськогосподарських підприємств області, структура працівників тваринницької галузі і т. ін.

Якщо структурне групування здійснюється в територіальному розрізі, його називають **територіальним**.

Типологічні і структурні групування, виконані на базі показників за кілька періодів, дають уявлення про відповідні зміни досліджуваних явищ у часі.

За допомогою структурних групувань вивчають склад населення за віком, статтю, місцем проживання, національністю і т. ін.; склад робітників за стажем роботи, віком тощо; склад аграрних підприємств за видами земельних угідь тощо.

Прикладом структурних групувань можуть бути дані таблиці 5.

## 5. Склад населення області за місцем проживання, %

| Місце<br>проживання | Роки  |       |       |
|---------------------|-------|-------|-------|
|                     | 2002  | 2003  | 2004  |
| Місто               | 30,7  | 32,6  | 35,9  |
| Село                | 69,3  | 67,4  | 64,1  |
| Всього              | 100,0 | 100,0 | 100,0 |

Наступне завдання, яке вирішується за допомогою статистичних групувань — це дослідження взаємозв'язків варіюючих ознак у межах одноякісної сукупності. Такі групування називають аналітичними. **Аналітичне групування** дає змогу встановлювати та вивчати причинно-наслідкові зв'язки між досліджуваними явищами та їх ознаками (при цьому слід пам'ятати, що аналітичні функції притаманні всім видам групувань, і перш за все типологічним). Взаємопов'язані ознаки поділяють на **факторні і результативні**. При цьому групи утворюють, як правило, за факторною ознакою, а для кожної виділеної групи розраховується або середнє значення результативної ознаки, якщо вона кількісна, або відносні величини, якщо вона якісна. Взаємозв'язок проявляється у систематичній зміні результативної ознаки у зв'язку зі зміною факторної ознаки.

Прикладом аналітичного групування може бути групування підприємств за рівнем продуктивності праці, за рівнем оплати праці тощо, коли вивчається вплив цих факторних ознак на собівартість продукції — результативну ознаку.

Таблиця 6 являє собою аналітичне групування підприємств за рівнем затрат праці на виробництво 1 центнера продукції. Тут показник затрат праці є факторною ознакою, а собівартість центнера — результативною.

## 6. Вплив продуктивності праці на собівартість виробництва продукції

| Групи підприємств за рівнем<br>затрат на виробництво 1 ц, люд.-г. | Кількість<br>підприємств у групі | Собівартість<br>1 ц, грн. |
|-------------------------------------------------------------------|----------------------------------|---------------------------|
| I. 7-10                                                           | 10                               | 12,60                     |
| II. 10-13                                                         | 20                               | 16,18                     |
| III. 13-15                                                        | 6                                | 19,36                     |
| Всього                                                            | 36                               | 17,26                     |

Як бачимо, між продуктивністю праці (затратами праці) і собівартістю існує пряма залежність, адже збільшення затрат праці

зумовлює зростання собівартості, і навпаки.

Притаманним для аналітичних групувань є те, що кожна група факторної ознаки характеризується середніми величинами результативної ознаки.

Таким чином, аналітичне групування відіграє важливу роль у вивченні зв'язків між ознаками, виявляючи цей зв'язок і створюючи можливість його кількісної характеристики.

Основні завдання, які вирішують статистичні групування, тісно пов'язані між собою, взаємно переплітаються і доповнюють одне одного. Тому розмежування трьох видів групувань (типологічні, структурні і аналітичні), коротка характеристика яких наведена вище, є певною мірою умовним. В окремих випадках одне й те саме групування дає можливість виявити типи явищ, охарактеризувати їх структуру і констатувати наявність певних взаємозв'язків між ознаками.

Складні явища, які мають багато істотних сторін (наприклад, сільськогосподарське виробництво), не можна всебічно охарактеризувати одним групуванням; необхідна, як правило, система їх (наприклад, групування за виробничим напрямом, за продуктивністю праці, за рівнем її фондоозброєності і т. д.).

У зв'язку із зазначеним вище, назва «аналітичні групування» не зовсім вдала, адже таке визначення рівною мірою стосується типологічних і структурних групувань, оскільки вони несуть в собі також пізнавальні, тобто аналітичні функції. Більш вдало, на наш погляд, їх суть відображує назва «факторно-результативні групування», адже їх призначення — виявляти зв'язки між факторними і результативними ознаками. Основою такого виду групувань є вивчення дії зміни однієї або кількох факторних ознак на зміну результативної ознаки.

Розрізняють групування за однією ознакою — просте групування і групування за двома і більше ознаками — комбінаційне групування. При комбінаційному групуванні групи, виділені за однією ознакою (наприклад, за виробничим напрямом), розбиваються на підгрупи за другою ознакою (наприклад, за рівнем продуктивності праці). Комбінаційне групування має більш широкі аналітичні можливості, ніж просте, його використовують переважно для вивчення взаємозв'язків між ознаками. Порядок комбінації ознак обґрунтовується економічно і може бути легко змінений (при необхідності). Якщо по кожній з ознак є підсумкова група,

комбінаційне групування можна «згорнути» у будь-якому напрямі в просте.

Наведемо приклад (схему) комбінаційного групування сільськогосподарських підприємств за трьома ознаками: за розміром площ сільськогосподарських угідь, якістю та рівнем удобреності ґрунтів (табл. 7).

#### 7. Макет таблиці комбінаційного групування за трьома ознаками

| Групи підприємств за площею с.-г. угідь, га | Підгрупи підприємств за якістю ґрунту, балів                                 | Підгрупи підприємств за кількістю внесених мінеральних добрив на 1 га, ц діючої речовини |                         |                           |        |
|---------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|---------------------------|--------|
|                                             |                                                                              | С <sub>1</sub> -до 2,0                                                                   | С <sub>2</sub> -2,0-2,5 | С <sub>3</sub> -понад-2,5 | Всього |
| А <sub>1</sub> -до 4600                     | В <sub>1</sub> - до 60<br>В <sub>2</sub> -60-70<br>В <sub>3</sub> - понад 70 |                                                                                          |                         |                           |        |
|                                             | Всього                                                                       |                                                                                          |                         |                           |        |
| А <sub>2</sub> - 4600-5000                  | В <sub>1</sub> - до 60<br>В <sub>2</sub> -60-70<br>В <sub>3</sub> - понад 70 |                                                                                          |                         |                           |        |
|                                             | Всього                                                                       |                                                                                          |                         |                           |        |
| А <sub>3</sub> - понад-5000                 | В <sub>1</sub> - до 60<br>В <sub>2</sub> -60-70<br>В <sub>3</sub> - понад 70 |                                                                                          |                         |                           |        |
|                                             | Всього                                                                       |                                                                                          |                         |                           |        |
| Всього                                      | В <sub>1</sub> - до 60<br>В <sub>2</sub> -60-70<br>В <sub>3</sub> - понад 70 |                                                                                          |                         |                           |        |
|                                             | Всього                                                                       |                                                                                          |                         |                           |        |

В останньому підсумковому розділі, який об'єднує підприємства незалежно від розмірів площ сільськогосподарських угідь, знаходяться дані по підприємствах, згрупованих лише за двома ознаками: за якістю ґрунтів і рівнем їх удобреності. Вибираючи три підсумкових рядки в кожному розділі, знайдемо групи за розміром площ сільськогосподарських угідь і рівнем удобреності у колонках, об'єднаних у вертикальну рубрику «всього», — комбінацію розміру угідь і удобреності площ. Просте групування за розміром площ сільськогосподарських угідь знаходимо по горизонтальних рядках «всього» у тій же вертикальній рубриці; просте групування за якістю ґрунтів — у тій самій вертикальній рубриці у її нижньому розділі (останніх чотирьох рядках); просте групування за рівнем внесених

добрив на одиницю площі — у останньому рядку таблиці.

У кінці таблиці праворуч внизу дається загальний підсумок по всій сукупності сільськогосподарських підприємств ( $\Sigma$ ).

За групувальні ознаки можна брати синтетичні результативні показники господарської діяльності (наприклад, собівартість 1 ц продукції, рівень рентабельності і т. ін.) і ознаки, які є факторами виробництва. У першому випадку групування називають **результативним**, у другому — **факторним**.

Групування за результативними ознаками дозволяють досить надійно виділити виробничі типи і дати в середньому характеристику їх особливостям. Але вони не дають можливості виділити всю різноманітність форм і показати ступінь впливу того чи іншого фактора на результат виробництва. Групування за факторами дає змогу показати різноманітність виникаючих форм і ступінь впливу того чи іншого фактора на результативні показники.

За допомогою факторних групувань встановлюються і вивчаються причинно-наслідкові зв'язки між ознаками однорідних явищ, виявляються фактори розвитку сукупності. Зокрема, це стосується аналітичних групувань, хоча аналітичні функції (як вже було сказано раніше) притаманні типологічним і структурним групуванням.

Факторні групування ґрунтуються на вивченні того, як у масових явищах зі зміною одного або кількох факторних ознак змінюється результативна ознака.

При вивченні соціально-економічних зв'язків за допомогою факторних групувань треба дотримуватись певних правил. На думку І. П. Суслова, їх можна звести до таких:

1. Факторні ознаки служать основою групувань; з метою зручності і можливості зіставлення їх зображують, як правило, у вигляді рівних закритих інтервалів; число інтервалів беруть від 3 до 6—8, встановлюють його шляхом проб різних варіантів (методичні підходи щодо встановлення числа груп розглянуто в наступному параграфі).

2. Результативну ознаку дають у вигляді інтенсивних статистичних показників. Для більшої визначеності і наочності ці ознаки часто підлягають деяким перетворенням.

3. Оскільки найважливішою підставою вивчення зв'язків за допомогою факторних групувань є положення про можливість погашення впливу інших причин, то правильні висновки можуть бути

зроблені лише на підставі груп і підгруп досить великого обсягу.

Далі автор відмічає, що факторні групування дають можливість робити висновки про наявність зв'язку, про його форму (прямий, обернений) і наближено характеризувати тісноту зв'язку.

Результати аналітичних групувань треба по можливості оцінювати з погляду їх істотності. Це завдання вирішується за допомогою розрахунків тих чи інших математичних критеріїв. Питання про їх застосування розглянуто далі.

В аналітичній роботі часто виникає питання — яким ознакам віддавати перевагу при групуванні: факторним чи результативним?

Факторні ознаки мають важливіше аналітичне значення, даючи можливість кількісно оцінити вплив окремих факторів на досліджувані явища. Результативні ознаки, оскільки в основу групувань покладено результат впливу багатьох факторів, дозволяють у певних випадках «бачити» загальні типові різниці незалежно від форм, в яких вони виступають. Такі групування досить ефективні в аналізі соціально-економічних явищ, коли ставиться на меті принципова розвідувальна оцінка зв'язку різних факторів, які наводяться у присудку таблиці, з групувальною результативною ознакою.

На жаль, цей вид статистичних групувань ще не знайшов широкого використання у аналітичній роботі науковців і практичних працівників у галузі економіки.

При статистичному групуванні велике пізнавальне значення має поєднання факторних і результативних ознак. У такому разі будуються комбінаційні групування за формою факторно-результативних або результативно-факторних. Тобто, одна з групувальних ознак є факторною, друга — результативною. Вибір схеми «факторно-результативна» чи «результативно-факторна» залежить від мети дослідження, знання природи економічних явищ і досконалого володіння методикою статистичних групувань.

### **3.3. Методологія статистичних групувань**

Науковому статистичному групуванню передують теоретико-економічний аналіз досліджуваного явища. і разом з тим використання сучасних статистичних методів дозволяє кількісно оцінити ступінь однорідності виділених груп, здійснити відбір

істотних групувальних ознак, удосконалювати методику визначення величини інтервалів групувань.

Групування статистичної сукупності починають з вибору групувальних ознак. Але процедурі відбору ознак передують досить важливий етап дослідницької роботи, пов'язаний із з'ясуванням тенденцій розвитку явища, специфіки розвитку досліджуваних об'єктів та ін.

Від вибору групувальної ознаки залежить розв'язання питання про утворення груп. Групування за атрибутивною ознакою обмежується кількістю значень ознаки. Наприклад, поголів'я спортивних коней можна поділити лише на таку кількість груп за породним складом, скільки фактично є таких порід.

Після відбору групувальної ознаки постає питання про кількість груп, на які буде розподілена досліджувана сукупність, і про межі груп. Розв'язання даного питання залежить від конкретних умов і завдань.

На цьому етапі встановлюють величину і границі кожного інтервалу. Оскільки характер реально існуючих сукупностей та їх розподіл досить різноманітні, то існують різні методичні підходи у вирішенні питання про кількість груп. Загальним принципом, з якого треба виходити, є характер матеріалу та чисельність досліджуваної сукупності. Характерні особливості розподілу не виявляються, якщо при невеликій сукупності одиниць спостереження взяти велике або дуже мале число груп. До цього питання існують різні підходи. Розглянемо їх.

Групувальна ознака може змінюватися дискретно, тобто перервно і безперервно. Якщо мінливість ознаки має дискретний характер, число груп варіаційного ряду, як правило, визначається числом цих дискретних значень (якщо їх небагато). Наприклад, групування підприємств за наявністю виробничих бригад - 1,2,3 і т. д.

При мінливості ознаки безперервного характеру звертають увагу на ранжирований ряд (ряд, в якому значення ознаки знаходяться у порядку зростання чи спадання). Якщо зростання рівнів групувальної ознаки відбувається з плавними переходами, перевага віддається **рівним інтервалам**. У разі стрибкоподібних змін групувальної ознаки будують групи з **нерівними інтервалами**. Границі у таких випадках встановлюють, як правило, в точках різких переходів.

Таким чином, у процесі групування за кількісною ознакою для

обмеження окремих груп утворюють рівні або нерівні інтервали.

Питання визначення кількості груп в умовах порівняно поступових змін групувальної ознаки (у ранжированому ряду) може вирішуватися з різних методичних підходів.

Орієнтовно число інтервалів (груп) можна визначити шляхом добування квадратного кореня з обсягу досліджуваної сукупності. При цьому число інтервалів не повинно бути меншим 5 і більшим 20. Так, при чисельності вибірки 50 одиниць спостереження число інтервалів дорівнює  $7 (\sqrt{50})$ .

Якщо сукупність невелика за обсягом, інтервальний ряд будують таким чином, щоб у крайні групи (першу і третю) потрапило по 25% одиниць сукупності, а в середню — 50%. У цьому випадку групування складається з трьох нерівних інтервалів. Наприклад, сукупність з 28 підприємств матиме розподіл: I група — 7 одиниць, II — 14, III — 7 одиниць.

Визначення числа груп, запропоноване Стерджессом, полягає у розрахунку формули:  $\eta_{im} = 1 + 3,322 \lg n$ ,

де  $\eta_{im}$  — число груп (інтервалів);

$n$  — чисельність сукупності.

Застосовуючи цю формулу, будемо мати сукупності розміром 10-100 одиниць 4-7 груп: 100-1000 одиниць — 7-10; 1000-10000 — 12-14 груп. Як бачимо, відносне зростання числа груп із збільшенням сукупності відбувається досить інтенсивно в інтервалі 10—100 одиниць і уповільнюється в інтервалі 100—1000 одиниць. Майже зовсім відсутнє таке зростання у інтервалі 1000—10000 одиниць сукупності.

Потрібно відмітити, що підхід досить формальний і небезпечний, який звільнює від можливості економічного мислення. Адже підводити умовно кожний своєрідний емпіричний розподіл під єдиний тип без врахування особливостей конкретних сукупностей не можна.

Слід визнати найвдалішими рекомендації В. П. Левинського, який пропонує своєрідні нормативи числа інтервалів, зумовлені обсягами досліджуваної сукупності (табл. 8).

Якщо число одиниць спостереження налічується до 40, число інтервалів становитиме 3 або 5. Розподіл сукупності на 4 групи небажаний, адже в такому випадку втрачається середня група (інтервал).

## 8. Рекомендоване число груп для різної кількості спостережень

| Кількість одиниць спостережень | Рекомендоване число інтервалів (груп) |
|--------------------------------|---------------------------------------|
| 40-60                          | 6-8                                   |
| 60-100                         | 8-10                                  |
| 100-200                        | 10-12                                 |
| 200-500                        | 12-17                                 |

Перевага рекомендації В.П.Левинського у порівнянні з рекомендацією Стерджесса у тому, що вона не так жорстко пов'язує число груп з чисельністю одиниць спостереження. А в такому разі дослідникові надається можливість певного вибору числа груп залежно від характеру сукупності. В економічних дослідженнях найбільш поширений обсяг сукупності 100-500 одиниць. За формулою Стерджесса число груп дорівнюватиме 7-10, за рекомендацією В. П. Левинського - від 10 до 17 груп.

Слід пам'ятати, що кількість обраних інтервалів (груп) залежить від коливності групувальної ознаки: чим вона більша, тим більше треба утворювати груп. Треба також намагатися, щоб виділені групи були достатньо заповнені одиницями спостереження. Наявність незаповнених інтервалів або потрапляння в них лише окремих одиниць сукупності - результат того, що невдало обрано інтервали, кількість їх взята, ймовірно, зайва. Наявність малонаповнених інтервалів (груп) має право на існування лише по краях групування, де концентруються характеристики як передових, так і відстаючих показників за розміром відносно середнього рівня. Особливо це стосується структурних групувань. Кількість груп тут не повинна бути досить великою чи досить малою. У першому випадку є ризик загубитися у дрібницях, у другому - не виявити досить важливі властивості досліджуваної сукупності. Оптимальна кількість інтервалів дозволяє викрити всі істотні особливості досліджуваної сукупності.

Отже, якщо вирішено питання про визначення числа груп, на яке буде поділена сукупність, вихідні варіанти розташовують у ранжирований ряд за групувальною ознакою. В умовах відсутності ускладнюючих обставин, тобто наявності порівно поступових змін факторної ознаки, найпростішим способом визначення величини інтервалу при побудові рівновеликих інтервалів буде відношення:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n},$$

де  $i$  - величина інтервалу;

$x_{\max}$  і  $x_{\min}$  - відповідно максимальна і мінімальна варіанти;

$n$  - задане число груп (інтервалів).

У випадках, коли невелика частина сукупності значно віддалена за розміром групувальної ознаки від сукупності основного масиву, за  $x_{\max}$  приймається максимальна варіанта основного масиву.

Існують рекомендації щодо встановлення величини інтервалу групувань з деякими поправками до попередньої формули. У цьому випадку формула набуває вигляду: 
$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min} + 1}{n},$$

У випадках, коли максимальне і мінімальне значення у ранжированому ряду групувальних ознак значно відрізняється від решти показників, за  $x_{\max}$  приймається суміжне наступне значення ознаки  $x_{\max+1}$ , а за  $x_{\min}$  суміжне попереднє її значення  $x_{\min-1}$ .

У ряді випадків вихідна величина інтервалу групувань задається дослідником, а число груп у такому разі є похідним, тобто: 
$$\frac{x_{\max} - x_{\min}}{i} = n$$

Якщо розрахована величина рівного інтервалу становить дробове число, його заокруглюють до цілого, цим самим розширюючи границі, якими охоплює інтервал розмаху коливання значень групувальної ознаки.

Маючи встановлене число інтервалів і величину інтервалу, визначають границі інтервалів (груп). Так, нижня границя першого інтервалу ( $x_1$ ) встановлюється за мінімальною варіантою ( $x_{\min}$ ). Верхня границя цього інтервалу ( $x_2$ ) дорівнюватиме ( $x_{\min+i}$ ). Нижня границя другого інтервалу відповідає (умовно) верхній границі першого інтервалу ( $x_2$ ), а верхня границя другого інтервалу ( $x_3$ ) дорівнюватиме ( $x_2+i$ ) і т. д. При встановленні границь інтервалів (груп) необхідно пам'ятати, що верхня границя завжди менша від нижньої границі наступного інтервалу на ціну поділки, тобто одиницю виміру.

Приклад. Дані про середньоденну зарплату працівників 57 підприємств згрупувати, утворивши групи з рівними інтервалами.

На першому етапі визначають кількість інтервалів. Згідно з вищезазначеним, для сукупності одиниць спостереження 40—60 рекомендована кількість інтервалів дорівнює 6—8. Вибираємо число інтервалів 7, тобто поділимо сукупність на 7 груп за розмірами показників зарплати.

Вихідні дані: 29,3; 31,0; 21,5; 21,4; 28,3; 35,7; 37,6; 19,8; 23,8;

21,6; 32,8; 27,6; 42,7; 27,2; 32,3; 30,1; 30,2; 25,8; 24,6; 25,4; 29,8; 28,4; 21,7; 27,5; 23,8; 37,4; 26,7; 16,5; 29,0; 21,1; 36,2; 29,6; 21,1; 26,3; 21,5; 27,5; 29,5; 24,3; 21,3; 30,4; 30,4; 39,5; 25,8; 26,6; 24,4; 32,3; 26,6; 25,9; 32,8; 29,3; 32,3; 25,3; 32,6; 21,5; 23,3; 27,1; 29,6.

Розмістивши варіанти в ранжирований ряд, маємо: 16,5; 19,3; 19,8; ... 37,6; 39,5; 42,7.

Крок інтервалу дорівнюватиме:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n_{ipm}} = \frac{42,7 - 16,5}{7} \approx 4$$

Заокругливши до цілих варіанти, розрахуємо нижні і верхні границі інтервалів: I - 16+4 — 20 (тобто 16—20); II — 20+4 (тобто 20—24) тощо.

Будуємо макет таблиці групованого розподілу частот результатів спостереження (табл. 9).

#### 9. Групування підприємств за рівнем денної зарплати

| Групи підприємств за рівнем зарплати, грн. | Кількість підприємств |
|--------------------------------------------|-----------------------|
| I - до 20                                  | 3                     |
| II - 20-24                                 | 11                    |
| III - 24-28                                | 17                    |
| IV - 28-32                                 | 14                    |
| V - 32-36                                  | 7                     |
| VI - 36-40                                 | 4                     |
| VII - понад 40                             | 1                     |
| Всього                                     | 57                    |

Наведений у таблиці ряд пар чисел складає емпіричний розподіл частот  $n_i$ - за значеннями  $x_i$ .

Сума частот дорівнює обсягу вибіркової сукупності ( $\sum n_i = n = 57$ ).

Як уже було зазначено раніше, застосування методу статистичних групувань у дослідженні соціально-економічних явищ (так само як і інших видів явищ) повинно ґрунтуватися на знанні теоретичних положень і їх вимог. Чисто емпіричний підхід до узагальнення матеріалів спостереження може призвести до того, що дані, зібрані за науковими принципами і ретельно перевірені, можуть виявитися непридатними для поглибленого вивчення того чи іншого явища.

Теорія групувань вимагає одержання всебічної характеристики досліджуваного явища або його типів. Виділити і охарактеризувати типи можна лише за умов попереднього теоретичного висвітлення факторів, при поєднанні статистичних методів узагальнення з теоретичними положеннями наук, що вивчають дане явище.

Одним з основних положень теорії групувань вважається виділення із всієї різноманітності зв'язків основного процесу, який визначає всі інші зміни явища і веде до якісних перетворень.

На наступному етапі теоретичного обґрунтування з'ясовують, які нові якісні зміни відбуватимуться в ході розвитку даного процесу, тобто, які нові типи даного явища знаходять свій прояв і які виявляються їх найбільш істотні риси.

Викладене вище дає підстави стверджувати, що практичному застосуванню методу статистичних групувань передують ретельний теоретичний аналіз факторів, виявлення головного напрямку розвитку досліджуваного явища і виділення із складної сукупності окремих груп одиниць, які належать до різних типів.

Але тут слід відзначити, що попереднє теоретичне вивчення даних при групуваннях не є догмою і не означає, що метод групувань відіграє певну технічну, тобто пасивну, роль в аналізі. Це зовсім не так. Використання статистичних групувань дає змогу одержати кількісну характеристику стану досліджуваних явищ, виявити якісні перетворення, перевірити наукові гіпотези відносно напрямку розвитку явища і цим самим збагатити теорію питання, поставленого на дослідження.

Якщо вивчено зміст основного процесу і встановлено типи явищ, приступають до з'ясування основних форм, в яких здійснюється розвиток типів явищ. Відповідно до форм розвитку явищ відбирають найбільш істотні ознаки, які дозволяють виділити групи із якісно однорідних одиниць спостереження. Врахування форм розвитку явища має велике значення при застосуванні статистичних групувань. Нехтування цим методичним положенням може призвести до суб'єктивних висновків за результатами групувань, адже в такому разі є ймовірність змішування явищ і викривлення дійсних кількісних характеристик. Наприклад, якщо згрупувати сільськогосподарські підприємства області за чисельністю поголів'я великої рогатої худоби, можна дійти висновків, що зі зменшенням поголів'я з розрахунку на одне підприємство підвищується ефективність виробництва, що слід вважати необ'єктивним. Такий суб'єктивний

висновок пояснюється тим, що при групуванні не враховано форми розвитку типів підприємств, оскільки в групу нечисленних за кількістю худоби підприємств потрапили такі, що мають високорозвинений рівень виробництва взагалі або спеціалізуються на виробництві окремих видів рослинницької продукції, маючи для цього відповідні оптимальні умови виробництва. Відповідно до форм розвитку типів при такому групуванні повинні враховуватися ознаки, які характеризують безпосередньо і розмір тваринництва, і характер виробництва (його інтенсивність, концентрацію, спеціалізацію і т. ін.).

Таким чином, метод статистичних групувань дає об'єктивні результати в аналізі лише за умов, коли за виділеними групами буде розраховано комплекс найбільш істотних статистичних показників, що характеризують основні сторони і взаємозв'язки досліджуваних явищ. Відбір показників здійснюють з урахуванням теоретичних положень окремих наук, які розкривають якісні особливості суті досліджуваних процесів, а також з урахуванням вимог статистичної науки, яка вимагає наявності достатньо великої чисельності одиниць спостереження у групах і застосування найбільш істотної форми показників. Важливим моментом у практичному використанні результатів групувань слід вважати процес перевірки їх на вірогідність. Це питання потребує детального розгляду окремо.

На початковому етапі здійснення статистичних групувань перевіряють «сумнівні» варіанти на належність їх до ряду розподілу. Із цією метою використовують  $\tau$ -критерій. Так, перш ніж розрахувати величину рівновеликого інтервалу, попередньо оцінюються крайні варіанти ранжированого ряду розподілу на належність їх до останнього. Критерієм належності сумнівних варіант до досліджуваної сукупності виступає стандартизоване відхилення значень сумнівних варіант (це, як правило, мінімальна і максимальна й близькі до них варіанти) від середньої. Розмір стандартизованого відхилення не повинен перевищувати число 3, тобто:

$$\tau = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x} \leq 3,$$

де  $\tau$  — критерій належності;

$x_i$  — максимальне і мінімальне значення групувальної ознаки;

$\sigma_x$  — середнє квадратичне відхилення.

Розглянемо розрахунок названого критерію на прикладі вибіркової сукупності показників середньоденної зарплати, наведеної

вище,  $s$  визначимо належність максимальної (42,7) і мінімальної (16,5) варіанти до цієї сукупності (табл. 10).

#### 10. Розрахунок $\tau$ - критерію по вибірковій сукупності показників денної зарплати

| Інтервал | Варіанти<br>(центр) $x_i$ | Частота | Розрахункові дані |                 |                     |                         |
|----------|---------------------------|---------|-------------------|-----------------|---------------------|-------------------------|
|          |                           |         | $x_i n_i$         | $x_i - \bar{x}$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(x_i - \bar{x})^2 n_i$ |
| До 20    | 18<br>(умовно)            | 3       | 54                | -10             | 100                 | 300                     |
| 20-24    | 22                        | 11      | 242               | -6              | 36                  | 396                     |
| 24-28    | 26                        | 17      | 442               | -2              | 4                   | 68                      |
| 28-32    | 30                        | 14      | 420               | 2               | 4                   | 56                      |
| 32-36    | 34                        | 7       | 238               | 6               | 36                  | 252                     |
| 36-40    | 38                        | 4       | 152               | 10              | 100                 | 400                     |
| Понад 40 | 42<br>(умовно)            | 1       | 42                | 14              | 196                 | 196                     |
| Всього   | -                         | 57      | 1590              | -               | -                   | 1668                    |

За даними робочої таблиці 10, обчислюємо  $\bar{x}$  і  $\sigma_x$ .

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{1590}{57} = 28; \quad \sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i}} = 5,39.$$

$$\tau_{\max} = \frac{42,7 - 28}{5,39} = 2,73; \quad \tau_{\min} = \frac{16,5 - 28}{5,39} = -2,13.$$

По одержаних результатах розрахунків  $\tau$  -критерію робимо висновок, що максимальна і мінімальна ознаки у досліджуваній сукупності є типовими для неї, адже їх розміри не перевищують числа 3 ( $-2,13, 2,73 < 3$ ).

(Оскільки обчислення спеціальних параметрів  $\bar{x}$  і  $\sigma_x$  буде предметом розгляду спеціальних тем, розрахунок даних статистичних характеристик тут не коментується).

### 3.4. Вторинне групування

Необхідність вторинного групування виникає у двох випадках: 1) коли потрібно зведені раніше дані у невиправдано малі групи перетворити у більш великі типові; 2) коли виникає потреба у порівняльній і узагальнюючій оцінці явищ за матеріалами, які зібрані у різних місцях, що різняться специфічними умовами.

Потреба у перегрупованні даних також має місце, якщо інформація зібрана у різні періоди часу і належить до різних галузей людської діяльності, тобто дані різнобічні.

Що ж собою являє вторинне групування?

**Вторинне групування** — це утворення нових груп на основі здійсненого раніше групування статистичних даних. Застосовується цей вид групувань при порівнянні двох групувань з неоднаковими інтервалами, при перетворенні ряду розподілу з нерівними інтервалами у ряд розподілу з рівними інтервалами. Не можна, наприклад, порівняти груші господарств, якщо в один період було утворено 7 груп за площею угідь з одними границями інтервалів, а в другий період - 9 груп з іншими границями інтервалів. Для порівнюваності цих груп треба їх звести до зіставного виду, що досягається вторинним групуванням.

Розрізняють два способи вторинного групування: 1) укрупнення інтервалів первинного групування; 2) перегруповання за питомою вагою груп у загальному підсумку, тобто на основі закріплення за кожною групою певної частки одиниць сукупності.

До вторинного групування звертаються при вирішенні таких завдань: 1) утворення якісно однорідних груп (типів); 2) приведення двох (і більше) групувань з різними Інтервалами до єдиного виду з метою порівнюваності; 3) утворення укрупнених груп, в яких яскравіше проявляється характер розподілу.

Розглянемо на прикладі даних таблиці 11, як виконуються розрахунки за першим способом вторинного групування.

Оскільки утворені групи підприємств різних районів за розміром орної площі не збігаються між собою, безпосереднє зіставлення результатів групувань підприємств цих двох районів неможливе. Тому для зіставності даних здійснюють перегруповання підприємств другого району, взявши за основу групи підприємств за розміром орної площі першого району. Результати вторинного групування представлено у вигляді таблиці 12, до якої занесена інформація по першому району без змін. Створене вторинне групування містить першу групу підприємств з розміром орної площі до 600 га. У неї увійшли підприємства двох груп другого району (до 300 га і 300-600 га). Показники кількості підприємств і процентів до підсумку підприємств і орних площ одержуємо, підсумовуючи відповідні дані для цієї об'єднаної групи ( $3+4=7$ ;  $10+13=23$ ;  $2+4=6$ ).

### 11. Групування підприємств за розміром орної площі

| Групи підприємств за розміром орної площі, га | Кількість підприємств | % до підсумку |             |
|-----------------------------------------------|-----------------------|---------------|-------------|
|                                               |                       | підприємств   | орної площі |
| Перший район                                  |                       |               |             |
| До 600                                        | 3                     | 13            | 6           |
| 1000-2000                                     | 8                     | 33            | 25          |
| 2000-3000                                     | 5                     | 21            | 46          |
| Понад 3000                                    | 2                     | 8             | 15          |
| Всього                                        | 24                    | 100           | 100         |
| Другий район                                  |                       |               |             |
| До 300                                        | 3                     | 10            | 2           |
| 300-600                                       | 4                     | 13            | 4           |
| 6000-1000                                     | 6                     | 19            | 9           |
| 1000-1500                                     | 8                     | 16            | 29          |
| 1500-2000                                     | 5                     | 16            | 25          |
| 2000-3000                                     | 3                     | 10            | 26          |
| Понад 3000                                    | 2                     | 6             | 5           |
| Всього                                        | 31                    | 100           | 100         |

### 12. Групування підприємств за розміром орної площі

| Групи підприємств за розміром орної площі, га | Перший район          |               |             | Другий район          |               |             |
|-----------------------------------------------|-----------------------|---------------|-------------|-----------------------|---------------|-------------|
|                                               | кількість підприємств | % до підсумку |             | кількість підприємств | % до підсумку |             |
|                                               |                       | підприємств   | орної площі |                       | підприємств   | орної площі |
| До 600                                        | 3                     | 13            | 6           | 7                     | 23            | 6           |
| 1000-2000                                     | 6                     | 25            | 8           | 6                     | 19            | 9           |
| 2000-3000                                     | 8                     | 33            | 25          | 13                    | 42            | 54          |
| Понад 3000                                    | 5                     | 21            | 46          | 3                     | 10            | 26          |
| Всього                                        | 2                     | 8             | 15          | 2                     | 6             | 5           |

Друга група підприємств першого району і третя група підприємств другого району збігаються між собою за величиною інтервалу. Третя група першого району поєднує в собі четверту і п'яту групи другого району, тому дані присудка таблиці тут об'єднують шляхом підсумовування. Інтервали четвертої і п'ятої груп збігаються з інтервалами площ оранки шостої і сьомої груп підприємств другого району, тому дані кількості підприємств, процент їх до підсумку і питома вага орної площі тут заносяться з однієї таблиці в другу без змін.

Таким чином, одержана інформація в результаті перегрупування

забезпечує зіставність даних, оскільки для обох районів взято однакові групи за розміром орних площ.

Який можна зробити висновок при порівнянні підприємств двох районів? Дані перегрупувань свідчать про те, що в першому районі питома вага великих підприємств (за показником орної площі) вища, ніж у другому районі ( $46+15 = 61 > 26+5 = 31$ ).

Перегрупування даних за другим способом (за питомою вагою) являє собою дещо складніший процес в аналітичному і обчислювальному його розумінні. Розглянемо цей спосіб вторинного групування на прикладі результатів групувань підприємств двох районів з розміром посівної площі (табл. 13).

### 13. Групування підприємств за розміром посівної площі

| Групи підприємств<br>за розміром<br>посівної площі, га | Кількість<br>підприємств | Посівна<br>площа, га | % до підсумку |              |
|--------------------------------------------------------|--------------------------|----------------------|---------------|--------------|
|                                                        |                          |                      | підприємств   | площі посіву |
| Перший район                                           |                          |                      |               |              |
| До 1000                                                | 3                        | 2400                 | 15            | 6            |
| 1000-2000                                              | 8                        | 12000                | 40            | 30           |
| 2000-3000                                              | 7                        | 17600                | 35            | 44           |
| Понад 3000                                             | 2                        | 8000                 | 10            | 20           |
| Всього                                                 | 20                       | 400000               | 100           | 100          |
| Другий район                                           |                          |                      |               |              |
| До 750                                                 | 3                        | 2100                 | 10            | 4,2          |
| 750-1500                                               | 9                        | 11000                | 30            | 22,0         |
| 1500-3000                                              | 15                       | 27000                | 50            | 54,0         |
| Понад 3000                                             | 3                        | 9900                 | 10            | 19,8         |
| Всього                                                 | 30                       | 50000                | 100           | 100,0        |

Як свідчать дані таблиці 13, інтервали груп підприємств першого і другого районів не порівнянні між собою, а сукупності різняться кількістю підприємств і питомою вагою посівної площі. Отже, таке групування не піддається порівнянню, а тому слід здійснити перегрупування одного з рядів розподілу. Взявши за основу для порівняння перший ряд розподілу (групування першого району), перегрупуємо підприємства другого ряду розподілу (другий район), утворивши нові групи в такій послідовності.

В інтервал підприємств з посівною площею до 1000 га першої групи вторинного групування включаємо підприємства з інтервалом посівної площі до 750 га першої групи первинного групування. Решту підприємств з інтервалом посівної площі 750-1000 га відокремлюємо

з інтервалу 750-1500 первинного групування, що становить  $1/3$  даного інтервалу ( $250/750$ ). Таким чином, перша група вторинного групування об'єднує в собі повністю першу групу первинного групування (3 підприємства) і  $1/3$  підприємств другої групи первинного групування ( $1/3 \times 9 = 3$ ), що становить разом 6 підприємств ( $3+3$ ), або 20 % від загальної кількості ( $6:30 \times 100$ ).

У другу групу підприємств (інтервал 1000-2000) вторинного групування увійдуть  $2/3$  підприємств другої групи і  $1/3$  підприємств третьої групи первинного групування ( $2/3 \cdot 9 + 1/3 \cdot 15 = 6 + 5 = 11$ ); що становить 37% їх загальної сукупності ( $11 : 30 \times 100$ ).

У третю групу підприємств (інтервал 2000-3000) вторинного групування увійдуть  $2/3$  підприємств третьої групи первинного групування ( $2/3 \cdot 15 = 10$ ), а це 33 % їх загальної кількості ( $10:30 \cdot 100$ ).

Інтервал четвертої групи вторинного групування збігається з інтервалом четвертої групи первинного групування (посівна площа понад 3000 га), тому дані заносяться без змін.

За результатами наведених вище розрахунків обчислюються у відповідних пропорціях відносні показники кількості підприємств і розміру посівної площі і заносяться у таблицю 14. Інформація останньої містить групування підприємств двох районів, які можна порівнювати між собою.

#### 14. Групування підприємств за розміром посівної площі, %

| Групи підприємств за розміром посівної площі, га | Перший район          |               | Другий район          |               |
|--------------------------------------------------|-----------------------|---------------|-----------------------|---------------|
|                                                  | кількість підприємств | посівна площа | кількість підприємств | посівна площа |
| I. До 1000                                       | 15                    | 6             | 20                    | 11,5          |
| II. 1000 - 2000                                  | 40                    | 30            | 37                    | 32,7          |
| III. 2000-3000                                   | 35                    | 44            | 33                    | 36,0          |
| IV. Понад 3000                                   | 1                     | 20            | 10                    | 19,8          |
| Всього                                           | 100                   | 100           | 100                   | 100,0         |

Щодо висновку по результатах вторинного групування — воно свідчить про більш рівномірний розподіл підприємств за посівною площею у другому районі відносно першого району.

## **Рекомендована література**

1. Бугуцький О.А., Опря А.Т., Дорогань Л.О. Статистика: Навчальний посібник. - К.: Комплекс "Віта", 1999. – 419 с.
2. Єріна А.М., Пальян З.О. Теорія статистики. Практикум. - К.: Знання, 2002. – 344 с.
3. Лугіна О.Є., Білоусова С.В. Статистика: Підручник. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 580 с.
4. Опря А.Т. Статистика (з програмованою формою контролю знань). - К.: Урожай, 1996. - 448с.
5. Опря А.Т. Статистика. - К.: Центр навчальної літератури, 2005 - 469 с.
6. Степаненко М.В. Статистика. – К.: Вища шк., 1991. – С. 21-22
7. Суслов Й. П. Общая теория статистики. - М.: Статистика, 1978. - 250 с.
8. Уманець Т.В., Пігарев Ю.Б. Статистика: Навч. посіб. – К.: Вікар, 2003. – 623 с.

## **Питання для самоконтролю**

1. В чому полягають суть та завдання статистичного зведення?
2. Дайте визначення поняттю „статистичне групування”.
3. До якого етапу статистичного дослідження відносять статистичне зведення і групування
4. Які завдання вирішують за допомогою методу групування?
5. Як класифікують статистичні групування?
6. Мета та особливості типологічних групувань.
7. Мета та особливості структурних групувань.
8. Мета та особливості аналітичних групувань.
9. Мета та особливості комбінаційних групувань.
10. Факторні та результативні групування.
11. Поясніть принципи формування інтервалів груп.
12. Як визначити величину інтервалу при групуванні з рівними інтервалами?
13. Які особливості групування малих сукупностей?
14. Що розуміють під вторинним групуванням?

## Завдання для практичних занять

### Завдання 3.1. Побудова групових таблиць для групування малої сукупності

**Зміст завдання:** за даними статистичного спостереження (додаток А) побудувати групову таблицю вихідних та розрахункових даних та скласти зведену групову таблицю.

#### Порядок виконання

*Групування* – це розподіл сукупності на частини (групи) однорідні в певному відношенні. Завдання статистичних групувань полягають у вивченні структури явищ, їх типів і дослідженні причинно-наслідкових зв'язків.

#### 15. Вихідні та розрахункові дані для побудови групової та комбінаційної таблиць

| №   | Чисель-<br>ність<br>праців-<br>ників,<br>осіб | Фонд<br>оплати<br>праці,<br>тис.<br>грн. | Вироб-<br>ництво<br>валової<br>продук-<br>ції, тис.<br>грн. | Середньо-<br>річна<br>вартість<br>основних<br>виробничих<br>засобів, тис.<br>грн. | Фондо-<br>озброє-<br>ність,<br>тис. грн. | Середня<br>оплата<br>праці,<br>тис. грн. | Продук-<br>тивність<br>праці,<br>тис. грн. |
|-----|-----------------------------------------------|------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------------------------------|
| А   | 1                                             | 2                                        | 3                                                           | 4                                                                                 | 5=4/1                                    | 6=2/1                                    | 7=3/1                                      |
| 1   |                                               |                                          |                                                             |                                                                                   |                                          |                                          |                                            |
| 2   |                                               |                                          |                                                             |                                                                                   |                                          |                                          |                                            |
| 3   |                                               |                                          |                                                             |                                                                                   |                                          |                                          |                                            |
| ... |                                               |                                          |                                                             |                                                                                   |                                          |                                          |                                            |

Дані статистичного спостереження заносяться на картки (фішки) за відповідними цифрами попередньо розробленого макету.

Для виконання завдання 3.1. (групування малої сукупності) з всієї сукупності одиниць обираються 30. Будується ранжирований ряд (ряд, в якому значення ознаки знаходяться у порядку зростання) за групувальною ознакою – продуктивністю праці.

При побудові інтервального ряду для малої сукупності ряд будують таким чином, щоб у крайні інтервали (перший і третій) потрапило по 25% одиниць сукупності, а в середній – 50%. При цьому отримують ряд розподілу з нерівними інтервалами.

Складається групова таблицю 16, у якій зазначаються основні результативні показники. Формулюються висновки.

#### 16. Аналітичне групування за продуктивністю праці

| Показники                                                     | Групи підприємств за рівнем продуктивності праці, тис. грн. |          |                 | Всього, в середньому |
|---------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|----------|-----------------|----------------------|
|                                                               | I - до ...                                                  | II - ... | III - понад ... |                      |
| Кількість підприємств                                         |                                                             |          |                 |                      |
| Чисельність працівників, осіб                                 |                                                             |          |                 |                      |
| Фонд оплати праці, тис. грн.                                  |                                                             |          |                 |                      |
| Виробництво валової продукції, тис. грн.                      |                                                             |          |                 |                      |
| Середньорічна вартість основних виробничих засобів, тис. грн. |                                                             |          |                 |                      |
| Продуктивність праці, тис. грн.                               |                                                             |          |                 |                      |
| Фондоозброєність, тис. грн.                                   |                                                             |          |                 |                      |
| Середня оплата праці працівників, тис. грн.                   |                                                             |          |                 |                      |

#### Висновки:

#### Завдання 3.2. Побудова групових таблиць

**Зміст завдання:** за даними статистичного спостереження (таблиця 15) побудувати групову таблицю, використовуючи інформацію, занесену на фішки. Сформулювати висновки щодо впливу факторної ознаки на результативні.

#### Порядок виконання

Будується ранжирований ряд. Сукупність розподіляється на групи (інтервали). Орієнтовно число інтервалів можна визначити шляхом здобування кореня квадратного з обсягу сукупності.

Величина інтервалу становитиме:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}$$

де  $i$  – величина інтервалу (інтервальна різниця, крок);

$x_{\max}, x_{\min}$  - максимальне та мінімальне значення ознаки;

$n$  – кількість інтервалів.

Величину інтервалу, як правило, заокруглюють до цілого числа.

Послідовність побудови інтервалів: нижня границя першого інтервалу ( $x_1$ ) встановлюється за мінімальною варіантою ( $x_{\min}$ ), верхня його границя ( $x_2$ ) дорівнюватиме ( $x_{\min} + i$ ). Нижня границя другого інтервалу умовно відповідає верхній границі першого інтервалу ( $x_2$ ), а його верхня границя ( $x_3$ ) дорівнюватиме ( $x_2 + i$ ) і т.д.

#### 17. Аналітичне групування за продуктивністю праці

| Показники             | Групи підприємств за рівнем продуктивності праці, тис. грн. |  |  |  |  | Всього, в середньому |
|-----------------------|-------------------------------------------------------------|--|--|--|--|----------------------|
|                       |                                                             |  |  |  |  |                      |
| Кількість підприємств |                                                             |  |  |  |  |                      |
| ...                   |                                                             |  |  |  |  |                      |
| (з таблиці 16)        |                                                             |  |  |  |  |                      |

#### Висновки:

#### Завдання для самостійного виконання

#### Завдання 3.3. Побудова комбінаційних таблиць

**Зміст завдання:** за даними статистичного спостереження (таблиця 15) побудувати комбінаційну таблицю, використовуючи інформацію, занесену на фішки. Сформулювати висновки щодо впливу факторних ознак на результативні.

## Порядок виконання

*Комбінаційною* називається таблиця, підмет якої складається з груп за двома і більше ознаками. Комбінаційне групування дозволяє визначити вплив кожного фактора окремо і вплив всіх факторів одночасно.

Після розподілу підприємств за однією факторною ознакою, визначені групи аналогічно розподіляють на підгрупи за іншою ознакою.

### 18. Комбінаційна таблиця (групування за двома ознаками)

| Показники    | Групи підприємств за рівнем фондоозброєності, тис. грн. |                  |                  |                  |
|--------------|---------------------------------------------------------|------------------|------------------|------------------|
|              | А <sub>1</sub> –                                        |                  | А <sub>2</sub> – |                  |
|              | Підгрупи за рівнем продуктивності праці, тис. грн.      |                  |                  |                  |
|              | В <sub>1</sub> –                                        | В <sub>2</sub> – | В <sub>1</sub> – | В <sub>2</sub> – |
| З таблиці 16 |                                                         |                  |                  |                  |

## Висновки:

### Програмований контроль знань (тести)

3.1. В чому зміст статистичного зведення?

- Групування даних за певними ознаками.
- Підсумовування даних про число одиниць сукупності і значень їх ознак.
- Табличне і графічне оформлення одержаних даних.

\* Сукупність прийомів, які дозволяють одержати узагальнюючі статистичні показники як зведені ознаки масових явищ.

3.2. Що називають статистичним групуванням?

- Зведення результатів обчислення у статистичних таблицях.
- Раціональну форму викладення результатів обстеження явищ.
- Побудову варіаційного ряду.

\* Розподіл статистичної сукупності на частини (групи) за рядом

характерних для них ознак.

3.3. Яка з наведених нижче відповідей не властива завданням статистичних групувань?

- Вивчення зв'язків між ознаками.
- Вивчення структури явищ.
- \* Визначення загального обсягу досліджуваних ознак.
- Вивчення типів явищ.

3.4. Яким видом групувань вирішується завдання вивчення причинно - наслідкових зв'язків між досліджуваними ознаками?

- Комбінаційним.
- Структурним.
- \* Аналітичним;
- Типологічним.

3.5. Знайти неправильну відповідь на запитання: у чому суть комбінаційного групування?

- Групування за двома ознаками.
- Групування за двома і більше ознаками.
- \* Групування за однією ознакою
- Групування за кількома ознаками.

3.6. Назвати види групувань залежно від вирішуваних ними завдань.

- Результативні і факторні.
- Результативно-факторні.
- Варіаційні.
- \* Структурні, аналітичні і типологічні.

3.7. У чому переваги комбінаційних групувань порівняно групувань за однією ознакою?

- Визначення впливу однієї ознаки на іншу ознаку.
- \* Визначення впливу кількох ознак на іншу ознаку.
- Можливість виділення впливу основних ознак на інші ознаки.
- Можливість виділення типів досліджуваних ознак.

3.8. В якому з наведених групувань оплата праці виступає як факторна ознака?

- Групування за рівнем оплати праці з метою виявлення факторів, що зумовлюють її рівень.
- \* Групування за рівнем оплати праці з метою вивчення її впливу на продуктивність праці.
- Групування за рівнем продуктивності праці з метою виявлення її впливу на оплату праці.

- Групування за формами організації праці з метою вивчення їх впливу на оплату праці.

3.9. При здійсненні статистичних групувань перевіряють сумнівні варіанти на належність їх до ряду розподілу за формулою:  $\tau = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x} \leq 3$ .

Якому значенню повинно дорівнювати наведене співвідношення?

- 3.

-  $\geq 3$ .

\*  $\leq 3$ .

-  $> 3$ .

3.10. Які існують способи вторинного групування?

- Укрупнення інтервалів.

- Перегрупування за однією ознакою.

- Перегрупування за кількома ознаками.

\* Укрупнення інтервалів і перегрупування за питомою вагою груп у загальному підсумку.

## МОДУЛЬ II

### ТЕМА 4.

## УЗАГАЛЬНЮЮЧІ СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ

### 4.1. Абсолютні показники, їх значення, види й одиниці виміру

У системі узагальнюючих статистичних показників мають широке застосування абсолютні показники, адже за їх допомогою можна одержати характеристики різних сторін соціально-економічних явищ: чисельність працівників певної галузі, кількість підприємств, фонд заробітної плати тощо.

**Абсолютними показниками** в статистиці називають показники, які виражають розмір (обсяг, рівень) кількісних ознак досліджуваних явищ. Це не абстрактні, а іменовані числа, які виражають розміри суспільних явищ у певних одиницях виміру.

Статистика розглядає індивідуальні і загальні (сумарні) абсолютні показники. **Індивідуальні** абсолютні показники відображають розміри кількісних окремих одиниць досліджуваної сукупності, їх одержують у процесі статистичного спостереження (наприклад, посівна площа сільськогосподарського підприємства, обсяг виробництва валової продукції конкретним приватним підприємством тощо).

**Загальні** абсолютні показники характеризують розмір кількісної ознаки деякої (певної) сукупності одиниць (наприклад, посівні площі державних аграрних підприємств району, поголів'я великої рогатої худоби у приватному секторі району і т. ін.). Сумарні абсолютні показники одержують, як правило, шляхом додавання індивідуальних абсолютних показників; інколи їх обчислюють шляхом множення. В окремих випадках абсолютні показники одержують шляхом відповідних розрахунків. Так, у проміжках між переписом населення чисельність його на певну дату визначають шляхом розрахунків.

Загальні абсолютні величини мають велике пізнавальне значення і знаходять широке використання в управлінні народним господарством країни. Зокрема, це абсолютні показники про

чисельність трудових ресурсів, виробничі потужності, розміри посівних площ тощо.

Як було зазначено вище, абсолютні показники – це завжди іменовані числа. У ролі їх вимірників у статистиці застосовуються різноманітні одиниці виміру: натуральні, умовно–натуральні, вартісні і трудові.

Одиниці виміру, які застосовуються для визначення кількості окремих видів матеріальних благ у їх натуральному виразі, тобто як певних споживних вартостей, називають **натуральними**. Останні широко застосовуються при визначенні розмірів виробництва і споживання різних видів продуктів. Отже, натуральні показники відображують розміри тих чи інших явищ у фізичних мірах, тобто мірах маси (тоннах, центнерах, кілограмах), довжини і площі (метрах, гектарах), об'єму (кубометрах) .

Для вимірювання об'ємів однорідних, але неоднакових явищ використовують **умовно–натуральні** одиниці виміру (наприклад, умовне поголів'я тварин, умовні еталонні трактори, умовні гектари тощо).

За одиницю виміру для умовно–натуральних показників беруть, як правило, будь–яку фізичну одиницю, наділену в певних розмірах властивістю, характерною для продукції конкретного виду. Так, при розрахунках потреби у кормах застосовують коефіцієнти перерахунку худоби в умовні голови: для корів і для бугаїв – плідників – 1; молодняку великої рогатої худоби – 0,6; свиней – 0,3; овець і кіз – 0,1; коней – 1,0; птиці – 0,02.

Умовно–натуральні одиниці виміру дають змогу привести певні різновидності явищ до порівнянного виду і тим визначити їх загальний обсяг у натуральному виразі.

Для відображення розмірів деяких окремих складних явищ застосовують **комбіновані** одиниці виміру. Так, для визначення обсягів транспортних робіт автомобільного парку виконану роботу вимірюють у тонно–кілометрах (1 т-км дорівнює перевезенню 1 т вантажу на відстань 1 км).

При визначенні затрат робочого часу на виробництві певного виду продукції застосовують комбіновану одиницю виміру (людино – годину). Для забезпечення масовості даних дослідження шляхом підсумовування кількості підприємств за кілька років одержують одиниці спостереження в комбінованих одиницях виміру - підприємство–роки.

Поряд із зазначеними вище видами одиниць виміру в статистиці досить широко використовують трудові і вартісні вимірники.

До трудових вимірників належать комбіновані одиниці виміру: людино–година, людино–день, людино–рік. Абсолютні показники в зазначених одиницях виміру застосовують при визначенні обсягів трудових ресурсів, розрахунку показників продуктивності праці, затрат праці на різну продукцію чи послуги тощо.

За вартісний вимірник приймають грошові одиниці виміру – гривні, долари, євро та ін. У грошовому виразі визначають вартість виробленої і реалізованої продукції (за всіма її вилами) в підприємстві, вартість фондів, розміри доходів тощо. Абсолютні показники у вартісному вимірі дозволяють визначити загальні розміри багатьох народногосподарських економічних показників (наприклад, національний доход, обсяг виробленої і реалізованої продукції в країні і т. ін.) .

Слід зазначити, що абсолютні показники інколи наводяться в укрупнених вимірниках. Так, дані про обсяг продукції можуть бути наведені у тисячах, мільйонах або мільярдах гривень. Пояснюється це тим, що укрупнені вимірники дають точніше уявлення про розміри досліджуваних явищ.

#### 4.2. Відносні показники, їх види і форми

Досліджуючи економічні явища чи процеси, статистика не обмежується розрахунком тільки абсолютних показників, яку б велику роль вони не відігравали в аналізі. Адже жодне явище не може бути зрозумілим, якщо його розглядати поза зв'язком з іншими явищами. Із цією метою абсолютним показникам дають порівняльну оцінку за допомогою **відносних показників**. Тобто останні є результатом зіставлення абсолютних показників. Значення відносних показників для аналізу досить велике, адже за їх допомогою порівнюють характеристики окремих одиниць груп і сукупностей у цілому, вивчають структуру явищ та закономірності їх розвитку, аналізують виконання плану, вимірюють темпи розвитку і інтенсивність поширення суспільних явищ.

За формою відносний показник являє собою дріб, чисельником якого є величина, котру порівнюють (в окремих випадках її називають поточною, або звітною), а знаменником — величина, з

якою здійснюють порівняння. Знаменник відносної величини вважається **базою порівняння**. Так, питому вагу висококваліфікованих працівників підприємства розраховують діленням кількості осіб з високим рівнем кваліфікації на загальну чисельність працюючих. Базою порівняння у наведеному прикладі є загальна чисельність працюючих.

Якщо базову величину показника приймають за одиницю, формою її зображення буде коефіцієнт (кратне відношення), якщо за 100 - формою зображення відносних показників будуть проценти.

**Коефіцієнт** як форма виразу відносної величини показує, у скільки разів порівнювальна величина більша базової (чи яку частину від неї становить, якщо величина коефіцієнта менша за одиницю).

У статистичній практиці коефіцієнти, як правило, використовують для вираження відносних величин у випадках, коли порівнювальна величина перевищує базову більш як у 2-3 рази. Якщо таке співвідношення має менші розміри — застосовують процентні числа. У випадках, коли базову величину приймають за 1000, відносні показники виражають у проміле (‰). Наприклад, якщо питома вага осіб сільського населення району з вищою освітою становить 16‰, це означає, що на кожну 1000 сільського населення у середньому припадає 16 чоловік з вищою освітою.

В окремих випадках відносні показники розраховують на 10000 (продециміле), 100000, 1000000 одиниць (наприклад, у статистиці охорони здоров'я розраховують кількість ліжко-місць на 10000 населення).

Відносні величини, виражені на 1000, 10000, 100000 і т. д. одиниць, вживають з метою надання їм більш придатного для сприйняття вигляду, оскільки, підібравши вдало базу порівняння, можна запобігти дробовим числам.

Форму виразу відносного показника вибирають у кожному конкретному випадку залежно від характеру одиниць спостереження і результатів, які одержують при зіставленні однієї величини з іншою.

Залежно від пізнавального значення відносні показники, які використовує статистика, класифікують за такими ознаками:

- 1) відношення між однойменними показниками;
- 2) відношення між різнойменними показниками.

Перша група являє собою відносні величини, які не мають розмірності, їх виражають, як правило, у процентах або у коефіцієнтах. Показники цієї групи досить різноманітні, за

призначенням їх поділяють на такі види: 1) відносні величини структури; 2) відносні величини виконання плану; 3) відносні величини планового завдання; 4) відносні величини динаміки; 5) відносні величини порівняння.

Друга група відносних показників включає: 1) відносні величини інтенсивності; 2) відносні величини координації.

**Відносні показники структури** характеризують склад того чи іншого суспільного явища, тобто показують, яку питому вагу займають окремі частини в усьому явищі. Розраховують їх відношенням частини до цілого. Виражаються вони в процентах або частках одиниці. Наприклад, загальні витрати на виробництво продукції становлять 600 грн., а витрати на оплату 240 грн. Отже, питома вага витрат на оплату праці у загальній сумі витрат становить  $240:600 = 0,4$ , або 40 %.

**Відносні показники виконання плану** — це відношення фактичного рівня показника до рівня, запланованого на той же період. Наприклад, якщо було заплановано одержати урожайність зернових культур 46 ц/га, а фактично одержано 49,8 ц з одиниці площі, то відносна величина виконання плану становить  $(49,8:46) \cdot 100 = 107,8\%$ , тобто план виконано на 107,8%, або перевиконання становить 7,8%.

**Відносні показники планового завдання** являють собою відношення величини показника, встановленого на плановий період, до його величини, яка досягнута фактично на цей період, або будь-якої іншої, прийнятої за базу порівняння. Тобто, це відношення планового рівня у наступному періоді до фактичного рівня звітного періоду, прийнятого за базу порівняння. Так, встановлюється завдання: підвищити продуктивність праці щодо попереднього періоду на 16% або знизити собівартість на 10%.

До речі, якщо підійти критично до цього питання, то відносні величини даного виду не є показниками статистики. А розглядають їх у статистиці щодо дійсного їх зв'язку із статистичними відносними величинами, зокрема з показниками виконання плану.

**Відносні показники динаміки** характеризують зміни суспільних явищ і процесів у часі. Розраховують їх відношенням рівня відповідного наступного періоду до рівня попереднього періоду, або будь-якого іншого, прийнятого за базу порівняння. Відповідно до обраної бази порівняння можуть бути ланцюгові і базисні. **Ланцюгові відносні величини динаміки** визначають

відношенням рівнів наступного і попереднього періодів. **Базисні відносні величини динаміки** розраховують відношенням рівня відповідного наступного періоду до певного рівня, прийнятого за базу порівняння.

**Відносні показники порівняння** - це результат зіставлення одних і тих же характеристик двох різних сукупностей, груп чи одиниць. Порівнюють при цьому будь-які кількісні характеристики: обсяги сукупностей (або груп), середні або сумарні величини тієї чи іншої ознаки. Наприклад, порівнюючи кількість автомобілів станом на початок року по двох підприємствах, одержимо відносну величину порівняння, яка дорівнює  $\frac{66}{88} = 0,75$  (або 75%), тобто в порівняльному підприємстві чисельність автомобілів на 25% менша, ніж у базовому підприємстві.

**Відносні показники координації** характеризують співвідношення між складовими частинами цілого. Одну з частин цілого приймають за базу порівняння і знаходять відношення до неї всіх інших частин. Наприклад, за результатами перепису населення встановлюють співвідношення народжень хлопчиків і дівчаток (у розрахунку на 100 народжених певної статі). Або інший приклад. За результатами спостереження встановлено, що в підприємствах району з розрахунку на 100 чоловіків працює 116 жінок. Окремі автори схильні вважати відносні величини координації відносними показниками структури, що не зовсім вірно. Адже вони не дають уявлення про структуру явищ, а лише визначають, скільки одиниць певної частини цілого припадає на іншу її частину, прийняту за базу порівняння.

Відношення між різнойменними (різномісними) показниками називають **відносними показниками інтенсивності**, або статистичними коефіцієнтами. Вони відображують ступінь поширення одного явища порівняно з іншими взаємопов'язаними явищами. До них належать показники щільності поголів'я тварин у розрахунку на 100 га сільськогосподарських угідь (ріллі, площі зернових). Відносні показники цієї групи завжди виражають іменованими числами. При цьому у їх назву входять найменування одиниць виміру обох порівнюваних ознак.

Слід відзначити, що відносні показники можуть бути середніми величинами (наприклад, середній темп зростання, середній темп приросту, середній процент виконання плану тощо), їх розраховують

двома способами: 1) як середні з окремих відносних показників; 2) як відношення двох сумарних абсолютних показників, що включають абсолютні величини, покладені в основу розрахунку окремих відносних величин. Розглянемо приклад обчислення середнього темпу зростання робітників підприємства за вихідними даними таблиці 19.

#### 19. Чисельність робітників підприємства, осіб

| Показники                  | Разом | у тому числі |         |         |
|----------------------------|-------|--------------|---------|---------|
|                            |       | цех № 1      | цех № 2 | цех № 3 |
| Середньорічна чисельність: |       |              |         |         |
| базисний рік               | 3600  | 1609         | 816     | 1175    |
| поточний рік               | 3900  | 2108         | 929     | 863     |
| Темп зростання, %          | 108,3 | 131,0        | 113,8   | 73,4    |

Як бачимо, за розрахунками співвідношень абсолютних показників відносний показник динаміки загальної чисельності робітників дорівнює 108,3 %  $(3900:3600) \cdot 100$ . Відносні показники динаміки чисельності за окремих цехів становлять відповідно: по цеху № 1 — 131,0%, цеху № 2 — 113,8, цеху № 3 -73,4%. Відносний показник динаміки загальної чисельності робітників можна розрахувати і як середній з відносних показників динаміки за відповідними номерами цехів, а саме:  $(1,310 \times 1609 + 1,138 \times 816 + 0,734 \times 1175) : 3600 = 3898,8 : 3600 = 1,083$ , або 108,3 %.

Наведені розрахунки дають підстави зробити висновок, що середні відносні показники є загальними відносними показниками, адже вони характеризують загальну зміну по всій сукупності, загальне відношення однієї сукупності до іншої. Звідси можна зробити висновок, що як абсолютні, так і відносні показники можуть бути середніми. І ті, і другі наділені рядом важливих загальних властивостей, у зв'язку з чим у статистиці з абсолютними і відносними показниками відокремлюються як особливий вид **середні показники**.

Таким чином, зіставлення статистичних показників здійснюється в різних формах і напрямках. Відповідно до різних завдань і напрямів зіставлення статистичних показників застосовують різні види відносних величин. Розглянуті види відносних величин

зводяться до класифікації, схематично представленої на рисунку 2.

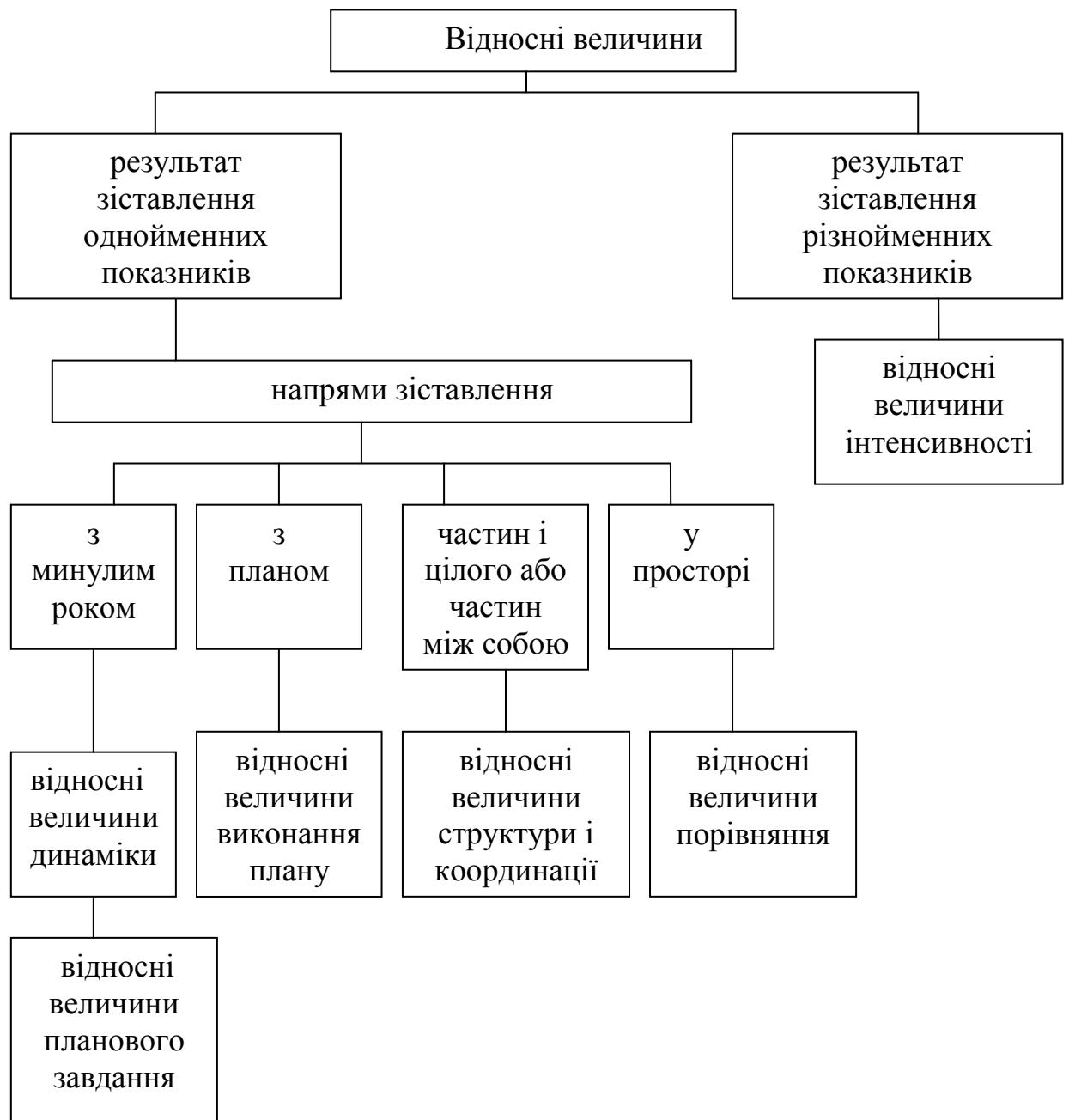


Рис.2. Класифікаційна схема відносних величин

Наведена класифікація наочно ілюструє можливості зіставлення статистичних даних, які належать до різних періодів, різних об'єктів і різних територій.

#### **4.3. Умови наукового застосування абсолютних і відносних показників, їх комплексне використання в статистиці**

Природа соціально-економічних явищ досить складна і специфічна. Пояснюється це тим, що розміри і кількісні їх взаємозв'язки зумовлюються значною різноманітністю факторів, що діють у часі і просторі, зумовлюючи неоднакову швидкість і напрями змін явищ. Отже, статистичне вивчення суспільних явищ повинне ґрунтуватися на наукових принципах, які виходять із знання суті досліджуваних явищ, економічних понять і категорій. Лише за таких умов можна переходити до вивчення системи економічних показників

Як зрозуміло з викладеного раніше, абсолютні і відносні показники відображають різні сторони суспільного життя. Так, індивідуальні абсолютні показники характеризують результати діяльності окремих працівників, окремих підприємств тощо, загальні — характеризують сукупні результати роботи окремих галузей, регіонів і країни в цілому. Відносні показники відображають міру взаємного зв'язку явищ в їх розвитку (відносні показники динаміки, виконання плану), внутрішнього зв'язку сторін одного явища (відносні показники структури), співвідношення між явищами (відносні показники порівняння). Міра ця відображується у вигляді чисел, що зумовлюють можливість зіставлення таких процесів і структур, які стосуються різних абсолютних мас (наприклад, порівняння темпів зростання продуктивності праці і оплати праці, чисельності поголов'я і його продуктивності тощо).

Щоб статистичні показники вірно виконували свої функції, їх слід розраховувати за науковими принципами. Існує два головних критерії науковості статистичних показників. Перший з них належить до теоретичної обґрунтованості показників, другий — до фактичної бази, на якій вони розраховані. Теоретична обґрунтованість показника полягає в утворенні його на підставі глибокого теоретичного аналізу соціальної дійсності, тобто філософського підходу до аналізу. Головною теоретичною основою статистичних показників тут виступають принципи, закони і категорії філософії, адже вони озброюють статистику знанням загальних закономірностей суспільного розвитку.

Теоретичні основи статистичних показників зумовлені також і спеціальними суспільними науками, за допомогою яких

досліджуються ті чи інші суцільні явища. До таких наук відносять політекономію, конкретні економіки, правові науки, демографію тощо.

Особливе місце в утворенні статистичних показників належить статистичній теорії, розробленій статистичною наукою.

Таким чином, процесу утворення наукового статистичного показника передують знання філософії, політекономії, конкретних економічних й інших спеціальних наук. Перший критерій науковості здебільшого визначає суть статистичного показника.

Другий критерій науковості статистичних показників полягає в утворенні їх на базі наукової інформації. Він пов'язаний з конкретним кількісним і якісним змістом показників. Статистичне дослідження (як і будь-яке інше) починається зі збирання інформації, і висновки, які резюмуються у статистичних показниках, мають сенс у разі обґрунтованості їх фактами - це загальнонауковий принцип.

Серед основних вимог, які ставляться до статистичних показників, такі: повнота вихідних даних, їх порівнюваність і вірогідність (чи точність).

Основна вимога до вихідної інформації — **повнота** вихідних даних. Під повнотою фактів розуміють: а) повноту просторового охоплення явищ або елементів досліджуваного процесу; б) повноту охоплення сторін явищ, тобто повноту вихідних даних щодо всіх істотних ознак явищ; в) повноту охоплення у часі. Тут слід передбачити наявність явищ за максимально тривалий час.

Вимога повноти даних зумовлюється тим, що окремі випадкові факти у існуючій складності взаємозв'язків (наприклад, економічних процесів) формуються під впливом як істотних, так і випадкових причин і обставин. Тобто, якщо підходити суб'єктивно, то для доведення того чи іншого положення можуть бути використані досить суперечливі факти. Обмеженість окремих факторів повинна долатися вичерпними факторами, об'єднаними у статистичні сукупності, адже тільки за таких умов забезпечується всебічність його вивчення та відтворення в цілому. Якщо, наприклад, вивчається питання про собівартість виробництва продукції у фермерських господарствах конкретної області, то обов'язково треба мати інформацію про весь обсяг продукції цих господарств, який встановлюється шляхом підсумовування даних про обсяги виробництва продукції по всіх фермерських господарствах області. Якщо не встановити загального обсягу продукції, то не можна буде

обчислити собівартість продукції, продуктивність праці, прибуток на одного працюючого і ряд інших важливих показників ефективності виробництва.

Наступною вимогою до придатних для обчислення статистичних показників є їх **порівнюваність**. Остання зумовлює узагальнення показників у часі і просторі і стосується не тільки абсолютних, а й відносних показників. Порівнюваність окремих факторів потрібна перш за все для того, щоб дані можна було підсумувати. Проблема зіставності даних надзвичайно складна. Суспільною наукою і практикою відпрацьовано ознаки порівнюваності, тобто правила наукового порівняння. Найважливіші з них такі: спільний предметний зміст фактів, відображення порівнюваних величин у однакових одиницях виміру, обов'язковість однакових прийомів розрахунку, наявність однакового кола об'єктів, які входять у порівнювані величини, однаковість території, якою охоплюються порівнювані величини.

Вимога **вірогідності** статистичних показників передбачає ступінь їх наближення до відображуваної реальності. Поняття вірогідності інколи ототожнюють з поняттям **точності**. Під останнім треба розуміти не ступінь наближення статистичного показника до реального розміру, а повну його відповідність реальності. У більш вузькому розумінні поняття точності показника вживають при дослідженні явищ, які формуються як під впливом закономірностей, так і під впливом випадковостей. У такому разі поняття точності пов'язують з імовірністю розрахунків і його визначення доповнюється поняттям надійності оцінки точності, тобто ступенем ймовірності, з якою можуть статися відхилення між одержаним показником і тим, який визнається істинним. Величину такої різниці називають помилкою, або похибкою. Якщо, наприклад, при кількох вимірах залишків силосу у силосній траншеї одержані різні показники вимірів, то приймається за істинний розмір показника середній об'єм запасу силосу, одержаний за кількома вимірами.

Відхилення середнього розміру від окремих результатів розрахунків у цьому випадку вважаються помилками. Такі помилки називають випадковими, або статистичними. Детальний розгляд цього питання є предметом вивчення спеціальних розділів.

Утворення статистичних показників і побудова їх системи здійснюються через досить складний шлях, пов'язаний (у всіх його відтінках) із суспільною практикою. Остання є вихідною базою

статистичного пізнання і дослідження, а отже, і вихідним початком формування статистичних показників. Статистична практика (як і будь-яка суспільна) є не тільки вихідним початком, основною і кінцевою метою утворення статистичних показників, вона є їх критерієм істинності. Зразу ж виникає питання, як довести істинність сформованих показників. Таке доведення може здійснюватися двома шляхами: а) емпіричним, тобто безпосереднім порівнянням з життям, з практикою; б) логічним, тобто порівнянням сформованих статистичних показників з будь-якими іншими показниками (наприклад, обчислений показник собівартості виробництва молока в господарстві можна порівняти з аналогічним показником у молочному скотарстві підприємств адміністративного району).

До прямих (конкретних) прийомів перевірки відповідності статистичних показників дійсності належать: експертна оцінка (її здійснюють висококваліфіковані фахівці); розрахунковий експеримент (він проводиться з використанням математичних методів); порівняння показників, розрахованих різними способами і методами та деякі інші.

До непрямих характеристик відповідності статистичного показника дійсності належить його стійкість. Стійкими вважаються такі показники, які при обмежених за розміром змінах вихідної інформації або удосконалення і уточнення методів їх виміру і розрахунків залишаються незмінними чи змінюються незначно. Однією з ознак стійкості статистичних показників є те, що розміри їх повторюються у дослідженнях, здійснюваних у різних регіонах і за різні періоди часу.

Сталі показники використовують, як правило, при нормуванні, екстраполяції й інших практичних і аналітичних розрахунках.

Із сказаного вище випливає, що питання абсолютних і відносних показників треба розглядати з точки зору комплексного їх використання, тобто з урахуванням їх особливостей, взаємозв'язків і різниць. Насамперед слід враховувати існування тісного зв'язку між абсолютними і відносними величинами. Оскільки відносні показники відображують відношення абсолютних показників, їх зміни залежать від останніх. Але по своїй суті і характеру змін відносні показники істотно відрізняються від абсолютних, причому останні можуть мати зовсім протилежний напрям змін щодо абсолютних показників.

Слід враховувати таку особливість, що відносні величини порізнному відображують зміни суспільних явищ залежно від їх

абсолютних розмірів. Так, малі за розміром явища у процентному відношенні змінюються значно швидше, ніж аналогічні їм великі за розміром явища. Тому розрахунок приросту щодо малого за розміром початкового рівня може дати більший процент зростання, ніж тисячі одиниць при значному за розміром початковому рівні.

Таким чином, при дослідженні конкретних соціально-економічних явищ не можна обмежуватися розрахунками лише процентних співвідношень, треба враховувати, що криється за такими співвідношеннями. Необхідно поєднувати застосування абсолютних і відносних показників, Ізольоване застосування відносних показників від абсолютних може призвести до помилкових висновків, особливо при аналізі рядів динаміки.

Комплексне використання абсолютних і відносних показників дає змогу поглибити аналіз суспільних явищ, виявити закономірності і особливості їх розвитку.

Отже, розробці науково обґрунтованої системи статистичних показників передуює велика і кропітка робота щодо вивчення форми і змісту показників, вимог до їх формування зокрема і в комплексі. Кінцевим завданням статистики у цій справі слід вважати побудову суперсистеми статистичних показників. Останні у досконалій формі повинні забезпечити можливість порівнянь виробничих стосунків у нових ринкових умовах виробництва не тільки в межах країни, а й на більш високому регіональному рівні.

#### 4.4. Середні величини

**Статистичні середні** відображують об'єктивну наявність певних умов, які проявляються в кожній одиниці досліджуваної сукупності; вони дають узагальнюючу кількісну характеристику статистичним сукупностям однотипних явищ по варіаційній ознаці. Середня узагальнює або являє собою весь діапазон даних і є результатом абстрагування відмінностей, що притаманні одиницям сукупності. В ній нівелюються випадкові відхилення, властиві індивідуальним значенням ознаки, яка вивчається, а також відображаються загальні умови, що формують досліджувану сукупність.

Середні величини можуть бути одержані в результаті багаторазових вимірювань однієї й тієї ж ознаки (величини). Середні

одержують і при вимірюванні багатьох однорідних величин.

Розрахунок середніх передбачає обов'язковість обліку умов виникнення кожної індивідуальної величини, інакше обчислення можуть призвести до фіктивних середніх. Щоб середня величина відображала типове і загальне для всієї сукупності, остання повинна бути якісно однорідною.

Статистика розрізняє два типи середніх величин: **об'ємні і структурні**. Математична статистика поділяє **об'ємні середні** величини на види: 1) **середня арифметична**; 2) **середня геометрична**; 3) **середня гармонійна**; 4) **середня квадратична (кубічна)** і т.д.

Названі вище види середніх величин можна одержати з формули **степеневі середньої**. Для незгрупованих даних формула степеневі середньої має вигляд:

$$\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum x^k}{n}}.$$

Якщо дані згруповані і мають відповідні частоти ( $n_i$ ), середня степенева визначається за формулою середньої зваженої:

$$\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum x_i^k n_i}{\sum n_i}},$$

де  $\bar{x}$  - степенева середня;

k - показник степеня, що визначає вид середньої;

x - варіанта;

n - частота ( $n = \sum n_i$ ).

**Середня арифметична.** Якщо в формулу степеневі середньої поставити значення  $k = 1$ , отримаємо середню арифметичну:

а) просту (незважену)  $\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ ;

б) зважену  $\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i}$ .

Так, якщо є  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , то середня арифметична проста вираховується за формулою:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}.$$

У розгорнутому вигляді формула середньої арифметичної зваженої має вигляд:  $\bar{x} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + x_3 n_3 + \dots + x_n n_n}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_n}$ .

Приклад. За даними про виробництво валової продукції (табл. 20) обчислити середню арифметичну.

## 20. Вихідні і розрахункові дані

| Вироблено продукції,<br>млн. грн., ( $x_i$ ) | Кількість<br>підприємств, ( $n_i$ ) | $x_i n_i$ |
|----------------------------------------------|-------------------------------------|-----------|
| 17,6                                         | 7                                   | 123,2     |
| 21,6                                         | 11                                  | 237,6     |
| 25,6                                         | 18                                  | 460,8     |
| 29,6                                         | 9                                   | 266,4     |
| 33,6                                         | 5                                   | 168,0     |
| 37,6                                         | 5                                   | 188,0     |
| 41,6                                         | 2                                   | 83,2      |
| Всього                                       | 57                                  | 1527,2    |

Одержуємо:  $\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{1527,2}{57} = 26,8$ .

Середня арифметична як математична функція має ряд математичних властивостей. Розглянемо їх.

1. Величина середньої арифметичної не змінюється, якщо частоти ряду розподілу замінити частотами.

2. Якщо до варіант ряду додати (або відняти) одну й ту ж величину, то середня арифметична, обчислена з нових (змінених) варіант, збільшиться (або зменшиться) на цю ж величину.

3. Якщо варіанти ряду помножити або поділити на одну ту ж величину, то середня арифметична зі змінених варіант буде відповідно більшою або меншою в стільки ж разів.

4. Алгебраїчна сума відхилень окремих варіант від середньої арифметичної ряду дорівнює нулю.

5. Сума квадратів відхилень від середньої арифметичної завжди менша, ніж сума квадратів відхилень від будь-якої іншої величини.

Перелічені вище властивості середньої арифметичної дозволяють застосовувати спрощені прийоми (способи) її розрахунку: ці питання докладно вивчаються в курсі загальної теорії статистики.

**Середня гармонійна.** Одержують її при підстановці у формулу степеневій середньої значення  $k = -1$ .

$$\bar{x}_{zm} = \frac{1}{\sum \frac{1}{x}} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}.$$

Середня гармонійна зважена має вигляд:

$$\bar{x}_{\text{гм}} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$$

Як видно, середня гармонійна являє собою обернену величину середньої арифметичної з обернених величин даних чисел.

Приклад. За даними про собівартість одиниці продукції і загальні витрати визначити середню гармонійну зважену (табл. 21).

21. Вихідні і розрахункові дані

| Собівартість одиниці продукції, грн. ( $x_i$ ) | Загальні витрати, грн. ( $w$ ) | $\frac{w}{x}$            |
|------------------------------------------------|--------------------------------|--------------------------|
| 20                                             | 4000                           | 200                      |
| 25                                             | 5000                           | 200                      |
| 30                                             | 9000                           | 300                      |
| Всього                                         | $\sum w = 18000$               | $\sum \frac{w}{x} = 700$ |

$$\bar{x}_{\text{гм}} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}} = \frac{4000 + 5000 + 9000}{\frac{4000}{20} + \frac{5000}{25} + \frac{9000}{30}} = \frac{18000}{700} = 26 \text{ грн.}$$

При розрахунку середньої гармонійної можна значно спростити обчислювальну роботу, якщо використовувати в розрахунках таблицю обернених чисел.

**Середня геометрична.** Цей вид середньої отримуємо, якщо у формулу степеневі середньої підставити значення  $k = 0$ .

$$\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum x^k}{n}} = \sqrt[0]{\frac{\sum x^0}{n}} = \left( \frac{\sum 1}{n} \right)^{\frac{1}{0}} = \left( \frac{n}{n} \right)^{\infty} = 1^{\infty}.$$

Розкриття невизначеності цього виду досягається логарифмуванням обох частин рівностей  $\bar{x} = \sqrt[k]{\frac{\sum x^k}{n}}$ . Таким чином, маємо:

$$\ln \bar{x} = \frac{1}{k} (\ln \sum x^k - \ln n) = \frac{\ln \sum x^k - \ln n}{n}.$$

Диференціюючи по змінній  $k$ , одержуємо:

$$\lim_{k \rightarrow 0} (\ln \bar{x}) = \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\sum x^k \times \ln x}{1 \times \sum x^k} = \frac{\sum \ln x}{n}; \quad \ln \bar{x} = \frac{\sum \ln x}{n}.$$

Потенціюючи останній вираз, знаходимо середню:

$$\bar{x}_{\text{гп}} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \dots \times x_n}.$$

Отже, середня геометрична являє собою корінь степеня числа спостережень ( $n$ ) з добутку даних чисел:  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ . Після логарифмування маємо:

$$\lg \bar{x} = \frac{\lg x_1 + \lg x_2 + \lg x_3 + \dots + \lg x_n}{n}.$$

Значення  $\bar{x}$  дорівнює антилогарифму  $\lg \bar{x}$ .

Таким чином, середню геометричну можна розглядати як антилогарифм середньої арифметичної з логарифмів даних чисел. Цей вид середньої застосовують при розрахунку середнього коефіцієнта зростання за певний період в рядах динаміки.

Приклад. За даними про чисельність працюючих за 6 років знайти середній щорічний коефіцієнт зростання за період 2001–2006 рр. Проміжні розрахунки наведені в таблиці 22.

22. Вихідні і розрахункові дані для обчислення середньої геометричної

| Рік  | Чисельність працюючих | Коефіцієнт зростання, $K$ | Логарифм числового значення коефіцієнта зростання |
|------|-----------------------|---------------------------|---------------------------------------------------|
| 2001 | 623                   | -                         | -                                                 |
| 2002 | 670                   | 1,07545                   | 0,0315                                            |
| 2003 | 728                   | 1,08657                   | 0,0363                                            |
| 2004 | 800                   | 1,09891                   | 0,0411                                            |
| 2005 | 883                   | 1,10375                   | 0,0429                                            |
| 2006 | 906                   | 1,02605                   | 0,0111                                            |
| Сума | ×                     | ×                         | 0,1629                                            |

За даними таблиці 22 знаходимо середнє значення з логарифмів числових значень коефіцієнтів зростання:

$$\lg K = 0,1629 : 5 = 0,0326;$$

$$\text{ant } \lg 0,0326 = 1,077.$$

Таким чином, розрахунок середнього коефіцієнта зростання чисельності працюючих можна подати в такій послідовності:

$$\lg \bar{K} = \sqrt[5]{1,075 \times 1,087 \times 1,099 \times 1,104 \times 1,026} = \frac{0,0315 + 0,0363 + 0,0411 + 0,0429 + 0,0111}{5} = 0,0326;$$

$$\bar{K} = \text{ant } \lg 0,0326 = 1,077.$$

**Середня квадратична.** При підстановці у формулу степеневий середньої  $K=+2$  одержуємо середню квадратичну. Формула її має наступний вигляд:

$$\text{при незваженій формі - } \bar{x}_{\text{кв}} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots + x_n^2}{n}};$$

при зваженій формі –

$$\overline{x_{\text{кв}}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 n_i}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{x_1^2 n_1 + x_2^2 n_2 + x_3^2 n_3 + \dots + x_n^2 n_n}{n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_n}}.$$

Практично середня квадратична величина використовується в тих випадках, коли варіанти ряду представлені у вигляді відхилень фактичних їх значень від середньої арифметичної (або від якоїсь нормативної величини).

Приклад. При змінній нормі виробітку трактора на оранці 7 га обчислити середню величину відхилень фактичних показників виробітку протягом робочого тижня (табл. 23).

23. Вихідні та розрахункові дані для обчислення середньої квадратичної

| Фактичні показники виробітку трактора, га ( $x_i$ ) | Відхилення від норми, га ( $x_i - x_n$ )=M | Кількість тракторів, $n_i$ | Розрахункові величини |                      |
|-----------------------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------------|-----------------------|----------------------|
|                                                     |                                            |                            | M <sup>2</sup>        | M <sup>2</sup> $n_i$ |
| 6                                                   | -1                                         | 1                          | 1                     | 1                    |
| 7                                                   | 0                                          | 5                          | 0                     | 0                    |
| 8                                                   | 1                                          | 6                          | 1                     | 6                    |
| 10                                                  | 3                                          | 3                          | 9                     | 27                   |
| 12                                                  | 5                                          | 6                          | 25                    | 150                  |
| Всього                                              | x                                          | 21                         | x                     | 184                  |

За даними таблиці 23 знаходимо величину середньої квадратичної зваженої  $\overline{x_{\text{кв}}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 n_i}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{184}{21}} = \sqrt{8,76} \approx 2,96$ .

Отже, середня величина відхилень фактичних показників виробітку трактора на оранці від норми виробітку становить приблизно 3 га (2,96).

Формули для обчислення різних типів середніх величин наведено в таблиці 24.

## 24. Математичні особливості різних типів середніх величин

| Характер ознаки | Форма величини (ознаки) | Статистична розмірність (показник степеня в формулі степеневій середньої) | Вид середньої величини | Форма середньої величини | Формула                                                                    |
|-----------------|-------------------------|---------------------------------------------------------------------------|------------------------|--------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| Первинний       | Обернена                | -1                                                                        | Гармонійна             | Проста                   | $\overline{x}_{zm} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x}}$                           |
| Вторинний       | Обернена                | -1                                                                        | Гармонійна             | Зважена                  | $\overline{x}_{zm} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$                      |
| Вторинний       | Пряма                   | 0                                                                         | Геометрична            | Проста                   | $\overline{x}_{zp} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \dots \times x_n}$ |
| Первинний       | Пряма                   | 1                                                                         | Арифметична            | Проста                   | $\overline{x}_a = \frac{\sum x}{n}$                                        |
| Вторинний       | Пряма                   | 1                                                                         | Арифметична            | Зважена                  | $\overline{x}_a = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i}$                           |
| Первинний       | Пряма                   | 2                                                                         | Квадратична            | Проста                   | $\overline{x}_{kb} = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n}}$                            |
| Вторинний       | Пряма                   | 2                                                                         | Квадратична            | Зважена                  | $\overline{x}_{kb} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 n_i}{\sum n_i}}$               |

Ознаки, які вивчаються, можуть бути **первинними** і **вторинними**. До **первинних** відносяться ті, які безпосередньо характеризують досліджувані об'єкти, наприклад, урожайність, собівартість тощо. Відношення двох чи декількох первинних ознак обумовлює характер вторинності - їх називають **вторинними**. За формою ознаки можуть бути **прямі** і **обернені**. Названі особливості досліджуваних ознак визначають статистичну розмірність (табл. 24).

Різні види середніх, розраховані для одного і того ж варіаційного ряду, різняться між собою за величиною. При цьому найменшою буде середня гармонійна, найбільшою - середня квадратична. Систематичність послідовного зростання у розрізі видів середніх впливає з "правила мажорантності" і зумовлюється показником у формулі степеневій середній (табл. 25).

## 25. Мажорантність середніх величин

| Статистична розмірність<br>(показник степеня в формулі<br>степеневій середній) | Вид середньої<br>величини | Примітка    |
|--------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|-------------|
| -1                                                                             | Гармонійна                | Мінімальна  |
| 0                                                                              | Геометрична               |             |
| 1                                                                              | Арифметична               |             |
| 2                                                                              | Квадратична               | Максимальна |
| $\overline{x_{gm}} < \overline{x_{gp}} < \overline{x_a} < \overline{x_{kv}}$   |                           |             |

У дискретному і інтервальному рядах розподілу (вони будуть розглянуті в темі 5) обчислюються так названі порядкові (структурні) середні - мода і медіана.

**Мода** – це варіанта, яка найчастіше зустрічається в даному варіаційному ряді. Для дискретного ряду розподілу мода визначається за частотами варіант і відповідає варіанті з найбільшою частотою. Для інтервального ряду розподілу з рівними інтервалами інтервал, що містить моду (модальний), визначається по найбільшій частоті. При нерівних інтервалах мода знаходиться за показником найбільшої щільності розподілу.

Для випадку розподілу з рівними інтервалами мода ( $M_0$ ) внутрімодального інтервалу обчислюється за формулою:

$$M_0 = x_{m0 \min} + i \frac{n_{m0} - n_{m0-1}}{(n_{m0} - n_{m-1}) + (n_{m0} - n_{m0+1})},$$

де  $x_{m0 \min}$  - нижня границя модального інтервалу;  
 $i$  - інтервальна різниця (величина інтервалу);  
 $n_{m0}$  - частота модального інтервалу;  
 $n_{m0-1}$  - частота інтервалу, що передує модальному;  
 $n_{m0+1}$  - частота інтервалу, наступного за модальним.

**Медіана** - це значення варіаційної ознаки, яка приходить на середину варіаційного ряду. Якщо кількість членів ряду парна, то медіана дорівнює середній арифметичній із двох серединних значень варіант.

Для обчислення медіани інтервального варіаційного ряду знаходять інтервал, який містить медіану, шляхом використання нагромаджених частот або частостей. Медіанному інтервалу відповідає перша з нагромаджених частот або частостей, що перевищує половину всього обсягу сукупності. В знайденому інтервалі медіана ( $M_e$ ) розраховується за формулою:

$$M_e = x_{me \min} + i \frac{\frac{1}{2} \sum n_i - S_{Me-1}}{n_{Me}}$$

де  $x_{memin}$  - нижня границя медіанного інтервалу;  
 $i$  - інтервальна різниця / величина інтервалу;  
 $\frac{1}{2} \sum n_i$  - половина суми всіх частот або частостей;  
 $S_{Me-1}$  - нагромаджена частота або частість інтервалу, який передує медіанному;  
 $n_{Me}$  - частота медіанного інтервалу.

Карл Пірсон встановив взаємозв'язок між модою, медіаною і середньою арифметичною, який виражається рівністю:

$$M_e = \frac{1}{3} M_0 + \frac{2}{3} x_\alpha.$$

Приклад. За даними інтервального ряду розподілу підприємств по врожайності зернових культур (табл. 26) знайти середній показник урожайності, використовуючи у розрахунку формули структурних середніх - моди і медіани. У складеному інтервальному варіаційному ряді модальним інтервалом, із найбільшим числом варіант (17), є третій інтервал з рівнем урожайності від 24 до 28 ц. Отже, мода повинна знаходитися всередині цього інтервалу. Підставивши в наведену вище формулу необхідні значення, одержимо:

$$M_0 = x_{m0 \min} + i \frac{n_{m0} - n_{m0-1}}{(n_{m0} - n_{m0-1}) + (n_{m0} - n_{m0+1})} = 24 + 4 \frac{17 - 6}{(17 - 6) + (17 - 16)} = 27,7 (\text{ц з 1 га}).$$

## 26. Вихідні та розрахункові дані

| Урожайність, ц<br>з 1 га ( $x_i$ ) | Кількість підприємств,<br>частота ( $n_i$ ) | Нагромаджена сума<br>частот ( $n'_i$ ) |
|------------------------------------|---------------------------------------------|----------------------------------------|
| 16-20                              | 3                                           | 3                                      |
| 20-24                              | 6                                           | 9                                      |
| 24-28                              | 17                                          | 26                                     |
| 28-32                              | 16                                          | 42                                     |
| 32-36                              | 7                                           | 49                                     |
| 36-40                              | 5                                           | 54                                     |
| 40-44                              | 3                                           | 57                                     |
| Всього                             | 57                                          | x                                      |

Обчислимо медіану за даними цього ж інтервального ряду розподілу. Як уже було сказано, медіана ( $M_e$ ) в статистичному ряді розподілу посідає центральне місце. Для її знаходження необхідно мати нагромаджений підсумок частот. Медіана знаходиться в тому інтервалі, нагромаджена сума частот якого дорівнює або більша за напівсуму частот ряду ( $57 : 2$ ). У розглянутому прикладі таким інтервалом є четвертий, з рівнем урожайності від 28 до 32 ц, оскільки тут нагромаджена сума частот становить 42. Підставивши відповідні значення у формулу медіани ( $M_e$ ) одержимо:

$$M_e = x_{me \min} + i \frac{\frac{1}{2} \sum n_i - S_{Me-1}}{n_{Me}} = 28 + 4 \frac{28,5 - 26}{16} = 28,6 \text{ (ц з 1 га)}.$$

## Рекомендована література

1. Бугуцький О.А., Опря А.Т., Дорогань Л.О. Статистика: Навчальний посібник. - К.: Комплекс "Віта", 1999. - 419 с.
2. Лугіна О.Є., Білоусова С.В. Статистика: Підручник. - К.: Центр навчальної літератури, 2005. - 580 с.
3. Опря А.Т. Статистика (з програмованою формою контролю знань). - К.: Урожай, 1996. - 448с.
4. Опря А.Т. Статистика. - К.: Центр навчальної літератури, 2005 - 469 с.
5. Уманець Т.В., Пігарев Ю.Б. Статистика: Навч. посіб. - К.: Вікар, 2003. - 623 с.

## Питання для самоконтролю

1. Наведіть приклади натуральних одиниць виміру. Поясніть галузь їх використання.
2. Наведіть приклади умовно-натуральних одиниць виміру.
3. Наведіть приклади та поясніть галузь використання комбінованих одиниць виміру.
4. Вартісні одиниці виміру: приклади, галузь використання.
5. Назвіть види відносних величин.
6. Назвіть одиниці виміру відносних величин.
7. Яка роль відносних величин в статистиці?
8. Дайте визначення поняттю „середні величини”.
9. Запишіть формулу степеневі середньої.
10. Охарактеризуйте об’ємні середні.
11. Назвіть види структурних середніх.
12. Коли в розрахунках середньої величини використовують формули простої, а коли – зваженої середньої?
13. Як Ви розумієте мажорантність середніх величин?

## Завдання для практичних занять

### Завдання 4.1. Способи розрахунку середніх величин

**Зміст завдання:** 1) за даними додатку А визначити середню вартість основних виробничих засобів на одне підприємство (за формулою середньої арифметичної простої);  
2) за інформацією про кількість реалізованої продукції та її ціну, визначити середню ціну реалізації 1 ц по групі зернових культур (за формулою середньої арифметичної зваженої);  
3) за інформацією про виручку та ціну реалізованої зернової продукції визначити середню кількість реалізованої продукції по кожній культурі (розрахунок за формулою середньої гармонійної);  
4) за даними про чисельність працівників на початок кожного місяця визначити середню чисельність за I квартал, I півріччя та рік (розрахунок за формулою середньої хронологічної).

## Порядок виконання

1. Середньою арифметичною простою користуються в тих випадках, коли всі варіанти зустрічаються у сукупності один раз або мають однакові частоти різних варіант. Обчислюється за формулою:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

де  $x$  – варіанта;

$n$  – кількість одиниць спостереження.

27. Вихідні дані для обчислення  
середньої арифметичної простої

| Підприємства | Середньорічна вартість активів, тис. грн. |
|--------------|-------------------------------------------|
| ...          |                                           |
| Всього       |                                           |

2. Середню арифметичну зважену використовують у тих випадках, коли різні варіанти у досліджуваній сукупності повторюються неоднакову кількість разів або мають різну вагу. Вона обчислюється за формулою:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i}$$

де:  $x_i$  - варіанта

$n_i$  - частота.

28. Вихідні та розрахункові дані для обчислення  
середньої арифметичної зваженої

| Культури     | Ціна реалізації<br>1 ц, грн. | Кількість реалізо-<br>ваної продукції, ц | Виручка від<br>реалізації, грн. |
|--------------|------------------------------|------------------------------------------|---------------------------------|
|              | $x_i$                        | $n_i$                                    | $x_i n_i$                       |
| Пшениця      | 43,24                        | 5500                                     |                                 |
| Гречка       | 65,91                        | 980                                      |                                 |
| Кукурудза    | 49,69                        | 2150                                     |                                 |
| Ячмінь       | 37,52                        | 1020                                     |                                 |
| Овес         | 31,95                        | 610                                      |                                 |
| Інші зернові | 45,52                        | 340                                      |                                 |
| Всього       | ×                            |                                          |                                 |

3. Середню гармонійну використовують у тих випадках, коли відомий загальний обсяг явища ( $w$ ) та індивідуальні значення ознаки ( $x$ ), а частоти невідомі. Визначається за формулою:

$$\bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$$

**29. Вихідні та розрахункові дані  
для обчислення середньої гармонійної**

| Культури<br>(з таблиці 28) | Вихідні дані                    |                              | Розрахункові дані |
|----------------------------|---------------------------------|------------------------------|-------------------|
|                            | Виручка від<br>реалізації, грн. | Ціна реалізації 1<br>ц, грн. | ...               |
|                            | $w$                             | $x$                          | $w / x$           |
| ...                        |                                 |                              |                   |
| Всього                     |                                 | ×                            |                   |

4. Середню хронологічну використовують у моментному ряду динаміки, коли є дані про розміри явища на певний момент часу (дату). Її обчислюють за формулою:

$$\bar{x} = \frac{0,5x_1 + x_2 + x_3 + \dots + 0,5x_n}{n - 1}$$

де  $n$  – кількість моментів часу.

Чисельність працівників на підприємстві станом на:

|             |                             |
|-------------|-----------------------------|
| 1.01. - 375 | 1.08. - 446                 |
| 1.02. - 380 | 1.09. - 450                 |
| 1.03. - 395 | 1.10. - 415                 |
| 1.04. - 406 | 1.11. - 377                 |
| 1.05. - 417 | 1.12. - 351                 |
| 1.06. - 435 | 1.01. наступного року - 360 |
| 1.07. - 474 |                             |

**Висновки:**

## **Завдання для самостійного виконання**

**Завдання 4.2.** У 2004 році сільськогосподарське підприємство отримало від реалізації продукції рослинництва 320 тис. грн., від реалізації продукції тваринництва – 160 тис. грн. Визначити відносну величину координації, сформулювати висновки.

**Завдання 4.3.** У 2005 році прибуток сільськогосподарського підприємства від галузей тваринництва і рослинництва склав 648 тис. грн., у тому числі від рослинництва – 350 тис. грн. Розрахувати відносні величини структури.

**Завдання 4.4.** В 2004 році птахофабрика виробила 7000 тис. шт. яєць курячих. Виробничим планом птахофабрики на 2005 р. було передбачено отримати 7700 тис. шт. яєць, фактично було отримано 8713 тис. шт. Розрахувати відносну величину виконання плану, сформулювати висновки.

**Завдання 4.5.** В 2004 р. підприємством було реалізовано продукції на суму 275 тис. грн. Планом на 2005 р. передбачалось реалізувати продукції на суму 300 грн., фактично було отримано продукції на суму 320 тис. грн. Розрахувати відносну величину динаміки, сформулювати висновки.

## **Програмований контроль знань (тести)**

4.1. Знайти правильну відповідь до визначення абсолютних показників.

\* Показники, які відображують розмір кількісних ознак досліджуваних явищ.

- Показники, які відображують розміри кількісних ознак окремих одиниць сукупності.

- Показники, які відображують кількісні ознаки певної сукупності.

- Показники, які відображують кількісні і якісні ознаки досліджуваних явищ.

4.2. Знайти неправильну відповідь на запитання: «В яких

вимірниках (одиницях виміру) статистика визначає абсолютні показники?»

- \* У прямих і непрямих.
- У натуральних і умовно-натуральних.
- У вартісних і трудових.
- У комбінованих.

4.3. При обчисленні відносних величин, що виступає базою порівняння у формулі співвідношення абсолютних показників?

- Чисельник.
- \* Знаменник.
- 100 %.
- Звітна величина.

4.4. В яких одиницях виражаються відносні показники, коли базова величина приймається за 1000?

- У процентах.
- У коефіцієнтах.
- \* У проміле.
- У продециміле.

4.5. Які з перелічених величин характеризують відношення між однойменними показниками?

- Відносні величини інтенсивності.
- Відносні величини координації.
- \* Відносні величини структури.
- Інтегровані відносні величини.

4.6. Які з перелічених величин характеризують відношення між різнойменними показниками?

- Відносні величини виконання плану.
- Відносні величини структури.
- Відносні величини динаміки.

\* Відносні величини інтенсивності і відносні величини координації.

4.7. Яка відносна величина характеризує відношення планового показника до іншої величини, прийнятої за базу порівняння?

- Відносна величина виконання плану.
- Відносна величина порівняння.
- Відносна величина координації.
- \* Відносна величина виконання планового завдання.

4.8. Яка відносна величина характеризує зміну явищ і процесів

у часі?

- Відносна величина структури.
- Відносна величина порівняння.
- \* Відносна величина динаміки.
- Відносна величина інтенсивності.

4.9. Яка відносна величина характеризує співвідношення між складовими частинами цілого?

- \* Відносна величина координації.
- Відносна величина структури.
- Відносна величина порівняння.
- Відносна величина інтенсивності.

4.10. Яка величина характеризує склад того чи іншого суспільного явища?

- Відносна величина порівняння.
- \* Відносна величина структури.
- Відносна величина координації.
- Відносна величина динаміки.

4.11. В якому з наведених прикладів обчислена відносна величина координації?

- Кількість автомобілів на початок року в одному підприємстві по відношенню до іншого підприємства становить 86%.
- Щільність поголів'я корів на 100 га сільськогосподарських угідь у становить 27 голів.
- \* На 100 робітників підприємства припадає 70 жінок.
- Питома вага зернових культур у загальній площі посіву становить 36%.

4.12. Яка з наведених відповідей виходить за межі вимог до статистичних показників?

- Повнота вихідних даних.
- Порівнюваність.
- Вірогідність.
- \* Ефективність.

4.13. До якого виду вимірників абсолютних величин належить показник обсягу виробництва валової продукції по підприємству?

- До трудових.
- До натуральних.
- До умовно-натуральних.
- \* До вартісних.

4.14. До якого виду вимірників абсолютних величин належить показник обсягу витрат кормів у кормових одиницях?

- До вартісних.
- До натуральних.
- \* До умовно-натуральних.
- До трудових.

4.15. До якого виду відносних величин належить показник виходу телят на 100 корів?

- \* Інтенсивності.
- Структури.
- Порівняння.
- Координації.

4.16. Яка з середніх належить до степеневої середньої?

- Геометрична.
- Арифметична.
- Гармонійна.
- \* Квадратична.

4.17. Що станеться із середньою арифметичною величиною, якщо до кожної варіанти ряду розподілу додати або відняти одну і ту ж величину?

- Не зміниться.
- Збільшиться.
- Зменшиться.
- \* Збільшиться або зменшиться на цю ж величину.

4.18. Різні види середніх, розраховані для одного й того ж варіаційного ряду, різняться між собою. У якій відповіді простежується послідовне їх зростання?

- \* Гармонійна, геометрична, арифметична, квадратична.
- Геометрична, гармонійна, арифметична, квадратична.
- Квадратична, геометрична, гармонійна, арифметична.
- Арифметична, геометрична, гармонійна, квадратична.

4.19. Щоб середня величина була дійсно типовою, яких необхідно дотримуватись вимог при її обчисленні?

- Середня якомога менше повинна підлягати дії випадкових коливань.
- \* Сукупність об'єктів повинна бути якісно однорідною.
- Середня повинна обчислюватись за всім колом явищ.
- Чисельність сукупності повинна бути достатньо великою.

## ТЕМА 5. АНАЛІЗ РЯДІВ РОЗПОДІЛУ

### 5.1. Поняття про статистичні ряди розподілу

Маючи в розпорядженні дані статистичного спостереження, що характеризують те чи інше явище, перш за все необхідно їх впорядкувати, тобто надати характер системності.

Англійський статистик У.Дж.Рейхман з приводу неупорядкованих сукупностей образно сказав, що зіткнулися з масою неузагальнених даних рівнозначно ситуації, коли людину кидають у лісових хащах без компаса. Що ж собою являє систематизація статистичних даних у вигляді рядів розподілу?

**Статистичний ряд розподілу** - це впорядковані статистичні сукупності. Найпростішим видом статистичного ряду розподілу є ранжирований ряд, тобто ряд чисел, що знаходиться в порядку зростання чи спадання варіюючої ознаки. Такий ряд не дозволяє судити про закономірності, закладені в розподілених даних: біля якої величини групується більшість показників; які є відхилення від цієї величини; яка загальна картина розподілу. З цією метою групують дані, показуючи, як часто зустрічаються окремі спостереження в загальному їх числі.

Розподіл одиниць сукупності за ознаками, що не мають кількісного виразу, називається **атрибутивним рядом** (наприклад, розподіл підприємств за їх виробничим напрямом).

Ряди розподілу одиниць сукупності за ознаками, що мають кількісний вираз, називаються **варіаційними рядами**. У таких рядах значення ознаки (варіанти) знаходяться в порядку зростання чи спадання.

У варіаційному ряді розподілу розрізняють два елементи: варіанта і частота. **Варіанта** - це окреме значення групувальної ознаки, **частота** - число, яке показує, скільки разів зустрічається кожна варіанта.

У математичній статистиці обчислюється ще один елемент варіаційного ряду - **частість**. Остання визначається, як відношення частоти випадків даного інтервалу до загальної суми частот. Частість визначається в частках одиниці, відсотках (%), в проміле (‰).

Таким чином, **варіаційний ряд розподілу** - це такий ряд, у якому варіанти розташовані в порядку зростання або спадання, вказані їх частоти або частоти. Варіаційні ряди бувають дискретні (переривні) і інтервальні (непереривні).

**Дискретні варіаційні ряди** - це такі ряди розподілу, в яких варіанта як величина кількісної ознаки може приймати тільки певне значення. Варіанти різняться між собою на одну чи кілька одиниць.

Так, кількість вироблених деталей за зміну конкретним робітником може виражатися тільки одним певним числом (6, 10, 12 і т.д.). Прикладом дискретного варіаційного ряду може бути розподіл працівників за кількістю вироблених деталей (табл. 30).

30. Дискретний ряд розподілу

| Вироблено деталей за зміну, шт. ( $x_i$ ) | Кількість робітників, чол. ( $n_i$ ) |
|-------------------------------------------|--------------------------------------|
| 6                                         | 16                                   |
| 7                                         | 10                                   |
| 8                                         | 8                                    |
| 9                                         | 10                                   |
| 10                                        | 12                                   |
| 11                                        | 16                                   |
| 12                                        | 3                                    |

**Інтервальні (непереривні) варіаційні ряди** - ряди розподілу, в яких значення варіанти дано у вигляді інтервалів, тобто значення ознак можуть відрізнятися одне від одного на скільки завгодно малу величину. При побудові варіаційного ряду непереривної ознаки неможливо вказати кожне значення варіанти, тому сукупність розподіляється за інтервалами. Останні можуть бути рівні і нерівні. Для кожного з них вказуються частоти або частоти (табл. 31).

31. Інтервальний ряд розподілу

| Чисельність працюючих, чол. ( $x_i$ ) | Кількість цехів ( $n_i$ ) | % до підсумку |
|---------------------------------------|---------------------------|---------------|
| 20-25                                 | 3                         | 7,5           |
| 25-30                                 | 9                         | 22,5          |
| 30-35                                 | 16                        | 40,0          |
| 35-40                                 | 8                         | 20,0          |
| 40-45                                 | 4                         | 10,0          |
| Всього                                | 40                        | 100,0         |

В інтервальних рядах розподілу з нерівними інтервалами обчислюють такі математичні характеристики, як **щільність розподілу і відносна щільність розподілу** на даному інтервалі. Перша характеристика визначається відношенням частоти до величини того ж інтервалу, друга - відношенням частоти до величини того ж інтервалу. Для наведеного вище прикладу щільність розподілу на першому інтервалі становитиме  $3:5 = 0,6$ , а відносна щільність на цьому інтервалі -  $7,5:5 = 1,5\%$ .



Рис. 3. Схема статистичних рядів розподілу

#### Загальний вигляд статистичних рядів розподілу

| Варіанта | Частота      |
|----------|--------------|
| $x_1$    | $n_1$        |
| $x_2$    | $n_2$        |
| ...      | ...          |
| $x_m$    | $n_m$        |
|          | $\Sigma n_i$ |

| Варіанта        | Частота      |
|-----------------|--------------|
| $x_1 - x_2$     | $n_1$        |
| $x_2 - x_3$     | $n_2$        |
| ...             | ...          |
| $x_m - x_{m+1}$ | $n_m$        |
|                 | $\Sigma n_i$ |

## 5.2. Порядок і правила побудови інтервального варіаційного ряду розподілу

При побудові інтервального ряду розподілу виникає питання про кількість інтервалів (груп) і величину (крок) інтервалу. Питання про кількість інтервалів потрібно вирішувати залежно від характеру матеріалу і чисельності сукупності, що розподіляється. Характерні особливості розподілу не виявляться, якщо при невеликому числі спостережень взяти велике або дуже мале число інтервалів. До цього питання існують різні підходи. Вони були розглянуті у пп.. 3.3.

На першому етапі побудови інтервального ряду розподілу вихідні варіанти розташовують у ранжирований ряд. Потім розраховують величину інтервалу. При побудові ряду розподілу з рівними інтервалами величина останнього становитиме:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n_{\text{int}}},$$

де  $i$  - величина інтервалу,

$x_{\max}$ ,  $x_{\min}$  - відповідно максимальна і мінімальна варіанти;

$n_{\text{int}}$  - число інтервалів.

Маючи встановлене число і величину інтервалу, визначають границі інтервалів. Так, нижня границя першого інтервалу ( $x_1$ ) встановлюється за мінімальною варіантою ( $x_{\min}$ ). Верхня границя цього інтервалу ( $x_2$ ) дорівнюватиме ( $x_{\min} + i$ ). Нижня границя другого інтервалу відповідає (умовно) верхній границі першого інтервалу ( $x_2$ ), а верхня границя другого інтервалу ( $x_3$ ) дорівнюватиме ( $x_2 + i$ ) і т.д. При встановленні границь інтервалів (груп) необхідно пам'ятати, що верхня границя завжди менша нижньої границі наступного сусіднього інтервалу на ціну поділки, тобто одиницю виміру. Величину інтервалу, як правило, заокруглюють до цілого числа.

**Приклад.** За даними про собівартість одиниці продукції 57 підприємств побудувати інтервальний ряд розподілу.

На першому етапі визначаємо кількість інтервалів. Згідно з висловленнями, що наведено раніше, для сукупності одиниць спостереження 40-60 рекомендована кількість інтервалів, дорівнює 6-8. Вибираємо число інтервалів - 7, тобто поділимо сукупність на 7 груп за розмірами показників собівартості.

Вихідні дані по собівартості продукції:

29,3; 31,0; 21,5; 21,4; 28,3; 35,7; 37,6; 19,8; 23,8; 21,6;

32,8; 27,6; 42,7; 27,2; 32,3; 30,1; 30,2; 25,8; 24,6; 25,4;  
 29,8; 28,4; 21,7; 27,5; 23,8; 37,4; 26,7; 16,5; 29,0; 21,1;  
 36,2; 29,6; 21,1; 26,3; 21,5; 27,5; 29,5; 24,3; 19,3; 30,4;  
 30,4; 39,5; 25,8; 26,6; 24,4; 32,3; 26,6; 25,9; 32,8; 29,3;  
 32,3; 25,3; 32,6; 21,5; 23,3; 27,1; 29,6;

Розмістивши варіанти в ранжирований ряд, маємо: 16,5; 19,3; 19,8; ...; 37,6; 39,5; 42,7.

Крок інтервалу дорівнюватиме:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n_{\text{int}}} = \frac{42,7 - 16,5}{7} \approx 4.$$

Заокругливши до цілих варіанти, розрахуємо нижні і верхні границі інтервалів: I - 16+4 = 20 (тобто 16 – 20); II - 20+4 = 24 (тобто 20 – 24) і т.д.

Будуємо макет таблиці згрупованого розподілу частот результатів спостереження (табл. 32).

32. Інтервальний ряд розподілу

| Інтервал, $x_i$ | Частота, $n_i$ |
|-----------------|----------------|
| 16-20           | 3              |
| 20-24           | 11             |
| 24-28           | 17             |
| 28-32           | 14             |
| 32-36           | 7              |
| 36-40           | 4              |
| 40-44           | 1              |
| Всього          | 57             |

Наведений у таблиці ряд пар чисел складає емпіричний розподіл частот  $n_i$  за значеннями  $x_i$ . Сума частот дорівнює обсягу вибіркової сукупності ( $\sum n_i = n = 57$ ).

### 5.3. Графічне зображення рядів розподілу. Основні форми статистичних розподілів

Графічне зображення рядів розподілу (як і статистичних даних взагалі), крім досягнення наочності, переслідує й аналітичну мету. Графік дозволяє в найбільш простій і доступній формі піддати

аналізу (візуально) статистичний ряд розподілу. Варіаційні ряди залежно від виду і поставленої задачі їх аналізу графічно можуть бути зображені у виді **полігону, гістограми, кумуляти, огіви**.

**Полігон** розподілу будується в прямокутній системі координат, при цьому на осі абсцис відкладається варіанта, а на осі ординат - частота або частість. За допомогою полігону розподілу, як правило, графічно зображуються дискретні варіаційні ряди (рис. 4). При побудові полігону для інтервальних рядів розподілу ордината, яка відповідає частоті (частості) встановлюється перпендикулярно осі абсцис у точці, що відповідає центру інтервалу (рис. 5).

Такий спосіб зображення інтервального ряду називають способом "навантажених ординат". Він заснований на допущенні умови рівномірного розподілу частот у межах інтервалів. Якщо це так, то частоти можна віднести до конкретного значення варіанти, яке знаходиться в центрі інтервалу. За таких умов середина (центр) інтервалу ніби "навантажується". Для графічного зображення інтервальних (непереривних) варіаційних рядів частіше використовуються гістограми. Остання являє собою ступінчасту фігуру у вигляді прямокутників, що примикають один до одного. Порядок побудови цього виду графіків такий. На осі абсцис відкладають інтервали значень варіанти. Вони ж є основами прямокутників, висота яких (ордината) пропорційна частоті /частості/ інтервалів (див. рис. 5).

Якщо необхідно зобразити на графіку інтервальний ряд розподілу з нерівними інтервалами, то гістограму будують не по частотах /частостях/ інтервалів, а по показниках щільностей розподілу. При побудові гістограми по абсолютній щільності розподілу загальна площа її дорівнюватиме чисельності сукупності. При побудові графіка відносної щільності площа гістограми дорівнюватиме одиниці.

Інколи ідуть шляхом розчленування (подрібнення) інтервалів варіаційного ряду. У цьому випадку на графіку площа гістограми (дрібноступінчастої) повинна відповідати попередній величині. Якщо процес подрібнення інтервалів продовжити, одержуючи все дрібніші їх параметри, то дрібноступінчаста гістограма в межі являтиме плавну криву.

При зображенні варіаційного ряду з нагромадженими частотами (частотами) у прямокутній системі координат одержується так звана крива сум - кумулята.

Якщо розподіл носить дискретний характер (переривний) на графіку на осі абсцис відкладають значення варіанти, на осі ординат - накопичені частоти (частоти) (рис. 6). По інтервальному (непереривному) ряду розподілу будують точки, абсциси яких - праві границі інтервалів, а ординати - частоти (частоти), що їм відповідають.

Аналогічно кумуляті в прямокутній системі координат будують огіву. Різниця графіка лише в тому, що на осі абсцис наносять нагромаджені частоти, а на осі ординат - значення варіант. Щоб побачити форму огіву на графіку кумуляти, досить лист паперу з її зображенням повернути на  $90^\circ$  і подивитися на нього з протилежної сторони (на світло) (рис. 7).

При побудові кумуляти для інтервального ряду розподілу будують точки, абсциси яких - праві границі інтервалів, а ординати - відповідні їм нагромаджені частоти або частоти.

Якщо збільшити до нескінченності число одиниць спостережень і зменшити величину інтервалу, графік ряду розподілу буде мати форму кривої (рис. 7).

Приклади графічного зображення варіаційних рядів.

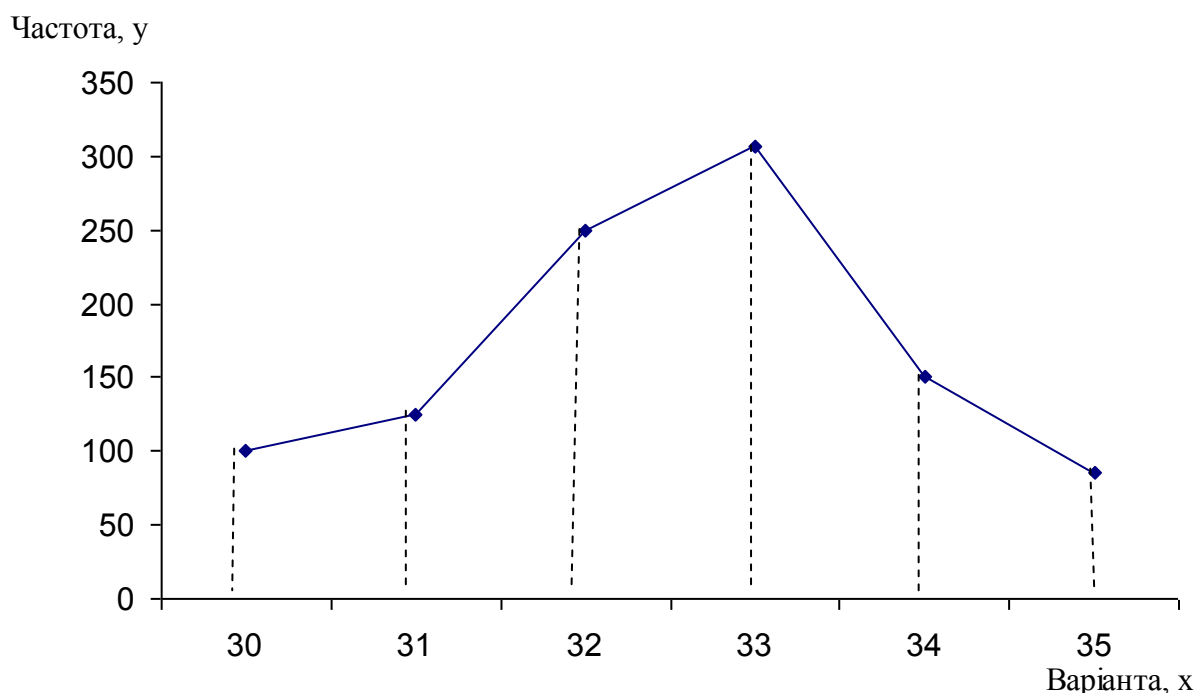


Рис.4 Полігон

### 33. Розподіл робітників за змінним виробітком продукції

| Вироблено деталей за зміну, шт. ( $x_i$ ) | Кількість робітників, чол. ( $n_i$ ) |
|-------------------------------------------|--------------------------------------|
| 30                                        | 101                                  |
| 31                                        | 125                                  |
| 32                                        | 250                                  |
| 33                                        | 306                                  |
| 34                                        | 150                                  |
| 35                                        | 86                                   |
| Разом                                     | 1018                                 |

Частота

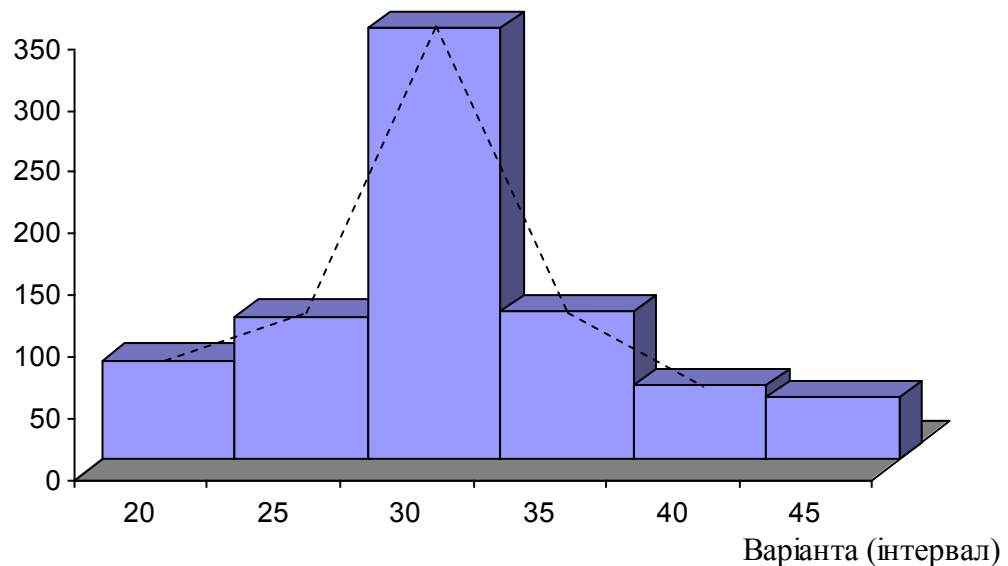


Рис.5. Гістограма

### 34. Розподіл робітників за змінним виробітком продукції

| Вироблено деталей за зміну, шт. ( $x_i$ ) | Кількість робітників, чол. ( $n_i$ ) |
|-------------------------------------------|--------------------------------------|
| 20-25                                     | 80                                   |
| 25-30                                     | 116                                  |
| 30-35                                     | 350                                  |
| 35-40                                     | 120                                  |
| 40-45                                     | 60                                   |
| 45-50                                     | 50                                   |
| Разом                                     | 776                                  |

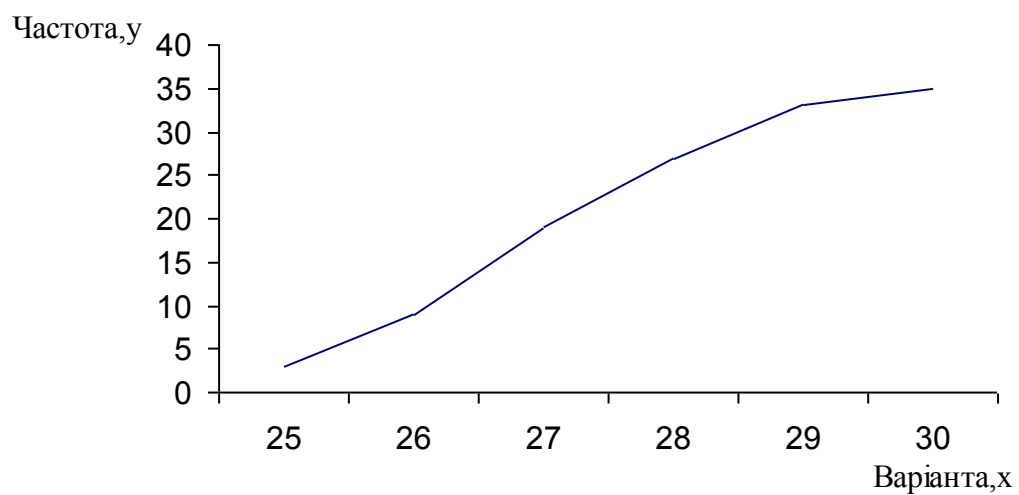


Рис. 6. Кумулята

### 35. Розподіл підприємств за рівнем рентабельності

| Рівень рентабельності, % ( $x_i$ ) | Кількість підприємств, ( $n_i$ ) | Накопичена частота ( $n_i'$ ) |
|------------------------------------|----------------------------------|-------------------------------|
| 25                                 | 3                                | 3                             |
| 26                                 | 6                                | 9                             |
| 27                                 | 10                               | 19                            |
| 28                                 | 8                                | 27                            |
| 29                                 | 6                                | 33                            |
| 30                                 | 2                                | 35                            |
| Всього                             | 35                               | $x$                           |

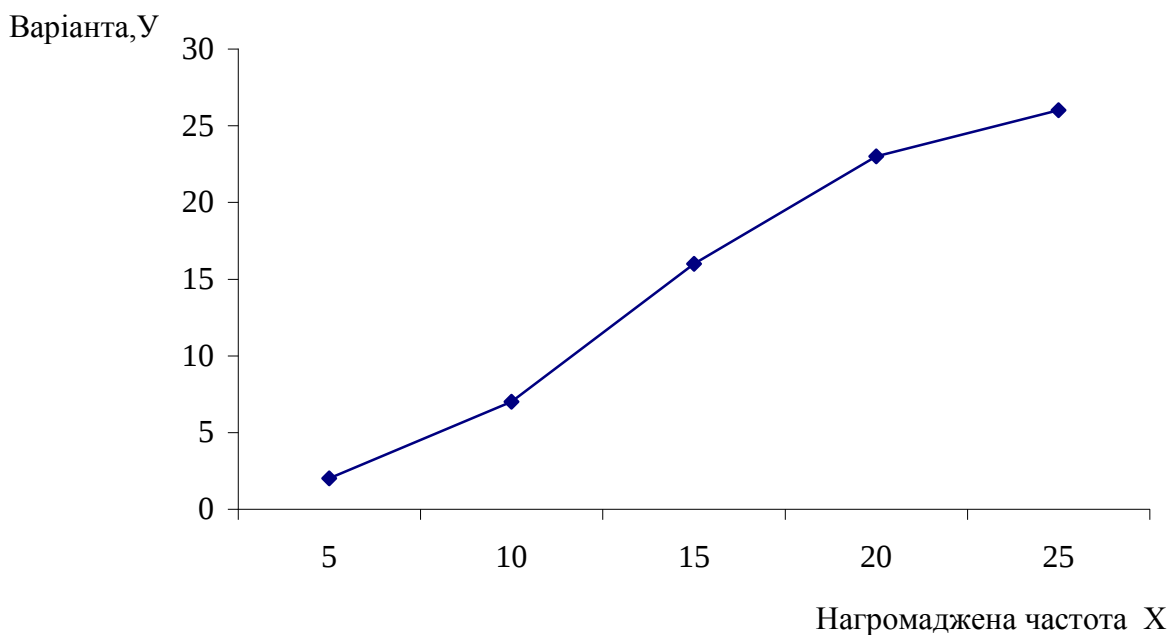


Рис.7. Огіва

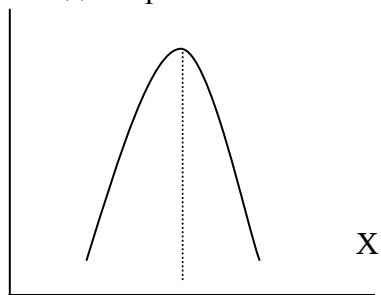
### 36. Розподіл підприємств за рівнем рентабельності

| Рівень рентабельності, %<br>( $x_i$ ) | Кількість підприємств ( $n_i$ ) | Нагромаджена частота ( $n_i'$ ) |
|---------------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| 20-23                                 | 2                               | 2                               |
| 23-26                                 | 5                               | 7                               |
| 26-29                                 | 9                               | 16                              |
| 29-32                                 | 7                               | 23                              |
| 32-35                                 | 3                               | 26                              |
| Разом                                 | 26                              | X                               |

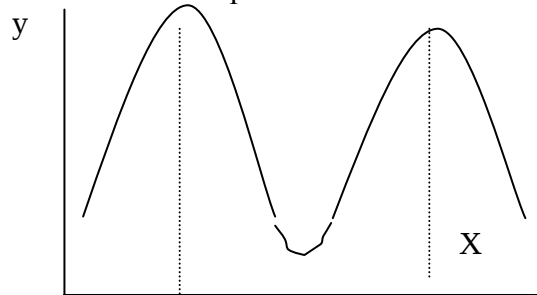


Рис. 8. Схема форм статистичних розподілів

Одновершинні

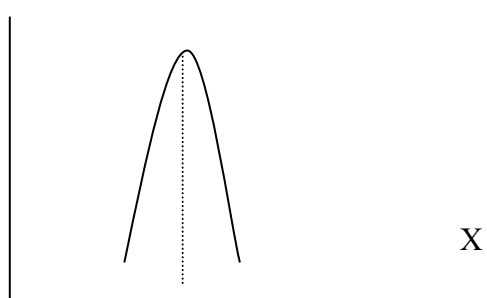


Багатовершинні

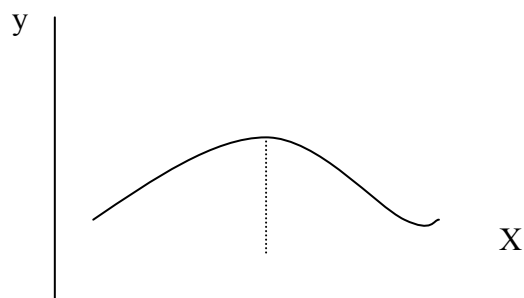


Симетричні

Гостровершинні

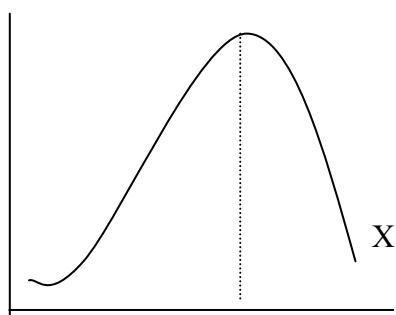


ПлосCOVERшинні



Помірно асиметричні

Лівостороння скошеність  
(від'ємна асиметрія)



Правостороння скошеність  
(додатня асиметрія)

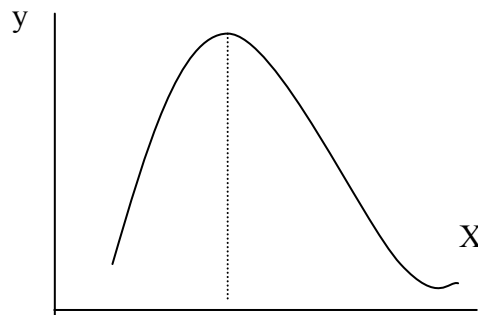
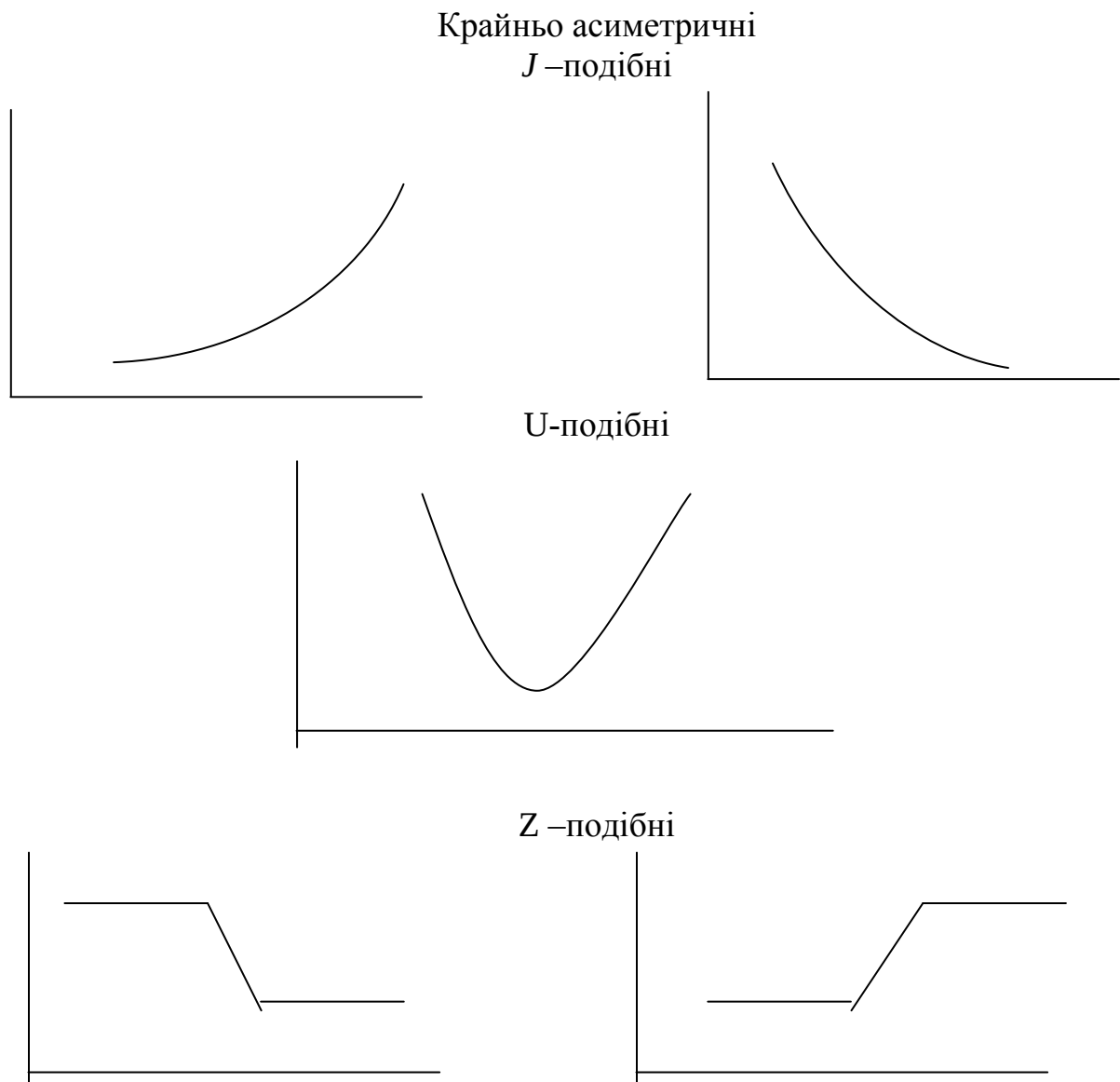


Рис. 9. Графіки форм статистичних розподілів



Продовження рис.9. Графіки форм статистичних розподілів

#### 5.4. Поняття центральної тенденції ряду розподілу. Варіація ознак. Показники варіації

При зоровому сприйнятті показників рядів розподілу і їх графіків переконуємося, що розмір варіант має деякі загальні закономірності, які проявляються в тому, що їх величини групуються навколо центра розподілу. За даними статистичного ряду при віддаленні від центра розподілу вгору і донизу, а при графічному

зображенні при віддаленні вправо і вліво частоти постійно спадають. Тенденція значень ознаки групуватися навколо центра розподілу частот, статистичною характеристикою якого є середня арифметична ( $\bar{x}$ ), називається центральною тенденцією.

Таким чином, виникає необхідність розрахунку характеристик статистичних рядів розподілу. Найважливішою характеристикою варіаційного ряду розподілу є **середня величина**. (Середні величини були розглянуті у темі 4).

Розміри ознак, які характеризують кількісні зміни тих чи інших явищ, зазнають коливань. Як відомо, у певних межах коливаються (варіюють) показники рівнів продуктивності праці та її оплати, собівартості та рентабельності виробництва продукції тощо. Ці коливання зумовлені певними факторами, які діють у різних напрямках. Для узагальнюючої характеристики статистичної сукупності за варіюючими ознаками розраховують середні величини. Але середня, характеризуючи варіаційний ряд у цілому, не враховує варіацію ознаки. Вона не показує, як розміщені навколо неї варіанти, тобто, чи зосереджені вони поблизу середньої, чи значно відхиляються від неї. Середня не показує характер варіації ознаки і ступінь її коливань.

У деяких випадках та ж сама середня може характеризувати зовсім різні сукупності. Тобто в двох або декількох сукупностях середні величини однакові (за рівнем), а відхилення від цих середніх різні. У таблиці 37 наведено дані про виробничий стаж робітників двох цехів підприємств (А і Б).

37. Вихідні і розрахункові дані для обчислення середньої ( $x_i$  - стаж у роках,  $n_i$  - кількість робітників)

| А      |       |           | Б     |       |           |
|--------|-------|-----------|-------|-------|-----------|
| $x_i$  | $n_i$ | $x_i n_i$ | $x_i$ | $n_i$ | $x_i n_i$ |
| 2      | 1     | 2         | 2     | 30    | 60        |
| 3      | 5     | 15        | 3     | 20    | 60        |
| 4      | 30    | 120       | 4     | 10    | 40        |
| 5      | 60    | 300       | 5     | 50    | 250       |
| 6      | 30    | 180       | 6     | 10    | 60        |
| 7      | 5     | 35        | 7     | 20    | 140       |
| 8      | 1     | 8         | 8     | 30    | 240       |
| Всього | 132   | 660       | -     | 170   | 850       |

Середні, обчислені для обох сукупностей, будуть однакові:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{660}{132} = 5; \quad \bar{x}_2 = \frac{850}{170} = 5.$$

Відхилення від обчислених середніх мають різний характер. У першому цеху стаж 120 робітників (30+60+30) із 132 (тобто 91%) відхиляється від середнього стажу (5 років) не більше як на 1 рік.

У другому цеху 70 випадків (10+50+10) із 170 мають таке ж відхилення - 41%. Зрозуміло, що у першому випадку середня характеристика більш надійна (більш типова), ніж у другому. Якщо значення ознаки більше відхиляється від середньої (другий випадок), то досліджувана сукупність вважається менш однорідною, а середня менш надійною. Тому поряд з середніми величинами важливе теоретичне і практичне значення має вивчення відхилень від середніх. При цьому являють інтерес як крайні відхилення, так і сукупність всіх відхилень. Від розмаху і розподілу відхилень залежить надійність середніх характеристик. Останні, необхідно доповнювати показниками, які вимірюють відхилення від них, тобто показниками варіації.

Для кількісного виміру варіації ознаки математична статистика розробила ряд показників: розмах варіації, середнє лінійне відхилення, середній квадрат відхилень (дисперсія), середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації.

У таблиці 38 названі статистичні характеристики представлені структурними їх формулами.

**Розмах варіації**, являючи собою різницю між крайніми (екстремальними) значеннями ознаки варіаційного ряду, дає лише загальне уявлення про розміри варіації, тобто її наближену оцінку. Величина ця нестійка і значною мірою залежить від випадковостей. Вона не дає уявлення про розміри відхилень варіант одна від одної в проміжку між крайніми їх значеннями. Особливістю показника розмаху варіації (R) є те, що він не відображує відхилень усіх варіант, не враховує частоти, а величина його залежить від двох крайніх значень ознаки. Тому для узагальненої характеристики розміру цих відхилень розраховують середню із відхилень. Слід пам'ятати, що термін "відхилення від середньої" означає різницю між варіантою і середньої арифметичною в даній сукупності. У розрахунках завжди віднімають середню від варіант, а не навпаки.

### 38. Формули розрахунку показників варіації

| Статистична характеристика варіації                                 | Форма, зумовлена відсутністю чи наявністю статистичних ваг |                                                                 |
|---------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
|                                                                     | незважена                                                  | зважена                                                         |
| Розмах варіації                                                     | $R = x_{\max} - x_{\min}$                                  | $R = x_{\max} - x_{\min}$                                       |
| Середнє лінійне відхилення                                          | $d_n = \frac{\sum  x_i - \bar{x} }{n}$                     | $d_3 = \frac{\sum  x_i - \bar{x}  n_i}{\sum n_i}$               |
| Дисперсія (девіата, середній квадрат відхилень)                     | $\sigma_n^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}$            | $\sigma_3^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i}$      |
| Середнє квадратичне відхилення                                      | $\sigma_n = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}}$       | $\sigma_3 = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i}}$ |
| Коефіцієнт варіації: по варіаційному розмаху (коефіцієнт осциляції) | $V_R = \frac{R}{x} 100$                                    | $V_R = \frac{R}{x} 100$                                         |
| по середньому лінійному відхиленню (нерівнота)                      | $V_d = \frac{d_n}{x} 100$                                  | $V_d = \frac{d_3}{x} 100$                                       |
| по середньому квадратичному відхиленню                              | $V_\sigma = \frac{\sigma_n}{x} 100$                        | $V_\sigma = \frac{\sigma_3}{x} 100$                             |

Оскільки сума додатних і від'ємних відхилень завжди дорівнює нулю (властивість середньої арифметичної), умовно припускають, що всі відхилення мають однаковий знак. Сума таких відхилень, поділена на їх число, має назву **середнє лінійне відхилення** ( $d$ ). Цей показник має значну перевагу перед розмахом варіації ( $R$ ) у відношенні повноти коливання ознаки. Чим більша його величина, тим менш однорідною вважається сукупність. Показник середнього лінійного відхилення у статистиці застосовують рідко. Для виміру міри варіації частіше отримані відхилення підносять до квадрату, а з квадратів відхилень обчислюють середню величину. Одержана таким чином міра варіації називається **середнім квадратом відхилень** або **дисперсією** ( $\sigma^2$ ).

Якщо добути корінь квадратний з дисперсії, одержимо **середнє квадратичне відхилення** ( $\sigma$ ). Дана статистична величина характеризує абсолютну міру варіації, це іменоване число і виражається у тих же одиницях виміру, в яких виражені варіанти. Середнє квадратичне відхилення називають також **стандартним відхиленням, стандартом або просто «сигмою»**.

Середнє квадратичне відхилення ( $\sigma$ ) і дисперсія ( $\sigma^2$ ) є загальноприйнятими показниками міри варіації ознаки, мають широке застосування у статистиці.

Серед коефіцієнтів варіації найбільш вживаний показник, який вираховується за середнім квадратичним відхиленням.

Здійснимо розрахунок названих статистичних характеристик за даними раніше розглянутого прикладу про середній стаж робітників (табл. 39).

### 39. Вихідні і розрахункові дані для обчислення показників варіації

| А     |       |                 |                     |                        | Б     |       |                 |                     |                        |
|-------|-------|-----------------|---------------------|------------------------|-------|-------|-----------------|---------------------|------------------------|
| $x_i$ | $n_i$ | $x_i - \bar{x}$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(x_i - \bar{x})n_i^2$ | $x_i$ | $n_i$ | $x_i - \bar{x}$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(x_i - \bar{x})n_i^2$ |
| 2     | 1     | -3              | 9                   | 9                      | 2     | 30    | -3              | 9                   | 270                    |
| 3     | 5     | -2              | 4                   | 20                     | 3     | 20    | -2              | 4                   | 80                     |
| 4     | 30    | -1              | 1                   | 30                     | 4     | 10    | -1              | 1                   | 10                     |
| 5     | 60    | 0               | 0                   | 0                      | 5     | 50    | 0               | 0                   | 0                      |
| 6     | 30    | 1               | 1                   | 30                     | 6     | 10    | 1               | 1                   | 10                     |
| 7     | 5     | 2               | 4                   | 20                     | 7     | 20    | 2               | 4                   | 80                     |
| 8     | 1     | 3               | 9                   | 9                      | 8     | 30    | 3               | 9                   | 270                    |
| Разом | 132   | х               | х                   | 118                    | х     | 170   | х               | х                   | 720                    |

Величина дисперсії відповідно для об'єктів А і Б становитиме:

$$\sigma_A^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{118}{132} = 0.89; \quad \sigma_B^2 = \frac{720}{170} = 4.2.$$

Звідси знаходимо:  $\sigma_A = \sqrt{0.89} = 0.94$ ;  $\sigma_B = \sqrt{4.2} = 2.05$ .

Як бачимо, у другому випадку середнє квадратичне відхилення  $\sigma_B$  більш як у два рази перевищує величину  $\sigma_A$ . Отже, другий ряд розподілу характеризується більш високою варіацією ознаки, ніж перший.

Середнє квадратичне відхилення використовується і як самостійна статистична характеристика, і як основа для побудови (обчислення) інших статистичних характеристик: коефіцієнтів варіації, помилок репрезентативності різноманітних характеристик розподілу, коефіцієнтів кореляції і регресії, елементів дисперсійного аналізу, формул регресії. За своєю величиною  $\sigma$  залежить не тільки від ступеня варіації, а й від абсолютних рівнів варіант і середньої. Тому порівнювати стандартні відхилення, розраховані за

варіаційними рядами з різнойменними ознаками (як і з різними рівнями), безпосередньо не можна.

Можливість такого порівняння забезпечує показник процентного відношення середнього квадратичного відхилення і середньої арифметичної - **коефіцієнт варіації** ( $V$ ). Цей показник характеризує відносну міру варіації і дозволяє порівнювати ступінь варіації ознак в рядах розподілу з різним рівнем середніх.

Наприклад, якщо для урожайності зернових культур в одній області  $\sigma_1 = 9$  ц і  $\bar{x}_1 = 30$  ц, а в другій -  $\sigma_2 = 8$  ц, і  $\bar{x}_2 = 20$  ц, то за абсолютною величиною варіація у першому випадку більша ( $9 > 8$ ) а відносна міра варіації менша:

$$V_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1} 100 = \frac{9}{30} 100 = 30\%; \quad V_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2} 100 = \frac{8}{20} 100 = 40\%.$$

Коефіцієнт варіації зручний для порівняння варіації різних явищ. Наприклад, якщо при порівнянні коефіцієнтів варіації віку робітників до рівня їх трудоучасті (сума відпрацьованого часу - люд.-г) виявиться, що коефіцієнт варіації віку  $V=5,3\%$ , а коефіцієнт варіації трудоучасті  $V=14,7\%$ , то робиться висновок про те, що рівень трудоучасті варіює більше, ніж вік.

Коефіцієнт варіації є оцінкою надійності середньої. При величині  $V=5\%$  варіація вважається слабкою,  $V=6-10\%$  - помірною,  $V=16-20\%$  - значною;  $V=21-50\%$  - великою;  $V>50\%$  - дуже великою.

Для малих вибірок величина коефіцієнта варіації повинна бути не більше  $33\%$ . Якщо  $\bar{x} = 1$ ;  $V = \sigma$ .

## 5.5. Моменти статистичного розподілу

Варіаційний ряд розподілу може характеризуватися системою статистик, які мають загальний математичний вираз і носять назву **моментів розподілу**. В цій системі знаходять своє відображення (місце) такі узагальнюючі характеристики ряду, як середня і дисперсія.

Система моментів розподілу вперше була розроблена російським математиком П.Л.Чебишевим.

Загальний математичний вираз моменту розподілу (загального емпіричного моменту) має вигляд:

$$M_k = \frac{\sum (x_i - A)^k n_i}{\sum n_i},$$

де  $M_k$  - момент k-го порядку;

$x_i$  - варіанти ряду;

$n_i$  - частоти ряду;

$k, A$  - постійні числа [k-порядок (ступінь),

$A$  - довільне постійне число /несправжній нуль/ .

Слід пам'ятати, що при розрахунку моментів статистичних розподілів усереднюється k-та ступінь відхилень значень ознаки (варіанти)  $x_i$  від деякої постійної величини ( $A$ ).

Залежно від того, яка величина прийнята за умовний початок ( $A$ ), загальна система моментів може бути подана підсистемами **початкових, центральних і нормованих моментів**.

Якщо умовний початок  $A=0$ , отримують підсистему **початкових моментів**. Початковий момент k-го порядку (k-ої степені) виражається формулою:

$$M_k = \frac{\sum x_i^k n_i}{\sum n_i},$$

де  $M_k$  - початковий момент k-го порядку;

$\sum x_i^k n_i$  - сума добутків варіант k-ого степеня на їх частоти;

$\sum n_i$  - сума частот.

При  $k=0$  момент називається початковим моментом нульового порядку, при  $k=1$  - початковим моментом 1-го порядку при  $k=2$  - початковим моментом 2-го порядку і т.д. Розрахунок величин початкових моментів від нульового до четвертого порядків представлений схематично в таблиці 40.

При  $A = \bar{x}$  одержуємо підсистему **центральних моментів**. Центральний момент k -го порядку виражається формулою:

$$\mu_k = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^k n_i}{\sum n_i}$$

Як видно з наведеної формули, центральні моменти являють собою середні із різних степенів відхилень від середньої арифметичної.

#### 40. Розрахунок підсистеми початкових моментів

| Порядок<br>(ступінь) k | Формула                                 | Зміст                                                 |
|------------------------|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| 0                      | $M_0 = \frac{\sum x_i^0 n_i}{\sum n_i}$ | 1                                                     |
| 1                      | $M_1 = \frac{\sum x_i^1 n_i}{\sum n_i}$ | $\bar{x}$ (середня арифметична)                       |
| 2                      | $M_2 = \frac{\sum x_i^2 n_i}{\sum n_i}$ | $\overline{x^2}$ (середня квадратів варіант)          |
| 3                      | $M_3 = \frac{\sum x_i^3 n_i}{\sum n_i}$ | $\overline{x^3}$ (середня кубів варіант)              |
| 4                      | $M_4 = \frac{\sum x_i^4 n_i}{\sum n_i}$ | $\overline{x^4}$ (середня четвертих степенів варіант) |

Схема розрахунку підсистеми центральних моментів від нульового до четвертого порядків наведена в таблиці 41.

#### 41. Розрахунок підсистеми центральних моментів

| Порядок<br>/ступінь/,k | Формула                                               | Зміст                                                               | Взаємозв'язок з<br>початковими<br>моментами |
|------------------------|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|
| 0                      | $\mu_0 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^0 n_i}{\sum n_i}$ | 1                                                                   | -                                           |
| 1                      | $\mu_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^1 n_i}{\sum n_i}$ | 0                                                                   | $M_1 - M_1$                                 |
| 2                      | $\mu_2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i}$ | $\sigma^2$                                                          | $M_2 - M_1^2$                               |
| 3                      | $\mu_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 n_i}{\sum n_i}$ | Використовується<br>для<br>характеристики<br>асиметрії<br>розподілу | $M_3 - 3M_2M_1 + 2M_1^3$                    |
| 4                      | $\mu_4 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^4 n_i}{\sum n_i}$ | Використовується<br>для<br>характеристики<br>гостровершинності      | $M_4 - 4M_3M_1 + 6M_2M_1^2 - 3M_1^4$        |

Обчислення центральних моментів можуть бути значно

спрощені, якщо знати властивості цієї підсистеми моментів. Розглянемо їх.

1. Якщо усі варіанти статистичного ряду зменшити або збільшити на якесь постійне число  $C$ , то величина центрального моменту  $k$ -го порядку не зміниться. Так, якщо центральний момент розрахувати за зменшеними  $(x_i - C)$  або збільшеними  $(x_i + C)$  варіантами, то  $\mu' = \mu$ .

2. Якщо усі варіанти статистичного ряду зменшити або збільшити в одне і те ж число раз  $(Z)$ , то центральний момент  $k$ -го порядку зменшиться або збільшиться у  $Z^k$  разів. Тобто, якщо центральний момент  $k$ -го порядку  $(\mu'_k)$  розраховувати за збільшеними у  $Z$  разів варіантами  $(x_i Z)$ , то величина його становитиме  $\mu_k^1 = \mu Z^k$ . Аналогічно одержуємо за зменшеними в  $Z$  разів варіантами:  $\mu'_k = \frac{\mu}{Z^k}$ .

Отже, одержавши центральний момент  $(\mu)$  за зміненим рядом [наприклад,  $x_i = (x_i - c) : Z$ ], можна обчислити центральний момент  $k$ -го порядку для початкового ряду. Для випадку, коли варіанта зменшена на  $C$  одиниць, і це значення  $(x_i - c)$  у свою чергу зменшити у  $Z$  разів  $[(x_i - c) : Z]$ , то центральний момент  $(\mu)$   $k$ -го порядку буде дорівнювати:

$$\mu = \mu^1 \cdot Z^k.$$

Знання розглянутих вище властивостей підсистеми центральних моментів дозволить значно скоротити обсяги обчислювальних робіт, особливо у тих випадках, коли вибіркова сукупність представлена громіздкими розмірами величин досліджуваних ознак.

Як було зазначено раніше, центральний момент другого порядку  $(\mu_2)$  являє собою дисперсію  $(\sigma^2)$ . Якщо корінь квадратний з дисперсії (тобто середнє квадратичне відхилення) прийняти за стандарт  $(\sqrt{\mu_2})$ , то відношення центрального моменту  $k$ -го порядку до стандарту в  $k$ -тій степеня буде називатися **нормованим моментом**. Загальна його формула має вигляд:

$$m_k = \frac{\mu_k}{(\sqrt{\mu_2})^k} = \frac{\mu_k}{\sigma^k}.$$

Згідно з наведеною вище формулою нормовані моменти від першого до четвертого порядків можна записати у такому вигляді:  $m_1 = \frac{\mu_1}{\sigma^1} = \frac{0}{\sigma} = 0$ ;  $m_2 = \frac{\mu_2}{\sigma^2} = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1$ ;  $m_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$ ;  $m_4 = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$ .

Послідовність розрахунку моментів розподілу полягає у складанні на першому етапі робочих таблиць. В останні заносяться вихідні і розрахункові дані з тим, щоб у подальшому їх використати для розрахунку тієї чи іншої формули моменту розподілу.

Наведемо форми таких таблиць у вигляді макетів (табл. 42, 43).

42. Вихідні і розрахункові дані для обчислення початкових моментів ряду розподілу

| Варіанта, $x_i$ | Частота<br>$n_i$ | Розрахункові дані |         |         |           |             |             |             |
|-----------------|------------------|-------------------|---------|---------|-----------|-------------|-------------|-------------|
|                 |                  | $x_i^2$           | $x_i^3$ | $x_i^4$ | $x_i n_i$ | $x_i^2 n_i$ | $x_i^3 n_i$ | $x_i^4 n_i$ |
| ...             | ...              | ...               | ...     | ...     | ...       | ...         | ...         | ...         |
| Всього          | ...              | Х                 | Х       | Х       | ...       | ...         | ...         | ...         |

43. Вихідні і розрахункові дані для обчислення центральних моментів ряду розподілу

| Варіанта, $x_i$ | Частота<br>, $n_i$ | Розрахункові дані |                     |                     |                     |                       |                         |                         |                         |
|-----------------|--------------------|-------------------|---------------------|---------------------|---------------------|-----------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
|                 |                    | $(x_i - \bar{x})$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(x_i - \bar{x})^3$ | $(x_i - \bar{x})^4$ | $(x_i - \bar{x}) n_i$ | $(x_i - \bar{x})^2 n_i$ | $(x_i - \bar{x})^3 n_i$ | $(x_i - \bar{x})^4 n_i$ |
| ...             | ...                | ...               | ...                 | ...                 | ...                 | ...                   | ...                     | ...                     | ...                     |
| Всього          | Х                  | Х                 | Х                   | Х                   | Х                   | ...                   | ...                     | ...                     | ...                     |

Розглянуті ваше підсистеми моментів використовуються як статистичні характеристики розподілу. У статистичних розрахунках іноді звертаються до так званих умовних моментів. Одержують цю форму моментів при  $A = x_0$ , де  $x_0$  - деяка варіанта (умовний початок). За  $x_0$  приймається величина досліджуваної ознаки, яка близька до середньої варіанти ( $\bar{x}$ ), тобто до варіанти, розміщеної приблизно в середині варіаційного ряду. Така варіанта, як правило, має найбільшу частоту.

Умовний момент  $k$ -го порядку має вигляд:

$$m_k = \frac{\sum (x_i - x_0)^k n_i}{\sum n_i}.$$

Як видно з формули, умовні моменти являють собою середні

різних степенів із відхилень варіант від умовного початку (несправжнього нуля). Умовні моменти першого, другого, третього і вищого порядків будуть виражатися відповідними формулами:

$$m_1 = \frac{\sum (x_i - x_0)^1 n_i}{\sum n_i} ; m_2 = \frac{\sum (x_i - x_0)^2 n_i}{\sum n_i} ; m_3 = \frac{\sum (x_i - x_0)^3 n_i}{\sum n_i} \text{ і т.д.}$$

Відзначимо, що умовні моменти першого і другого порядків використовуються для спрощення розрахунків відповідно середньої арифметичній і дисперсії.

Для інтервального варіаційного ряду з рівними інтервалами розрахунок умовних моментів може бути значно спрощений, якщо відхилення  $(x_i - x_0)$  розділити на величину інтервалу  $(i)$ . Знаючи, що в основі дискретного ряду розподілу лежить арифметична прогресія, за аналогією можна спростити розрахунки умовних моментів і для цього виду рядів розподілу.

Відношення  $\frac{(x_i - x_0)}{i}$  називають **умовними варіантами**.

Останні, як бачимо, використовують для спрощених методів розрахунку зведених характеристик вибірки шляхом заміни початкових варіант умовними.

Приклад. Необхідно знайти умовні варіанти для дискретного ряду розподілу 50 працівників за середньоденним рівнем зарплати (табл. 44).

44. Дискретний ряд розподілу

| Варіанта, $x_i$ | Частота, $n_i$ |
|-----------------|----------------|
| 22,50           | 3              |
| 26,50           | 8              |
| 30,50           | 25             |
| 34,50           | 10             |
| 38,50           | 4              |

За умовний початок (несправжній нуль  $-x_0$ ) приймаємо варіанту 30,5 (ця варіанта розміщена в середині варіаційного ряду). Різниця між сусідніми (будь-якими) варіантами  $(i)$  дорівнює 4. Для інтервального варіаційного ряду - це величина інтервалу/.

Умовна варіанта буде дорівнюватиме  $x_i^1 = \frac{x_i - x_0}{i} = \frac{22,5 - 30,5}{4} = -2$ .

Аналогічно розраховуємо інші умовні варіанти:

$$x'_2 = -1; x_2 = 1; x_3 = 1; x'_4 = 1; x'_5 = 2.$$

Як бачимо, одержані значення умовних варіант - це цілі числа, невеликі за обсягом, з якими набагато спрощуються обчислювальні операції в порівнянні з варіантами початкового ряду (22,50; 26,50; 30,50; 34,50; 38,50).

Маючи обчислені значення умовних варіант, можна знайти умовний емпіричний момент, який являє собою початковий момент k-го порядку, обчислений для умовних варіант:

$$m'_k = \frac{\sum x_i^k n_i}{\sum n_i} = \frac{\sum \left( \frac{x_i - x_0}{i} \right)^k n_i}{\sum n_i}.$$

Так, умовний момент першого порядку буде дорівнювати:

$$m'_1 = \frac{\sum \left( \frac{x_i - x_0}{i} \right) n_i}{\sum n_i} = \left( \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} - x_0 \frac{\sum n_i}{\sum n_i} \right) \frac{1}{i} = \frac{1}{i} (\bar{x} - x_0).$$

$$\text{Звідси } \bar{x} = m'_1 i + x_0.$$

Отже, щоб знайти середню вибірки, необхідно умовний момент першого порядку помножити на величину інтервалу (i) і до одержаного добутку додати варіанту, прийняту за умовний початок (несправжній нуль).

Від умовних моментів можна перейти до розрахунку початкових моментів розподілу ( $M_K$ ):

$$m'_k = \frac{1}{i^k} \times \frac{\sum (x_i - x_0)^k n_i}{\sum n_i} = \frac{M_K}{i^k}.$$

Звідси початковий момент k -го порядку дорівнює

$$M_K = m'_k \times i^k.$$

Отже, щоб знайти початковий момент k-го порядку, достатньо умовний момент цього порядку помножити на величину інтервалу в k-ій степені.

## 5.6. Характеристика асиметрії та ексцесу

Щоб оцінити (дати оцінку) відхилення емпіричного розподілу від нормального, розраховують такі статистичні характеристики, як **коефіцієнти асиметрії і гостровершинності - ексцесу**. Перший з названих коефіцієнтів характеризує ступінь скошеності варіаційного ряду розподілу щодо його симетрії вправо або вліво.

При зміщенні вправо від центра асиметрія буде характеризуватися додатнім числом, при зміщенні вліво – від’ємним.

**Коефіцієнт асиметрії** ( $A_s$ ) розраховується як відношення центрального моменту третього порядку до куба середнього квадратичного відхилення:  $A_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$ , тобто  $A_s = m_3$ .

Як бачимо, коефіцієнт асиметрії - це нормований момент третього порядку ( $m_3$ ). Вважається, що криві з абсолютною величиною показника асиметрії  $A_s > \pm 0,5$  характеризуються значним зміщенням. Якщо  $A_s < \pm 0,25$  - асиметрія незначна.

Графічно (рис.10) асиметрія описується напрямом більш довгої вітки кривої ("дзвін"). Якщо  $A_s = 0$  - розподіл симетричний, якщо  $A_s > 0$  - розподіл має правосторонню асиметрію; якщо  $A_s < 0$  - лівосторонню асиметрію.

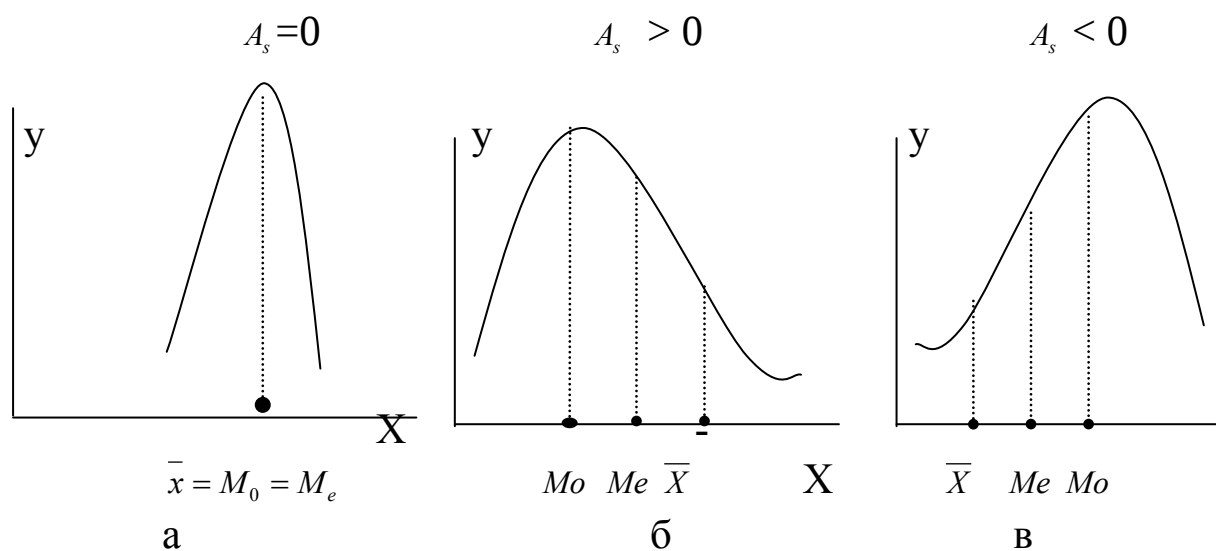


Рис. 10. Форми розподілу при різних значеннях коефіцієнта асиметрії ( $A_s$ )

Криві, зображені на рисунку 10, дозволяють ілюструвати симетрію і два найбільш поширених види асиметрії розподілу. При симетричному розподілі (а) середня арифметична, мода і медіана рівні між собою. Для асиметричних кривих ці статистичні величини неоднакові. Причому середня арифметична і медіана зміщені від центра вбік довшої вітки кривої. Оскільки середня арифметична ( $\bar{x}$ )

"чутка" до "точного" положення більш віддалених від моди ( $m_0$ ) точок кривої, а медіана ( $m_e$ ) "нечутка", то середня ( $\bar{x}$ ) зрушена більше, ніж медіана ( $m_e$ ). У цьому випадку медіана знаходиться між модою і середньою арифметичною.

Як бачимо, напрямок асиметрії геометрично встановлюється дуже просто. Кількісна форма степеня асиметрії вимагає знаходження її алгебраїчної міри.

Приклад. За даними дискретного статистичного ряду розподілу господарств за врожайністю зернових культур потрібно кількісно виміряти асиметрію розподілу варіант у даній вибірці. Для знаходження величини коефіцієнта асиметрії за наведеною вище формулою необхідно виконати додаткові розрахунки. Останні наведені в таблиці 45.

45. Вихідні і розрахункові дані для обчислення коефіцієнтів асиметрії ( $A_s$ ) і ексцесу ( $E_x$ )

| Варіан-<br>та,<br>$x_i$ | Часто-<br>та, $n_i$ | Розрахункові дані ( $\bar{x} = 26,8$ ) |                 |                     |                     |                     |                         |                         |                         |
|-------------------------|---------------------|----------------------------------------|-----------------|---------------------|---------------------|---------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|
|                         |                     | $x_i n_i$                              | $x_i - \bar{x}$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(x_i - \bar{x})^3$ | $(x_i - \bar{x})^4$ | $(x_i - \bar{x})^2 n_i$ | $(x_i - \bar{x})^3 n_i$ | $(x_i - \bar{x})^4 n_i$ |
| 17,6                    | 7                   | 123,2                                  | -9,2            | 84,64               | -778,7              | 7163,9              | 592,5                   | -5450,9                 | 50147,3                 |
| 21,6                    | 11                  | 237,6                                  | -5,2            | 27,04               | -140,6              | 731,1               | 297,4                   | -4546,7                 | 8042,1                  |
| 25,6                    | 18                  | 460,8                                  | -1,2            | 1,44                | -1,7                | 2,1                 | 25,9                    | -30,0                   | 37,8                    |
| 29,6                    | 9                   | 266,4                                  | 2,8             | 7,84                | 21,9                | 61,3                | 70,6                    | 197,1                   | 551,7                   |
| 33,6                    | 5                   | 168,0                                  | 6,8             | 46,24               | 314,4               | 2138,1              | 231,2                   | 1572,0                  | 10690,5                 |
| 37,6                    | 5                   | 188,0                                  | 10,8            | 116,64              | 1259,7              | 13604,9             | 583,2                   | 6298,5                  | 68024,5                 |
| 41,6                    | 2                   | 83,3                                   | 4,8             | 219,04              | 3241,8              | 47978,5             | 438,1                   | 6483,6                  | 95957,0                 |
| Всього                  | 57                  | 1527,2                                 | x               | x                   | x                   | x                   | 2238,9                  | 4523,6                  | 233450,9                |

За попередніми розрахунками маємо:  $\mu_2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{2238,9}{57} = 39,3$ .

Оскільки  $\mu_2 = \sigma^2$  величина середнього квадратичного відхилення становить:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{39,3} = 6,3.$$

Значення величини центрального моменту третього порядку /  $\mu_3$  / одержуємо із виразу  $\mu_3 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^3 n_i}{\sum n_i} = \frac{4523,6}{57} = 79,4$ .

Підставивши значення  $\mu_3$  і  $\sigma^3$  у формулу коефіцієнта асиметрії, маємо:  $A_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{79,4}{6,3^3} = \frac{79,4}{250,0} = 0,318$ .

Додатне значення показника  $A_s$  свідчить про правосторонню асиметрію розподілу господарств за урожайністю, а абсолютне його значення  $0,25 < |0,318| < 0,5$  означає наявність помірної асиметрії в досліджуваному ряді розподілу.

На завершення слід відмітити, що при переважаючій кількості варіант в ряді розподілу менших за величиною від вибіркової середньої коефіцієнт асиметрії буде від'ємним. Якщо в варіаційному ряді переважають варіанти за величиною більше середньої, буде мати місце додатна асиметрія.

Негативною стороною коефіцієнта асиметрії, як міри асиметрії, слід назвати ту, що цей показник не має ні верхньої, ні нижньої границі. Особливо великий розмір коефіцієнта асиметрії практично майже не має місця.

Крім розглянутого способу оцінки міри асиметрії, існують і інші методичні прийоми. Вони є предметом вивчення спеціального курсу.

Для встановлення міри відхилення від нормального розподілу вираховують показник ексцесу ( $E_x$ ). Він характеризує відхилення від нормального розподілу варіант із виступанням або падінням вершини кривої розподілу. При виступанні вершини ексцес називають додатним, при її падінні – від'ємним.

Для кількісного виміру гостровершинності використовується центральний момент четвертого порядку ( $\mu_4$ ). Відношення останнього до середньоквадратичного відхилення в четвертому степені називають **коефіцієнтом гостровершинності** (ексцес). Тобто обчислюється нормований момент четвертого порядку ( $\frac{\mu_4}{\sigma^4}$ ). Якщо за базу порівняння прийняти нормальний розподіл, то відношення  $\frac{\mu_4}{\sigma^4} = 3$ . Тому коефіцієнт гостровершинності або просто "ексцес" ( $E_x$ ) буде виражатися формулою:

$$E_x = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3.$$

Якщо степінь гостровершинності нормальний,  $E_x = 0$ . Для більш гостровершинних розподілів, ексцес буде додатним ( ), для більш

плосковершинних – від’ємним ( $E_x < 0$ ). Форми "вершинності" для вказаних випадків представлено на графіку (рис. 11).

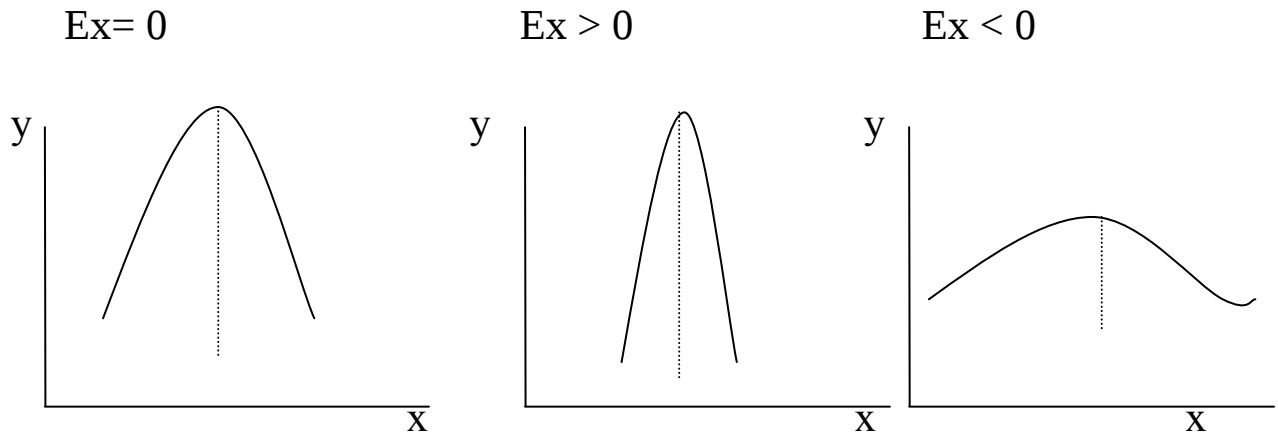


Рис. 11. Форми розподілу для різних значень ексцесу ( $E_x$ ).

Якщо величина показника ексцесу  $E_x = 0,4$ , крива вважається слабоексцесивною. Найбільша абсолютна величина від’ємного ексцесу становить мінус 2. При такому значенні вершина кривої опускається до осі абсцис і крива розподілу ділиться на дві самостійні одновершинні криві.

Слід відзначити, що термін "ексцес" грецького походження (kurtosis), і назви форми ексцесу в різних кривих розподілу мають корінь цього слова. Мається на увазі стрічкокуртичні, платокуртичні і мезокуртичні криві (рис. 12).

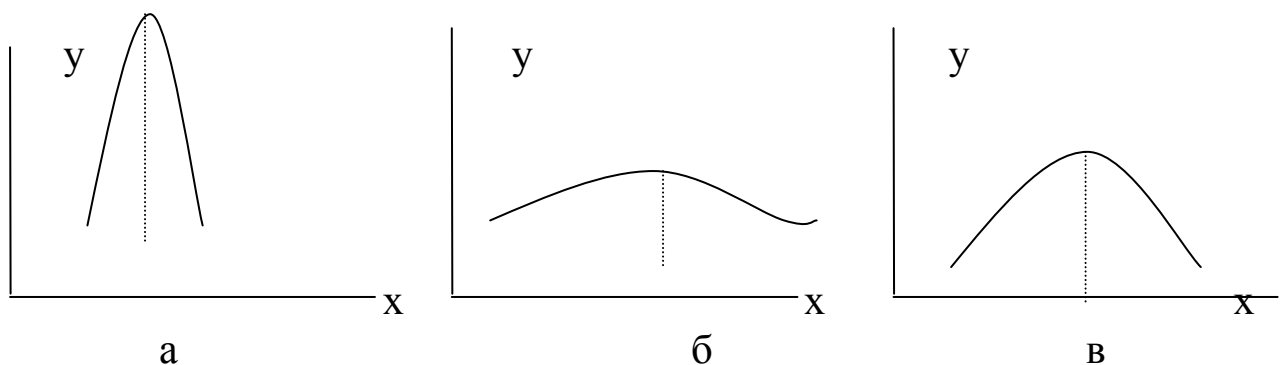


Рис. 12. Типи ексцесу: а - стрічкокуртичний, б - платокуртичний, в – мезокуртичний

Відповідно до графіка, стрічкокуртичної кривої (а) характерне

розміщення більшості одиниць спостережень поблизу центра. У випадку платокуртичної кривої (форма силуету плато) варіанти значно віддалені від центра розподілу (б). Помірне розміщення навколо центра розподілу варіант визначає форма ексцесу у вигляді мезокуртичної кривої (в).

Для кривої нормального розподілу (при  $\bar{x}=0$  і  $\sigma=1$ ) значення коефіцієнта ексцесу ( $E_x$ ) становить 0,263. При цьому його величина обчислюється за формулою:

$$E_x = \frac{\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)}{P_{90} - P_{10}},$$

де  $Q_3 + Q_1$  - відповідно третя і перша квартилі;

$P_{90}, P_{10}$  - дев'яностий і десятий перцентилі.

Таким чином, коефіцієнт ексцесу визначається відношенням половини розмаху між двома квартилями до різниці 90-го і 10-го перцентилей. (Величини, які характеризують розділення розподілу на чотири, десять і сто рівних частин, називаються відповідно квартилями, децилями і перцентиллями).

Згідно з розподілом підприємств за врожайністю зернових культур (табл. 45), величина коефіцієнта ексцесу становить:

$$E_x = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{233450 : 57}{6,3^4} - 3 = -0,52.$$

Відповідно до величини розрахованого показника ексцесу ( $E_x = -0,52$ ), крива розподілу характеризується платокуртичною формою зі слабовираженою ексцесивністю, тобто форма кривої на графіку - плосковершинна.

### Рекомендована література

1. Бугуцький О.А., Опря А.Т., Дорогань Л.О. Статистика: Навчальний посібник. - К.: Комплекс "Віта", 1999. - 419 с.
2. Опря А.Т. Статистика (з програмованою формою контролю знань). - К.: Урожай, 1996. - 448с.
3. Опря А.Т. Статистика. - К.: Центр навчальної літератури, 2005 - 469 с.

## Питання для самоконтролю

1. Загальне поняття рядів розподілу.
2. Види рядів розподілу. Наведіть приклади.
3. Складові рядів розподілу.
4. Правила побудови інтервальних рядів розподілу.
5. Поясніть що таке полігон, гістограма, кумулята, огіва. В яких випадках вони використовуються.
6. Які існують форми статистичних розподілів?
7. Значення моди як структурної середньої.
8. Визначення медіани в інтервальних рядах розподілу.
9. Основні показники варіації та їх значення у статистиці.
10. Дисперсія: значення, методика обчислення.
11. Коефіцієнти варіації: зміст, методика визначення.
12. Середнє квадратичне відхилення: методика обчислення, сутність.
13. Що розуміють під моментами статистичного розподілу?
14. Поясніть поняття «асиметрія», «ексцес».

## Завдання для практичних занять

### Завдання 5.1. Побудова статистичних рядів розподілу

**Зміст завдання:** за даними статистичного спостереження чисельності працівників 50 підприємств (вихідна інформація наведена у додатку Б) побудувати інтервальний ряд розподілу.

### Порядок виконання

Статистичні ряди розподілу – це впорядковані статистичні сукупності. Їх будують після систематизації і обробки первинних статистичних матеріалів.

*Інтервальні* варіаційні ряди – ряди розподілу, в яких значення варіанти дано у вигляді інтервалів, тобто значення ознак можуть відрізнятися одне від одного на певну величину.

#### 46. Дані статистичного спостереження чисельності працівників

| № підпри-<br>ємства | Варі-<br>анта | № підпри-<br>ємства | Варі-<br>анта | № підпри-<br>ємства | Варі-<br>анта |
|---------------------|---------------|---------------------|---------------|---------------------|---------------|
| 1                   |               | 18                  |               | 37                  |               |
| 2                   |               | 19                  |               | 38                  |               |
| 3                   |               | 20                  |               | 39                  |               |
| ...                 |               | ...                 |               | ...                 |               |

Ранжирований ряд:

.....

При побудові інтервального ряду розподілу виникає питання про кількість інтервалів (груп) і величину (крок) інтервалу.

Орієнтовно число інтервалів можна визначити шляхом здобування кореня квадратного з обсягу вибіркової сукупності.

При побудові ряду розподілу з рівними інтервалами величина останнього становитиме:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}$$

де  $i$  – величина інтервалу (інтервальна різниця, крок);

$x_{\max}, x_{\min}$  - максимальне та мінімальне значення ознаки;

$n$  – кількість інтервалів.

Величину інтервалу, як правило, заокруглюють до цілого числа.

Послідовність побудови інтервалів: нижня границя першого інтервалу ( $x_1$ ) встановлюється за мінімальною варіантою ( $x_{\min}$ ), верхня його границя ( $x_2$ ) дорівнюватиме ( $x_{\min} + i$ ). Нижня границя другого інтервалу умовно відповідає верхній границі першого інтервалу ( $x_2$ ), а його верхня границя ( $x_3$ ) дорівнюватиме ( $x_2 + i$ ) і т.д.

До статистичних характеристик ряду розподілу відносять:

- частість – це відношення частоти випадків даного інтервалу до загального підсумку частот;
- щільність розподілу – це відношення частоти до величини інтервалу;
- відносна щільність розподілу – це відношення частоти до величини інтервалу.

## 47. Характеристики ряду розподілу

| Інтервал за чисельністю працівників | Серединне значення інтервалу, $x_i$ | Частота, $n_i$ | Накопичена частота, $S$ | Частість, % (до 0,1) | Щільність розподілу (до 0,01) | Відносна щільність розподілу (до 0,01) |
|-------------------------------------|-------------------------------------|----------------|-------------------------|----------------------|-------------------------------|----------------------------------------|
| I. ...                              |                                     |                |                         |                      |                               |                                        |
| II. ...                             |                                     |                |                         |                      |                               |                                        |
| ...                                 |                                     |                |                         |                      |                               |                                        |
| Всього                              |                                     |                | ×                       |                      | ×                             | ×                                      |

### Висновки:

### Завдання 5.2. Обчислення показників варіації

**Зміст завдання:** За даними про кількість виробленої зернової продукції та собівартість 1 ц визначити показники варіації собівартості.

### Порядок виконання:

48. Вихідні і розрахункові дані для обчислення показників варіації собівартості зернової продукції

| Види продукції | Собівартість 1 ц, грн. | Вироблено продукції, тис. ц | Розрахункові величини |                 |                       |                     |                         |
|----------------|------------------------|-----------------------------|-----------------------|-----------------|-----------------------|---------------------|-------------------------|
|                | $x_i$                  | $n_i$                       | $x_i n_i$             | $x_i - \bar{x}$ | $ x_i - \bar{x}  n_i$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(x_i - \bar{x})^2 n_i$ |
| Пшениця        | 43,24                  | 5500                        |                       |                 |                       |                     |                         |
| Гречка         | 65,91                  | 980                         |                       |                 |                       |                     |                         |
| Кукурудза      | 49,69                  | 2150                        |                       |                 |                       |                     |                         |
| Ячмінь         | 37,52                  | 1020                        |                       |                 |                       |                     |                         |
| Овес           | 31,95                  | 610                         |                       |                 |                       |                     |                         |
| Інші зернові   | 45,52                  | 340                         |                       |                 |                       |                     |                         |
| Всього         | ×                      |                             |                       | ×               |                       | ×                   |                         |

Для кількісного виміру варіації досліджуваної ознаки розрахувати показники:

1. *Розмах варіації* – це різниця між крайніми (екстремальними) значеннями ознаки варіаційного ряду:

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

2. *Середнє лінійне відхилення* – це середня арифметична з абсолютних значень відхилень окремих варіант від середньої величини. Визначається в тих же одиницях виміру, що і середня величина. Розраховується за формулою:

$$d = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| n_i}{\sum n_i}.$$

3. *Дисперсія* являє собою середній квадрат відхилень ознаки від середньої величини:

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i}.$$

4. *Середнє квадратичне відхилення* дорівнює кореню квадратному з дисперсії. Характеризує абсолютну міру варіації, виражається у тих же одиницях виміру, що і варіанта:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i}}.$$

5. *Коефіцієнти варіації* – це процентне відношення розмаху варіації, середнього квадратичного та середнього лінійного відхилення до середньої величини. Характеризують відносну міру варіації і дозволяють порівнювати ступінь варіації в рядах розподілу з різним рівнем середньої:

$$\text{квадратичний} \quad V_{\sigma} = \frac{\sigma \times 100}{\bar{x}};$$

$$\text{лінійний} \quad V_d = \frac{d \times 100}{\bar{x}};$$

$$\text{осциляції} \quad V_R = \frac{R \times 100}{\bar{x}}.$$

Квадратичний коефіцієнт варіації є оцінкою надійності середньої. При величині  $V \leq 5\%$  варіація вважається слабкою, 6-10-помірною, 11-20 – значною, 21-50- великою,  $V > 50\%$  - дуже великою. Для малих вибірок його величина повинна бути не більше 33%.

## Висновки:

### Завдання 5.3. Обчислення показників ряду розподілу

**Зміст завдання:** За даними завдання 5.1 обчислити:

- 1) середню величину ряду розподілу;
- 2) визначити моду і медіану ряду розподілу;
- 3) показники варіації ряду розподілу.

#### Порядок виконання

49. Вихідні та розрахункові дані для обчислення структурних середніх та показників варіації

| Інтервали за рівнем<br>..... | Середнє значення інтервалу | Частота (кількість підприємств) | Накопичена частота | Розрахункові величини |                 |                       |                     |                         |
|------------------------------|----------------------------|---------------------------------|--------------------|-----------------------|-----------------|-----------------------|---------------------|-------------------------|
|                              |                            |                                 |                    | $x_i n_i$             | $x_i - \bar{x}$ | $ x_i - \bar{x}  n_i$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(x_i - \bar{x})^2 n_i$ |
| I.                           |                            |                                 |                    |                       |                 |                       |                     |                         |
| П.                           |                            |                                 |                    |                       |                 |                       |                     |                         |
| ....                         |                            |                                 |                    |                       |                 |                       |                     |                         |
| Всього                       |                            |                                 | ×                  |                       | ×               |                       | ×                   |                         |

Середня величина ряду визначається за формулою середньої арифметичної зваженої :

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i}.$$

*Мода* ( $M_o$ ) – це варіаційна ознака, яка найчастіше зустрічається у даному варіаційному ряду. Для інтервального ряду розподілу з рівними інтервалами інтервал, що містить моду (модальний), визначається за найбільшою частотою, мода обчислюється за формулою:

$$M_o = x_{M_o \min} + i \frac{n_{M_o} - n_{M_o-1}}{(n_{M_o} - n_{M_o-1}) + (n_{M_o} - n_{M_o+1})}$$

де  $x_{M_o \min}$  - нижня границя модального інтервалу;

$i$  - величина інтервалу;

$n_{Mo}$  - частота модального інтервалу;

$n_{Mo-1}$  - частота передмодального інтервалу;

$n_{Mo+1}$  - частота післямодального інтервалу.

*Медіана* – це значення варіаційної ознаки, яке приходить на середину варіаційного ряду. Для обчислення медіани інтервального варіаційного ряду знаходять інтервал, який містить медіану, шляхом використання накопичених частот, що перебільшують половину всього обсягу сукупності. У знайденому інтервалі медіана ( $M_e$ ) розраховується за формулою:

$$M_e = x_{Me\ min} + i \frac{\frac{\Sigma n}{2} - S_{Me-1}}{n_{Me}},$$

де  $x_{Me\ min}$  - нижня границя медіанного інтервалу;

$i$  - величина інтервалу;

$\frac{\Sigma n}{2}$  - половина суми всіх частот або частостей;

$S_{Me-1}$  - накопичена частота передмедіанного інтервалу;

$n_{Me}$  - частота медіанного інтервалу.

Карл Пірсон встановив взаємозв'язок між модою, медіаною і середньою арифметичною, який виражається рівністю:

$$M_e = \frac{1}{3}M_o + \frac{2}{3}\bar{x}.$$

Розрахунок показників варіації здійснюють за формулами:

1. Розмах варіації (за серединними значеннями інтервалів)

$$R = x_{max} - x_{min}.$$

2. Середнє лінійне відхилення

$$d = \frac{\Sigma |x_i - \bar{x}| n_i}{\Sigma n}.$$

3. Дисперсія

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\Sigma n}.$$

4. Середнє квадратичне відхилення

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2 n_i}{\Sigma n}}.$$

5. Коефіцієнти варіації

$$V_R = \frac{R \times 100}{\bar{x}}; \quad V_d = \frac{d \times 100}{\bar{x}}; \quad V_\sigma = \frac{\sigma \times 100}{\bar{x}}$$

**Висновки:**

## **Завдання для самостійного виконання**

### **Завдання 5.4. Графічне зображення статистичних рядів розподілу**

**Зміст завдання:** За даними завдання 5.1 і 5.3 побудувати статистичні графіки інтервального ряду розподілу:  
а) гістограму; б) огіву.

### **Програмований контроль знань (тести)**

5.1. Яка з перелічених відповідей виходить за межі видів рядів розподілу?

- Атрибутивні, варіаційні.
- Дискретні.
- Інтервальні.
- \* Структурні.

5.2. За допомогою якого виду графіків рядів розподілу зображуються дискретні варіаційні ряди?

- \* Полігон.
- Гістограма.
- Кумулята.
- Огіва.

5.3. Як класифікуються ряди розподілів за формами їх графіків?

- Гістограма.
- Кумулята.
- \* Одновершинні і багатoverшинні.
- Гостровершинні і похиловершинні.

5.4. Які за видом графіків форми розподілу не вивчає математична статистика?

- Одновершинні.
- \* Багатoverшинні.
- Помірноасиметричні.
- Крайньоасиметричні.

5.5. Назвати складові елементи статистичних рядів розподілу.

- Варіанта, частість.
- Частота, частість.
- Частість.
- \* Варіанта і частота.

5.6. За допомогою якого виду графіків рядів розподілу зображуються інтервальні варіаційні ряди?

- Полігон.
- \* Гістограма.
- Кумулята.
- Огіва.

5.7. За які межі не повинно виходити число інтервалів при визначенні їх кількості через корінь квадратний з обсягу вибірки?

- 3 – 15.
- 5 – 30.
- \* 5 – 20.
- 10 – 20.

5.8. На яку кількість інтервалів розподіляють статистичну сукупність при невеликій її кількості (до 30 одиниць спостереження)?

- \* Три.
- Чотири.
- П'ять.
- Сім.

5.9. Який показник характеризує абсолютну міру варіації ознаки в статистичній сукупності?

- Розмах варіації.
- \* Середнє квадратичне відхилення.
- Середній квадрат відхилення.
- Коефіцієнт варіації.

5.10. Назвати практичну значимість центрального моменту третього порядку.

- Характеризує міру варіації.
- Характеризує однорідність сукупності.
- \* Використовується для характеристики асиметрії розподілу.
- Використовується для характеристики гостровершинності розподілу.

5.11. Назвати практичну значимість центрального моменту четвертого порядку.

- Характеризує міру варіації.
- Характеризує однорідність сукупності.
- Використовується для характеристики асиметрії розподілу.
- \* Використовується для характеристики гостровершинності розподілу.

## ТЕМА 6. АНАЛІЗ ПОДІБНОСТІ РОЗПОДІЛІВ

### 6.1. Статистична оцінка параметрів розподілу

#### 6.1.1. Поняття статистичної оцінки

Питання статистичної оцінки пов'язують в єдине ціле такі проблемні аспекти математичної статистики, як наукова методологія, випадкові величини, статистичні розподіли та ін. Для будь-якої вибірки притаманні помилки, зумовлені неповнотою охоплення одиниць, помилками вимірювання і тому подібними причинами. Такі помилки в реальному житті надають кожній гіпотезі /зокрема, сформульованій на базі економічних висновків/ випадковий, стохастичний характер. Незалежно від кількості змінних, передбачених теоретичними гіпотезами, робиться припущення, що вплив різних видів помилок може бути достатньо точно описаний за допомогою лише однієї складової. Такий методологічний підхід дозволяє обмежитися одномірним розподілом імовірностей при одночасному оцінюванні декількох параметрів.

**Статистична оцінка** - це один із двох типів статистичного судження /другий тип - перевірка гіпотез/. Вона являє собою особливого роду метод судження про числові значення характеристик /параметрів/ розподілу генеральної сукупності за даними вибірки з цієї сукупності. Тобто, маючи результати вибіркового спостереження, ми намагаємося оцінити /з найбільшою точністю/ значення визначених параметрів, від яких залежить розподіл ознаки /змінної/, яка нас цікавить, у генеральній сукупності. Оскільки вибірка включає тільки частину одиниць генеральної сукупності /інколи дуже мале їх число/, існує ризик допустити помилку. Незважаючи на зменшення такого ризику зі збільшенням числа одиниць спостереження, він все ж має місце при вибіркового спостереженні. Звідси, прийнятим за результатами вибірки рішенням надають імовірнісний характер. Але було б невірним розглядати статистичні судження тільки з позицій імовірностей. Такій підхід не завжди виявляється достатнім для побудови правильних теоретичних припущень відносно параметрів генеральної сукупності. Часто потрібен ще ряд додаткових суджень,

які б забезпечили більш глибоке обґрунтування. Наприклад, потрібно оцінити з можливо більшим наближенням значення середньої чисельності кваліфікованих робітників у підприємствах регіону. При цьому оцінюється середня арифметична змінної  $x$  з генеральної сукупності, яка має нормальний розподіл. Одержавши вибірку по даній ознаці в кількості  $n$  одиниць, необхідно розв'язати питання: яку величину за даними вибірки необхідно прийняти як найбільш близьку до середньої в генеральній сукупності? Таких величин, математичне очікування яких дорівнює шуканому параметру /або близьке до нього/, можна навести кілька: а/ середня арифметична; б/ мода; в/ медіана; г/ середня, обчислена за розмахом варіації, і т.д.

Із імовірнісної точки зору кожному з названих вище величин можна вважати такими, що дають найкраще наближення до шуканого параметра генеральної сукупності  $\bar{x}$ , оскільки математичне очікування кожної з цих функцій /особливо для великих вибірок/ дорівнює генеральній середній. Зумовлюється таке припущення тим, що при багаторазовому повторенні вибірки із тієї самої генеральної сукупності буде одержаний "в середньому" вірний результат.

Правильність "в середньому" пояснюється рівністю повторювань додатних і від'ємних відхилень виникаючих помилок оцінки генеральної середньої, тобто середня помилка оцінки буде дорівнювати нулю.

У практичних умовах, як правило, організовують одну вибірку, тому дослідника цікавить питання про більш точну оцінку шуканого параметра за результатами конкретної вибірки. Для вирішення такого завдання, крім висновків, які впливають безпосередньо з абстрагованого обчислення ймовірностей, потрібні додаткові правила мотивування найкращого наближення оцінки до шуканого параметра генеральної сукупності.

Існує достатня кількість способів оцінки констант за вибірковими спостереженнями. Які з них найкращі у рішенні конкретних завдань дослідження - займається теорія статистичного оцінювання. Вона досліджує умови, яким повинна підпорядковуватися та чи інша оцінка, орієнтує на оцінки, більш переважаючі при даних обставинах. Теорія оцінок вказує на перевагу однієї оцінки порівняно до іншої.

Як відомо, інформація, одержана на основі вибірки, не носить категоричного характеру у висновку. Якщо, наприклад, із

досліджуваних 100 голів тварин щодо їх захворювання здоровими виявилися 99, то існує ймовірність, що одна тварина, яка залишилася необстеженою саме носить у собі вірус передбачуваного захворювання. Оскільки це мало ймовірно, робиться висновок про відсутність даного захворювання. У більшості випадків такий висновок повністю виправдовується.

Керуючись подібними висновками в практичній діяльності, експериментатор /дослідник/ спирається не на вірогідність інформації, а лише на її ймовірність.

Другий бік вибіркового спостереження, як уже відзначалося, вирішує завдання можливо більш об'єктивного визначення ступеня надійності одержуваних вибірових оцінок. Розв'язуванню цього завдання намагаються надати якомога точніший імовірнісний вираз, тобто мова йде про визначення ступеня точності оцінки. Тут дослідник визначає межі можливої розбіжності між оцінкою, одержаної при вибірці, і дійсним значенням її величини в генеральній сукупності.

Точність оцінки зумовлюється способом її розрахунку за даними вибірки і способом відбору одиниць у вибірову сукупність.

Спосіб одержання оцінок передбачає будь-яку обчислювальну процедуру /метод, правило, алгебраїчну формулу/. Це пріоритет теорії статистичного оцінювання. Способи відбору ведуть до питань техніки здійснення вибіркового дослідження.

Викладене вище дозволяє дати визначення поняттю "статистична оцінка".

**Статистична оцінка** - це наближене значення шуканого параметра генеральної сукупності, яке одержано за результатами вибірки й забезпечує можливість прийняття обґрунтованих рішень про невідомі параметри генеральної сукупності.

Припустимо, що  $\tilde{\theta}_n$  - статистична оцінка невідомого параметра  $\theta$  теоретичного розподілу. За багаторазово здійснюваними однакового обсягу вибірками з генеральної сукупності знайдені оцінки  $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \tilde{\theta}_3, \dots, \tilde{\theta}_n$ , що мають різні значення. Тому оцінку  $\tilde{\theta}_n$ , можна розглядати як випадкову величину, а  $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_2, \tilde{\theta}_3, \dots, \tilde{\theta}_n$  - як її можливі значення. Як випадкова величина, вона характеризується певною функцією щільності ймовірностей. Оскільки ця функція зумовлена результатом вибіркового спостереження /експерименту/, то її називають **вибіровим розподілом**. Така функція описує щільність ймовірності

для кожної із оцінок, використовуючи певне число вибірових спостережень. Якщо припустити, що, статистична оцінка  $\tilde{\theta}_n$ , - це алгебраїчна функція від певного набору даних і такий набір буде одержаний при здійсненні вибірового спостереження, то в загальному вигляді оцінка одержить вираз:  $\tilde{\theta}_n = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_m)$ .

По закінченні вибірового обстеження дана функція вже не є оцінкою загального вигляду, а приймає - конкретне значення, тобто стає кількісною оцінкою /числом/. Інакше кажучи, з вищенаведеного виразу функції впливає, що будь який з показників, які характеризують результати вибірового спостереження, можна вважати оцінкою. Вибіркова середня є оцінкою генеральної середньої. Розрахована за вибіркою дисперсія або обчислене з неї значення середнього квадратичного відхилення є оцінками відповідних характеристик генеральної сукупності і т. ін.

Як уже відмічалось, розрахунок статистичних оцінок не гарантує виключення помилок. Суть полягає в тому, що останні не повинні бути систематичними. Наявність їх має носити випадковий характер. Розглянемо методологічну сторону цього положення.

Припустимо, оцінка  $\tilde{\theta}_n$  дає неточне значення оцінки  $\theta$  генеральної сукупності з нестачею. У цьому випадку кожне обчислене значення  $\theta_i (i = 1, 2, 3, \dots, n)$  буде меншим за дійсне значення величини  $\theta$ .

З цієї причини математичне очікування /середнє значення/ випадкової величини  $\tilde{\theta}$  буде менше, ніж  $\theta$ , тобто  $M(\tilde{\theta}) < \theta$ . І, навпаки, якщо  $\tilde{\theta}_n$  дає оцінку з надлишком, то і математичне очікування випадкової  $\tilde{\theta}_n$  стане більшим, ніж  $\theta$ .

Звідси впливає, що використання статистичної оцінки, математичне очікування якої не дорівнює оцінюваному параметру, призводить до систематичних похибок, тобто до не випадкових помилок, які викривляють результати вимірювань в один бік. Виникає природна вимога: математичне очікування оцінки  $\tilde{\theta}_n$  повинно дорівнювати оцінюваному параметру. Дотримання цієї вимоги не усуває помилок у цілому, оскільки вибірові значення оцінки можуть бути більші або менші дійсного значення оцінки генеральної сукупності. Але помилки в один і другий бік від значень  $\theta$  будуть зустрічатися /згідно з теорією імовірностей/ з однаковою частотою. Отже, дотримання цієї вимоги, що математичне очікування

вибіркової оцінки повинно дорівнювати оцінюваному параметру, виключає одержання систематичних /невипадкових/ помилок, тобто

$$M(\hat{\theta}) = \theta.$$

Вибір статистичної оцінки, яка дає найкраще наближення оцінюваного параметра, являє собою важливу задачу в теорії оцінювання. Якщо відомо, що розподіл досліджуваної випадкової величини в генеральній сукупності відповідає закону нормального розподілу, то за вибірковими даними необхідно оцінити математичне очікування і середнє квадратичне відхилення. Пояснюється це тим, що названі дві характеристики повністю визначають основи, на яких побудовано нормальний розподіл. Якщо досліджувана випадкова величина розподілена за законом Пуассона, оцінюють параметр  $\lambda$ , оскільки він визначає цей розподіл.

Математична статистика розрізняє такі методи одержання статистичних оцінок за вибірковими даними: метод моментів, метод максимуму правдоподібності.

При одержанні оцінок методом моментів моменти генеральної сукупності замінюються моментами вибіркової сукупності (замість ймовірностей за ваги використовують частоти).

Щоб статистична оцінка давала "найкраще наближення" до генеральної характеристики, вона повинна мати ряд властивостей. Про них мова піде нижче.

### **6.1.2. Основні вимоги до вибірових оцінок**

Можливість вибору найкращої оцінки зумовлюється знанням їх основних властивостей і вмінням класифікувати оцінки за цими властивостями. У математичній літературі "властивості оцінок" інколи називають "вимоги до оцінок" або "критерії оцінок". До основних властивостей статистичних оцінок належать: незміщеність, ефективність, спроможність, достатність.

Якщо прийняти, що вибірка середня  $\bar{x}$  і вибірка дисперсія  $\sigma_x^2$  є оцінками відповідних генеральних характеристик  $\bar{x}$ ,  $\sigma_x^2$ , тобто їх математичним очікуванням, враховуємо, що при великій кількості одиниць вибірки названі характеристики  $\bar{x}$ ,  $\sigma_x^2$  будуть наближені до їх математичних очікувань. Якщо ж число одиниць вибірки невелике,

ці характеристики можуть значно відрізнятися від відповідних математичних очікувань.

Якщо середнє значення вибірових характеристик, вибраних як оцінки, відповідає значенню генеральної характеристики, оцінка називається **незміщеною**. Доказом того, що математичне очікування вибіркової середньої дорівнює генеральній середній /  $M(\tilde{x}) = \bar{x}$  /, свідчить про те, що величина  $\tilde{x}$  є незміщеною генеральною середньою. Інакше виглядає справа з вибірковою дисперсією /  $\sigma_{\tilde{x}}^2$  /. Її математичне очікування  $M(\sigma_{\tilde{x}}^2) = \frac{n-1}{n} \sigma_r^2$ , не дорівнює генеральній дисперсії. Отже,  $\sigma_{\tilde{x}}^2$  є зміщеною оцінкою  $\sigma_r^2$ . Щоб усунути систематичну помилку і отримати незміщену оцінку, вибірку дисперсію множать на поправку  $\frac{n}{n-1}$  /це впливає з утворення наведеного вище рівняння:  $\frac{\sigma_{\tilde{x}}^2}{\frac{n}{n-1}} = \sigma_r^2 \frac{n}{n-1}$  /.

Таким чином, при нечисленній вибірці дисперсія дорівнюватиме:  $\sigma_{\tilde{x}}^2 = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2}{n} \times \frac{n}{n-1} = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2}{n-1}$ .

Дріб  $\frac{n}{n-1}$  / називають поправкою Бесселя. Математик Бессель перший встановив, що вибірка дисперсія є зміщеною оцінкою генеральної дисперсії і застосував вказану поправку для коригування оцінок. Для малих вибірок поправка  $\frac{n}{n-1}$  / значно відрізняється від 1. Зі збільшенням числа одиниць спостереження вона швидко наближається до 1. При  $n > 50$  різниця між оцінками зникає, тобто  $\sigma_{\tilde{x}}^2 = \sigma_r^2$ . Із всього сказаного вище впливають такі визначення вимог незміщеності.

**Незміщеною** називають статистичну оцінку, математичне очікування якої при будь-якому обсязі вибірки дорівнює значенню параметра генеральної сукупності, тобто  $M(\tilde{\theta}) = \theta$ ;  $M(\tilde{x}) = \bar{x}$ .

Категорію "математичне очікування" вивчають у курсі теорії ймовірностей. Це числова характеристика випадкової величини. Математичне очікування наближено дорівнює середньому значенню випадкової величини. **Математичним очікуванням дискретної випадкової величини** називають суму добутків усіх її можливих значень на їх імовірності. Припустимо, виконано  $n$  досліджень, в

яких випадкова величина  $x$  прийняла  $m_1$  разів значення  $x_1$ ,  $m_2$  разів значення  $x_2, \dots, m_k$  разів значення  $x_k$ . При цьому  $m_1 + m_2 + m_3 + \dots + m_k = n$ . Тоді сума всіх значень, прийнятих  $x$ , дорівнює  $x_1 m_1 + x_2 m_2 + x_3 m_3 + \dots + x_k m_k$ .

Середня арифметична цих значень становитиме:

$$\bar{x} = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + x_3 m_3 + \dots + x_k m_k}{n} \text{ або } \bar{x} = x_1 \frac{m_1}{n} + x_2 \frac{m_2}{n} + x_3 \frac{m_3}{n} + \dots + x_k \frac{m_k}{n}.$$

Оскільки  $\frac{m_1}{n}$  - відносна частота  $w_1$  значення  $x_1$ ,  $\frac{m_2}{n}$  - відносна частота значення  $x_2$  і т.д., наведене вище рівняння набуде вигляду:

$$\bar{x} = x_1 w_1 + x_2 w_2 + x_3 w_3 + \dots + x_k w_k.$$

При великій кількості вибірових спостережень відносна частота приблизно дорівнює ймовірності появи події, тобто  $w_1 = p_1$ ;  $w_2 = p_2$ ;  $w_3 = p_3, \dots, w_k = p_k$  або  $\bar{x} \cong x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + \dots + x_k p_k$ . Тоді  $\bar{x} \approx M(x)$ . Ймовірнісний зміст одержаного результату розрахунків полягає в тому, що математичне очікування наближено дорівнює /тим точніше, чим більша вибірка/ середньому арифметичному спостережуваних значень випадкової величини  $[M(x_i) = \tilde{x}]$ .

Критерій незміщеності гарантує відсутність систематичних помилок в оцінці параметрів генеральної сукупності.

Зауважимо, що вибіркова оцінка  $(\hat{\theta})$  - випадкова величина, значення якої може змінюватися від однієї вибірки до іншої. Міру її варіації /розсіювання/ навколо математичного очікування параметра генеральної сукупності  $\theta$  характеризує дисперсія  $\sigma^2(\theta)$ .

Нехай  $\hat{\theta}_n$  і  $\hat{D}_n$  - дві незміщені оцінки параметра  $\theta$ , тобто  $M(\hat{\theta}_n) = \theta$  і  $M(\hat{D}_n) = \theta$ . Дисперсії їх  $\sigma^2(\hat{\theta}_n)$  і  $\sigma^2(\hat{D}_n)$ . З двох оцінок варто віддати перевагу тій, яка має менше розсіювання навколо оцінюваного параметра. Якщо дисперсія оцінки  $\hat{\theta}_n$  менша дисперсії оцінки  $\hat{D}_n$ , то за оцінку  $\theta$  приймається перша, тобто  $\hat{\theta}_n$ .

Незміщена оцінка  $\tilde{\theta}$ , що має найменшу дисперсію серед усіх можливих незміщених оцінок параметра  $\theta$ , обчислених за вибірками однакового обсягу, називається **ефективною оцінкою**. Це - друга властивість /вимога/ статистичних оцінок параметрів генеральної сукупності. Треба, пам'ятати, що ефективна оцінка параметра генеральної сукупності, підпорядкованої певному закону розподілу, не збігається з ефективною оцінкою параметра другого розподілу.

При розгляді вибірок великого обсягу статистичні оцінки повинні мати властивість спроможності. Оцінка спроможна /застосовується також термін "придатна" чи "узгоджена"/ означає, що чим більше обсяг вибірки, тим більша ймовірність того, що помилка оцінки не перевищить скільки завгодно малого додатного числа  $\epsilon$ . Оцінка  $\hat{\theta}$  параметра  $\theta$  називається **спроможною**, якщо вона підпорядковується закону великих чисел, тобто виконується така рівність:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left\{ P \left\{ \left| \hat{\theta} - \theta \right| < \epsilon \right\} \right\} = 1.$$

Як бачимо, спроможною називають таку статистичну оцінку, яка при  $n \rightarrow \infty$  наближається за ймовірністю до оцінюваного параметра. Іншими словами, це значення показника, одержане за вибіркою і яке наближається /збігається за ймовірністю/ внаслідок закону великих чисел при збільшенні обсягу вибірки до свого математичного очікування. Наприклад, якщо дисперсія незміщеної оцінки при  $n \rightarrow \infty$  наближається до нуля, то така оцінка виявляється і спроможною, оскільки має найменшу можливу дисперсію /при заданому обсязі вибірки/.

Спроможними оцінками є:

- 1) частка ознаки у вибірковій сукупності, тобто частість як оцінка частки ознаки в генеральній сукупності;
- 2) вибіркова середня як оцінка генеральної середньої;
- 3) вибіркова дисперсія як оцінка генеральної дисперсії;
- 4) вибіркові коефіцієнти асиметрії і ексцесу як оцінка генеральних коефіцієнтів.

У літературі з математичної статистики чомусь не завжди можна зустріти опис четвертої властивості статистичних оцінок - достатність. Оцінка **достатня** /або вичерпна/ - це оцінка, яка зумовлює (забезпечує) повноту обхвату всієї вибіркової інформації про невідомий параметр генеральної сукупності. Таким чином, достатня оцінка включає всю інформацію, яка міститься у вибірці стосовно досліджуваної статистичної характеристики генеральної сукупності. Жодна з розглядуваних раніше трьох оцінок не може дати необхідних додаткових відомостей про досліджуваний параметр, як достатня статистична оцінка.

Отже, середня арифметична вибірка  $\tilde{x}$  є незміщеною оцінкою середньої арифметичної генеральної  $\bar{x}$ . Фактор незміщеності цієї оцінки показує: якщо із генеральної сукупності взяти велику кількість випадкових вибірок, то їх середні  $\tilde{x}_i$  відрізнялись би від генеральної середньої у більший і менший бік однаково, тобто, властивість незміщеності хорошої оцінки також показує, що середнє значення нескінченно великого числа вибірових середніх дорівнює значенню генеральної середньої.

У симетричних рядах розподілу медіана є незміщеною оцінкою генеральної середньої. А за умови, що чисельність вибіркової сукупності наближається до генеральної ( $n \rightarrow N$ ), медіана може бути в таких рядах і спроможною оцінкою генеральної середньої. Що ж стосується критерію ефективності відносно медіани як оцінки середньої арифметичної генеральної сукупності, можна довести, що у вибірках великого обсягу середньоквадратична помилка медіани  $\sigma_{Me}$  /дорівнює 1,2533 середньоквадратичної помилки вибіркової середньої  $\sigma_x$ /. Тобто  $\sigma_{Me}^2 > \sigma_x^2$ . Тому медіана не може бути ефективною оцінкою середньої арифметичної генеральної сукупності, оскільки її середня квадратична помилка більше середньої квадратичної помилки середньої арифметичної вибірки. До того ж середня арифметична задовольняє умовам незміщеності і спроможності, а, отже, є кращою оцінкою.

Можлива і така постановка. Чи може середня арифметична вибірки бути незміщеною оцінкою медіани в симетричних розподілах сукупності, для якої збігаються значення середньої і медіани? І чи буде вибірка середня спроможною оцінкою медіани генеральної сукупності? В обох випадках відповідь буде позитивною. Для медіани генеральної сукупності /з симетричним розподілом/ середня арифметична вибірки є незміщеною і узгодженою оцінкою.

Пам'ятаючи, що  $\sigma_{Me} = 1,2533\sigma_x$ , приходимо до висновку: середня арифметична вибірки, а не медіана, є більш ефективною оцінкою медіани досліджуваної генеральної сукупності.

Кожна характеристика вибірки не обов'язково є найкращою оцінкою відповідної характеристики генеральної сукупності. Знання властивостей оцінок дозволяє вирішувати питання не тільки вибору оцінок, але й їх поліпшення. Як приклад можна розглянути випадок, коли розрахунки показують, що значення середніх квадратичних

відхилень декількох вибірок із однієї генеральної сукупності у всіх випадках виявляються менше середнього квадратичного відхилення генеральної сукупності, причому величина різниці зумовлена обсягом вибірки. Помноживши значення середнього квадратичного відхилення вибірки на поправочний коефіцієнт, одержимо поліпшену оцінку середнього квадратичного відхилення генеральної сукупності. За такий поправочний коефіцієнт використовують поправку Бесселя  $(\frac{n}{n-1})$ , тобто для усунення зміщення оцінки одержують  $\sigma_x \sqrt{\frac{n}{n-1}}$ . Такий числовий вираз показує, що середнє квадратичне відхилення вибірки, використане як оцінка, дає занижене значення параметра генеральної сукупності.

### 6.1.3. Точкова та інтервальна оцінки параметрів генеральної сукупності. Довірчий інтервал, довірна ймовірність

Як відомо, статистичні характеристики вибіркової сукупності є наближеними оцінками невідомих параметрів генеральної сукупності. Сама оцінка може мати форму одного числа або якої-небудь певної точки. Оцінка, яка визначається одним числом, називається **точковою**. Так, вибіркова середня  $\tilde{x}$  є незміщеною і найбільш ефективною точковою оцінкою генеральної середньої  $\bar{x}$ , а вибіркова дисперсія  $(\sigma_s^2)$  - зміщеною точковою оцінкою генеральної дисперсії  $(\sigma^2)$ . Якщо позначити середню помилку вибіркової середньої  $m_\theta$ , то точкову оцінку генеральної середньої можна записати у вигляді  $\tilde{x} \pm m_\theta$ . Це означає, що  $\tilde{x}$  - оцінка генеральної середньої  $\bar{x}$  з помилкою, яка дорівнює  $m_\theta$ . Зрозуміло, що точкові статистичні оцінки  $\tilde{x}$  і  $\sigma_s^2$  не повинні мати систематичної помилки в бік завищення або заниження оцінюваних параметрів  $\bar{x}$  і  $\sigma^2$ . Як було сказано раніше, оцінки, які задовольняють таку умову, називаються незміщеними. Що ж являє собою помилка параметра  $m_\theta$ ? Це середня з множини конкретних помилок:

$$m_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\sum E_i^2 n_i}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (\tilde{x} - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i}}; \quad m = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}.$$

Точкова оцінка параметра генеральної сукупності полягає у тому, що з різних можливих вибірових оцінок спочатку обирається

та, яка має оптимальні властивості, а потім обчислюється значення цієї оцінки. Отримане розрахункове значення останньої розглядається як найкраще наближення до невідомого дійсного значення параметра генеральної сукупності. Додаткові розрахунки, пов'язані з визначенням можливої помилки оцінки, не завжди обов'язкові /залежно від вирішування задач оцінки/, але, як правило, здійснюються практично завжди.

Розглянемо приклади визначення точкової оцінки для середньої досліджуваних ознак і для їх частки в генеральній сукупності.

Приклад. Посіви зернових культур району складають 20 000 га. При 10 %- му вибіркового обстеженні полів одержали такі вибіркові характеристики: середня врожайність - 30 ц з 1 га, дисперсія врожайності - 4, площа посівів високоврожайних культур – 1200 гектарів.

Що можна знати про величину показника середньої врожайності зернових культур у районі і яке числове значення показника частки (питомої ваги) високоврожайних культур у загальній площі зернових досліджуваного регіону? Тобто необхідно дати оцінку названим параметрам ( $\bar{x}$ ,  $p$ ) у генеральній сукупності. Для розрахунку оцінок маємо:

$$N = 20000 ; n = 20000 \times 0,1 = 2000; \tilde{x} = 30 ; \sigma = \sqrt{4}; w = \frac{1200}{2000} = 0,60 .$$

Як відомо, вибіркова середня арифметична є ефективною оцінкою генеральною середньої арифметичної. Таким чином, можна прийняти, що найкраща оцінка генерального параметра ( $\theta$ ) є 30. Щоб визначити ступінь точності оцінки необхідно знайти середню /стандартну/ її помилку:

$$m = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} (1 - \frac{n}{N})} = \sqrt{\frac{4}{2000} (1 - \frac{2000}{20000})} = 0,04 .$$

Одержана величина помилки свідчить про велику точність оцінки. Значення  $m$  тут означає, що при багаторазовому повторенні таких вибірок помилка оцінки параметра становила б у середньому 0,04. Тобто за точковою оцінкою середня врожайність у господарствах району буде  $\bar{x} = 30 \pm 0,04$  ц з 1 га.

Для одержання точкової оцінки показника частки посівів високоврожайних культур зернових у загальній площі зернових за кращу оцінку може бути прийнято показник частки у вибірці  $w=0,6$ . Таким чином, можна сказати, що за результатами спостережень

найкращою оцінкою шуканого показника структури буде число 0,6. Уточнюючи обчислення, слід розрахувати середню помилку цієї оцінки:

$$m = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{2000} \left(1 - \frac{2000}{20000}\right)} = 0,01.$$

Як бачимо, середня помилка оцінки генеральної характеристики дорівнюватиме 0,01.

Одержаний результат означає: якщо б багаторазово повторити вибірку з обсягом у 2000 га зернових, середня помилка прийнятої оцінки частки (питомої ваги) високоврожайних культур у площі зернових культур підприємств району була  $0,6 \pm 0,01$ . У такому разі  $P = 0,6 \pm 0,01$ . У процентному виразі частка високоврожайних культур у загальній площі зернових району складе в середньому  $60 \pm 1$ .

Розрахунки показують, що для конкретного випадку найкращою оцінкою шуканого показника структури буде число 0,6, а середня помилка оцінки у той чи іншій бік буде приблизно дорівнювати 0,01. Як бачимо, оцінка досить точна.

Відомо кілька способів точкової оцінки середнього квадратичного відхилення у випадках, коли вибірка здійснена з генеральної сукупності одиниць з нормальним розподілом і параметр  $\sigma$  невідомий. Найпростішою /найбільш легкою в обчисленнях/ оцінкою є розмах варіації ( $R_s$ ) вибірки, помножений на поправочний коефіцієнт, взятий за стандартними таблицями і який залежить від обсягу вибірки /для малих вибірок/. Параметр середнього квадратичного відхилення в генеральній сукупності можна також оцінити за допомогою обчисленої вибіркової дисперсії з врахуванням числа ступенів вільності. Корінь квадратний із цієї дисперсії дає величину, яка буде використана як оцінка генерального середньоквадратичного відхилення ( $\sigma_s$ ). Використовуючи значення параметра  $\sigma_s$ , обчислюють середню помилку оцінки генеральної середньої ( $\bar{x}_s$ ) способом, розглянутим вище.

Як вказувалося раніше, відповідно до вимоги спроможності впевненість у точності тієї чи іншої точкової оцінки підвищується при збільшенні чисельності вибірки. Продемонструвати це теоретичне положення на прикладі точкової оцінки дещо утруднено. Вплив обсягу вибірки на точність оцінки очевидний при обчисленні інтервальних оцінок. Про них мова піде нижче.

У таблиці 50 наведено найбільше часто використовувані точкові

оцінки параметрів генеральної сукупності.

## 50. Основні точкові оцінки

| Характеристика генеральної сукупності                                  | Оцінка                      |
|------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|
| Середня арифметична, $\bar{x}$                                         | $\tilde{x}$                 |
| Різниця середніх двох генеральних сукупностей, $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ | $\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2$ |
| Середнє квадратичне відхилення, $\sigma_x$                             | $\sigma_x$                  |
| Частка ознаки, $p_k$                                                   | $w_k$                       |
| Різниця частот двох ознак генеральних сукупностей, $P_1 - P_2$         | $w_1 - w_2$                 |
| Сумарні параметри генеральної сукупності                               | $N_x$                       |
| Кількість елементів у групі генеральної сукупності                     | $Nw$                        |

Слід відзначити, що обчислені різними способами значення оцінок можуть бути неоднакові за величиною. У цьому зв'язку в практичних розрахунках слід займатися не послідовним обчисленням можливих варіантів, а, спираючись на властивості різних оцінок, обрати одну з них.

При малій кількості одиниць спостережень точкова оцінка значною мірою випадкова, отже, мало надійна. Тому в малих вибірках вона може сильно відрізнятись від оцінюваної характеристики генеральної сукупності. Таке положення призводить до грубих помилок у висновках, які поширюються на генеральну сукупність за результатами вибірки. З цієї причини при вибірках малого обсягу користуються інтервальними оцінками.

На відміну від точкової інтервальна оцінка дає діапазон точок, всередині якого повинен знаходитись параметр генеральної сукупності. Крім того, в інтервальній оцінці вказується ймовірність, а, отже, вона має важливіше значення в статистичному аналізі.

**Інтервальною** називають оцінку, яка характеризується двома числами - границями інтервалу, який охоплює /покриває/ оцінюваний параметр. Така оцінка являє собою деякий інтервал, у якому з заданою ймовірністю знаходиться шуканий параметр. За центр інтервалу приймається вибіркова точкова оцінка.

Таким чином, інтервальне оцінювання є подальшим розвитком точкового оцінювання, коли така оцінка при малому обсязі вибірки неефективна.

Задачу інтервального оцінювання в загальному вигляді можна

сформулювати так: за даними вибіркового спостереження необхідно побудувати числовий інтервал, відносно якого з раніше обраним рівнем імовірності можна стверджувати, що в межах даного інтервалу знаходиться оцінюваний параметр.

Якщо взяти достатньо велику кількість одиниць вибірки, то, користуючись теоремою Ляпунова, можна довести ймовірність того, що помилка вибірки не перевищить деяку задану величину  $\Delta$ , тобто  $|\tilde{x} - \bar{x}| \leq \Delta$  або  $|w - p| \leq \Delta$ .

Зокрема, ця теорема дає можливість оцінювати похибки наближених рівностей:

$$\frac{n_i}{n} \approx p(n_i - \text{частота}); \tilde{x} \approx \bar{x}.$$

Якщо  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  – незалежні випадкові величини і  $n \rightarrow \infty$ , то ймовірність їх середньої  $\bar{x}$  знаходиться в межах від  $a$  до  $b$  і може бути визначена рівняннями:

$$p(a < \tilde{x} < b) = \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt,$$

$$\text{де } t_1 = \frac{a - E(x)}{\sigma}; \quad t_2 = \frac{b - E(x)}{\sigma}.$$

Імовірність  $P$  при цьому називають **довірчою імовірністю**. Таким чином, довірчою імовірністю /надійністю/ оцінки генерального параметра по вибірковій оцінці називають імовірність, з якою здійснюються нерівності:

$$|\tilde{x} - \bar{x}| \leq \Delta; \quad |w - p| \leq \Delta,$$

де  $\Delta$  – гранична помилка оцінки, відповідно до середньої і частки.

Границі, в яких із цією заданою ймовірністю може знаходитися генеральна характеристика, називають довірчими інтервалами /довірчими границями/. А границі цього інтервалу одержали назву границь довіри.

Довірчі /або толерантні/ границі – це границі, вихід за межі яких даною характеристикою внаслідок випадкових коливань має незначну ймовірність ( $p_1 < 0,5$ ;  $p_2 < 0,01$ ;  $p_3 < 0,001$ ).

Поняття "довірчий інтервал" введене Дж.Нейманом і К.Пірсоном /1950 р./. Це встановлений за вибірковими даними інтервал, який із заданою ймовірністю /довірчою імовірністю/ охоплює /покриває/ справжнє, але невідоме для нас значення параметра.

Якщо за рівень довірчої ймовірності прийняти значення 0,95, то ця ймовірність свідчить про те, що при частих застосуваннях даного способу /методу/ обчислень довірчий інтервал приблизно в 95% випадків буде покривати параметр.

Довірчий інтервал генеральної середньої і генеральної частки визначається на основі наведених вище нерівностей, з яких випливає, що  $\tilde{x} - \Delta \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta$ ;  $w - \Delta \leq p \leq w + \Delta$ .

У математичній статистиці надійність того чи іншого параметра оцінюють за значенням трьох наступних рівнів імовірності /інколи називають "пороги ймовірності"/:  $p_1 = 0,95$ ;  $p_2 = 0,99$ ;  $p_3 = 0,999$ . Імовірності, якими вирішено нехтувати, тобто  $\alpha_1 = 0.05$ ;  $\alpha_2 = 0.01$ ;  $\alpha_3 = 0,001$  **називають рівнями значимості, або рівнями істотності**. З наведених рівнів надійніші висновки забезпечує імовірність  $p_3 = 0,999$ .

Кожному рівню довірчої ймовірності відповідає певне значення нормованого відхилення /див. табл. 51/.

Якщо немає в розпорядженні стандартних таблиць значень інтервалу імовірностей, то цю ймовірність можна обчислити з певним ступенем наближення за формулою:

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

На рисунку 13 заштриховані ті частини загальної площі, обмеженої нормальною кривою і віссю абсцис, які відповідають значенням  $t = \pm 1$ ;  $t = \pm 2$ ;  $t = \pm 3$  і для яких імовірності дорівнюють 0,6287, 0,9545; 0,9973 .

При точковому оцінюванні розраховується, як уже відомо, середня помилка вибірки, при інтервальному - гранична.

Залежно від принципів відбору одиниць /повторного чи безповторного/ структурні формули розрахунку помилок вибірки різняться за величиною поправки  $(1 - \frac{n}{N})$ .

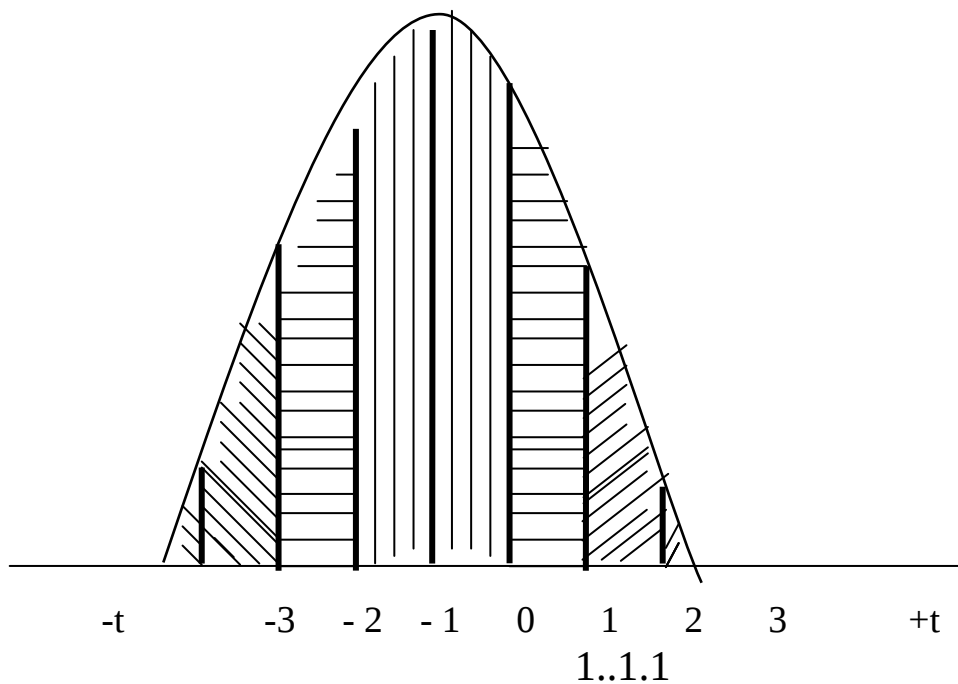


Рис. 13. Крива нормального розподілу ймовірностей

Розглянемо конкретний випадок інтервальної оцінки параметрів генеральної сукупності за даними вибіркового спостереження.

Приклад. При вибіркового обстеженні господарств району встановлено, що середньодобовий надій корів ( $\bar{x}$ ) становить 10 кг. Частка чистопородної худоби у загальній чисельності поголів'я дорівнює 80 %. Помилка вибірки з довірчою ймовірністю  $P = 0,954$  виявилась рівною 0,2 кг; для частки чистопородної худоби 1 %.

Таким чином, межі, в яких може знаходитися генеральна середня продуктивність, будуть  $9,8 < \bar{x} < 10,2$ ; для генеральної частки худоби –  $79 < P < 81$ .

Висновок: з імовірністю 0,954 можна стверджувати, що різниця між вибірковою середньою продуктивністю корів і генеральною продуктивністю становить 0,2 кг. Межа середньодобового надою – 9,8 і 10,2 кг. Частка (питома вага) чистопородної худоби в підприємствах району знаходиться в межах від 79 до 81 %, помилка оцінки не перевищує 1 %.

При організації вибірки важливе значення має визначення необхідної її чисельності ( $n$ ). Остання залежить від варіації одиниць обстежуваної сукупності. Чим більша коливність, тим більшою повинна бути чисельність вибірки. Зворотний зв'язок існує між чисельністю вибірки та її граничною помилкою. Прагнення отримати меншу помилку вимагає збільшення чисельності вибіркової сукупності.

Необхідна чисельність вибірки визначається на основі формул граничної помилки вибірки ( $\Delta$ ) із заданим рівнем імовірності (P). Шляхом математичних перетворень отримують формули розрахунку чисельності вибірки (табл. 51).

#### 51. Розрахунок необхідної чисельності вибірки

| Спосіб відбору | Чисельність вибірки ( $n$ ) при визначенні і оцінці параметра |                                                     |
|----------------|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
|                | Середньої ( $\bar{x}$ )                                       | частки (P)                                          |
| Повторний      | $\frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_{\bar{x}}^2}$                     | $\frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2}$                     |
| Безповторний   | $\frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta_{\bar{x}}^2 N + t^2 \sigma^2}$  | $\frac{t_w^2 (1-w) N}{\Delta_w^2 N + t_w^2 w(1-w)}$ |

Слід відмітити, що все викладене відносно статистичних оцінок ґрунтується на припущенні, що вибіркова сукупність, параметри якої використовуються при оцінці, одержана з використанням методу (способу) відбору, який забезпечує одержання ймовірностей вибірки.

При цьому, обираючи довірчу ймовірність оцінки, слід керуватися тим принципом, що вибір її рівня не є математичним завданням, а визначається конкретно вирішуваною проблемою. У підтвердження сказаному розглянемо приклад.

Припустимо, на двох підприємствах імовірність випуску готової (якісної) продукції дорівнює  $P=0,999$ , тобто імовірність одержання браку продукції становитиме  $\alpha = 0,001$ . Чи можна в рамках математичних міркувань, не цікавлячись характером виробленої продукції, вирішити питання про те, мала чи велика ймовірність браку  $\alpha = 0,001$ . Припустимо, одне підприємство випускає сівалки, а друге – літаки для обробітку посівів. Якщо на 1000 сівалок трапиться одна бракована, то з цим можна миритися, бо переплавка 0,1% сівалок дешевше, ніж перебудова технологічного процесу. Якщо ж на 1000 літаків зустрінеться один бракований, це, безумовно, приведе до серйозних наслідків при його експлуатації. Отже, у першому випадку ймовірність одержання браку  $\alpha = 0,001$  може прийматись, в другому випадку – ні. За цієї причини вибір довірчої ймовірності в розрахунках взагалі і при обчислюванні оцінок, зокрема, слід здійснювати виходячи з конкретних умов задачі.

Залежно від завдань дослідження може виникнути необхідність обчислення однієї або двох довірчих границь. Якщо особливості розв'язуваної задачі вимагають встановлення тільки однієї із границь, верхньої або нижньої, можна переконатись, що ймовірність, з якою встановлюється ця границя, буде вища, ніж при зазначенні обох границь для одного і того ж значення коефіцієнта довіри  $t$ .

Нехай довірчі границі встановлені з імовірністю  $P = 0,95$ , тобто, в 95% випадків генеральна середня ( $\bar{x}$ ) буде не менше нижнього довірчого інтервалу  $\bar{x}_{ниж.} = \tilde{x} - t\mu$  і не більше верхнього довірчого інтервалу  $\bar{x}_{верх.} = \tilde{x} + t\mu$ . У цьому випадку лише з імовірністю  $\alpha = 0,05$  (або 5%) середня генеральна може вийти за вказані границі. Оскільки розподіл  $t$  симетричний, то половина з цього рівня ймовірності, тобто 2,5 %, припадатиме на випадок, коли  $\bar{x} < \bar{x}_{ниж.}$ , а друга половина – на випадок коли,  $\bar{x} > \bar{x}_{верх.}$ . З цього випливає, що ймовірність того, що середня генеральна може бути менша, ніж значення верхньої довірчої границі  $\bar{x}_{верх.}$ , дорівнює 0,975 (тобто  $0,95 + 0,025$ ). Отже, створюються умови, коли при двох довірчих границях ми нехтуємо значенням  $\bar{x}$  як меншими  $\bar{x}_{ниж.}$ , так і більшими або  $\bar{x}_{верх.}$ . Називаючи тільки одну довірчу границю, наприклад,  $\bar{x}_{верх.}$ , ми нехтуємо лише тими  $\tilde{x}$ , які перевищують цю границю. Для одного і того ж значення коефіцієнта довіри  $t$  рівень значимості  $\alpha$  тут виявляється в два рази меншим.

Якщо розраховуються тільки значення ознаки, які перевищують (або навпаки не перевищують) значення шуканого параметра  $\bar{x}$ , довірчий інтервал називається одностороннім. Якщо розглядувані значення обмежуються з обох сторін, довірчий інтервал носить назву двостороннього. Із сказаного вище випливає, що гіпотези і ряд критеріїв, зокрема критерій  $t$ -Ст'юдента, потрібно розглядати як односторонні і двосторонні. Тому при двосторонній гіпотезі рівень значимості для одного і того ж значення  $t$  буде в два рази більший, ніж односторонній. Якщо ми хочемо при односторонній гіпотезі залишити таким же рівень значимості (і рівень довірчої імовірності), як при двосторонній гіпотезі, то величину  $t$  слід взяти меншу. Ця особливість врахована при складанні стандартних таблиць критеріїв  $t$ -Ст'юдента (додаток Д).

## 52. Розрахунок точкових і інтервальних помилок вибірки

| Принцип відбору | Оцінюваний параметр                                      |                                                            |                                                        |                                                          |
|-----------------|----------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
|                 | середня характеристика                                   |                                                            | частка ознаки                                          |                                                          |
|                 | точкова оцінка                                           | інтервальна оцінка                                         | точкова оцінка                                         | інтервальна оцінка                                       |
| Повторний       | $\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$                              | $T \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$                              | $\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$                              | $t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$                              |
| Безповторний    | $\sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$ | $T \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$ | $\sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$ | $t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$ |

Відомо, що з практичного боку частіше являють інтерес не стільки довірчі інтервали можливої величини генеральної середньої, скільки ті максимальні і мінімальні величини, більше або менше яких із заданою (довірчою) ймовірністю генеральна середня бути не може. У математичній статистиці їх називають гарантованим максимумом і гарантованим мінімумом середньої. Позначивши названі параметри відповідно через  $\bar{x}_{\max}$  і  $\bar{x}_{\min}$ , можна записати:  $\bar{x}_{\max} = \tilde{x} + t\mu$ ;  $\bar{x}_{\min} = \tilde{x} - t\mu$ .

При обчисленні гарантованих максимальних і мінімальних значень генеральної середньої, як границі одностороннього довірчого інтервалу в наведених вище формулах, величина  $t$  береться як критерій односторонній.

Приклад. По 20 ділянках вибірки встановлена середня врожайність цукрових буряків 300 ц/га. Дана вибіркова середня характеризує відповідний параметр генеральної сукупності ( $\bar{x}$ ) з помилкою 10 ц/га. Відповідно до вибіркості оцінок генеральна середня урожайність може бути як більше, так і менше вибіркової середньої  $\tilde{x} = 300$ . Із ймовірністю  $P = 0,95$  можна стверджувати, що шуканий параметр не буде більшим  $\bar{x}_{\max} = 300 + 1,73 \times 10 = 317,3$  ц/га.

Величина  $t$  взята для числа ступенів вільності  $\nu = 20 - 1$  при односторонній критичній області і рівні значимості  $\alpha = 0,05$  (додаток 1). Отже, із ймовірністю  $P = 0,95$  гарантований максимально можливий рівень генеральної середньої врожайності оцінюється в 317 ц/га, тобто при найсприятливіших умовах середня урожайність цукрових буряків не перевищує вказаної величини.

Слід відмітити, що в деяких галузях знань (наприклад, у природничих науках) теорія оцінки поступається перед теорією перевірки статистичних гіпотез. В економічній науці методи статистичної оцінки відіграють дуже важливу роль у справі перевірки надійності результатів досліджень, а також у різного роду практичних розрахунках. Передусім це стосується використання точкової оцінки досліджуваних статистичних сукупностей. Вибір якомога кращої оцінки – основна проблема точкової оцінки. Можливість такого вибору зумовлюється знанням основних властивостей (вимог) статистичних оцінок.

## 6.2. Закони розподілу вибірових характеристик

### 6.2.1. Поняття законів розподілу

Закон розподілу характеризує випадкову величину з точки зору теорії ймовірностей. Розподіл ймовірностей тісно зв'язаний з рядами розподілу частот. Якщо розглядати ряди розподілу (користаючись термінологією теорії ймовірностей) як перелік можливих результатів або груп вимірів і відповідних їм частот кожного результату, то аналогічне визначення можна дати і розподілу ймовірностей. Це перелік можливих результатів або груп вимірів, але, замість спостережуваної частоти, тут вказані ймовірності появи кожного результату.

У практичних і наукових розрахунках іноді доводиться аналізувати ознаку, яка є випадковою величиною з невідомим характером статистичного розподілу, тобто його законом. Щоб знайти цей закон розподілу, проводять статистичне спостереження за випадковою змінною у визначених умовах і одержують варіаційний ряд, який дає уявлення про її емпіричний розподіл. По цьому розподілу випадкової величини необхідно знайти невідомий її закон як загальний закон розподілу досліджуваної ознаки. Вирішення такого завдання у загальному вигляді вважається проблемним. Однак, виходячи з ряду загальних гіпотез, можна математично довести, якими повинні бути розподіли чисельностей ознаки досліджуваної сукупності. Такі розподіли називають **теоретичними**.

Слід пам'ятати, що законів, за якими розподіляється випадкова величина, існує багато. Але класичними прийнято вважати три теоретичних розподіли, які за своєю науковою важливістю займають чільне місце серед інших. Якщо розглядати в хронологічному порядку їх відкриття, то назви цих теоретичних розподілів розмістяться у такі послідовності: біноміальний (відкритий Я.Бернуллі, 1700), нормальний (Демуавр, 1773; Гаусс, 1809; Лаплас, 1812) та Пуассоновий (С. Пуассон, 1837). Серед названих важливим законом, на якому ґрунтується переважна більшість статистичних методів дослідження, є **закон нормального розподілу**.

Велика кількість теоретичних розподілів відкрита трохи пізніше. Але більшість цих відкриттів значною мірою була зумовлена властивостями перших трьох розподілів (біноміальний, нормальний, Пуассоновий) і особливо нормального. Названі три види розподілу

являють логічно і теоретично відправний пункт теорії будь-яких спеціальних видів (типів) розподілів.

Окремі закони розподілу пов'язані з характером розподілу деяких випадкових величин, що застосовуються для вирішення конкретних задач. Закони названо іменами вчених, які визначили функції розподілу різних випадкових величин. Серед них широко використовуються закони розподілу (або просто "розподіли") Пірсона, Ст'юдента, Фішера.

Під **законом розподілу** слід розуміти такий теоретичний розподіл, до якого прямує емпіричний розподіл при  $n \rightarrow \infty$ .

Для чого потрібно знати закони розподілу? По-перше, для оцінки параметрів генеральної сукупності; по-друге, для перевірки статистичних гіпотез; по-третє, для здійснення прогнозних розрахунків.

Як говорилося вище, по емпіричному розподілу випадкової величини знаходять невідомий закон її розподілу. Але при рішенні ряду практичних задач відпадає необхідність розрахунку можливих значень випадкової величини і відповідних їм рівнів ймовірностей. Зокрема, інколи зручніше використовувати деякі характеристики, що синтезують у собі інформацію про випадкову величину. Їх називають числовими (кількісними) характеристиками випадкової величини. Наведемо їх: середня (математичне очікування), дисперсія, мода, медіана, моменти різних порядків.

На основі всебічного аналізу цих параметрів, загальних теоретичних передумов і знання особливостей тих чи інших розподілів вибирають розподіл, який найкращим чином апроксимує емпіричний (фактичний) розподіл випадкової змінної. На наступному етапі дослідження знаходять параметри того закону розподілу, котрий характеризує досліджувану випадкову величину. Так, урожайність цукрових буряків ("на корені") являє собою випадкову величину. Для визначення "видової" врожайності в регіоні відібрано 60 підприємств. Щоб визначити закон розподілу 60 показників урожайності підприємств, що знаходяться в однакових умовах, розраховано показники "видової" урожайності і впорядковані дані представлені у вигляді варіаційного ряду розподілу. Виходячи з теореми Ляпунова, слід припустити, що показник урожайності – випадкова величина, розподілена за нормальним законом. Потрібно обчислити параметри цього закону, які характеризують саме рівень урожайності. На подальшому етапі дослідження вирішується

завдання перевірки правильності вибору виду розподілу. Інакше кажучи, встановлюється ступінь узгодженості припущеного (теоретичного) розподілу з емпіричним. Ці питання будуть розглянуті у наступних розділах.

### 6.2.2. Нормальний розподіл

Закон нормального розподілу, так званий **Закон Гаусса**, - один з найпоширеніших законів. Це фундаментальний закон у теорії ймовірностей і в її застосуванні. Нормальний розподіл найчастіше зустрічається у вивченні природних і соціально-економічних явищ. Інакше кажучи, більшість статистичних сукупностей у природі і суспільстві підпорядковується закону нормального розподілу. Відповідно можна сказати, що сукупності значної частини великих за обсягом вибірок підпорядковуються закону нормального розподілу. Ті із сукупностей, які відхиляються від нормального розподілу в результаті спеціальних перетворень, можуть бути наближені до нормального. У зв'язку з цим слід пам'ятати, що принципова особливість цього закону стосовно до інших законів розподілу полягає в тому, що він є законом границі, до якої наближаються інші закони розподілу в певних (типових) умовах.

Слід відмітити, що термін "нормальний розподіл" має умовний зміст, як загальноприйнятий у математичній і статистико-математичній літературі термін. Твердження, що та чи інша ознака будь-якого явища підпорядковується закону нормального розподілу, зовсім не означає непохитність норм, ніби притаманних досліджуваному явищу, а віднесення останнього до другого виду закону не означає якусь аномальність даного явища. У цьому розумінні термін "нормальний розподіл" не зовсім вдалий.

Нормальний розподіл (закон Гаусса-Лапласа) є типом безперервного розподілу. Де Муавр (1773, Франція) вивів нормальний закон розподілу ймовірностей. Основні ідеї цього відкриття були використані в теорії помилок вперше К. Гауссом (1809, Німеччина) і А.Лапласом (1812, Франція), які внесли відчутний теоретичний вклад у розробку самого закону. Зокрема, К.Гаусс у своїх розробках виходив з визнання найбільш імовірним значенням випадкової величини-середню арифметичну. Загальні умови виникнення нормального розподілу встановив А.М.Ляпунов. Ним було доведено,

що якщо досліджувана ознака являє собою результат сумарної дії багатьох факторів, кожен з яких мало пов'язаний з більшістю решти, і вплив кожного фактора на кінцевий результат набагато перекривається сумарним впливом всієї решти факторів, то розподіл стає близьким до нормального.

**Нормальним** називають розподіл імовірностей безперервної випадкової величини, яка має щільність:

$$f(x, \bar{x}, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma^2}};$$

де  $\bar{x}$  - математичне очікування або середня величина.

Як видно, нормальний розподіл визначається двома параметрами:  $\bar{x}$  і  $\sigma$ . Щоб задати нормальний розподіл, досить знати математичне очікування, або середню і середнє квадратичне відхилення. Ці дві величини визначають центр групування і форму кривої на графіку.

Графік функції  $f(x, \bar{x}, \sigma)$  називається нормальною кривою (крива Гауса) з параметрами  $\bar{x}$  і  $\sigma$  (рис. 14).

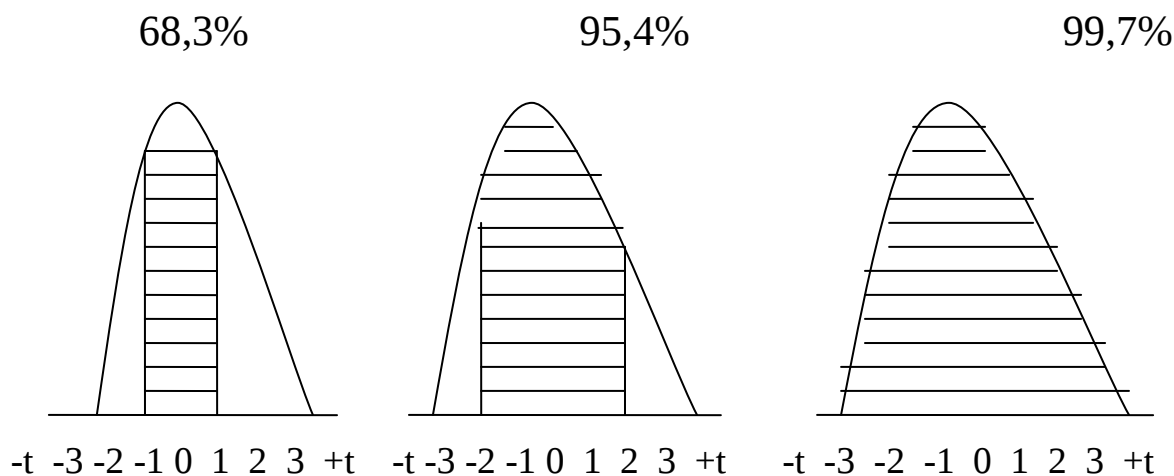


Рис.14. Нормальний розподіл з одно-, дво- та трьосигмовими границями

Крива нормального розподілу має точки перегину при  $t \pm 1$ . Якщо уявити графічно, то між  $t=+1$  і  $t=-1$  знаходиться 0,683 частини всієї площі кривої (тобто 68,3%). У границях  $t=+2$  і  $t=-2$  знаходяться 0,954 площі (95,4%), а між  $t=+3$  і  $t=-3$  - 0,997 частини всієї площі

розподілу (99,7%). На рис. 14 проілюстрований характер нормального розподілу з одно-, дво- і трисигмовою границями.

При нормальному розподілі середня арифметична, мода і медіана будуть рівними між собою. Форма нормальної кривої має вид одновершинної симетричної кривої, вітки якої асимптотично наближаються до осі абсцис. Найбільша ордината кривої відповідає  $x = 0$ . У цій точці на осі абсцис розміщується чисельне значення ознак, яке дорівнює середній арифметичній, моді і медіані. По обидві сторони від вершини кривої її вітки спадають, змінюючи в певних точках форму випуклості на увігнутість. Ці точки симетричні і відповідають значенням  $x = \pm 1$ , тобто величинам ознаки, відхилення яких від середньої чисельно дорівнює середньому квадратичному відхиленню. Ордината, що відповідає середній арифметичній, ділить всю площу між кривою і віссю абсцис пополам. Отже, ймовірності появи значень досліджуваної ознаки більших і менших середньої арифметичної будуть рівні 0,50, тобто  $[P(x_i < \bar{x} < x_i) = 0,50]$ .

Форму і положення нормальної кривої зумовлюють значення середньої і середнього квадратичного відхилення. Математично доведено, що зміна величини середньої /математичного очікування/ не змінює форми нормальної кривої, а призводить лише до її зміщення вдовж осі абсцис. Крива зрушується вправо, якщо  $\bar{x}$  зростає, і вліво, якщо  $\bar{x}$  спадає.

Про зміну форми графіка нормальної кривої при зміні середнього квадратичного відхилення можна судити по максимуму диференціальної функції нормального розподілу, який дорівнює  $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ . Як видно, при зростанні величини  $\sigma$  максимальна ордината кривої буде зменшуватися. Отже, крива нормального розподілу буде стискуватися до осі абсцис і приймати більш плосковершинну форму. І, навпаки, при зменшенні параметра  $\sigma$  нормальна крива витягується в додатному напрямку осі ординат, а форма "дзвона" стає більш гостровершиною (рис. 14). Відзначимо, що незалежно від величини параметрів  $\bar{x}$  і  $\sigma$  площа, обмежена віссю абсцис і кривою, завжди дорівнює одиниці /властивість щільності розподілу/. Це наочно ілюструє графік (рис. 16).

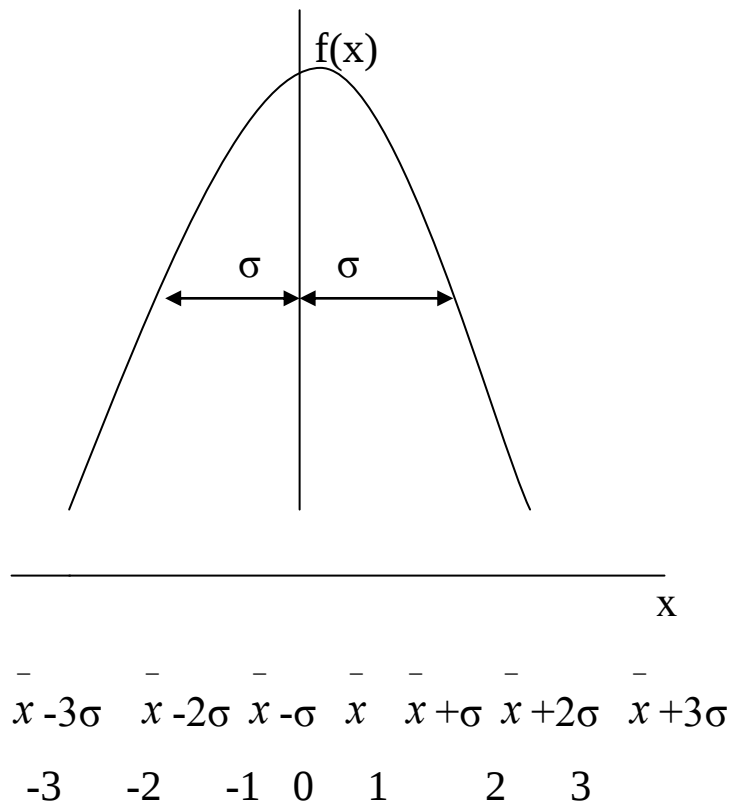


Рис.15. Крива нормального розподілу (крива Гауса)

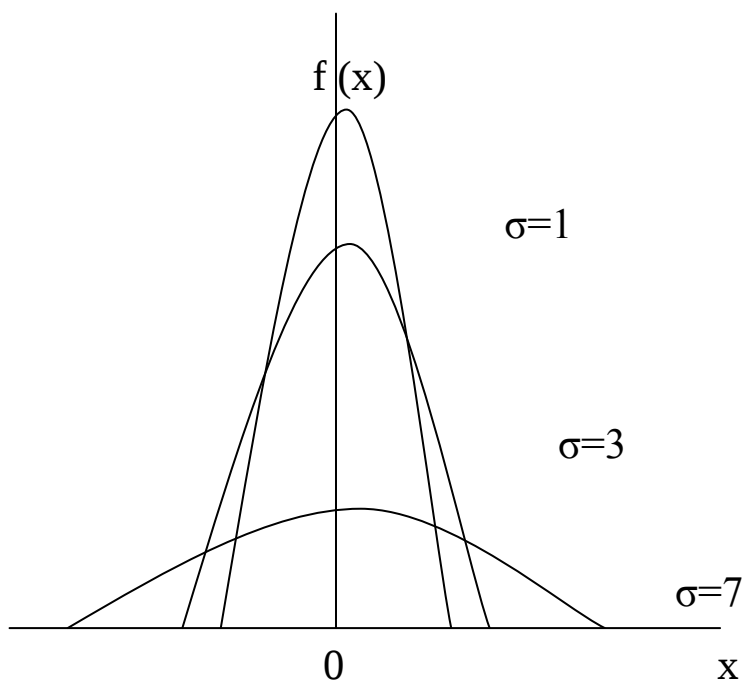


Рис.16. Криві нормального розподілу з різними значеннями параметра  $\sigma$

Названі вище особливості прояву "нормальності" розподілу дозволяють виділити ряд загальних властивостей, які мають криві нормального розподілу:

1/ будь - яка нормальна крива досягає точки максимуму ( $x = \bar{x}$ ) і спадає безперервно вправо і вліво від нього, поступово наближаючись до осі абсцис;

2/ будь - яка нормальна крива симетрична по відносно прямої, паралельної осі ординат і проходить через точку максимуму ( $x = \bar{x}$ ); максимальна ордината дорівнює  $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$ ;

3/ будь-яка нормальна крива має форму "дзвона", має випуклість, яка направлена вгору до точки максимуму. У точках  $\bar{x} - \sigma$  і  $\bar{x} + \sigma$  вона змінює випуклість, і, чим менше  $\sigma$ , тим гостріше "дзвін", а чим більше  $\sigma$ , тим більш похилишою стає вершина "дзвону" (рис.15). Зміна математичного очікування (при незмінній величині  $\sigma$ ) не призводить до модифікації форми кривої.

При  $\bar{x} = 0$  і  $\sigma = 1$  нормальну криву називають нормованою кривою або нормальним розподілом у канонічному вигляді.

Нормована крива описується наступною формулою:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Побудова нормальної кривої за емпіричними даними здійснюється за формулою:

$$n_m = \frac{ni}{\sigma} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}},$$

де  $n_m$  - теоретична частота кожного інтервалу (групи) розподілу;

$n$  - сума частот, що дорівнює обсягу сукупності;

$i$  - крок інтервалу;

$\pi$  - відношення довжини кола до його діаметру, яке становить 3,1416;

$e$  - основа натуральних логарифмів, дорівнює 2,71828;

$t$  - нормоване відхилення, ( $\frac{x - \bar{x}}{\sigma}$ );

$\sigma$  - середнє квадратичне відхилення.

Друга і третя частини формули ( $\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$ ) є функцією нормованого відхилення  $f(t)$ , яку можна розрахувати для будь-яких значень  $t$ . Таблиці значень  $f(t)$  звичайно називають "Таблицями ординат нормальної кривої" (додаток В). При використанні цих

функцій робоча формула нормального розподілу набуває простого вигляду:

$$n_T \frac{ni}{\sigma} f(t).$$

Розглянемо випадок побудови нормальної кривої на прикладі даних про розподіл 57 працівників за рівнем денного заробітку (табл. 53).

За даними таблиці 53, знаходимо середню арифметичну:

$$\tilde{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{1654}{57} = 29.$$

Розраховуємо середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2 n_i}{\sum n_i}} = \sqrt{\frac{2224}{57}} = \sqrt{39,02} = 6,25.$$

Для кожної рядка таблиці знаходимо значення нормованого відхилення

$$t = \frac{|x_i - \bar{x}|}{\sigma} = \frac{12}{6,25} = 1,92 \quad (\text{для першого інтервалу і т.д.}).$$

У графі 8 записуємо табличне значення функції  $f(t)$  з додатка , наприклад, для першого інтервалу  $t=1,92$  знаходимо "1,9" проти "2" /0.0632/.

Для обчислення теоретичних частот, тобто ординат кривої нормального розподілу, обчислюється множник:

$$\frac{ni}{\sigma} = \frac{57 \cdot 4}{6,25} = 36,5.$$

Всі знайдені табличні значення функції  $f(t)$  множимо на 36,5. Так, для першого інтервалу одержуємо  $0,0632 \times 36,5 = 2,31$  тощо. Прийнято нечисленні частоти ( $n_i < 5$ ) об'єднувати (у нашому прикладі - перших два і останніх два інтервали).

Якщо крайні теоретичні частоти значно відрізняються від нуля, розбіжність між сумами емпіричних і теоретичних частот може виявитися значною.

Графік розподілу емпіричних і теоретичних частот (нормальна крива) за даними розглянутого прикладу показано на рисунку 17.

53. Розрахунок частот нормального розподілу (вирівнювання емпіричних частот за нормальним законом)

| Інтервал ,<br>(i=4) | Середин-<br>не<br>значення<br>/центр/<br>інтервалу,<br>$x_i$ | Кіль-<br>кість<br>одиниць<br>,<br>$n_i$ | Розрахункові величини |                 |                     |                         | Статистичні параметри                                            |                                            |                                                                                               |                                                          |
|---------------------|--------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|-----------------------|-----------------|---------------------|-------------------------|------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
|                     |                                                              |                                         | $x_i n_i$             | $x_i - \bar{x}$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(x_i - \bar{x})^2 n_i$ | нормоване<br>відділення,<br>$t = \frac{ x_s - \bar{x} }{\sigma}$ | табличне<br>значення<br>функції,<br>$f(t)$ | теоретична<br>частота<br>нормального<br>ряду<br>розподілу,<br>$f(t) \times \frac{ni}{\sigma}$ | уточнене<br>значення<br>теоретичної<br>частоти,<br>$n_T$ |
| А                   | 1                                                            | 2                                       | 3                     | 4               | 5                   | 6                       | 7                                                                | 8                                          | 9                                                                                             | 10                                                       |
| 15-19               | 17                                                           | 4                                       | 68                    | -12             | 144                 | 576                     | 1,92                                                             | 0,0632                                     | $\frac{2,31}{6,42}$                                                                           | 9                                                        |
| 19-23               | 21                                                           | 6                                       | 126                   | -8              | 64                  | 384                     | 1,28                                                             | 0,1758                                     |                                                                                               |                                                          |
| 23-27               | 25                                                           | 9                                       | 225                   | -4              | 16                  | 144                     | 0,64                                                             | 0,3251                                     | 11,87                                                                                         | 12                                                       |
| 27-31               | 29                                                           | 17                                      | 493                   | 0               | 0                   | 0                       | 0                                                                | 0,3989                                     | 14,56                                                                                         | 15                                                       |
| 31-35               | 33                                                           | 13                                      | 429                   | 4               | 16                  | 208                     | 0,64                                                             | 0,3251                                     | 11,87                                                                                         | 12                                                       |
| 35-39               | 37                                                           | 3                                       | 111                   | 8               | 64                  | 192                     | 1,28                                                             | 0,1758                                     | $\frac{6,42}{2,31}$                                                                           | 9                                                        |
| 39-43               | 41                                                           | 5                                       | 205                   | 12              | 144                 | 720                     | 1,92                                                             | 0,0632                                     |                                                                                               |                                                          |
| Всього              | х                                                            | 57                                      | 1654                  | 0               | х                   | 2224                    | х                                                                | х                                          | 55,76                                                                                         | 57                                                       |

|       |                |                 |                            |
|-------|----------------|-----------------|----------------------------|
| $i=4$ | $\bar{x} = 29$ | $\sigma = 6,25$ | $\frac{ni}{\sigma} = 36,5$ |
|-------|----------------|-----------------|----------------------------|

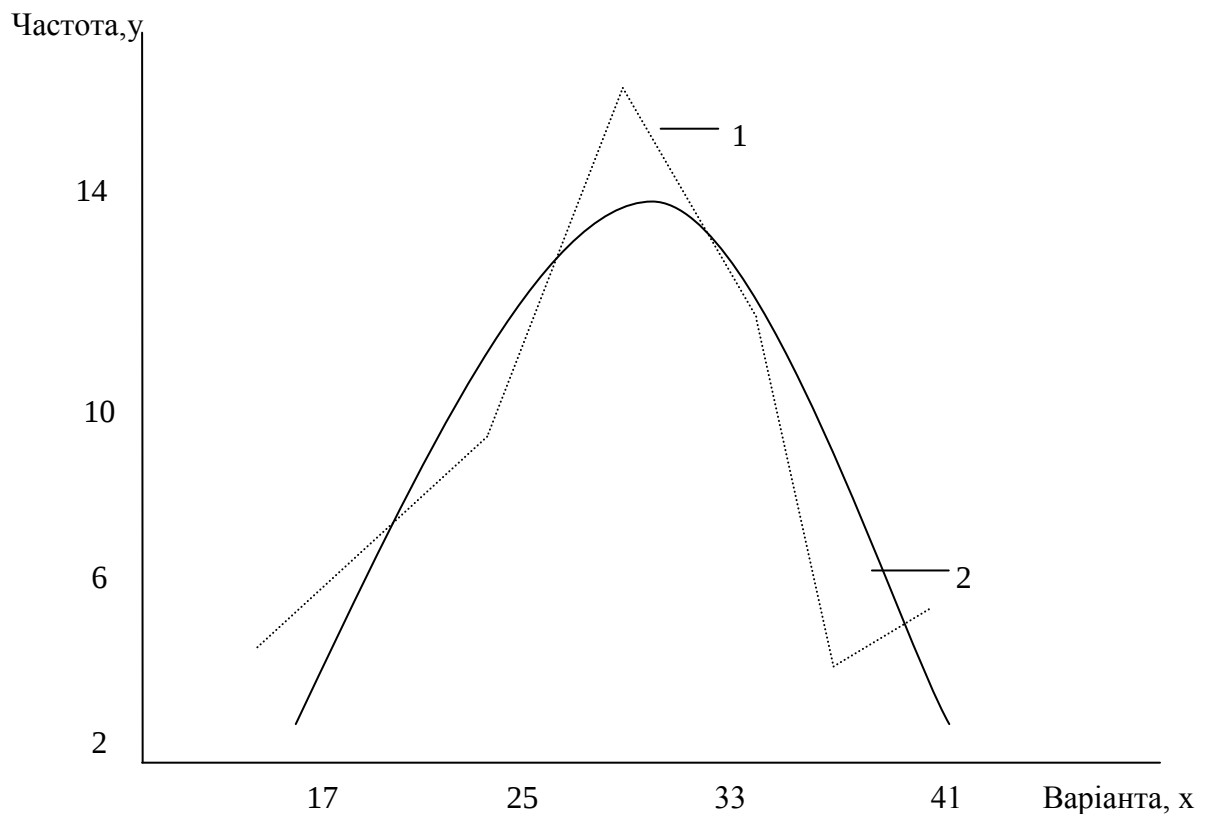


Рис. 17. Емпіричний розподіл (1) і нормальна крива (2)

Розглянемо приклад визначення частот нормального розподілу для випадку, коли в крайніх інтервалах відсутня частота (табл. 54).

Тут емпірична частота першого інтервалу дорівнює нулю. Отримана сума неуточнених частот не дорівнює сумі їх емпіричних значень ( $56 \neq 57$ ). У цьому випадку розраховується теоретична частота для умовно отриманих значень центра інтервалу, нормованого відхилення і його функції.

У таблиці 54 ці величини обведено прямокутником. При побудові графіка нормальної кривої у таких випадках теоретичну криву продовжують. У розглянутому випадку нормальна крива буде продовжена в бік від'ємних відхилень від середньої, оскільки перша не уточнена частота дорівнює 5. Розрахована теоретична частота /уточнена/ для першого інтервалу буде дорівнювати одиниці. По сумі уточнені частоти збігаються з емпіричними  $/57=57/$ .

54. Розрахунок частот нормального розподілу (вирівнювання емпіричних частот по нормальному закону)

| Інтервал<br>(і-2) | Серединне<br>значення<br>/центр/<br>інтервалу,<br>$x_i$ | Кількість<br>одиниць,<br>$n_i$ | Розрахункові величини |                 |                     |                         | Статистичні параметри                                             |                                            |                                                                                                 |                                                              |
|-------------------|---------------------------------------------------------|--------------------------------|-----------------------|-----------------|---------------------|-------------------------|-------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
|                   |                                                         |                                | $x_i n_s$             | $x_i - \bar{x}$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $(x_i - \bar{x})^2 n_i$ | нормоване<br>відхиленн<br>я<br>$t = \frac{x_s - \bar{x}}{\sigma}$ | табличне<br>значення<br>функції,<br>$f(t)$ | теоретична<br>частота нор-<br>мального<br>ряду<br>розподілу<br>$f(t) \times \frac{n_i}{\sigma}$ | уточнене<br>значення<br>теоретичн<br>ої<br>частоти,<br>$n_m$ |
| 2 А               | 1                                                       | 2                              | 3                     | 4               | 5                   | 6                       | 7                                                                 | 8                                          | 9                                                                                               | 10                                                           |
| 19-21             | 20                                                      | -                              | -                     | -               | -                   |                         | 2,49                                                              | 0,0180                                     | -                                                                                               | 1                                                            |
| 21-23             | 22                                                      | 5                              | 110                   | -4              | 16                  | 80                      | 1,66                                                              | 0,1006                                     | 5                                                                                               | 5                                                            |
| 23-25             | 24                                                      | 15                             | 360                   | -2              | 4                   | 60                      | 0,83                                                              | 0,2827                                     | 13                                                                                              | 13                                                           |
| 25-27             | 26                                                      | 20                             | 520                   | 0               | 0                   | 0                       | 0                                                                 | 0,3989                                     | 19                                                                                              | 19                                                           |
| 27-29             | 28                                                      | 10                             | 280                   | 2               | 4                   | 40                      | 0,83                                                              | 0,2827                                     | 13                                                                                              | 13                                                           |
| 29-31             | 30                                                      | 5                              | 150                   | 4               | 16                  | 80                      | 1,66                                                              | 0,1006                                     | 5                                                                                               | 5                                                            |
| 31-33             | 32                                                      | 2                              | 64                    | 6               | 36                  | 72                      | 2,49                                                              | 0,0180                                     | I                                                                                               | I                                                            |
| Всього            | x                                                       | 57                             | 1484                  | x               | x                   | 332                     | x                                                                 | x                                          | 56                                                                                              | 57                                                           |

|     |                |                 |                            |
|-----|----------------|-----------------|----------------------------|
| i=2 | $\bar{x} = 26$ | $\sigma = 2,41$ | $\frac{ni}{\sigma} = 47,3$ |
|-----|----------------|-----------------|----------------------------|

Криву нормального розподілу по досліджуваній сукупності можна побудувати і іншим способом /на відміну, від розглянутого вище/. Так, якщо необхідно мати наближену уяву про відповідності фактичного розподілу нормальному, обчислення здійснюються у такий послідовності. Визначають максимальну ординату, яка відповідає середньому розміру ознаки ( $y_{\max}$ ), потім, обчисливши середнє квадратичне відхилення, розраховують координати точок кривої нормального розподілу за схемою, викладеною в таблицях 50 і 51. Так, за вихідними і розрахунковими даними таблиці 51 маємо середню  $\bar{x} = 26$ . Ця величина середньої збігається з центром четвертого інтервалу (25-27). Отже, частота цього інтервалу "20" може бути прийнята (при побудові графіка) за максимальну ординату ( $y_{\max}$ ). Маючи обчислену дисперсію ( $\sigma = 2,41$ , див. табл. 51), розраховуємо значення координат всіх необхідних точок кривої нормального розподілу (табл. 55, 56). За отриманими координатами креслимо нормальну криву (рис. 18), прийнявши за максимальну ординату частоту четвертого інтервалу.

#### 55. Координати 7 точок кривої нормального розподілу

| Точка         | 1          | 2 і 3                   | 4 і 5                  | 6 і 7                    |
|---------------|------------|-------------------------|------------------------|--------------------------|
| Абсцис, $x$   | $\bar{x}$  | $\bar{x} \pm 0,5\sigma$ | $\bar{x} \pm \sigma$   | $\bar{x} \pm 1,5\sigma$  |
| Ордината, $y$ | $y_{\max}$ | $\frac{7}{8} y_{\max}$  | $\frac{5}{8} y_{\max}$ | $\frac{2,5}{8} y_{\max}$ |

#### 56. Обчислення координат точок кривої нормального розподілу

|     |                              |                           |                              |                |                              |                           |                              |
|-----|------------------------------|---------------------------|------------------------------|----------------|------------------------------|---------------------------|------------------------------|
| $x$ | $\bar{x} - 1,5\sigma = 22,4$ | $\bar{x} - \sigma = 23,6$ | $\bar{x} - 0,5\sigma = 24,8$ | $\bar{x} = 26$ | $\bar{x} + 0,5\sigma = 27,2$ | $\bar{x} + \sigma = 28,4$ | $\bar{x} + 1,5\sigma = 29,6$ |
| $y$ | 6                            | 12                        | 17                           | 20             | 17                           | 12                        | 6                            |

Узгодженість емпіричного розподілу з нормальним може бути встановлена також шляхом спрощених розрахунків. Так, якщо відношення показника міри асиметрії ( $A_s$ ) до своєї середньоквадратичної помилки  $m_{A_s}$  або відношення показника ексцесу ( $E_x$ ) до своєї середньоквадратичної помилки  $m_{E_x}$  перевищує за абсолютною величиною число "3", робиться висновок про невідповідність

емпіричного розподілу характеру нормального розподілу (тобто, якщо  $\frac{A_s}{m_{As}} > 3$  або  $\frac{Ex}{m_{Ex}} > 3$ ).

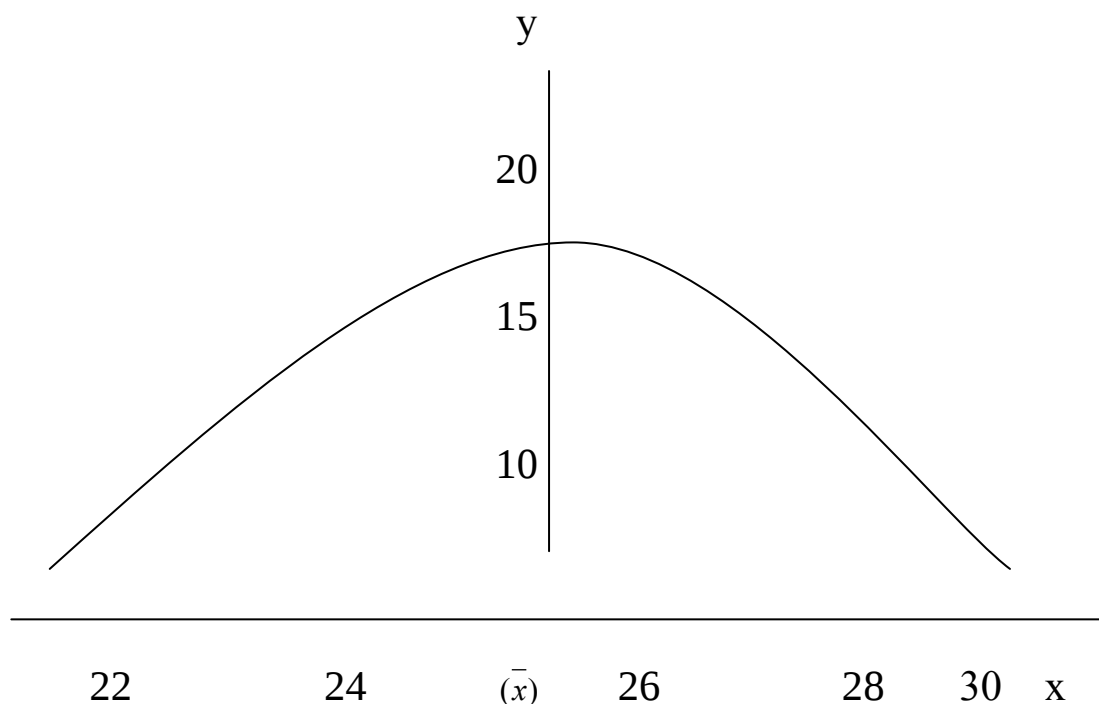


Рис. 18. Крива нормального розподілу, побудована по семи точках

Є й інші, нетрудомісткі прийоми встановлення “нормальності” розподілу: а) порівняння середньої арифметичної з модою і медіаною; б) використання чисел Вестергарда; в) застосування графічного способу за допомогою напівлогарифмічної сітки Турбіна; г) обчислення спеціальних критеріїв узгодження та ін.

На практиці "при дослідженні сукупності на предмет узгодження її розподілу з нормальним часто користуються "правилом  $3\sigma$ ". Математично доведено ймовірність того, що відхилення від середньої за абсолютною величиною буде менше потрійного середнього квадратичного відхилення, дорівнюватиме 0,9973, тобто, ймовірність того, що абсолютна величина відхилення перевищує потрійне середнє квадратичне відхилення, дорівнює 0,0027 або дуже мала. Виходячи з принципу неможливості малоймовірних подій, можна вважати практично неможливим "випадок перевищення"  $3\sigma$ . Якщо випадкова величина розподілена нормально, то абсолютна величина її відхилення від математичного очікування (від середньої) не перевищує потрійного середнього квадратичного відхилення.

У практичних розрахунках діють таким чином. Якщо при невідомому характері розподілу досліджуваної випадкової величини розраховане значення відхилення від середньої виявиться менше значення  $3\sigma$ , то є підстави вважати, що досліджувана ознака розподілена нормально. Якщо ж вказаний параметр перевищить числове значення  $3\sigma$ , можна вважати, що розподіл досліджуваної величини не узгоджується з нормальним розподілом.

Обчислення теоретичних частот для досліджуваного емпіричного ряду розподілу прийнято називати вирівнюванням емпіричних кривих по нормальному /або будь-якому іншому/ закону розподілу. Цей процес має важливе як теоретичне, так практичне значення. Вирівнювання емпіричних даних розкриває закономірність в їх розподілі, яка може бути завуальована випадковою формою свого прояву. Встановлену таким чином закономірність можна використовувати для вирішення ряду практичних завдань.

З розподілом, близьким до нормального, дослідник зустрічається в різних сферах науки і областях практичної діяльності людини. В економіці такого роду розподіли зустрічаються рідше, ніж, скажімо, у техніці або біології. Зумовлено це самою природою соціально-економічних явищ, які характеризуються великою складністю взаємозалежних і взаємопов'язаних факторів, а також наявністю ряду умов, які обмежують вільну "гру" випадків. Але економіст повинен звертатися до нормального розподілу, аналізуючи будову емпіричних розподілів, як до деякого еталону. Таке порівняння дозволяє з'ясувати характер тих внутрішніх умов, які визначають дану фігуру розподілу.

Проникнення сфери статистичних досліджень в область соціально-економічних явищ дало змогу розкрити існування великої кількості різного типу кривих розподілу. Однак не треба вважати, що теоретична концепція кривої нормального розподілу взагалі мало придатна у статистико-математичному аналізі такого типу явищ. Вона може бути не завжди прийнятна в аналізі конкретного статистичного розподілу, але в області теорії і практики вибіркового методу дослідження має першочергове значення.

Назвемо основні аспекти застосування нормального розподілу у статистико-математичному аналізі.

1. Для визначення ймовірності конкретного значення ознаки. Це необхідно при перевірці гіпотез про відповідність того чи іншого емпіричного розподілу нормальному.

2. При оцінці ряду параметрів, приміром, середніх, методом максимальної правдоподібності. Суть його полягає у визначенні такого закону, якому підпорядковується сукупність. Визначається та оцінка, яка дає максимальні значення. Краще наближення до параметрів генеральної сукупності дає відношення:

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma^2}}.$$

3. Для визначення ймовірності вибірових середніх відносно генеральних середніх.

4. При визначенні довірчого інтервалу, в якому знаходиться наближене значення характеристик генеральної сукупності.

### 6.2.3. Розподіл Ст'юдента

При розгляді питання середньої арифметичної у вибірках, які взяті з генеральної сукупності і підпорядковуються закону нормального розподілу, стає очевидним те, що цей розподіл залежить від середнього квадратичного відхилення ( $\sigma_2$ ).

У практичних розрахунках значення генерального  $\sigma_2$ , як правило, невідоме, що призводить до певних розрахункових ускладнень. Ця обставина спонукала англійського статистика В.С.Госсета (він друкувався під псевдонімом Ст'юдент) зайнятися пошуком такого розподілу середньої арифметичної, який не залежав би від параметра  $\sigma$ .

Поставлена задача Ст'юдентом була вирішена у 1908 р. (у цей час він був службовцем на пивоварному заводі у м. Дубліні). Відкритий закон розподілу підняв на нову сходинку теорію статистичного оцінювання і теорію перевірки статистичних гіпотез. У чому ж виражається розподіл, досліджуваний Ст'юдентом? Він

встановив, що ймовірність нормованого відхилення  $\frac{\bar{x} - \bar{x}}{\sigma} = t$  (пізніше Р.Фішер створив більш строгий теоретичний фундамент:

$t = \frac{\tilde{x} - \bar{x}}{\sigma : \sqrt{n-1}} = \frac{\tilde{x} - \bar{x}}{\sigma} \sqrt{n-1}$ ) виражається рівнянням:

$$P(t) = C(1 + \frac{t^2}{n-1})^{-\frac{1}{2}n},$$

де  $P(t)$  - імовірність того, що стандартизована різниця між  $\tilde{x}$  і  $\bar{x}$  має величину  $t$  ;

$C$  - деякий коефіцієнт, який залежить від обсягу вибірки.

$$\text{Величина його становить : } C = \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\sqrt{\pi(n-1) \times \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}}, \text{ де } \Gamma\left(\frac{n}{2}\right) \text{ і } \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)$$

- гама – функції.

Повна формула закону розподілу нормованого відхилення має вигляд:

$$P(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\sqrt{\pi(n-1) \Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}} \times \left(1 + \frac{t^2}{n-1}\right)^{-\frac{1}{2}n}.$$

Закону розподілу  $t$ -Ст'юдента підпорядковуються малі вибірки, які одержані з нормального розподілу сукупностей. Характерною особливістю даного розподілу є те, що ймовірність значення  $t$  залежить від двох величин: обсягу вибірки ( $n$ ) і нормованого відхилення ( $t$ ). Причому  $n$  береться числом ступенів вільності ( $\nu=n-1$ ).

При збільшенні чисельності вибіркової сукупності розподіл Ст'юдента наближається до нормального:

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}.$$

У спеціальній літературі є доведення, що при необмеженому зростанні обсягу вибірки розподіл Ст'юдента прагне до нормального закону розподілу.

Якщо вибірка достотно мала ( $n < 15$ ), розподіл імовірностей буде відрізнятися від нормального і тим більше, чим менший обсяг вибірки. Крива розподілу у таких випадках ніби розтягується (рис.19). Із збільшенням обсягу вибірки розподіл Ст'юдента досить швидко наближається до нормального, зокрема, при  $n=20$  він практично не відрізняється від нього.

Із сказаного виходить, що розподіл Ст'юдента являє собою частковий випадок нормального розподілу і відображає специфіку варіації для нечисленної вибірки, яка розподіляється за нормальним законом розподілу залежно від  $n$ .

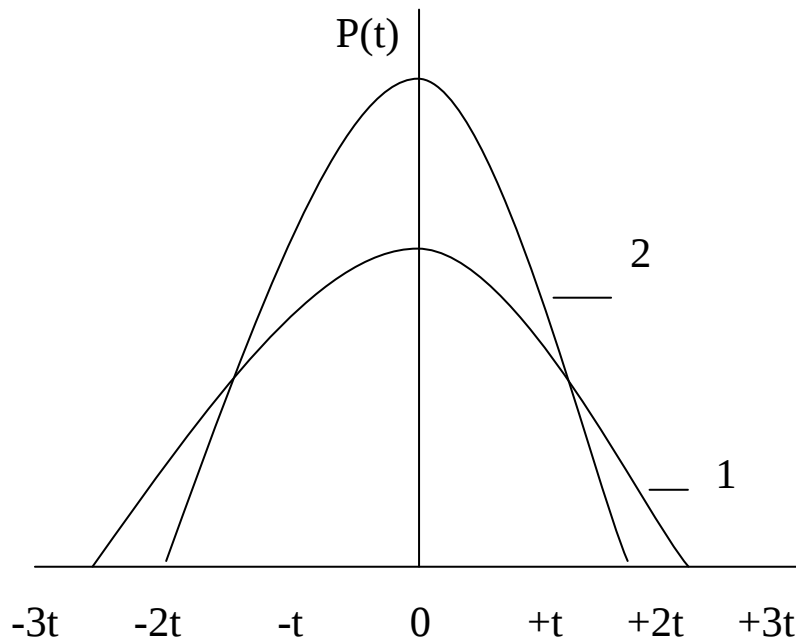


Рис. 19. Розподіл Ст'юдента (1) на фоні нормальної кривої (2)

Показники рівнів імовірності ( $P(t)$ ), що розподіляється за законом Ст'юдента, дано в стандартній математичній таблиці "Імовірності  $t$ -розподілу по Ст'юденту для малих вибірок (у межах  $\pm t$ )" (додаток Г). У цій таблиці наведені рівні ймовірностей  $P$  для кожного значення нормованого відхилення  $t$  при визначеному обсязі вибірки, який береться "числом ступенів вільності". Тому положення про те, що кожному обсягу вибірки відповідає певне значення  $t$ , необхідно уточнити. Тут очевидна доцільність формулювання: кожному числу ступенів вільності відповідає  $t$ -розподіл.

Розглянемо приклад. За результатами вибіркового обстеження 10 сімей підприємств харчової промисловості отримані середні рівні місячної заробітної плати, яка припадає на одного члена сім'ї, грн.: 100, 106, 85, 94, 88, 102, 120, 60, 95, 90.

Спираючись на дані вибірки, необхідно перевірити припущення, що середній розмір зарплати, який припадає на одного члена сім'ї працівників харчової промисловості (генеральна сукупність), дорівнюватиме 85 грн.  $/\bar{x}/$ .

Грунтуючись на припущенні про нормальний характер розподілу досліджуваної ознаки в генеральній сукупності, виконуємо розрахунки: обчислюємо параметри  $\bar{x} = 94$ ;  $\sigma_s = 14,9$ .

Прийнявши  $\bar{x} = 85$ , визначаємо числове значення нормованого відхилення  $t = \frac{\tilde{x} - \bar{x}}{\sigma} \sqrt{10} = \frac{94 - 85}{14,9} \sqrt{10} = 1,91$ . Знаходимо за стандартною

таблицею /додаток Є/ імовірність для  $t = 1,9$  і числа ступенів вільності  $\nu=10-1$ . Для таких параметрів розрахункове значення ймовірності  $P=0,955$ . Таким чином, для числового значення величини нормованого відхилення  $t=1,91$  імовірність  $P=0,955$ . Тобто, імовірність появи значення  $t$ , більшим, ніж одержане при вибірці, буде  $\alpha=1-0,955 = 0,045$ , або приблизно один випадок з 20. Імовірність появи  $t$ , яке по абсолютною величиною буде більше спостережуваного значення, становитиме  $2\alpha = 0,090$ , тобто приблизно один випадок з 10. Таке значення  $t$  слід визнати неістотним. Тому різниця між вибірковою і генеральною середньою не буде перевищувати 9 грн. (94-85).

Якщо визнати вибіркове значення  $t$  істотним, а таке припущення можна висунути, оскільки спостережуване значення  $t$  мало імовірне, то початкове припущення, зумовлене обчисленням значення  $t$ , буде невірним. Подібне міркування приводить до висновку про те, що середній розмір зарплати у розрахунку на одного члена сім'ї працівників досліджуваної галузі 85 грн. є сумнівним, а різниця між генеральною  $\bar{x} = 85$  /и вибірковою  $\bar{x} = 94$ / середньою легко могла перевищити 9 гривень.

Крім розглянутої вище стандартної таблиці, широке практичне застосування знаходить інша математична таблиця значень критерію  $t$  для різних рівнів значимості  $\alpha = 1-P$ . Вона дозволяє /при певному рівні  $\alpha$  / встановити можливі границі випадкових коливань вибіркової середньої  $\bar{x}$  /, а також знайти довірчий інтервал, який покриває середню арифметичну у генеральній сукупності /додаток Д/.

Розглянемо випадок використання стандартної таблиці "Критичні точки розподілу Ст'юдента /  $t$  - розподіл/" на наступному прикладі.

У результаті вибіркового обстеження 20 сільськогосподарських підприємств обласного регіону визначено середній показник вихододнів з розрахунку на одного працюючого, який виявився рівним 250, з середньої помилкою вибірки  $m = \pm 5$ . Потрібно визначити довірчий інтервал випадкових коливань шуканої середньої величини при рівні значимості  $\alpha = 0,05$ .

У додатку І на перетині графі, яка відповідає  $\alpha = 0,05$ , і рядку  $20-1=19$  (число ступенів вільності) знаходимо значення  $t=2,09$ . Отже, довірчий інтервал дорівнює  $\Delta\tilde{x} = \tilde{x} \pm tm = 250 \pm 2,09 \times 5 = 250 \pm 10,45$ , або заокруглено  $250 \pm 10$ .

Таким чином, межі генеральної середньої дорівнюватимуть 240-260, тобто в сільгосппідприємствах обстежуваного обласного регіону середній рівень показника кількості вихододнів з розрахунку на одного працюючого буде знаходитися між 240 і 260. Дане ствердження одержане при порозі ймовірності  $P=0,95$ . Рівень ймовірності вибирається залежно від конкретних вимог вирішуваного завдання. В економічних дослідженнях використовують ймовірність  $P = 0,95$  (0,954).

Вищесказане раніше положення про те, що при збільшенні обсягу вибірки розподіл Ст'юдента наближається до нормального підтверджує порівняння даних двох стандартних таблиць: "Критичні точки розподілу Ст'юдента /t - розподіл/" (додаток Д) і "Функція нормованого відхилення" (додаток Є). Достатньо розглянути фрагмент з обох таблиць для кількох вибірок, щоб переконатися у сказаному вище висновку (табл. 57).

57. Витяг з стандартної таблиці t – розподілів (додаток Д)

| $n$        | 5<br>( $\nu=4$ ) | 20<br>( $\nu=19$ ) | 40<br>( $\nu=39$ ) | 60<br>( $\nu=59$ ) | 120<br>( $\nu=119$ ) | $\infty$ |
|------------|------------------|--------------------|--------------------|--------------------|----------------------|----------|
| $t_{0,95}$ | 2,78             | 2,09               | 2,02               | 2,00               | 1,98                 | 1,96     |

Так, у додатку Д значенню рівня ймовірності 0,95 відповідає величина 1,96. Аналізуючи дані таблиці 35, бачимо, що при  $n = 60$  розподіл Ст'юдента майже не відрізняється від нормального:

$$2,00 - 1,96 = 0,04.$$

При невеликому обсязі вибірки ці два види розподілу мають значні чисельні відміни. Наприклад, для  $n = 5$  різниця у параметрах становитиме  $2,78 - 1,96 = 0,82$ .

На завершення ще раз зробимо акцент на тому, що параметр  $t = \frac{\tilde{x} - \bar{x}}{\sigma} \sqrt{n}$  має розподіл Ст'юдента за умови, якщо досліджувана випадкова величина підпорядкована закону нормального розподілу, а середня обчислюється за вибірковими даними незалежних спостережень.

Назвемо також аспекти застосування розподілу Ст'юдента.

1) При оцінці параметрів "генеральної сукупності за даними малих вибірок /для визначення довірчих інтервалів/;

2) При перевірці статистичних гіпотез відносно параметрів генеральної сукупності.

#### 6.2.4. Розподіл $\chi^2$ -квадрат

При перевірці статистичних гіпотез розглядаються питання про критерії узгодженості. Останні дозволяють вирішити задачу про відповідність або невідповідність певного закону розподілу, обраного для відображення досліджуваного емпіричного ряду розподілу.

Розраховані критерії згоди зумовлюють можливість (або неможливість) прийняття для досліджуваного ряду розподілу моделі, яка виражається деяким теоретичним законом розподілу. Та чи інша модель розподілу що відповідає визначеному закону може бути прийнята шляхом порівняння графічних зображень. Вченими-математиками розроблено ряд критеріїв узгодженості, обчислення яких дозволяє дати кількісну оцінку наближеності емпіричних і теоретичних розподілів. Окремі з них оцінюють імовірність розходження фактичного і теоретичного розподілу, а деякі дають пряму відповідь про можливість відображення досліджуваного емпіричного розподілу обраним теоретичним законом.

Для характеристики /оцінки/ розходження емпіричних і теоретичних частот англійським статистиком Карлом Пірсоном (1900) розроблено критерій узгодженості, так званий “ $\chi^2$  - квадрат”. Даний критерій застосовується в тих випадках, коли необхідно визначити ступінь відмінності фактичного розподілу частот від теоретичного.

Теоретичний аспект визначення  $\chi^2$  - квадрата як критерію може бути зведений до таких міркувань.

Якщо у вибірку з генеральної сукупності, розподіленої за нормальним законом /  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  /, ввести центровані і нормовані величини ( $t_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$ ) і підсумовувати їх квадрати, одержимо значення величини “ $\chi^2$  - квадрат” ( $\chi^2$ ) :

$$\chi^2 = \left(\frac{x_1 - \bar{x}}{\sigma}\right)^2 + \left(\frac{x_2 - \bar{x}}{\sigma}\right)^2 + \left(\frac{x_3 - \bar{x}}{\sigma}\right)^2 + \dots + \left(\frac{x_n - \bar{x}}{\sigma}\right)^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}\right)^2$$

У даному випадку величина  $\chi^2$ , яка зумовлюється дисперсією  $\sigma^2$  розподіляється за законом:  $f(\chi^2) = \frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}} \Gamma(\frac{\nu}{2})} (\chi^2)^{\frac{\nu-2}{2}} e^{-\frac{\chi^2}{2}}$ ,

де  $\nu$  - число ступенів вільності, яке дорівнює  $n-1$  ;  $\Gamma(\frac{\nu}{2})$  - гама-функція, зокрема  $\Gamma(n+1)=n$ .

Як видно з наведеного вище виразу, розподіл “ $\chi^2$  - квадрат” визначається одним параметром – числом ступенів вільності.

Для різних обсягів вибірки /точніше - значень числа ступенів вільності / розподіл величини " $\chi^2$  - квадрат" буде асиметричним. При цьому, чим менша вибірка, тим сильніше проявляється асиметрія. Із збільшенням чисельності вибіркової сукупності асиметрія зменшується і розподіл " $\chi^2$  - квадрат" переходить у нормальний. Наочно характер такої зміни ілюструє графік (рис. 20).

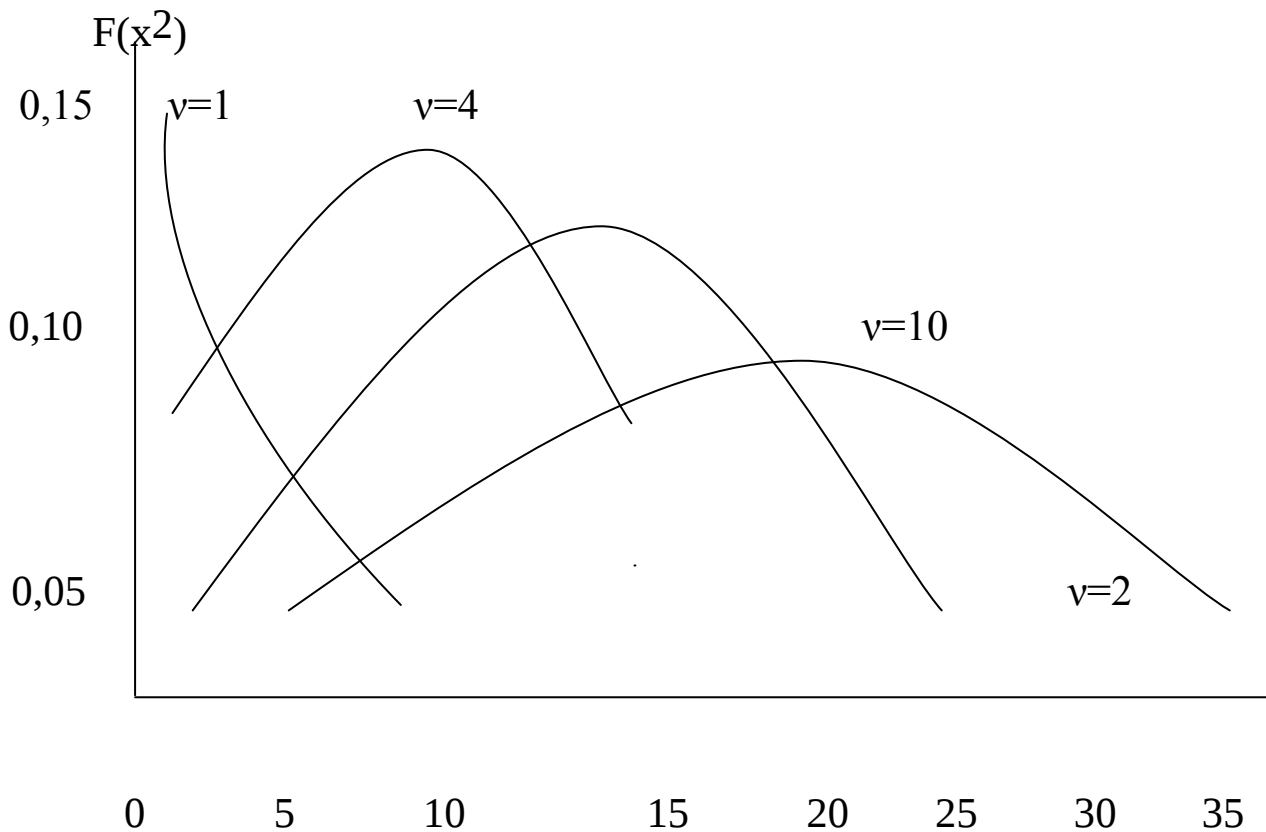


Рис. 20. Розподіл " $\chi^2$  - квадрат" при різних значеннях числа ступенів вільності

Якщо прийняти рід емпіричних і теоретичних частот відповідно за  $n_i$  і  $n_m$ , обчислення " $\chi^2$  – квадрат" – критерію виразиться формулою:

$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n_m)^2}{n_m}.$$

Судячи по параметрах формули, величина критерію Пірсона являє собою суму відношень між квадратами різниць емпіричних і теоретичних частот до теоретичних частот.

Інтегрування диференціальної функції розподілу (за її складності) являє певні обчислювальні утруднення. У зв'язку з цим Р.Фішером розроблено стандартні математичні таблиці розподілу " $\chi^2$

– квадрат" (додатки Ж, З). Ці таблиці дають змогу обчислити ймовірність того, що випадкова величина, яка підпорядковується закону розподілу "хі – квадрат" з певним числом ступенів вільності, перевищить деяке фіксоване значення  $\chi_v^2$ , або  $P(\chi^2 > \chi_v^2)$ .

Другий аспект використання названих стандартних таблиць полягає у тому, що за їх допомогою можна встановити критичне значення "хі - квадрата", перевищення якого для відомого числа ступенів вільності буде свідчити про невідповідність досліджуваного розподілу нормальному закону. Є й інші аспекти практичного використання "хі–квадрат" - критерію. Тут розглянемо лише приклад для випадку встановлення ймовірності  $P(\chi^2 > \chi_v^2)$ .

Так, для вибірки з числом ступенів вільності  $v=21$ , що підпорядковується закону "хі-квадрат" розподілу ( $\chi^2$ ) необхідно визначити відхилення  $\chi_v^2$ , імовірність перевищення якого дорівнює 0,05, тобто необхідно знайти "хі - квадрат" при  $v = 21$ , для якого:  $P(\chi^2 > \chi_{21}^2) = 0,05$ . Шукана величина буде знаходитись (додаток З) на перетині рядка 21 і графі 0,95 і становитиме  $\chi_v^2 = 32,7$ . Звідси маємо:  $P(\chi^2 > 32,7) = 0,05$ . Таким чином, величина  $\chi_v^2$ , імовірність перевищення якої 0,05, буде 32,7

Слід відзначити деякі неточності, що існують у навчальній літературі при викладі питань "хі – квадрат – критерію. Відносно його відкриття, крім дати 1900 р. (Пірсон), слід пам'ятати і дату 1876 р. (Хельмерт).

Що ж стосується стандартної таблиці  $\chi^2$ -розподілу, то буде неточним її інформацію називати "Критерій Пірсона", бо розробка цієї таблиці належить Р.Фішеру. Останній вважав замість значень ймовірностей  $P\chi^2$ , що відповідають деякому ряду  $\chi^2$ , розраховувати значення  $\chi^2$ , які відносяться до обраних рівнів ймовірностей при різному числі ступенів вільності.

Ще одне зауваження щодо символіки написання "хі–квадрат". Звичайно прийнята форма  $\chi^2$ . Більш правильним буде  $\chi_{va}^2$ . Але, якщо виключена можливість невірного розуміння, її можна записувати з одним підрядковим числом /індексом/. Якщо це не заважає правильному сприйманню змістовного навантаження параметра, запис його може бути і без підрядкових індексів.

### 6.2.5. Розподіл Фішера-Снедекора

У цілому ряді задач, вирішуваних математичною статистикою, зокрема у дисперсійному і кореляційно-регресійному аналізі, використовується "розподіл F", названий так по першій літері прізвища англійського статистика-математика Р.Фішера. Якщо  $I_1$  і  $I_2$  незалежні випадкові величини з розподілами  $\chi^2$ , і з  $\nu_1$  і  $\nu_2$  ступенями вільності відповідно, то випадкова змінна F буде дорівнювати:  $F = \frac{I_1^2 : \nu_1}{I_2^2 : \nu_2} = \frac{I_1^2}{I_2^2} \times \frac{\nu_2}{\nu_1}$ .

Одержана величина називається випадковою змінною з розподілом Фішера-Снедекора з  $\nu_1$  та  $\nu_2$  ступенями вільності. Приймаючи, що  $I_1^2 > I_2^2$  величина F буде мати лише значення, не менше як 1.

Щільність імовірності випадкової змінної F, яка має розподіл Фішера -Снедекора з  $\nu_1$  і  $\nu_2$  ступенями вільності, має вигляд:

$$h(P) = \frac{F^{\frac{\nu_1 + \nu_2}{2}} \left(\frac{\nu_2}{\nu_1}\right)^{\frac{\nu_2 - 2}{2}}}{\Gamma\left(\frac{\nu_1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\nu_2}{2}\right)} P^{\frac{\nu_2 - 2}{2}} \left(1 + \frac{\nu_2}{\nu_1} P\right)^{-\frac{\nu_1 + \nu_2}{2}}.$$

Внаслідок великої складності розрахунку інтегралів доведення тут не наводиться. Але, як видно, розподіл F зумовлений і визначається двома параметрами, тобто числами ступенів вільності  $\nu_1$  і  $\nu_2$ . Розподіл випадкової змінної F подано у вигляді спеціальних математичних таблиць. Останні побудовані так, щоб для різних рівнів довірчої ймовірності /в основному для  $P = 0,95$ ;  $P = 0,99$ ,  $P = 0,999$ / і для різних сполучень числа ступенів вільності  $\nu_1$  і  $\nu_2$  даються значення F. Якщо прийняти позначення розрахункової і табличної величини F відповідно як  $F_p$  і  $F_T$ , то для них справедлива буде рівність  $P\{F_p > F_T\} = \alpha$ ; Такі таблиці наведено в додатках I і K. Практичне їх використання буде розглянуто у розділах "Дисперсійний аналіз"; "Кореляційно-регресійний аналіз". Тут наведемо лише схематичний приклад. У результаті вивчення кількісного впливу фактора рівня продуктивності праці на її оплату по вибірці 60 підприємств, одержані наступні характеристики: факторна дисперсія  $\sigma_x^2 = 3,06$ , залишкова дисперсія  $\sigma_z^2 = 0,15$ . Число ступенів вільності для факторної ознаки  $\nu_x = 3 - 1 = 2$ ; для неврахованих факторів -  $\nu_z = 60 - 3 = 57$ .

Розрахункова величина  $F$  - критерію становитиме:  $F_p = \frac{3.06}{0.15} 20.4$ .

За стандартною таблицею  $F$  - розподілу знаходимо для рівня ймовірності  $P = 0,95$  і ступенів вільності  $\nu_1 = 2$  і  $\nu_2 = 57$  табличне значення  $F_T = 3,15$ ;  $F_p > F_T$  ( $20.4 > 3,15$ ).

Знайдені параметри свідчать про те, що в досліджуваних підприємствах вплив рівня продуктивності праці на її оплату виявився вірогідним із рівнем імовірності 0,95.

На закінчення відзначимо, чому розподіл  $F$  називають розподілом Фішера-Снедекора. Справа в тому, що Р.Фішер перший дослідив розподіл відношень двох вибірових дисперсій, але предметом його вивчення був розподіл не відношень дисперсій, а логарифмічної величини  $\frac{1}{2} \ln\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right)$ . Дещо пізніше американський

статистик Дж.Снедекор розрахував таблиці розподілу змінної  $\left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}\right)$ ,

що виявилось значно зручніше для практичного використання в розрахунках. Цей розподіл він назвав на честь Фішера "Розподілом  $F$ ". Пізніше даний вид розподілу почали називати "Розподілом Фішера-Снедекора".

### **Рекомендована література**

1. Опря А.Т. Статистика (з програмованою формою контролю знань). - К.: Урожай, 1996. - 448с.
2. Опря А.Т. Статистика. - К.: Центр навчальної літератури, 2005 - 469 с.

### **Питання для самоконтролю**

1. Дайте визначення поняттю „статистична оцінка”.
2. Які основні вимоги до статистичних оцінок?
3. Якими властивостями повинна бути наділена статистична оцінка, щоб вона була максимально наближена до генеральної характеристики?
4. Що розуміють під точковою та інтервальною оцінками параметрів генеральної сукупності.

5. Поясніть поняття „довірчий інтервал”, „довірча ймовірність”.
6. Поясніть поняття „число ступенів вільності”.
7. Що розуміють під законами розподілу?
8. Які теоретичні розподіли прийнято вважати класичними?
9. Яким вченим відкритий закон нормального розподілу?
10. Значення закону нормального розподілу (закону Гаусса) у вивченні соціально-економічних явищ.
11. Які вибірки підпорядковуються закону розподілу Ст'юдента?
12. В яких випадках застосовується критерій узгодженості ( $\chi^2$ -критерій)?

### Завдання для практичних занять

#### Завдання 6.1. Перевірка гіпотези щодо імовірності вибіркової середньої відносно генеральної середньої

**Зміст завдання:** За вихідною інформацією завдання 5.1. (додаток А), припускаючи, що досліджувана генеральна сукупність підпорядкована закону нормального розподілу з дисперсією, яка дорівнює  $\sigma^2$ , перевірити на рівні значимості  $\alpha=0,05$  нульову гіпотезу  $H_0$ :

$$\tilde{x}_{H0} = \tilde{x} + \Delta.$$

#### Порядок виконання

За даними інтервального ряду розподілу (вибіркова сукупність) визначити вибірку середню:

$$\tilde{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i},$$

де  $x_i$  – центр інтервалу,  
 $n_i$  – частота.

Обчислити розрахункове значення нормованого відхилення:

$$t_p = \frac{\tilde{x} - \tilde{x}_{H0}}{\sigma} \sqrt{n},$$

де  $n$  – чисельність вибірки ( $n = \sum n_i$ ),  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ .

За стандартною таблицею (додаток Є) знайти критичне значення нормованого відхилення  $t_T$ , що відповідає рівню довірчої імовірності  $P=0,950$ . Порівняти абсолютну величину  $|t_p|$  з  $t_T$ . Якщо  $|t_p| > t_T$ , нульова

гіпотеза ( $H_0$ ) відкидається. Робимо висновок, що  $\tilde{x}$  істотно відрізняється від  $\tilde{x}_{H_0}$ . Якщо  $|t_p| < t_T$ , нульова гіпотеза ( $H_0$ ) не відкидається. Робимо висновок, що  $\tilde{x}$  відрізняється від  $\tilde{x}_{H_0}$  неістотно.

**Висновок:**

### **Завдання для самостійного виконання**

#### **Завдання 6.2. Визначення довірчого інтервалу випадкових коливань середньої величини**

**Зміст завдання:** Посіви зернових культур району складають 25 000 га. При 10%-му вибіркового обстеженні полів одержали такі вибіркові характеристики: середня врожайність - 35 ц з 1 га, дисперсія врожайності - 4, площа посівів високоврожайних культур – 1200 гектарів. Необхідно дати оцінку названим параметрам ( $\bar{x}$ ,  $p$ ) у генеральній сукупності.

#### **Завдання 6.3. Визначення довірчого інтервалу випадкових коливань середньої величини**

**Зміст завдання:** У результаті вибіркового обстеження 50 сільсько-господарських підприємств області визначено показник середньомісячної заробітної плати працівників, який виявився рівним 430, з середньою помилкою вибірки  $\mu = \pm 10$ . Необхідно визначити довірчий інтервал випадкових коливань шуканої середньої величини при рівні значимості  $\alpha = 0,05$ .

### **Програмований контроль знань (тести)**

6.1. Знайти правильне визначення статистичної оцінки.

- Узагальнююча характеристика.

- Будь-який вид середньої величини.

\* Метод суджень про числові значення параметрів розподілу генеральної сукупності по вибіркових даних .

- Метод суджень про результати одержаних вибірових характеристик на підставі довірчої ймовірності.

6.2. Як називається в статистиці наближене значення параметра генеральної сукупності, одержане за результатами вибірки?

- Довірчий інтервал.
- Одиниця вибірки.
- Вибіркова характеристика.
- \* Статистична оцінка.

6.3. Якими властивостями повинна бути наділена статистична оцінка, щоб вона була максимально наближена до генеральної характеристики?

- \* Незміщеність, ефективність, спроможність, достатність .
- Незміщеність, ефективність, вірогідність.
- Незміщеність, істотність.
- Вірогідність.

6.4. Як називається статистична оцінка середньої, якщо вибірове її значення відповідає генеральному значенню?

- Ефективна.
- Спроможна.
- \* Незміщена.
- Достатня.

6.5. Яка статистична оцінка зумовлює повноту охоплення всієї вибіркової інформації, тобто є вичерпною?

- Ефективна.
- Спроможна.
- Незміщена.
- \* Достатня.

6.6. Яка з зазначених нижче оцінок не є точковою оцінкою?

- Середня арифметична.
- Середня квадратичне відхилення.
- \* Границі інтервалу генеральної середньої.
- Кількість елементів в групі генеральної сукупності.

6.7. Як називається доведена ймовірність того, що помилка вибірки не перевищить деяку задану величину?

- Поріг ймовірності.
- \* Довірча ймовірність.
- Рівень істотності.
- Рівень вірогідності.

6.8. Як називаються границі, в яких із заданою ймовірністю може знаходитися генеральна характеристика?

- Істотні інтервали.
- Інтервальна різниця.
- Розмах варіації.
- \* Довірчі інтервали.

6.9. В яких з перелічених випадків використовується наведена

формула:  $P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$  ?

- \* При відсутності стандартних таблиць інтервалу ймовірностей.
- При визначенні граничної помилки.
- При визначенні рівня ймовірності, середня генеральної..
- При визначенні рівня ймовірності, коли невідоме нормоване відхилення.

6.10. Як називається довірчий інтервал, коли розраховується лише значення ознаки, які перевищують (або не перевищують) значення шуканого параметра?

- \* Односторонній довірчий інтервал.
- Двосторонній довірчий інтервал.
- Довірчий інтервал.
- Інтервальна різниця.

6.11. Які закони розподілу вважаються класичними по відношенню до інших?

- Біноміальний, нормальний, Ст'юдента.
- \* Біноміальний, нормальний, Пуассоновий.
- Нормальний, Пірсона.
- Нормальний, Ст'юдента, Пірсона.

6.12. На якому законі ґрунтується переважна більшість статистичних методів дослідження?

- Фішера-Спедекора.
- Ст'юдента.
- Пірсона.
- \* На нормальному.

6.13. Як називається теоретичний розподіл, до якого прямує емпіричний розподіл при  $n \rightarrow \infty$ ?

- Класичний розподіл
- Умовний розподіл.
- \* Закон розподілу.
- Стандартний розподіл.

6.14. Яким вченим відкритий закон нормального розподілу?

- Бернулі.
- Фішером.
- Ст'юдентом.
- \* Гауссом.

6.15. Яким вченим зроблено відчутний теоретичний вклад у розробку нормального закону?

- Пуассоном.
- \* Лапласом.
- Пірсоном.
- Фішером.

6.16. Якими математичними параметрами визначається нормальний розподіл?

- \*  $\bar{x}, \sigma$ .
- $x_i, \sigma^2$ .
- $\sigma, t$ .
- $x_i, t$ .

6.17. Які статистичні характеристики зумовлюють форму і положення нормальної кривої?

- Середня.
- Середнє квадратичне відхилення.
- \* Середня і середнє квадратичне відхилення.
- Дисперсія і середнє лінійне відхилення.

6.18. При якому розподілі середня арифметична, мода і медіана будуть рівні між собою?

- \* При нормальному симетричному.
- При помірно асиметричному.
- При асиметричному.
- При крайньоасиметричному.

6.19. Яке спостерігається співвідношення між середньою арифметичною, модою і медіаною при симетричному нормальному розподілі?

- Середня арифметична більша за моду і медіану.
- Середня арифметична менша за моду, більша за медіану.
- \* Середня арифметична, мода і медіана рівні між собою.
- Середня арифметична менша за моду і медіану.

6.20. Як називається крива нормального розподілу, коли  $\bar{x}=0$  і  $\sigma=1$ ?

- Теоретичною.

- Канонічною.
- Логарифмічною.
- \* Нормованою.

6.21. При обчисленні теоретичних частот, яку кількість нечисленних частот прийнято об'єднувати?

- До 7.
- До 6.
- \* До 5.
- До 4.

6.22. При якому абсолютному розмірі відношення коефіцієнта асиметрії до своєї середньоквадратичної помилки робиться висновок про невідповідність емпіричного розподілу характеру нормального розподілу?

- $>2$ .
- \*  $>3$ .
- $>1$ .
- $>0,5$ .

6.23. Яким правилом користуються на практиці при дослідженні сукупності на предмет її узгодження з нормальним законом?

- Правилком складання дисперсії.
- \* Правилком 3 сигм.
- Правилком золотого перетину.
- Правилком розкладання дисперсії.

6.24. Яке з названих нижче положень виходить за межі аспектів застосування нормального розподілу?

- Визначення ймовірності конкретного значення ознаки.
- Оцінка статистичних параметрів.
- При визначенні довірчого інтервалу.
- \* При визначенні чисельності вибірки.

6.25. Від яких статистичних характеристик залежить імовірність значення  $t$  в сукупності з розподілом Ст'юдента ?

- $\bar{x}$ ,  $t$ .
- $n$ ,  $\bar{x}$ .
- \*  $n$ ,  $t$ .
- $v$ ,  $\bar{x}$ .

6.26. При яких умовах розподіл Ст'юдента наближається до нормального?

- При зменшенні чисельності вибірки.

\* При збільшенні чисельності вибірки.

- При збільшенні середнього квадратичного відхилення.

- При  $n > 15$ .

6.27. Як називається критерій, розроблений К.Пірсоном для з'ясування відповідності певного закону розподілу вибраного для відображення досліджуваного ряду розподілу?

- Критерій Фішера.

\* Хі-квадрат критерій.

- Критерій Ст'юдента.

- Критерій Бартлета.

6.28. При яких змінах чисельності вибірки розподіл Хі –квадрат переходить у нормальний?

\* При збільшенні.

- При зменшенні.

- При збільшенні або зменшенні.

- При  $n > 15$ .

6.29. За якою з наведених формул розраховується Хі-квадрат критерій?

\* 
$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n_T)^2}{n_T}.$$

- 
$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n_T)}{n_T}.$$

- 
$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n_T)^2}{n_i}.$$

- 
$$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n_T)}{n_i}.$$

6.30. Як називають критерій розподілу, для визначення якого знаходиться співвідношення факторної і залишкової дисперсії?

- Пірсона.

- Ст'юдента.

\* Фішера.

- Лапласа.

6.31. Як називають кількість одиниць спостереження, здатних приймати будь-які (вільні) значення, що не змінюють середньої величини, тобто, загальної їх характеристики?

- Вибіркова сукупність.

- Мала вибірка.

\* Число ступенів вільності.

- Велика вибірка.

## **МОДУЛЬ III.**

### **Т Е М А 7.**

## **СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ**

### **7.1. Дисперсійний аналіз**

#### **7.1.1. Загальнотеоретичні основи дисперсійного методу аналізу**

В епоху бурхливого розвитку економіки використання методів математичної статистики в економічних дослідженнях стає нагальною необхідністю. Треба визнати, що останнім часом широкого застосування у багатофакторному аналізі набув кореляційно–регресійний метод, водночас майже зовсім не використовується досить ефективний спосіб статистико–математичної обробки даних дослідження – дисперсійний аналіз. Як і інші ймовірносно–статистичні методи, він набагато розширює можливості економістів аграріїв в аналізі виробництва й значно підвищує рівень наукових досліджень.

Головне призначення дисперсійного аналізу – статистично виявити вплив різних факторів на мінливість ознаки, що вивчається. Особливий інтерес становить використання методу в аналізі економічних процесів та явищ, коли мінливість результативної ознаки зумовлена одночасно дією кількох факторів із неоднаковою силою впливу. Зокрема, це спостерігається при аналізі результативних синтетичних показників економічної ефективності виробництва. Найбільш ефективний тут одночасний дисперсійний аналіз усіх відібраних факторів – багатофакторний аналіз. Можна, звичайно, зробити й попарне порівняння факторів, при якому всі інші ігноруються, однак такий підхід до розв'язання питання не дає змоги виявити існуючу в дійсності множинність ефектів взаємодії.

Прийняття на озброєння економістів дисперсійного методу дозволяє розв'язувати досить важливі завдання виходячи із сучасних вимог до рівня економічного аналізу. У сфері аграрно економічних досліджень цей ефективний статистико–математичний засіб повинен зайняти одне з провідних місць насамперед тому, що використання

дисперсійного методу може мати самостійне значення. Зокрема, за його допомогою розв'язуються такі завдання:

- 1) кількісне вимірювання сили впливу факторних ознак та їх сполучень на результативну;
- 2) визначення вірогідності впливу та його довірчих меж;
- 3) аналіз окремих середніх та статистична оцінка їх різниці.

У поглибленому економічному аналізі дисперсійний метод може виконувати допоміжні функції. У цьому плані його використання відкриває широкі можливості щодо науково обґрунтованого підходу до застосування інших статистичних методів кількісного аналізу.

Як і інші статистико – математичні методи, дисперсійний аналіз являє собою чисто технічний засіб наукового пізнання. І використання його при вивченні аграрно–економічних процесів передбачає знання перш за все суті процесів, розуміння причинно–наслідкових зв'язків між явищами, що вивчаються, та вміння виділити найбільш важливі сторони взаємопов'язаних та взаємозумовлених економічних явищ.

Дисперсійний аналіз – це математико–статистичний метод вивчення результатів спостереження, що залежать від різноманітних одночасно діючих факторів. Він створений в двадцятих роках нашого століття зусиллями Р.Фішера, у подальшому суттєвого розвитку метод набув у працях Іейтса. У нашій країні перший опис дисперсійного аналізу здійснено у 1933 р. М.Ф.Деревицьким у додаткових розділах до підручника В.Іогансена “Елементи точного вчення про змінюваність та спадковість”.

Слід відзначити, що в економічних дослідженнях дисперсійний метод ще не набув такого широкого використання, як у біології, зоотехнії, та техніці. Натомість можливості його використання в сфері економіки досить широкі. Основне призначення дисперсійного аналізу –статистично виявити вплив факторів на варіацію ознаки, що вивчається. Особливий інтерес становить використання цього методу в тих випадках, коли зміна згаданої ознаки зумовлена одночасно дією факторів, частка впливу яких різноманітна.

У дисперсійному аналізі використовується властивість суми квадратів центральних відхилень. Суть її полягає в тому, що коли кілька повністю незалежних факторів діють одночасно й зумовлюють загальну змінюваність ознаки, то сума окремих дисперсій, що вимірюють їх вплив, дорівнює загальній дисперсії:  $\sum D_1 + \sum D_2 + \sum D_3 + \dots + \sum D_n = \sum D_{\text{заг.}}$

За однофакторною схемою вивчення здійснюють, маневруючи лише однією ознакою, вважаючи інші незмінюваними. Такий метод не дає змоги виявити взаємодію факторів при одночасній їх зміні. Цих недоліків позбавлений багатфакторний аналіз, при якому кожне спостереження служить для одночасної оцінки всіх факторів та їх взаємодій.

Якщо відобразити загальну мінливість рівня тієї чи іншої ознаки через  $C_y$ , то її можна показати як суму окремих дисперсій, що виникають під дією різних факторів. Загальна дисперсія ( $C_y$ ) визначається як сума квадратів відхилень кожної варіанти від середньої арифметичної і може бути розкладена на складові:

1)  $C_x$  – факторна (міжгрупова) дисперсія, дисперсія, що виникає під впливом врахованих факторів;

2)  $C_z$  – залишкова дисперсія (внутрішньогрупова), зумовлена дією різних випадкових (неврахованих) факторів.

У загальному вигляді дисперсія (мінливість) ознаки виражається так:  $C_y = C_x + C_z$ .

Факторна дисперсія ( $C_x$ ) являє собою суму квадратів окремих середніх значень ознаки ( $M_x$ ), одержаних у групах статистичного комплексу діючих факторів, та загальної арифметичної ( $M_{\text{заг.}}$ ), яка обчислюється для всього статистичного комплексу із показників варіюючої ознаки. Це можливо відобразити у вигляді:  $C_x = (M_{\text{част.}} - M_{\text{заг.}})^2$  або  $C_x = \sum n_x (M_{\text{част.}} - M_{\text{заг.}})^2$ , де  $n_x$  – кількість спостережень за градаціями факторів.

Випадкова ( $C_z$ ) дисперсія визначається як сума квадратів різниць варіюючої ознаки ( $V$ ) відносно часткової середньої арифметичної:  $C_z = \sum (V - M_{\text{част.}})^2$ .

Відношення складових дисперсій до загальної характеризує ступінь факторних ознак у формуванні загальної мінливості результативної ознаки. Так, ступінь впливу врахованих факторів становить  $\eta_z^2 = \frac{C_x}{C_y}$ .

Відзначене вище стосується вивчення мінливості ознак під впливом одного фактора. Якщо ж вивчається змінюваність результативної ознаки, зумовлена впливом кількох факторів, тоді факторна дисперсія  $C_x$  може бути представлена сумою дисперсій кожного фактора окремо (А, В, С і т.д.) та дисперсій спільної дії факторів, що аналізуються (АВ, АС, ВС, АВС, і т.д.). Для випадку, коли досліджується вплив на результативну ознаку трьох факторів, ця

дисперсія записується в такому вигляді:

$$C_x = C_A + C_B + C_C + C_{AB} + C_{AC} + C_{BC} + C_{ABC}.$$

Наведене рівняння має силу, якщо статистичний комплекс за співвідношенням частот належить до рівномірного пропорційного комплексу. В аналізі економічних явищ найчастіше зустрічаються нерівномірні комплекси. Для них набирає сили нерівність:

$$C_A + C_B + C_C + C_{AB} + C_{AC} + C_{BC} + C_{ABC} \neq C_x.$$

Знаходження дисперсій спільного впливу факторів  $C_{AB}$ ,  $C_{AC}$ ,  $C_{BC}$ ,  $C_{ABC}$  вимагає особливих прийомів, які будуть розглянуті пізніше на матеріалах конкретних даних.

Вивчаючи методичну сторону дисперсійного аналізу, можна виділити чотири етапи його здійснення:

1) обробка статистичного комплексу для одержання загальної факторної і залишкової дисперсій ( $C_y$ ,  $C_x$ ,  $C_z$ );

2) визначення частки кожної окремої дисперсії в загальній, для чого розраховують величини  $\eta_x^2$ ,  $\eta_z^2$ ;

3) коригування одержаних дисперсій на число ступенів вільності, які знаходять для кожної дисперсії за певними формулами;

4) оцінка факторної дисперсії, тобто встановлення вірогідності впливу кожного вибраного фактора (х або А, В, С і т.д.) на варіюючу ознаку. Для цього використовують критерії Фішера (F – критерій).

Як зазначалося вище, в неортогональних комплексах система розрахунку часткових дисперсій  $C_A$ ,  $C_B$ ,  $C_{AB}$  і т.д. має деякі особливості, зумовлені непропорційними співвідношеннями частот одного фактора по групах (градаціях) другого фактора. Для усунення неортогональності перетворюють нерівномірний комплекс у рівномірний. Існують різні способи перетворення нерівномірного комплексу в рівномірний – по Поморському Ю.П., Немчинову В.С. та ін. Точність цих методів деякою мірою різна, але можна користуватися будь-яким з них.

Серед діючих способів перетворення в практиці економічного аналізу найбільш зручним слід визнати метод Поморського Ю.П. В основі цього прийому лежить усереднення частот по групах факторів. По кожній групі досліджуваного фактора знаходять часткові середні з варіант підгруп і загальну середню по всьому дисперсійному комплексу. Спочатку часткові і загальну середню підносять до квадрату, а потім ці величини підставляють у формули дисперсій  $C_x$ ,  $C_A$ ,  $C_B$ ,  $C_C$ ,  $C_{AB}$  і т.д.

При обробці трифакторного дисперсійного нерівномірного

комплексу формула дисперсії факторів має вигляд:

$$C_x = n \left( \frac{\sum M_x^2}{l_A l_B l_C} - M_{заг}^2 \right),$$

де  $n$  – число одиниць спостереження, введених у комплекс;

$\sum M_x^2$  – сума квадратів часткових середніх арифметичних по всіх групах і по всіх факторах ;

$l_A, l_B, l_C$  – число груп по кожному з факторів;

$M_{заг}^2$  – квадрат середньої арифметичної, що розраховується для всього комплексу.

Часткові дисперсії  $C_A, C_B, C_C$  обчислюють за такою формулою:

$$C_A = n \left( \frac{M_A^2}{l_A} - M_{заг}^2 \right),$$

де  $\sum M_x^2$  – сума квадратів середніх арифметичних по групах факторів А, а відношення  $\frac{\sum M_A^2}{l_A}$  дорівнює  $h_A$ .

Аналогічно розраховують часткові дисперсії  $C_B$ , і  $C_C$ . Визначивши факторну ( $C_x$ ) і часткові ( $C_A, C_B, C_C$ ) дисперсії, можна розрахувати дисперсії різних сполучень факторів ( $C_{AB}, C_{AC}, C_{BC}, C_{ABC}$ ).

Величина загальної дисперсії дорівнюватиме  $C_y = C_x + C_z$ . Величина загальної дисперсії із даного виразу буде дещо відрізнятися від тієї величини, яка одержана за вище наведеними розрахунками, але ця розбіжність діє несуттєво на наступні обчислення. Отже, наведеним способом розрахунків цілком можна користуватися.

Принцип розрахунку однофакторного і багатфакторного дисперсійних комплексів має деякі методичні особливості, зумовлені кількістю факторів, включених в аналіз. Ці особливості будуть викладені у логічній послідовності розглядуваних нижче розрахунків одно -, дво – і трифакторних дисперсійних комплексів.

### 7.1.2. Алгоритм однофакторної статистико-економічної моделі

Розглянемо послідовність розрахунку однофакторного дисперсійного комплексу на прикладі залежності середньорічного надою корів (V) від рівня годівлі (A) в 30 (n) підприємствах.

На першому етапі здійснюється групування підприємств за факторною ознакою. У даному прикладі сукупність підприємств.

поділена на три групи за рівнем використання кормів на корову в рік (А). Обробка вихідної інформації здійснюється за схемою таблиці 58.

58. Вихідні та розрахункові дані однофакторного дисперсійного комплексу

| Показник                 | Витрати кормів на 1 корову, ц к. од. |                  |                    | Суми ( $\Sigma$ ) |
|--------------------------|--------------------------------------|------------------|--------------------|-------------------|
|                          | $A_1$ - до 47,4                      | $A_2$ -47,5-58,0 | $A_3$ - понад 58,0 |                   |
| V надій,<br>ц            | 32,60                                | 35,71            | 49,09              |                   |
|                          | 31,00                                | 32,44            | 40,17              |                   |
|                          | 30,58                                | 33,82            | 35,14              |                   |
|                          | 32,52                                | 31,27            | 42,72              |                   |
|                          | 32,40                                | 34,54            | 37,68              |                   |
|                          | 32,02                                | 34,69            | 44,41              |                   |
|                          | 31,38                                | 32,21            | 38,15              |                   |
|                          |                                      | 41,28            |                    |                   |
|                          |                                      | 34,40            |                    |                   |
|                          |                                      | 44,63            |                    |                   |
|                          |                                      | 37,31            |                    |                   |
|                          |                                      | 35,95            |                    |                   |
|                          |                                      | 37,86            |                    |                   |
|                          |                                      | 36,16            |                    |                   |
|                          |                                      | 34,40            |                    |                   |
|                          |                                      | 36,02            |                    |                   |
| $\Sigma V$               | 233,50                               | 572,72           | 287,36             | 1083,58           |
| $n_x$                    | 7                                    | 16               | 7                  | 30                |
| $(\Sigma V)^2$           | 49952,25                             | 32800,19         | 82575,76           | ×                 |
| $h = (\Sigma V)^2 : n_x$ | 7136,04                              | 20500,51         | 11796,54           | 39433,09          |
| $\Sigma V^2$             | 7142                                 | 20667            | 11931              | 39740             |

На підставі даних таблиці 58 знаходимо загальну ( $C_y$ ), факторну ( $C_x$ ), залишкову ( $C_z$ ) дисперсії:

$$C_y = \Sigma V^2 - \frac{(\Sigma v)^2}{n} = 39740 - 39138 = 602;$$

$$C_x = \Sigma h - \frac{(\Sigma V)^2}{n} = 39433 - 39138 = 295;$$

$$C_z = \Sigma V^2 - \Sigma h = 39740 - 39433 = 307.$$

Співвідношення складових дисперсій ( $C_x, C_z$ ) до загальної ( $C_y$ ) показує ступінь участі факторних ознак у формуванні загальної змінюваності результативної ознаки. Так, ступінь впливу рівня годівлі корів на їх продуктивність становитиме:

$$\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y} = \frac{295}{602} = 0,49 \text{ (49\%)}.$$

Ступінь впливу суми інших неврахованих факторів на результативну ознаку обчислюється за таким співвідношенням:

$$\eta_z^2 = \frac{C_z}{C_y} = \frac{307}{602} = 0,51 \text{ ( 51\%)}.$$

Таким чином, у розглянутому прикладі факторна ознака (рівень годівлі) визначає 49% загальної варіації результативної ознаки (надою).

Дисперсія як показник різноманітності залежить від кількості одиниць спостереження (підприємств) у групі. Для визначення впливу факторів ця обставина не має значення. В інших же випадках, зокрема, при встановленні вірогідності впливу факторів, необхідний показник, вільний від вказаної залежності, що допускає порівняння груп, різних за кількістю елементів, що входять до них. Таким показником є коригована дисперсія – девіата.

Девіатою називають дисперсію, яка припадає на один елемент вільного варіювання або на один ступінь вільності. Корінь квадратний з девіати (  $\sqrt{\sigma^2}$  ) являє собою звичайний показник математичної статистики – середнє квадратичне відхилення (  $\sigma$  ).

У нашому прикладі число ступенів вільності варіації (  $\nu$  ) для факторної ознаки і для неврахованих факторів становитиме відповідно:

$$\nu_x = l - 1 = 3 - 1 = 2; \quad \nu_z = n - l = 30 - 3 = 27,$$

де  $l$  – кількість виділених груп;

$n$  – чисельність вибірки.

Розрахуємо девіати :

$$\sigma_x^2 = \frac{C_x}{\nu_x} = \frac{295}{2} = 147,50; \quad \sigma_z^2 = \frac{C_z}{\nu_z} = \frac{307}{27} = 11,37$$

Критерієм вірогідності впливу факторної ознаки на результативну є співвідношення її девіати до девіати неврахованих факторів. Якщо розраховане співвідношення дорівнює чи більше визначеної стандартної величини, вплив вважається вірогідним з певним ступенем імовірності. Стандартні відношення девіат визначаються за спеціальними таблицями (додатки 8,9).

Знаходимо це співвідношення для факторної ознаки:

$$F_p = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_z^2} = \frac{147,50}{11,37} = 12,97.$$

Одержаний критерій (  $F_p$  ) порівнюємо з табличним його значенням при двох порогах ймовірності: 0,95; 0,99 (додатки I, K).

Наведемо стандартні співвідношення дев'ят, що відповідають ступеням вільності варіації.

|               |            |
|---------------|------------|
| Імовірність Р | Критерій F |
| 0,95          | 3,3        |
| 0,99          | 5,5        |

У нашому прикладі  $F_p(12,97) > F_T(3,3)$ . Отже, в досліджуваних підприємствах вплив рівня годівлі корів на їх продуктивність виявився досить сильним і вірогідним. Про вірогідність результатів аналізу свідчить високий ступінь імовірності 0,99.

### 7.1.3 Алгоритм двофакторної статистико-економічної моделі

Розрахунок двофакторного дисперсійного комплексу розглянемо на прикладі вивчення залежності собівартості 1 ц молока (V) в 30 підприємств району від рівня концентрації поголів'я корів (A) і спеціалізації виробництва молока (B). З цією метою сукупність розділена на 2 групи з подальшим поділом на 2 підгрупи (табл. 59).

59. Вихідні і розрахункові дані двофакторного дисперсійного комплексу

| Показник                               | Корів на 100 га с.-г. угідь, гол.                 |                 |                  |                 | Сума<br>( $\sum$ ) |
|----------------------------------------|---------------------------------------------------|-----------------|------------------|-----------------|--------------------|
|                                        | $A_1$ - до 50                                     |                 | $A_2$ - понад 50 |                 |                    |
|                                        | Питома вага молока в обсязі товарної продукції, % |                 |                  |                 |                    |
|                                        | $B_1$ -до 30                                      | $B_2$ -понад 30 | $B_1$ -до 30     | $B_2$ -понад 30 |                    |
| V<br>(Собівартість 1ц<br>молока, грн.) | 27,59                                             | 35,65           | 19,45            | 23,49           |                    |
|                                        | 32,89                                             | 34,20           | 17,90            | 28,86           |                    |
|                                        | 27,23                                             | 29,50           | 19,84            | 25,46           |                    |
|                                        | 35,30                                             | 28,19           | 22,26            | 26,96           |                    |
|                                        | 25,02                                             | 27,84           | 25,83            | 28,82           |                    |
|                                        | 29,44                                             | 28,75           | 27,20            | 28,27           |                    |
|                                        | 26,19                                             | 31,57           | 25,47            | 31,87           |                    |
|                                        | 26,87                                             |                 | 29,07            |                 |                    |
| $\sum V$                               | 230,53                                            | 215,70          | 187,02           | 193,73          | 826,98             |
| $n_x$                                  | 8                                                 | 7               | 8                | 7               | 30                 |
| $(\sum V)^2$                           | 53144,08                                          | 46526,49        | 34976,48         | 37531,31        | -                  |
| $h = (\sum V)^2 : n_x$                 | 6643,01                                           | 6646,64         | 4372,06          | 5361,62         | 23023,33           |
| $M_x = \sum V : n_x$                   | 28,81                                             | 30,81           | 23,38            | 27,68           | -                  |
| $M_x^2$                                | 830,01                                            | 949,25          | 546,62           | 766,18          | 3092,06            |
| $\sum V^2$                             | ...                                               | ...             | ...              | ...             | 23328,67           |

На підставі розрахункових даних таблиці 59 визначаємо загальну ( $C_y$ ), факторну ( $C_x$ ) і залишкову ( $C_z$ ) дисперсії:

$$C_y = \sum V^2 - \frac{(\sum V)^2}{n_x} = 23328,67 - \frac{(826,98)^2}{30} = 532,14;$$

$$C_x = \sum h - \frac{(\sum V)^2}{n_x} = 23023,33 - \frac{(826,98)^2}{n_x} = 226,80;$$

$$C_z = \sum V^2 - \sum h = 23328,67 - 23023,33 = 305,34.$$

Ступінь впливу факторних ознак (концентрації її і спеціалізації виробництва) на результативну ознаку (собівартість виробництва молока) становитиме:  $\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y} = \frac{226,80}{532,14} = 0,4262$  (42,6 %).

Ступінь впливу неврахованих факторів на результативну ознаку:

$$\eta_z = \frac{C_z}{C_y} = \frac{305,34}{532,14} = 0,5738$$
 (57,4 %).

Для кількісної характеристики впливу кожного з факторів слід дисперсію їх сумарної дії розкласти на складові, тобто в факторній дисперсії ( $C_x$ ) виділити дисперсії першого ( $C_A$ ) і другого ( $C_B$ ) факторів, а також їх сполучення ( $C_{AB}$ ). Дисперсія  $C_{AB}$  характеризує ступінь зумовленості впливу першого фактора другим. Складемо допоміжну таблицю 60. Третя колонка цієї таблиці розраховується на основі даних таблиці 59:

$$59,62 = 28,81 + 30,81; \quad 52,19 = 28,81 + 23,38.$$

60. Допоміжні розрахунки для обробки дисперсійного комплексу за факторами А, В

| Градація, $i$ | Число середніх, $l$ | $\sum M_x$ | $M_i = \frac{\sum M_x}{l}$ | $M_i^2$                  |
|---------------|---------------------|------------|----------------------------|--------------------------|
| $A_1$         | 2                   | 59,69      | 29,81                      | 888,63                   |
| $A_2$         | 2                   | 51,06      | 25,53                      | 651,78                   |
|               |                     | 110,68     |                            | $\sum M_A^2 = 1540,41$   |
| $B_1$         | 2                   | 52,19      | 26,10                      | 681,2100                 |
| $B_2$         | 2                   | 58,49      | 29,24                      | 854,9776                 |
|               |                     | 110,68     |                            | $\sum M_B^2 = 1536,1876$ |

Середня арифметична (загальна) по градаціях факторів становить:  $M_{заг} = \frac{M_x}{\sum l} = \frac{110,68}{4} = 27,67$ .

Ступінь різноманітності середніх арифметичних собівартості 1 ц

молока розраховуємо в такій послідовності:

$$\text{для всіх градацій} - C'_x = n \left( \frac{\sum M_x^2}{l_A \cdot l_B} - M_{заг}^2 \right) = 30 \left( \frac{3092,06}{2 \cdot 2} - 27,67^2 \right) = 221,70;$$

$$\text{для градації } A - C'_A = n \left( \frac{\sum M_A^2}{l_A} - M_{заг}^2 \right) = 30 \left( \frac{1540,41}{2} - 27,67^2 \right) = 137,10;$$

$$\text{для градації } B - C'_B = n \left( \frac{\sum M_B^2}{l_B} - M_{заг}^2 \right) = 30 \left( \frac{1536,19}{2} - 27,67^2 \right) = 74,10;$$

для сполучення факторів

$$A \text{ і } B - C'_{AB} = C'_x - C'_A - C'_B = 221,70 - 137,10 - 74,10 = 10,50$$

Для розкладу сумарної дисперсії досліджуваних факторів на складові розраховуємо поправочний коефіцієнт:

$$K = \frac{C'_x}{C'_x} = \frac{226,80}{221,70} = 1,023.$$

Дисперсії, зумовлені дією досліджуваних факторів і їх сполучення, становлять:

$$C_A = C'_A K = 137,10 \cdot 1,023 = 140,25;$$

$$C_B = C'_B K = 74,10 \cdot 1,023 = 75,81;$$

$$C_{AB} = C'_{AB} K = 10,50 \cdot 1,023 = 10,74.$$

Кінцева дисперсійна структура двофакторного дисперсійного комплексу матиме вигляд:  $C_y = (C_A + C_B + C_{AB}) + C_z = 226,80 + 305,34 = 5320,14$ .

Розраховуємо ступінь впливу факторів, що вивчаються, на формування змінюваності результативної ознаки. Зокрема:

рівень концентрації поголів'я корів визначає варіацію собівартості 1 ц молока  $\eta_A^2 = \frac{C_A}{C_y} = \frac{140,25}{532,14} = 0,2636$ , або 26,36 %;

$$\text{фактор спеціалізації} - \eta_B^2 = \frac{C_B}{C_y} = \frac{75,81}{532,14} = 0,1425, \text{ або } 14,25;$$

$$\text{взаємодія факторів} - \eta_{AB}^2 = \frac{C_{AB}}{C_y} = \frac{10,74}{532,14} = 0,0202, \text{ або } 2,02 \%.$$

Числа ступенів вільності для розрахунку дев'яти в двофакторному комплексі розраховуються в такій послідовності:

$$\nu_A = l_A - 1 = 2 - 1 = 1; \quad \nu_B = l_B - 1 = 2 - 1 = 1; \quad \nu_{AB} = l_A \cdot l_B = 1; \quad \nu_x = \nu_A + \nu_B + \nu_{AB} = 3;$$

$$\nu_z = n - l_A \cdot l_B = 30 - 4 = 26.$$

Визначаємо дев'яти :

$$\sigma_A^2 = \frac{C_A}{\nu_A} = \frac{140,25}{1} = 140,25; \quad \sigma_B^2 = \frac{C_B}{\nu_B} = \frac{75,81}{1} = 75,81;$$

$$\sigma_{AB}^2 = \frac{C_{AB}}{\nu_{AB}} = \frac{10,74}{1} = 10,74; \quad \sigma_x^2 = \frac{C_x}{\nu_x} = \frac{226,80}{3} = 75,60;$$

$$\sigma_Z^2 = \frac{C_{AB}}{\nu_Z} = \frac{305,34}{26} = 11,74.$$

Розраховуємо F –критерій:

$$F_A = \frac{\sigma_A^2}{\sigma_Z^2} = \frac{140,25}{11,74} = 11,96; \quad F_B = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_Z^2} = \frac{75,81}{11,74} = 6,45;$$

$$F_{AB} = \frac{\sigma_{AB}^2}{\sigma_Z^2} = \frac{10,74}{11,74} = 0,91; \quad F_x = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_Z^2} = \frac{75,60}{11,74} = 6,44.$$

Одержані критерії порівнюємо з табличними їх значеннями при двох порогах імовірності 0,95 і 0,99 (додатки І, К).

Стандартні відношення дев'ять, які відповідають ступеням вільності варіації неврахованих факторів ( $\nu_Z = 26$ ) і розрахованим вище ступеням вільності варіації досліджуваних факторів становитимуть:

| Імовірність Р | Критерій F      |                 |
|---------------|-----------------|-----------------|
|               | При $\nu_1 = 1$ | При $\nu_3 = 3$ |
| 0,95          | 4,22            | 2,98            |
| 0,99          | 7,72            | 4,64            |

Результати аналізу кожного з факторів окремої чи сумарної їх дії слід вважати вірогідними при тих порогах імовірності, де  $F_p > F_T$ , недостовірними при  $F_p < F_T$ .

#### 7.1.4. Алгоритм трифакторної статистико-економічної моделі

Розглянемо послідовність розрахунку трифакторного дисперсійного комплексу на прикладі вивчення залежності собівартості виробництва 1 ц яловичини (V) від рівня продуктивності праці (A), рівня витрат кормів на 1 ц приросту (B) і собівартості 1 ц кормових одиниць (C). З метою кількісної оцінки названих вище факторів на результативну ознаку будемо трифакторний дисперсійний комплекс, основу якого становить комбінаційне групування 66 підприємств (табл. 61).

Досліджувану сукупність спочатку розподілено на дві групи: з рівнем затрат робочого часу на виробництво 1 ц яловичини до 90 людино–годин ( $A_1$ ) і понад 90 людино–годин ( $A_2$ ).

# 61. Обробка трифакторного дисперсійного комплексу

A – групи підприємств за рівнем продуктивності праці, людино-годин на 1 ц ;

B – розмір витрат кормів на виробництво 1ц яловичини, ц корм. од.;

C- собівартість 1ц кормових одиниць, згодованих худобі, грн.;

V – рівень собівартості 0,1ц яловичини, грн.;

$n_i$  - кількість підприємств

| Групи та підгрупи за факторами |                                  |                | Вихідні і розрахункові дані |       |          |              |                                   |            |                            |          |
|--------------------------------|----------------------------------|----------------|-----------------------------|-------|----------|--------------|-----------------------------------|------------|----------------------------|----------|
| $l_A = 2; l_B = 2; l_C = 2$    |                                  |                | V                           | $n_i$ | $\sum V$ | $(\sum V)^2$ | $\sum h = \frac{(\sum V)^2}{n_i}$ | $\sum V^2$ | $M_x = \frac{\sum V}{n_i}$ | $M_x^2$  |
| $A_1$ -до 90                   | $B_1$ -до 10                     | $C_1$ -до 14   | 76,76; 75,74...             | 4     | 278,01   | 77289,56     | 19322,39                          | 19676,70   | 69,50                      | 4830,25  |
|                                |                                  | $C_2$ понад 14 | 87,74; 92,09...             | 9     | 866,53   | 750874,24    | 83430,47                          | 83792,93   | 96,28                      | 9269,84  |
|                                | $B_2$ - понад 10                 | $C_1$ -до 14   | 84,44; 92,84...             | 8     | 733,03   | 537332,98    | 67166,62                          | 67376,62   | 91,63                      | 8396,06  |
|                                |                                  | $C_2$ понад 14 | 104,88; 102,08...           | 6     | 657,06   | 431727,84    | 71954,64                          | 72144,87   | 109,51                     | 11992,44 |
| $A_2$ - понад 90               | $B_1$ -до 10<br>$B_2$ - понад 10 | $C_1$ -до 14   | 85,84; 98,66...             | 10    | 902,86   | 815156,18    | 81515,62                          | 81919,98   | 90,29                      | 8152,28  |
|                                |                                  | $C_2$ понад 14 | 107,17; 102,49...           | 9     | 966,59   | 934296,23    | 103810,69                         | 104154,52  | 107,40                     | 11513,29 |
|                                |                                  | $C_1$ -до 14   | 10126; 103,22...            | 11    | 1117,69  | 1249230,94   | 113566,45                         | 111971,19  | 101,61                     | 10324,59 |
|                                |                                  | $C_2$ понад 14 | 123,48; 118,42...           | 9     | 1078,00  | 12920,44     | 129120,44                         | 129673,92  | 119,78                     | 14347,25 |
| Сума                           |                                  |                | 6599,77                     | 66    | -        | -            | 669887,32                         | 672890,20  | -                          | 78826,00 |

У кожній групі було виділено по дві підгрупи з середнім розміром витрат кормів на 1 ц продукції: менше 10 ( $B_1$ ) і більше 10 ц кормових одиниць ( $B_2$ ). Потім кожна з них у свою чергу розподілена ще на дві підгрупи: з собівартістю 1 ц кормових одиниць, згодованих тваринам, до 14 грн. ( $C_1$ ) і понад 14 грн. ( $C_2$ ). У результаті досліджувана сукупність підприємств була розподілена на 8 підгруп, по кожній з яких наведено варіанти результативної ознаки ( $V$ ) – рівень собівартості виробництва 0,1 ц яловичини.

Оскільки у нашому прикладі розглядається трифакторний нерівномірний комплекс, обробку його здійснюємо в такій послідовності: спочатку будуємо звичайним чином кореляційну решітку, потім виконуємо допоміжні розрахунки, результати яких заносимо в цю ж таблицю. До них відносяться кількість ( $n=66$ ) і сума ( $\sum V$ ) варіант досліджуваного комплексу, сума часток від ділення квадратів сум варіант по кожній підгрупі на число варіант ( $\sum h^2=669887,82$ ), сума квадратів середніх арифметичних по підгрупах ( $\sum M_x^2 = 78826.00$ ).

На підставі розрахункових даних таблиці 61 визначаємо загальну ( $C_y$ ), факторну ( $C_x$ ) і залишкову ( $C_z$ ) дисперсії:

$$C_y = \sum V^2 - \frac{(\sum V)^2}{n} = 672890,20 - \frac{6599,77^2}{66} = 12936,20;$$

$$C_x = \sum h^2 - \frac{(\sum V)^2}{n} = 669887,32 - \frac{6599,77^2}{66} = 9933,32;$$

$$C_z = \sum V^2 - \sum h^2 = 672890,20 - 669887,32 = 3002,88.$$

Встановлюємо частку всіх досліджуваних факторів у загальній варіації результативної ознаки. Так, ступінь впливу продуктивності праці, розміру витрат і вартості кормів на рівень собівартості становить:  $\eta_x^2 = \frac{9933,32}{12936,20} = 0,768$ , або 76,8%; а суми неврахованих факторів

$$- \eta_z^2 = \frac{3002,88}{12936,20} = 0,232, \text{ або } 23,2\%.$$

Як відзначалося вище, у багатофакторних комплексах дисперсія спільної дії врахованих факторів ( $C_x$ ) підлягає розподілу на дисперсії кожного з факторів окремо ( $C_A, C_B, C_C$ ), а також дисперсії різних варіантів їх сполучень ( $C_{ABC}, C_{AB}, C_{AC}, C_{BC}$ ). У нерівномірних комплексах всі часткові дисперсії факторів відрізнятимуться від величин таких же дисперсій в рівномірному комплексі, тому позначимо їх через  $C'$ .

Допоміжні розрахунки для визначення окремих дисперсій

показані у таблицях 62 і 63.

## 62. Допоміжні розрахунки для обробки дисперсійного комплексу за факторами А, В, С

| Групи і підгрупи за факторами | Число середніх ( <i>l</i> ) | Число спостережень ( <i>n</i> ) | Розрахункові дані |                            |          |          |                        |
|-------------------------------|-----------------------------|---------------------------------|-------------------|----------------------------|----------|----------|------------------------|
|                               |                             |                                 | $\sum M_x$        | $M_i = \frac{\sum M_x}{l}$ | $M_l^2$  | $\sum V$ | $M = \frac{\sum V}{n}$ |
| $A_1$                         | 4                           | 27                              | 366,92            | 8414,39                    | 2534,63  | 2534,63  | 93,87                  |
| $A_2$                         | 4                           | 39                              | 419,08            | 104,77                     | 10976,75 | 4065,14  | 104,23                 |
| Показники по фактору          |                             | 66                              | 786,00            | -                          | 19391,14 | 6599,77  | 100,00                 |
| <b>А</b>                      |                             |                                 |                   |                            |          |          |                        |
| $B_1$                         | 4                           | 32                              | 363,47            | 90,87                      | 8257,36  | 301,99   | 91,19                  |
| $B_2$                         | 4                           | 34                              | 422,53            | 105,63                     | 11157,70 | 3585,78  | 105,46                 |
| Показники по фактору          |                             | 66                              | 786,00            | -                          | 19415,06 | 6599,77  | 100,00                 |
| <b>В</b>                      |                             |                                 |                   |                            |          |          |                        |
| $C_1$                         | 4                           | 33                              | 353,03            | 88,26                      | 7789,83  | 3031,59  | 91,87                  |
| $C_2$                         | 4                           | 38                              | 432,97            | 108,24                     | 11715,90 | 3568,18  | 108,18                 |
| Показники по фактору С        |                             | 66                              | 786,00            | -                          | 19505,73 | 6599,77  | 100,0                  |

Ступінь відмінності по всіх факторах визначаємо за вище наведеною формулою:  $C'_x = n \left( \frac{\sum M_x^2}{l_A \cdot l_B \cdot l_C} - M_{заг}^2 \right)$ ;

$$M_{заг} = \frac{786,00}{8} = 98,25; \quad C'_x = 66 \left( \frac{78826,00}{2 \cdot 2 \cdot 2} - 98,25^2 \right) = 13212,54;$$

а окремо по факторах А, В, С за формулами:

$$C'_A = n \left( \frac{\sum M_A^2}{l_A} - M_{заг}^2 \right) = 66 \left( \frac{19391,14}{2} - 9653,06 \right) = 2805,66;$$

$$C'_B = n \left( \frac{\sum M_B^2}{l_B} - M_{заг}^2 \right) = 66 \left( \frac{19415,06}{2} - 9653,06 \right) = 3595,02;$$

$$C'_C = n \left( \frac{\sum M_C^2}{l_C} - M_{заг}^2 \right) = 66 \left( \frac{19505,78}{2} - 9653,06 \right) = 6586,80.$$

За даними таблиць 62 і 63 визначаємо ступінь вільності середніх арифметичних для об'єднаних факторів: А і В -  $C'_{AB} = n(h_{AB} - h_A - h_B + M_{заг}^2)$ ,

$$\text{де } h_{AB} = \frac{\sum M_{AB}^2}{l_A \cdot l_B} = \frac{39006,70}{2 \cdot 2} = 9751,07;$$

### 63. Допоміжні розрахунки для обробки сполучень факторів

| Підгрупи<br>за<br>факторами | Число<br>середніх<br>(l) | Розрахункові дані |                            |                            |
|-----------------------------|--------------------------|-------------------|----------------------------|----------------------------|
|                             |                          | $\sum M_x$        | $M_i = \frac{\sum M_x}{l}$ | $M_i^2$                    |
| $A_1 B_1$                   | 2                        | 165,78            | 82,89                      | 6870,75                    |
| $A_1 B_2$                   | 2                        | 201,14            | 100,57                     | 10114,32                   |
| $A_2 B_1$                   | 2                        | 197,69            | 98,84                      | 9769,35                    |
| $A_2 B_2$                   | 2                        | 221,39            | 110,69                     | 12252,28                   |
|                             |                          | 786,00            | -                          | $\sum M_{AB}^2 = 39006,70$ |
| $A_1 C_1$                   | 2                        | 161,13            | 80,56                      | 6489,91                    |
| $A_1 C_2$                   | 2                        | 205,79            | 102,89                     | 10586,35                   |
| $A_2 C_1$                   | 2                        | 191,90            | 95,95                      | 9206,40                    |
| $A_2 C_2$                   | 2                        | 227,18            | 113,59                     | 12902,69                   |
|                             |                          | 786,00            | -                          | $\sum M_{AC}^2 = 39185,35$ |
| $B_1 C_1$                   | 2                        | 159,79            | 79,89                      | 6382,41                    |
| $B_1 C_2$                   | 2                        | 203,68            | 101,84                     | 10371,39                   |
| $B_2 C_1$                   | 2                        | 193,24            | 96,62                      | 9335,42                    |
| $B_2 C_2$                   | 2                        | 229,29            | 114,64                     | 13142,33                   |
|                             |                          | 789,00            | -                          | $\sum M_{BC}^2 = 39231,55$ |

$$h_A = \frac{\sum M_A^2}{l_A} = \frac{19391,14}{2} = 9695,57;$$

$$h_B = \frac{\sum M_B^2}{l_B} = \frac{19415,06}{2} = 9707,53.$$

$$C'_{AB} = 66(9751,67 - 9695,57 - 9707,53 + 9653,06) = 107,58.$$

Аналогічно розраховуємо часткові дисперсії для інших сполучень факторів:

$$A \text{ і } C - C'_{AC} = 66(9796,34 - 9695,57 - 9752,86 + 9653,06) = 64,02;$$

$$B \text{ і } C - C'_{BC} = 66(9807,89 - 9707,53 - 9752,86 + 9653,06) = 36,96;$$

$$A, B, C - C'_{ABC} = 13212,54 - 2805,66 - 3595,02 - 6586,80 - 107,58 - 64,02 - 39,96 = 16,50.$$

$$\text{Знаходимо поправочний коефіцієнт } K = \frac{C_x}{C'_x} = \frac{9933,32}{13212,54} - 0,7518.$$

Для виправлення часткових дисперсій  $C'_x, C'_A, C'_B, C'_C, C'_{AB}, C'_{AC}, C'_{BC}, C'_{ABC}$  множимо на їх поправку 0,7518 і результати заносимо в другий рядок таблиці 64.

64. Зведена інформація результатів лічильної обробки трифакторного дисперсійного комплексу

| Статистичні характеристики | Умовні позначення | A       | B       | C       | AB     | AC    | BC    | ABC   | $x$      | $z$     | $y$      |
|----------------------------|-------------------|---------|---------|---------|--------|-------|-------|-------|----------|---------|----------|
| Дисперсія                  |                   |         |         |         |        |       |       |       |          |         |          |
| невиправлена               | C                 | 2805,66 | 3595,02 | 6586,80 | 107,58 | 64,02 | 36,96 | 16,90 | 13212,54 |         |          |
| виправлена                 | $C = C' \cdot K$  | 2109,29 | 2702,74 | 4951,96 | 80,88  | 48,13 | 27,79 | 12,40 | 9933,32  | 3002,88 | 12936,20 |
| Коефіцієнт співвідношення  | $\eta^2$          | 0,163   | 0,209   | 0,383   | 0,006  | 0,004 | 0,002 | 0,001 | 0,768    | 0,232   | 1,000    |
| Число ступенів вільності   | $\nu$             | 1       | 1       | 1       | 1      | 1     | 1     | 1     | 7        | 58      | 65       |
| Девіата                    | $\sigma^2$        | 2109,29 | 2702,74 | 4951,69 | 80,88  | 48,13 | 27,79 | 12,40 | 1419,04  | 51,77   | -        |
| Критерій Фішера            | $F_p$             | 40,74   | 52,21   | 95,65   | 1,56   | 0,93  | 0,54  | 0,24  | 27,41    | -       | -        |
| розрахунковий              | 0,999             | 12,1    | 12,1    | 12,1    | 12,1   | 12,1  | 12,1  | 12,1  | 4,3      | -       | -        |
| табличний                  | $F_T$ 0,99        | 7,1     | 7,1     | 7,1     | 7,1    | 7,1   | 7,1   | 7,1   | 3,0      | -       | -        |
|                            | 0,95              | 4,0     | 4,0     | 4,0     | 4,0    | 4,0   | 4,0   | 4,0   | 2,2      | -       | -        |

Ступінь впливу досліджуваних факторів у формуванні загальної мінливості собівартості визначається відношенням часткових дисперсій по факторах ( $C_A; C_B; C_C$ ) і їх сполучень ( $C_{AB}; C_{AC}; C_{BC}; C_{ABC}$ ) до загальної дисперсії ( $C_y$ ).

У нашому прикладі для фактора А (затрати живої праці на 1ц приросту)  $\eta_A^2 = \frac{C_A}{C_y} = \frac{2109,29}{12936,20} = 0,163$  тобто в умовах досліджуваних підприємств варіація продуктивності праці становить 16,3 % варіації собівартості виробництва продукції.

Фактор В ( розмір витрат кормів на виробництво 1ц яловичини) становить 20,9 % коливання показника рівня собівартості, а фактор С (вартість 1 ц корм. од.) – 38,3 %. Частка впливу у зміні рівня собівартості взаємодії факторів характеризується такими даними: А і В – 0,6 %; А і С – 0,4 %; В і С – 0,2 %; А, В і С – 0,1 %.

Знаходимо число ступенів вільності варіації, які в трифакторному дисперсійному комплексі обчислюють у такому порядку :  $\nu_A = l_A - 1 = 1$ ;  $\nu_B = l_B - 1 = 1$ ;  $\nu_C = l_C - 1 = 1$ ;  $\nu_{AB} = \nu_A \cdot \nu_B = 1$ ;  $\nu_{AC} = \nu_A \cdot \nu_C = 1$ ;  $\nu_{BC} = \nu_B \cdot \nu_C = 1$ ;  $\nu_{ABC} = \nu_A \cdot \nu_B \cdot \nu_C = 1$ ;  $\nu_x = \nu_A + \nu_B + \nu_C + \nu_{AB} + \nu_{AC} + \nu_{BC} + \nu_{ABC} = 7$ .

Сума часткових ступенів вільності повинна давати їх число для загальної дисперсії  $\nu_y = \nu_x + \nu_z = 7 + 58 = 65$ .

Дев'яти, розраховані за даними нашого прикладу, наведені у таблиці 64 по рядку 5.

Вірогідність дії факторів і їх сполучень визначаємо, як і раніше відношенням факторних дев'ят і їх сполучень до залишкової дев'яти. Для нашого прикладу наведені по рядку 5 таблиці величини дев'ят ділимо на залишкову дисперсію 51,77. Обчислені значення коефіцієнтів F записуємо по рядку 6.

Зіставляючи обчисленні та табличні значення F критеріїв бачимо, що загальнофакторна дисперсія  $\sigma_x^2$  і дисперсії, викликані кожним з досліджуваних факторів, достовірні при всіх порогах імовірності ( $P=0,95$  ;  $P=0,99$  ;  $P=0,999$ ), оскільки  $F_p > F_T$  . Дисперсії, зумовлені сполученнями (при всіх можливих варіантах) факторів, виявились невірними.

### 7.1.5. Аналіз абсолютних змін досліджуваної ознаки у дисперсійних моделях

З аналітичної точки зору являє певний інтерес зіставлення груп у дисперсійному комплексі при вивченні впливу на результативну ознаку факторних ознак у різному їх сполученні (поєднанні). У трифакторному комплексі мають місце подвійні та потрійні взаємодії факторів. Наприклад, для розглядуваного прикладу розрахунку трифакторного комплексу середній рівень собівартості виробництва 1ц яловичини, сформованого під впливом факторів А і В при їх рівнях  $A_1$  і  $B_1$  становитиме  $M_{A_1B_1} = 88,04$  грн.  $(278,00 + 866,53) : (9 + 4)$ .

Аналогічно обчислюють названу результативну ознаку для всіх можливих сполучень вивчаючих факторних ознак. Нижче наведені середні рівні залежної змінної, одержані під впливом незалежних змінних у різних варіантах їх сполучень. Тобто маємо середній рівень собівартості одиниці продукції, зумовлений впливом різних варіантів взаємодії факторів продуктивності праці, рівня затрат та їх вартості.

$M_{A_1B_1} = 88,04$ ;  $M_{A_1B_2} = 99,29$ ;  $M_{A_2B_1} = 98,39$ ;  $M_{A_2B_2} = 109,78$ ;  $M_{A_1C_1} = 84,25$ ;  
 $M_{A_1C_2} = 101,57$ ;  $M_{A_2C_1} = 96,22$ ;  $M_{A_2C_2} = 113,59$ ;  $M_{B_1C_1} = 84,33$ ;  $M_{B_1C_2} = 101,84$ ;  
 $M_{B_2C_1} = 97,41$ ;  $M_{B_2C_2} = 115,67$ ;  $M_{A_1B_1C_1} = 69,50$ ;  $M_{A_1B_1C_2} = 96,28$ ;  $M_{A_1B_2C_1} = 91,63$ ;  
 $M_{A_1B_2C_2} = 109,51$ ;  $M_{A_2B_1C_1} = 90,29$ ;  $M_{A_2B_1C_2} = 107,40$ ;  $M_{A_2B_2C_1} = 101,61$ ;  $M_{A_2B_2C_2} = 119,78$ .

При аналізі загальної дії досліджуваних факторів спочатку вивчають вплив на результативну ознаку кожного фактора окремо, а потім їх сполучення. Судячи по даних розглядуваного прикладу, виявився досить сильний вплив фактора С ( $\eta_c^2 = 38,3\%$ ). Як виразився вплив цього фактора, показує основний ряд часткових середніх  $M_x$ , показаний графічно на рисунку 21.

Із графіка і числового ряду добре видно, що фактор С при всіх градаціях факторів А і В діяв однаково: при  $C_1$  до 14 грн. рівень собівартості приросту був порівняно низький, при  $C_2$  - понад 14 грн. він підвищився. Найнижчий (69,50 грн.) рівень собівартості виробництва яловичини проявляється в групі  $A_1B_1C_1$ , оскільки сполучення факторів зумовлюючих такий рівень, містить найкращі показники продуктивності праці, витрат і вартості кормів у досліджуваній сукупності. Зіставлення груп  $A_1B_1C_2$  і  $A_1B_2C_2$  показує різницю середніх рівнів собівартості в підприємствах з однаковою високою продуктивністю праці, низькою собівартістю витрачених

кормів, але з різним рівнем їх витрат на виробництво 1 ц яловичини. Ця різниця в розглядуваному прикладі становить  $M_{A_1B_2C_2} - M_{A_1B_1C_2} = 109,51 - 96,28 = 13,23$  грн. Зміна в абсолютних рівнях результативної ознаки, викликана підвищенням продуктивності праці (А) і зниженням вартості кормів (С) при однаково низькому рівні їх затрат ( $B_1$ ), показує різницю  $M_{A_2B_1C_2} - M_{A_1B_1C_1} = 107,40 - 69,50 = 37,90$  грн.

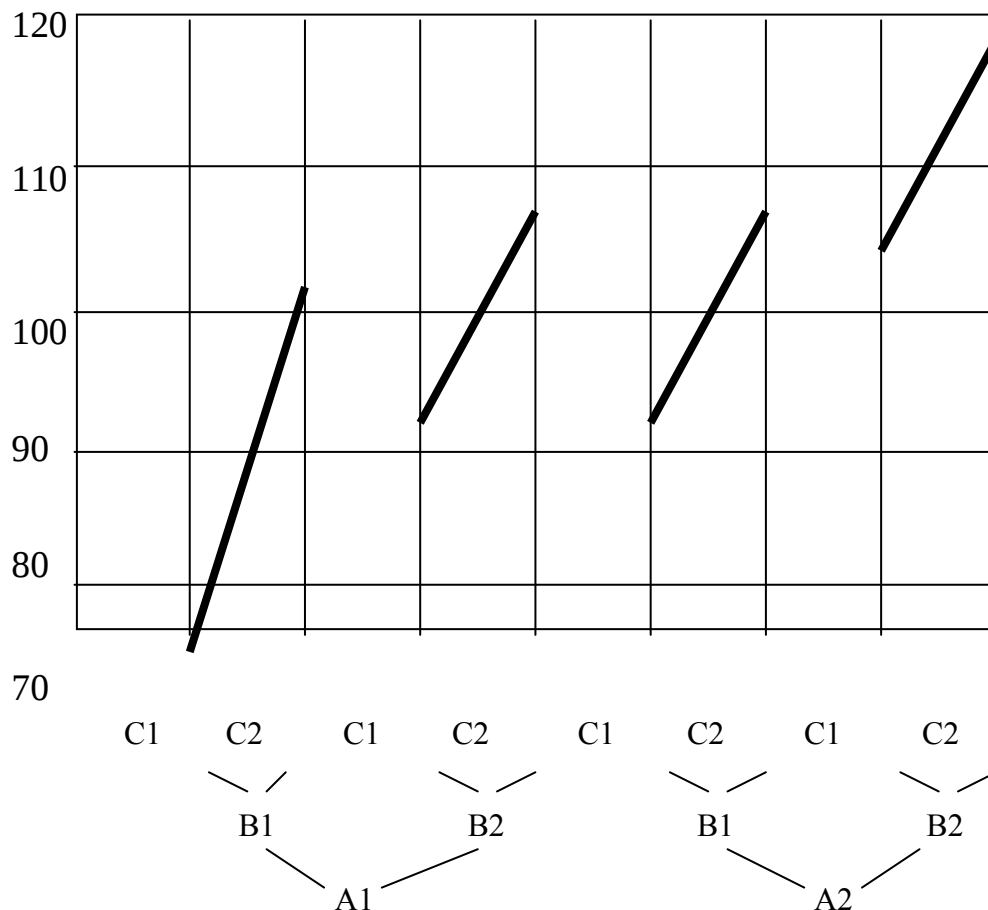


Рис. 21. Графічне зображення впливу факторів А,В,С та їх сполучень на результативну ознаку

Як бачимо, значний вплив на результативну ознаку виявив цей фактор і в сполученнях з факторами А і В. Частка впливу цих сполучень становила відповідно 22,2 і 17,6 %.

Аналізуючи дію факторів А і В, не важко переконатися, що нижчий рівень результативної ознаки (собівартості) у підгрупі  $A_1B_1$ , а найвищий – підгрупі  $A_2B_2$ , оскільки ці підгрупи містять відповідно кращі і гірші показники факторних ознак – продуктивності праці і витрат кормів на 1 ц продукції. Різниця в рівнях собівартості тут становить 21,74 грн. ( $109,78 - 88,04$ ).

Подвійні сполучення факторів А і В показують зміни результативної ознаки при різних рівнях факторів А і В. Так зіставлення груп підприємств, які мають однаковий рівень по фактору А (продуктивність праці), дозволяє визначити, як впливає на абсолютну величину результативної ознаки фактор В (витрати кормів на 1 ц приросту). Різниця рівнів собівартості у даному випадку становить:  $M_{A_1B_1} - M_{A_1B_2} = 99,29 - 88,04 = 11,25$  грн.

Вплив сполучень факторів А і В показано графічно на рис.22, який свідчить, що достатньо фактору В змінитися, як при градації першого фактора ( $A_1$  і  $A_2$ ) результативна ознака різко збільшується. Аналогічно проявляється і дія фактора А. При обох градаціях другого ( $B_1$  і  $B_2$ ) зміни фактора А призводять до різкого збільшення значення результативної ознаки. Аналогічно можна порівнювати між собою рівні результативної ознаки, зумовлені впливом всіх можливих сполучень факторів в аналізованому дисперсійному комплексі.

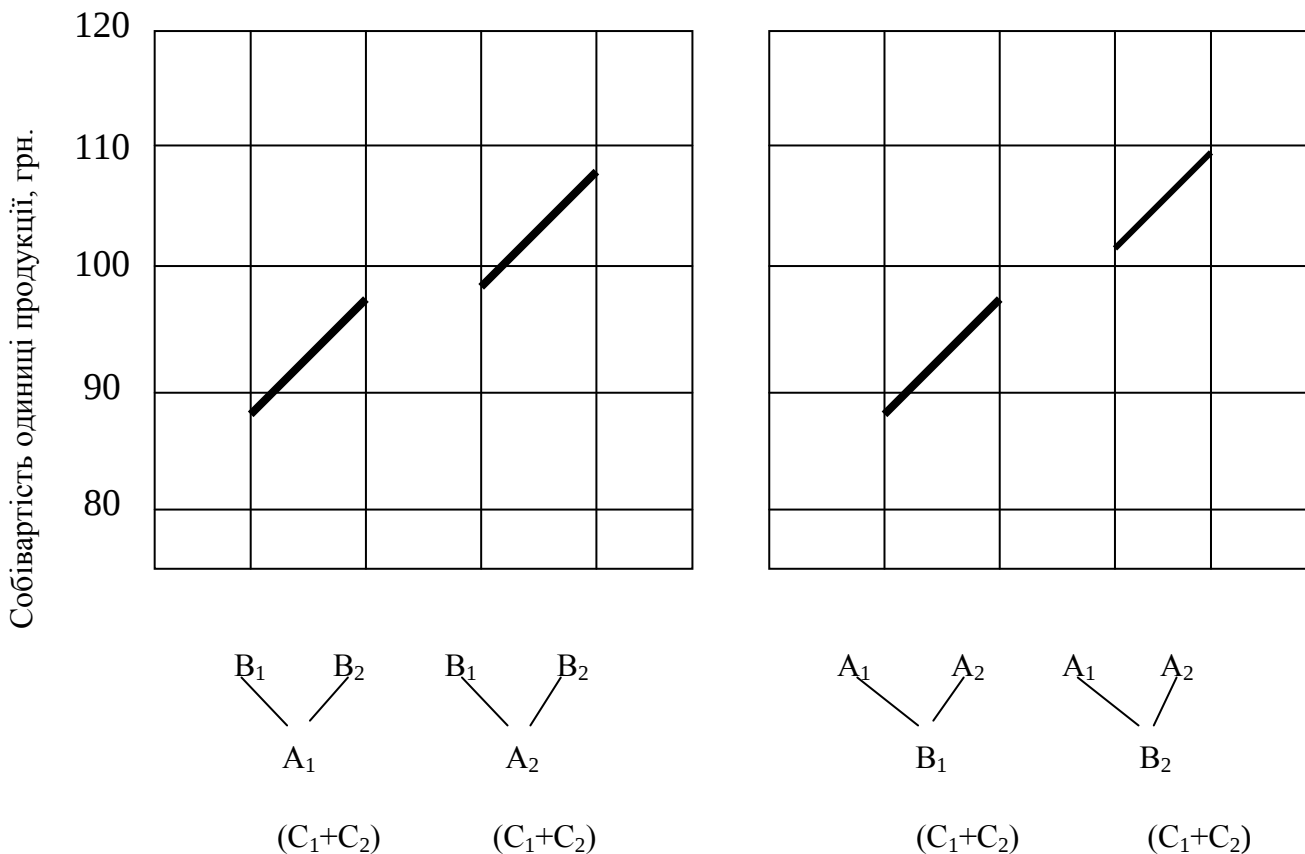


Рис. 22. Графічне зображення впливу факторів А і В при усередненому рівні фактора С

Таким чином, за допомогою дисперсійного методу аналізу можна визначити не тільки частку дії досліджуваних факторів на результативну ознаку, але й абсолютну зміну останнього під впливом того чи іншого фактора і їх взаємодій.

Аналізуючи вплив факторів на результативну ознаку як окремо, так і різних їх поєднань, потрібно мати на увазі, що не виключені випадки, коли дія окремих факторів дуже мало впливає (або зовсім не впливає) на результативну ознаку, тоді як вплив їх взаємодії досить значний.

Пояснюється це так. Вплив різних поєднань факторів, що вивчаються, помітним чином проявляється тільки у тих випадках, коли є різниця в дії одного фактора при різних градаціях іншого. Особливий вплив поєднань у дисперсійному комплексі проявляється тоді, коли при одній градації першого фактора другий діє дуже мало або навіть негативно, а при іншій градації – сильно і сприяє позитивному напрямку у зміні результативної ознаки. Наприклад, вивчаючи прибутковість будь-якої галузі виробництва, можна виявити, що при одних, здавалось би, достатніх рівнях забезпеченості її технікою, робочою силою і т.д. – галузь збиткова, а при інших рівнях (які на перший погляд здаються недостатніми) спостерігається підвищення прибутковості. У зв'язку з цим виникає необхідність викривати і вимірювати ступінь впливу не тільки окремих факторів, але також і їх взаємодій, як частини загального сумарного впливу.

Оскільки завжди є деякі відмінності в діях одного фактора при різних рівнях (градаціях) іншого, сумарний вплив всіх врахованих факторів у кожній підгрупі дисперсійного комплексу складається з дій кожного фактора окремо і специфічного впливу їх поєднань.

Необхідно пам'ятати, що при аналізі відносних характеристик дисперсійної моделі виникає необхідність оцінки вірогідності одержаних різниць між частковими середніми. У даному випадку розраховується коефіцієнт вірогідності:

$$F_p = \frac{P_c}{\sigma_z^2} \cdot \frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2} \text{ при } \nu_1 = 1; \nu_2 = \nu_z,$$

де  $P_c$  – різниця між порівнюваними середніми комплексу;

$\sigma_z^2$  – залишкова дисперсія;

$n$  – число спостережень у порівнюваних групах комплексу;

$\nu_2 = \nu_z$  – число ступенів вільності для залишкової дисперсії.

Як приклад визначимо вірогідність різниці у собівартості між групами  $A_2B_2C_2$  і  $A_2B_1C_1$ . Вона становитиме:  $M_{A_2B_2C_2} - M_{A_2B_1C_1} = 119,78 - 90,29 = 29,49$ . Підставляючи у наведену вище формулу відповідні дані, одержимо:

$$F_p = \frac{29,49^2}{51,77} \cdot \frac{10 \cdot 9}{10 + 9} = 79,63.$$

Знаходимо табличне значення  $F_T$  при  $\nu_1 = 1$ ;  $\nu_2 = 58$  (додатки І, К). Воно дорівнює 4,0 і 7,1 при рівнях імовірності відповідно 0,95 і 0,99. Оскільки  $F_p > F_T$ , вирахована різниця визнається вірогідною. Звідси зниження собівартості виробництва яловичини залежно від рівня витрат кормів (В) і їх вартості (С) при постійному рівні продуктивності праці (А) потрібно визнати істотним. За таким же принципом встановлюється вірогідність різниці у будь-яких варіантах аналізованих факторів.

#### **7.1.6. Можливості і обмеження застосування дисперсійного методу в економічному аналізі**

Викладене вище не вичерпує можливостей дисперсійного аналізу. Знання його особливостей дозволяє безпосередньо оцінити вірогідність тих чи інших розрахунків при використанні методів статистичних групувань, кореляції, регресії. Особливо широкі можливості при оцінці множинних кореляційних залежностей (мова про них піде у наступній частині видання). Маючи порівняно невелике число одиниць спостереження, можна вводити у дисперсійний аналіз ряд ознак – факторів, обчислюючи випадкову помилку на достатньо великому числі ступенів вільності.

Зіставляючи кореляційні моделі з двома та більше змінними на невеликій сукупності об'єктів, за допомогою дисперсійного аналізу можна вирішити два дуже важливих питання: по-перше, в якому взаємозв'язку знаходяться включені в модель фактори, і, по – друге, чи будуть істотними висновки, зроблені на невеликій вибірці змінних. Неврахування цього положення відніме багато часу у пошуках істотних факторів – аргументів, а іноді навіть знецінює економічні дослідження.

Відмічаючи позитивні сторони дисперсійного аналізу, потрібно підкреслити, що він має ряд переваг, які вигідно відрізняють його від

інших статистико–математичних методів. Назвемо головні з них. Використовуючи даний метод у багатофакторному аналізі економічних явищ, можна отримати картину, яка показує вплив кожного фактора у різних умовах, створюваних змінами різних факторів. При цьому застосування найрізноманітніших комбінацій факторів, що вивчаються, дає більш надійну основу для практичних рекомендацій, які залишаються придатними і при змінюваних умовах.

Аналізуючи економічні явища, де фактори інколи знаходяться у складному переплетінні, дисперсійний метод дозволяє об'єктивно пояснити складну картину, що виникає при такій взаємодії.

Разом з тим, потрібно пам'ятати про деякі обмеження дисперсійного аналізу. Так, суттєвим недоліком цього методу є те, що на результати досліджень впливає рівень показників підгруп (по досліджуваних факторах), що становить дисперсійний комплекс.

Отже, дисперсійні моделі, побудовані при одних рівнях факторних градацій, можуть мати вірогідний вплив, а при інших рівнях такий вплив відсутній. Одночасно потрібно наголосити, що результат оцінки по факторах залежить від того, як згруповані дані дослідження в статистичному комплексі.

Необхідно вказати і на обмеження у визначенні оцінки вірогідності впливу факторів. Якщо величина вирахованого коефіцієнта  $F_p$  перебільшує його табличне значення  $F_T$  то вплив досліджуваного фактора вважається вірогідним, а якщо не перебільшує межу своїх випадкових коливань, то фактор не є суттєвим і не впливає на результат. Отже, не слід поспішати з висновком, оскільки причиною його невизначеності є недостатня кількість одиниць у вибірці для його переконливого підтвердження, а не різкий вплив факторів.

Інколи величина  $F_p$  може опинитись менше свого табличного значення не тільки через недостатньо різкий вплив фактора, що вивчається, або недостатню чисельність вибірки. Причиною може бути і те, що помилка кожного з показників, взятих окремо, дуже велика в результаті завищеної неоднорідності досліджуваних даних. Величину  $F_p$  (занижену) зумовлюють і властивості самих факторів, такі як функціональні і близькі до них зв'язки між факторами, використання в аналізі однорічних даних та ін. У результаті показники значно відрізняються від 0 або від 1, що збільшує їх можливі випадкові коливання. Це відбивається на величині їх

помилки, а від останньої залежить значення розрахованого коефіцієнта  $F_p$ .

Поспішний висновок стосовно несуттєвості впливу фактора може тільки гальмувати подальші пошуки. Можливо цим і пояснюється переконання окремих дослідників відносно статистичної оцінки вірогідності дослідження взагалі. Недоведеність істотності впливу фактора повинна не стримувати, а навпаки, стимулювати подальші пошуки, покращення експерименту як у відношенні техніки обробки, так і підбору самого матеріалу. У такому випадку одержані позитивні результати стають ще більш неспростовними.

Щоб у дисперсійному аналізі мати об'єктивні результати, необхідно дотримуватись певних правил побудови (організації) дисперсійних комплексів. Якщо поділити групи на підгрупи (градації) таким чином, що в кожній з них рівні показників виявляться близькими по величині, а між групами різко різняться, то дисперсійний аналіз може призвести до негативної відповіді на питання про істотність досліджуваних факторів. Це є наслідком того, що у загальній кількості показників у середній групі буде багато таких із них, які мало відрізняються один від одного, що може погасити відмінності між іншими. Різкі ж відмінності між середніми груп ніби зникнуть у великій кількості подібних один до одного середніх.

Аргументуючи сказане, потрібно підкреслити, що дана обставина, обмежуючи можливості застосування дисперсійного аналізу у техніці, біології, тощо не так вже й небезпечна в галузі економіки. Тут оцінка в загальному і в цілому всіх відмінностей у характеристиках одиниць спостереження майже не має сенсу. В економічному аналізі дуже важлива оцінка відмінностей між кожною групою.

Із факту наявності у дисперсійному методі аналізу недоліків не випливає, що потрібно якось обмежити застосування цього методу в економіці. Мова йде не про обмеження, а про правильне використання його в аграрно-економічних дослідженнях, оскільки даний метод тільки у вказаному випадку є високоефективним. У цілому він повинен зайняти одне із перших місць серед інших статистико-математичних методів багатофакторного кількісного вивчення економічних процесів і явищ у будь-якій сфері людської діяльності.

## 7.2. Кореляційно-регресійний аналіз

### 7.2.1. Загальне поняття кореляційно-регресійного методу аналізу

Будь-яке явище природи і суспільства не може бути усвідомленим і зрозумілим без обґрунтування його зв'язків з іншими явищами. Щоб пізнати сутність явищ, необхідно розкрити їх взаємовідносини, кількісно визначити вплив тих або інших об'єктивних і суб'єктивних факторів.

Вплив цих факторів на рівень економічних показників в сільському господарстві до недавнього часу визначався в основному за допомогою методу статистичних групувань (цей метод буде розглянуто в темах загальної теорії статистики). Співвідношення ознак, виявлених в результаті статистичних групувань, відрізняються від співвідношень, які мають місце при функціональних зв'язках, коли кожному значенню аргументу відповідає визначене значення функції. Метод статистичних групувань дозволяє встановити тільки наявність зв'язку між явищами, не визначаючи при цьому його порівняльні кількісні параметри. Через це поряд з методом групувань, які відіграють винятково важливу роль у економічних дослідженнях, для рішення подібних питань необхідно застосовувати і інші методи, зокрема, метод кореляції. Термін “кореляція” вперше застосував Ж.Кювье в праці “Лекции по сравнительной анатомии” (1800-1805 pp.). Початкові математичні побудови методу кореляції були дані О.Браве у 1846 р. (“кореляція” – від латинського “correlation” відношення, що означає співвідношення, відповідність предметів або понять).

**Кореляцією** називається неповний зв'язок між досліджуваними явищами. Це така залежність, коли будь-якому значенню однієї змінної величини може відповідати декілька різноманітних значень іншої змінної. Вона відображає закон множини причин і наслідків і є вільною неповною залежністю.

У дослідженнях важливо вивчати не стільки міру кореляції, скільки її форму і характер зміни однієї ознаки в залежності від зміни другої. Ці задачі розв'язуються методами регресійного аналізу. Перші спроби застосування цього методу в економіці були зроблені у кінці XIX і на початку XX століття) в Росії – роботи Е.Е.Слуцького, А.А.Чупрова, на Заході – роботи В.Парето, Гукера та ін.).

Кореляційний аналіз є свого роду логічним продовженням (розвитком) методу статистичних групувань, його поглибленням. Він допомагає вирішити цілий ряд нових завдань у економічному аналізі. Розрахунки на основі кореляційних моделей підвищують ступінь точності аналізу, часто виявляють недоліки попереднього аналізу. Перевага цього методу складається також і в тому, що він дає можливість розв'язувати задачі, які не можна вирішити за допомогою інших методів економічного аналізу – як, наприклад, розділ впливу багатьох факторів, які діють взаємопов'язано і взаємозумовлено.

Використання методу кореляції і регресії дозволяє вирішити такі основні завдання:

- 1) встановити характер і тісноту зв'язку між досліджуваними явищами;
- 2) визначити і кількісно виміряти ступінь впливу окремих факторів і їх комплексу на рівень досліджуваного явища;
- 3) на підставі фактичних даних моделі залежності економічних показників від різних факторів розраховувати кількісні зміни аналізованого явища при прогнозуванні показників і давати об'єктивну оцінку діяльності підприємств.

Відомо, що існує два типи залежності явищ: функціональний і кореляційний. При функціональному зв'язку зміна однієї ознаки чи показника на певну величину викликає за собою зміни другої ознаки чи показника на чітко визначену величину. Такого роду залежність в її чистому вигляді зустрічається в математиці, фізиці, хімії.

При кореляційній залежності будь-якому значенню однієї змінної величини може відповідати декілька чи навіть безліч різноманітних, тобто варіюючих значень іншої змінної величини.

Головна відмінність кореляційної залежності від функціональної полягає в тому, що функціональний зв'язок має місце в кожному окремому випадку спостереження, а кореляційний проявляється так само лише в середньому або в цілому для всієї даної сукупності спостережень і є неточним у відношенні окремих спостережень.

Кореляційний зв'язок величин полягає в тому, що при завданні одній з них встановлюється не одне точне значення, а ймовірності різноманітних значень іншої. Таким чином, залежність виявляється не між самими величинами, а між кожною з них і відповідним математичним очікуванням іншої.

Вивчення взаємозв'язків кореляційного типу має істотне значення особливо при аналізі явищ, які складаються під впливом великої кількості певних умов.

За своїми математичними особливостями кореляційні залежності можуть бути додатними і від'ємними, прямолінійними і криволінійними, простими і множинними.

Коли визначається зв'язок між двома ознаками, кореляція називається простою; якщо ж явище розглядається як результат впливу декількох факторів – множинною. За формою кореляційна залежність буває прямолінійною і криволінійною, за напрямком – прямою (додатною) і оберненою (від'ємною).

Необхідно підкреслити дві особливості, властиві кореляційному аналізу:

1. при використанні кореляційного методу вирішальне значення має всебічний, економічно усвідомлений попередній аналіз даних господарської діяльності. Слід пам'ятати, що зв'язок між ознаками і властивостями не є результатом математичних розрахунків, а лежить в природі самих економічних явищ і за допомогою методів математичної статистики можна лише виразити об'єктивно існуючі закономірності економічних процесів;

2. кореляцію можна виявити, лише досліджуючи достатньо велику сукупність спостережень, оскільки кореляційні зв'язки виявляються в формі спряженого варіювання двох або кількох зіставлених ознак.

Кореляційно-регресійний аналіз включає три етапи:

1) математико–економічне моделювання;

2 ) рішення прийнятої моделі шляхом знаходження параметрів кореляційного рівняння (кореляційне рівняння, за первинною пропозицією англійського статистика–математика Ф. Гальтона, називають також рівнянням регресії);

3 ) оцінка і аналіз одержаних результатів.

Статистичне дослідження кореляційної залежності включає завдання визначення форми зв'язку і знаходження кількісної характеристики цієї форми. Процес встановлення форми зв'язку і вибору математичного рівняння, яке могло б найбільш повно відображати характер взаємозв'язку між ознаками досліджуваного явища, має вирішальне значення в кореляційному аналізі.

Питання вибору форми зв'язку та математичного рівняння можна вирішити на основі кількісного соціально–економічного

аналізу явищ, що вивчаються, використовуючи при цьому такі методи статистичного аналізу, як графічний, статистичні групування, дисперсійний аналіз та ін.

При прямолінійному зв'язку збільшення факторної ознаки (x) викликає безперечне збільшення (чи зменшення) результативної ознаки (y) у середньому на певну величину.

Повну характеристику лінійного зв'язку можна одержати, користуючись критерієм лінійної кореляційної залежності акад. В.С.Немчинова<sup>4/</sup>. Цей критерій являє таку схему:

- 1)  $\overline{yx} = \overline{y} \cdot \overline{x}$  - повна відсутність лінійного кореляційного зв'язку;
- 2)  $\overline{yx} > \overline{y} \cdot \overline{x}$  - прямий зв'язок між ознаками;
3.  $\overline{yx} < \overline{y} \cdot \overline{x}$  - зворотний зв'язок між ознаками;
4.  $\overline{yx} \cdot \overline{y} \cdot \overline{x} = \sigma_y \cdot \sigma_x$  - повна лінійна функціональна залежність.

У випадку, коли в кореляційному аналізі використовують групові середні, характер зв'язку між ознаками визначають за зміною останніх. Більш чи менш правильна систематична зміна їх від групи до групи свідчить про наявність прямолінійної залежності.

Показником тісноти зв'язку є лінійний коефіцієнт кореляції, величина якого визначається за такою формулою:

$$r_{yx} = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left[ \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} \right] \left[ \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} \right]}}.$$

Перетворення цієї формули призводить до вигляду:  $r_{yx} = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\sigma_x \sigma_y}$ .

Коефіцієнт кореляції коливається в межах від  $0 \pm 1$ .

### 7.2.2. Рівняння регресії, визначення його параметрів

Рівняння, що відображує зміну середньої величини однієї ознаки (y) в залежності від іншої (x), називається рівнянням регресії або рівнянням кореляційного зв'язку.

При простій кореляції це рівняння має вигляд:

$$\overline{y}_x = \alpha_0 + \alpha_1 x,$$

де  $\overline{y}_x$  - середнє теоретичне значення y при даному значенні x;

$\alpha_0 \alpha_1$  - параметри рівняння.

Кореляційне рівняння пов'язує результативну ознаку з факторною у вигляді рівняння прямої лінії, де параметр  $\alpha_1$  визначає середню зміну результативної ознаки ( $y$ ) при зміні факторної ознаки ( $x$ ) на одиницю її натурального виміру.

Невідомі параметри  $\alpha_0$  і  $\alpha_1$  знаходять за способом найменших квадратів, який ставить умову, щоб сума квадратів відхилень  $y$  від аплікату  $\bar{y}_x$ , обчислених за рівнянням регресії, була найменшою, або, інакше кажучи, щоб при зображенні в прямокутній системі координат теоретична лінія регресії проходила б максимально близько до фактичних даних. Такій умові відповідає пряма, параметри якої є коренями системи нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy. \end{cases}$$

Як приклад розглянемо кореляційну залежність між затратами праці на виробництво одиниці продукції ( $y$ ) і рівнем автоматизації процесів в 64 підприємствах. За даними спостереження вирахуємо допоміжні величини (табл. 65).

65. Вихідні і розрахункові дані для обчислення параметрів кореляційного рівняння

| Дані спостереження по 64 підприємствах     |                                     | Розрахункові величини |         |          |
|--------------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------|---------|----------|
| Затрати праці на одиницю, люд.-днів<br>$y$ | Показник рівня автоматизації<br>$x$ | $xy$                  | $x^2$   | $y^2$    |
| 1,39                                       | 0,82                                | 1,2398                | 0,6724  | 1,9321   |
| 1,54                                       | 1,00                                | 1,5400                | 1,0000  | 2,37716  |
| ...                                        | ...                                 | ...                   | ...     | ...      |
| Всього 156,38                              | 40,96                               | 98,9720               | 27,5276 | 419,9248 |

Підставивши в систему нормальних рівнянь замість буквених позначень обчислені сумарні значення, одержимо:

$$\begin{cases} 64\alpha_0 + 40,96\alpha_1 = 156,38; \\ 40,96\alpha_0 + 27,527\alpha_1 = 98,9720 \end{cases}$$

Порівняємо коефіцієнт при невідомому  $\alpha_0$  і віднімемо з першого рівняння друге:

$$\begin{array}{r} \alpha_0 + 0,6400\alpha_1 = 2,4434 \\ -\alpha_0 + 0,6721\alpha_1 = 2,4163 \\ \hline -0,0321\alpha_1 = 0,0271 \end{array},$$

$$\text{звідки } \alpha_1 = \frac{0,0271}{0,0321} = -0,8442.$$

Підставимо значення параметра  $\alpha_1 = -0,8442$  у перше рівняння, обчислимо значення параметра  $\alpha_0$ :

$$\alpha_0 + 0,6400(-0,8442) = 2,4434; \quad \alpha_0 = 2,4434 + 0,5403; \quad \alpha_0 = 2,9837.$$

Таким чином, рівняння лінії регресії прийме такий аналітичний вигляд:  $\bar{y}_x = 2,9837 - 0,8442x$ .

Перевірка правильності рішення:  $\bar{y} = 156,38 : 64 = 2,44$ ;

$$\bar{x} = 40,96 : 64 = 0,64; \quad \bar{y} = 2,98 - 0,84 \cdot \bar{x} = 2,98 - 0,84 \cdot 0,64 = 2,98 - 0,54 = 2,44.$$

Для зручності інтерпретації виразимо  $x$  (факторну ознаку) в відсотках. У цьому випадку коефіцієнт при  $x$  зменшиться в 100 разів.

Таким чином, у загальному вигляді рівняння матиме вигляд:

$$\bar{y}_x = 2,98 - 0,008x.$$

Економічна інтерпретація даного кореляційного рівняння така: збільшення рівня автоматизації процесу на 1% призводить до зменшення витрат живої праці на одиницю продукції в середньому на 0,008 людино-дня.

### 7.2.3. Криволінійна регресія

При криволінійній формі зв'язку збільшення факторної ознаки призводить до нерівномірного збільшення (або зменшення) результативної ознаки, або ж зростання її величини змінюється спаданням, а зменшення – збільшенням.

Для визначення зв'язку між ознаками, взаємовідношення яких передбачає можливість існування оптимальних розмірів операцій, використовують рівняння парабол:

$$\bar{y}_x = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2.$$

Одна з особливостей цього типу кривої та, що вона завжди має точку перетину (критичну точку), яка характеризує оптимальний варіант розміру величини результативної ознаки, і змінює напрямок свого руху лише один раз. Якщо в рівнянні величина  $\alpha_1$  виражена від'ємним числом, а  $\alpha_2$  - додатним, то крива змінюватиме напрямок спаду на зростання.

Для розрахунку параметрів рівняння параболі другого порядку використовується така система нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} \alpha_0 n + \alpha_1 \sum x + \alpha_2 \sum x^2 = \Sigma y; \\ \alpha_0 \sum x + \alpha_1 \sum x^2 + \alpha_2 \sum x^3 = \Sigma xy; \\ \alpha_0 \sum x^2 + \alpha_1 \sum x^3 + \alpha_2 \sum x^4 = \Sigma x^2 y. \end{cases}$$

Розглянемо залежність собівартості одиниці продукції від рівня спеціалізації виробництва ( $x$ , %) на прикладі 20 підприємств. Для рішення рівняння параболі підставляємо в систему нормальних рівнянь відповідні, попередньо розраховані, підсумкові дані. Отже, одержимо:

$$\begin{cases} 20\alpha_0 + 1171,58\alpha_1 + 75489,78\alpha_2 = 2033,04; \\ 1171,58\alpha_0 + 75489,78\alpha_1 + 5180169,86\alpha_2 = 121585,39; \\ 75489,78\alpha_0 + 5180169,86\alpha_1 + 371409983,95\alpha_2 = 8001658,22. \end{cases}$$

Розв'язавши цю систему, знаходимо значення параметрів:

$$\alpha_0 = 132,95; \quad \alpha_1 = -1,79; \quad \alpha_2 = 0,02.$$

Рівняння зв'язку у даному випадку має такий аналітичний вигляд:  $\bar{y}_x = 132,95 - 1,79x + 0,02x^2$ .

Застосування гіперболічної форми кореляційного зв'язку розглянемо на прикладі залежності рівня виробничих витрат на одиницю продукції ( $y$ ) від об'єму її виробництва ( $x$ ).

Відомо, що загальна сума затрат виробництва ділиться на дві групи. До першої відноситься сума витрат, яка залежить від кількості виробленої продукції. Ця група включає вартість використаної сировини і затрати на оплату праці. Друга група витрат містить в собі суму витрати, які не залежить або непрямо залежних від об'єму виробленої продукції. До них відносять амортизацію, поточний ремонт, інші основні і накладні витрати. Позначимо суму витрат першої групи, яка припадає на одиницю продукції, через  $Z_0$ , кількість виробленої продукції – через  $x$ . Загальна сума витрат цієї групи становить  $Z_0x$ . Суму витрат другої групи позначимо через  $Z_1$ . Тоді загальна сума витрат буде  $xy = Z_0x + Z_1$ . Щоб визначити рівень витрат, які припадають на одиницю продукції, потрібно отриманий вираз поділити на  $x$ . Ця залежність матиме вигляд:  $y = Z_0 + Z_1 \frac{1}{x}$ .

Даний вираз нагадує рівняння гіперболи:

$$y_x = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{1}{x}.$$

Таким чином, залежність рівня витрат виробництва продукції від виробленої її кількості може бути виражена рівнянням двочленної гіперболи. Параметри цього кореляційного рівняння визначаємо за

такою системою рівнянь:

$$\begin{cases} \alpha_0 n + \alpha_1 \Sigma \frac{1}{x} = \Sigma Y; \\ \alpha_1 \Sigma \frac{1}{x} + \alpha_1 \Sigma \left(\frac{1}{x}\right)^2 = \Sigma \frac{1}{x} Y. \end{cases}$$

Використовуючи попередньо розраховані підсумкові дані по 66 підприємствах, запишемо наведену систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} 66\alpha_0 + 111,8938\alpha_1 = 840,9200; \\ 111,8938\alpha_0 + 260,7022\alpha_1 = 1419,7429. \end{cases}$$

Розв'язавши ці рівняння, одержимо наступні числові значення параметрів:  $\alpha_0 = 12,8826$ ;  $\alpha_1 = 0,0834$ .

Шукане кореляційне рівняння зв'язку собівартості одиниці продукції та об'єму її виробництва матиме вигляд:

$$\bar{Y}_x = 12,88 + \frac{0,08}{x}.$$

Якщо інтервал зміни факторної ознаки значний, використовують рівняння тричленної гіперболи:

$$\bar{Y}_x = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 \frac{1}{x}.$$

Система нормальних рівнянь у даному випадку буде наступною:

$$\begin{cases} \alpha_0 n + \alpha_1 \Sigma x + \alpha_2 \Sigma \frac{1}{x} = \Sigma y; \\ \alpha_0 \Sigma x + \alpha_1 \Sigma x^2 + \alpha_2 n = \Sigma xy; \\ \alpha_0 \Sigma \frac{1}{x} + \alpha_1 n + \alpha_2 \Sigma \left(\frac{1}{x}\right)^2 = \Sigma \frac{1}{x} y \end{cases}.$$

У прикладі, який розглядається, ця система має вигляд:

$$\begin{cases} 66\alpha_0 + 51,2349\alpha_1 + 111,8938\alpha_2 = 840,9200; \\ 51,2349\alpha_0 + 52,5867\alpha_1 + 66\alpha_2 = 671,0019; \\ 111,8938\alpha_0 + 66\alpha_1 + 260,7022\alpha_2 = 1419,7429. \end{cases}$$

Розв'язавши наведену систему рівнянь, одержимо числове значення параметрів:  $\alpha_0 = 12,6407$ ;  $\alpha_1 = 0,8694$ ;  $\alpha_2 = 0,3388$ . Відповідно, кореляційне рівняння зв'язку матиме вигляд:

$$\bar{Y}_x = 12,64 + 0,87x + \frac{0,34}{x}.$$

Для аналітичного виразу явищ, які відносяться до вивчення темпів росту, використовують рівняння експонентної кривої:

$$\bar{y}_x = \alpha_0 \cdot \alpha_1^x,$$

де  $\alpha$  - фактор – аргумент (порядковий номер року, який в аналітичних рівняннях динаміки одержує значення 1, 2, 3 і т. д.),

$\alpha_0$  - показник базисного року;

$\alpha_1$  - середньорічний темп зростання.

Невідомі параметри  $\alpha_0$  і  $\alpha_1$  у наведеній вище формулі визначають логарифмуванням, перетворивши показникову функцію в пряму:  $Lgy = Lga_0 + xLga_1$ .

Система нормальних рівнянь при цьому має вигляд:

$$\begin{cases} n \lg \alpha_0 + \lg \alpha_1 \Sigma x = \lg y; \\ \lg \alpha_0 \Sigma x + \lg \alpha_1 \Sigma x^2 = \lg y \Sigma x \end{cases}$$

Як приклад розглянемо зміну затрат праці на одиницю продукції ( $y$ ) у підприємствах адміністративного району за десятирічний період (1994-2003 рр.) Як відомо, показник затрат праці на одиницю продукції має завжди позитивне значення. При зниженні його рівня крива асимптотично (поступово) наближається до осі абсцис, але ніколи не може стати прямою, перетворитися в нуль або перетнути горизонтальну вісь (рис. 23), оскільки суспільство не може виробляти продукцію без затрат праці. У цьому випадку показники динаміки змінюються в геометричній прогресії.

Підставляючи попередньо розраховані сумарні показники для нашого прикладу в наведену вище систему нормальних рівнянь, одержимо:

$$\begin{cases} 10 \lg \alpha_0 + 55 \lg \alpha_1 = 3.77; \\ 55 \lg \alpha_0 + 385 \lg \alpha_1 = 20.44. \end{cases}$$

Розв'язавши цю систему рівнянь, одержимо логарифми числових значень невідомих параметрів:  $\lg \alpha_0 = 0.39592$ ;  $\lg \alpha_1 = 0.00347$ .

Визначивши антилогарифми, знайдемо значення параметрів:  $\alpha_0 = 2.49$ ;  $\alpha_1 = 0.99$ .

Одержане рівняння зв'язку матиме аналітичний вигляд:  $\bar{y}_x = 2.49 \cdot 0.99^x$ . Дане рівняння має таку економічну інтерпретацію: середні затрати праці на одиницю продукції в підприємствах району в нульовому періоді (1993 р.) досліджуваного відрізка часу складають 2,49 люд.-дня, а зниження їх в кожному наступному періоді становить 1 %.

В аналізі економічного явища часто використовують степеневу функцію виду  $y = \alpha_0 x^{\alpha_1}$ . Нелінійність відносно своїх констант зумовлюють її перетворення (шляхом логарифмування) в логарифмічно-лінійну функцію виду  $\lg y = \alpha_0 + \alpha_1 \lg x$ . Таке перетворення

дає можливість розв'язувати систему нормальних рівнянь методом найменших квадратів.

Застосовують логарифмічну лінійну функцію для явищ, характерних тим, що в міру приросту абсолютної величини факторної ознаки її вплив на результативну ознаку знижується. Для цього типу функції характерна пропорційність не абсолютних приростів (як для рівняння прямої лінії), а відносних приростів економічних показників, які вивчаються.

Якщо природа взаємовідношень економічних явищ така, що середня арифметична результативної ознаки ( $y$ ) пов'язана із середньою геометричною факторної ознаки ( $x$ ), то математичний вираз подібної залежності, тобто оцінку однієї змінної по другій, дає логарифмічна крива, гіпотетичне рівняння якої:  $y = \alpha_0 + \alpha_1 \lg x$ .

Відсутність числових значень логарифмів для нульових і від'ємних чисел обмежує можливості у використанні логарифмічних функцій в окремих випадках економічного аналізу.

На рисунку 23 представлені графічні зображення ліній основних математичних функцій.

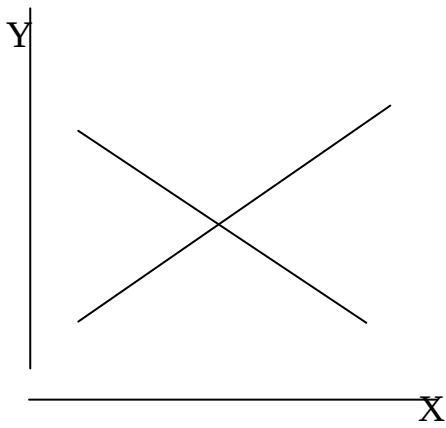
Наявність випадкових факторів зумовлює імовірнісний характер висновків про ступінь тісноти зв'язку. При цьому значення коефіцієнта кореляції, як і інших кореляційних характеристик, оцінюють на вірогідність. Суть такої оцінки міститься в зіставленні систематичної варіації результативної ознаки, зумовленої варіацією факторної ознаки, з випадковою варіацією (помилкою) результативної ознаки. З цією метою використовують критерії Ст'юдента і критерії Фішера.

Критерій Ст'юдента розраховується за формулою  $t_p = \frac{|r|}{\mu_r}$ ,

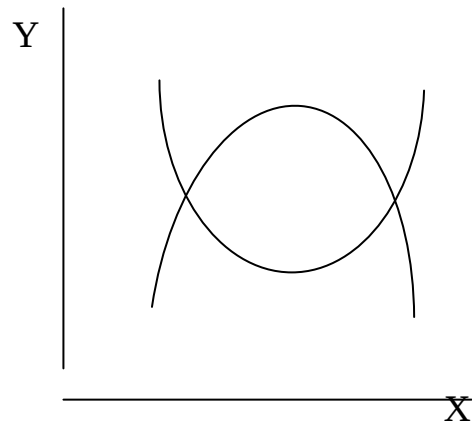
де  $\mu_r$  - середня помилка вибірки коефіцієнта кореляції, яка обчислюється за відношенням:  $\mu = \frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}}$ .

Одержане значення  $t_p$  зіставляють з його табличним значенням (додаток Д) і роблять висновки про вірогідність коефіцієнта кореляції. Його величина визнається вірогідною, якщо  $t_p > t_{\text{т.}}$ .

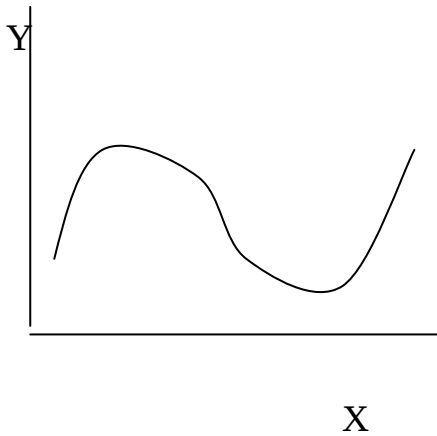
$$y = a_0 + a_1 x$$



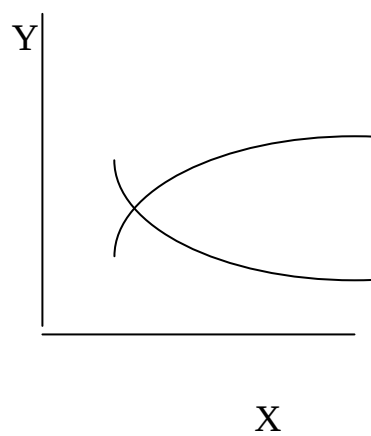
$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$$



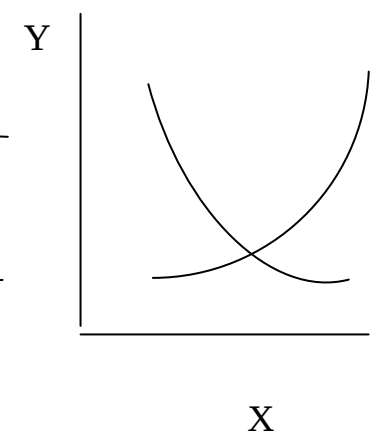
$$y = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + a_3 x^3$$



$$y = a_0 + a_1 \frac{1}{x}$$



$$\lg y = a_0 - a_1 x$$



$$y = a_0 + a_1 \lg x \quad y = \frac{1}{a_0 + a_1 x} \quad y = \frac{1}{a_0 + a_1 x + a_2 x^2} \quad \lg y = a_0 + a_1 \lg x$$

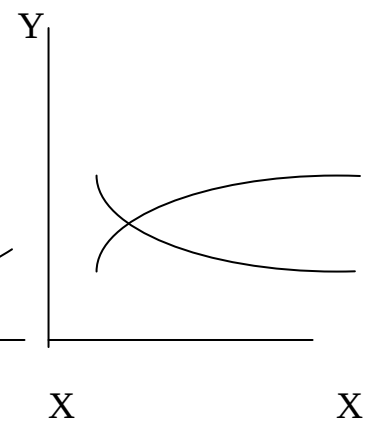
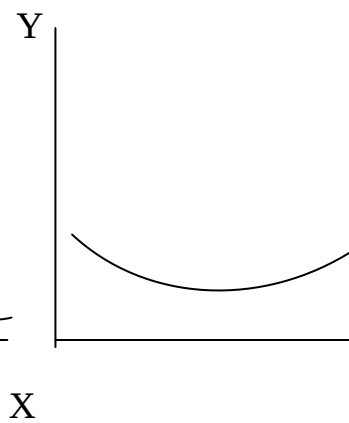
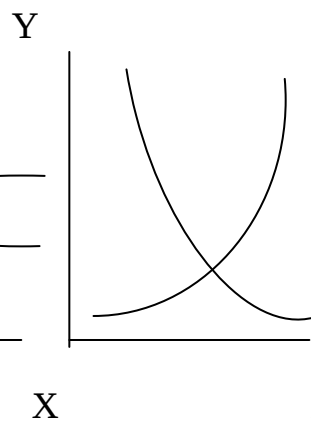
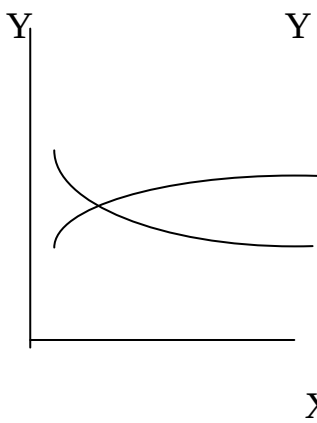


Рис 23. Лінії основних математичних функцій

У практичних розрахунках, для оцінки надійності коефіцієнта кореляції як правило, використовують таблиці вірогідних значень коефіцієнтів кореляції для відповідної кількості спостережень, тобто даного об'єму і рівня ймовірності (додаток Л).

Оскільки сам коефіцієнт кореляції є свого роду критерієм надійності досліджуваної залежності факторних і результативних ознак, то висновок про його вірогідність може бути поширений на інші параметри кореляційно-регресійної моделі в цілому.

#### 7.2.4. Множинна кореляція

До цих пір розглядалися моделі простої кореляції, тобто кореляційної залежності між двома ознаками. Проте в практиці економічного аналізу часто доводиться вивчати явища, які складаються під впливом не одного, а багатьох різних факторів, кожний з яких окремо може не справляти вирішального впливу. Сукупний же вплив факторів інколи виявляється достатньо сильним, щоб по їх змінах можна було робити висновки про величини показника досліджуваного явища. Методи вимірювання кореляційного зв'язку одночасно між двома, трьома і більше кореляційними ознаками створюють вчення про множинну кореляцію (питання множинної кореляції вперше досліджувались англійським вченим Ф.А.Еджвортом у кінці XIX ст.).

У моделях множинної кореляції залежна змінна “у” розглядається як функція кількох (у загальному випадку  $n$ ) незалежних змінних “х”.

Припущення про наявність лінійного зв'язку рівняння множинної регресії може бути показано в такому вигляді:

$$\bar{Y}_{x_1 x_2 \dots x_n} = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 + \dots + \alpha_n x_n.$$

Із геометричної точки зору це рівняння визначає у просторі площини відповідних змінних  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  і  $y$ .

Множинне кореляційне рівняння встановлює зв'язок між досліджуваними ознаками і дозволяє вирахувати очікувані значення результативної ознаки під впливом включених в аналіз ознак – факторів, зв'язаних даним рівнянням.

Для оцінки ступеня тісноти зв'язку між результативною і факторними ознаками обчислюють коефіцієнт множинної кореляції.

Величина його завжди додатне число, яке знаходиться в межах від 0 до 1.

У множинних кореляційно-регресійних моделях коефіцієнт простої кореляції між результативною ознакою і факторними, а також між самими факторними ознаками розраховують за формулами:

парні -

$$r_{yx_1} = \frac{\overline{yx_1} - \bar{y} \cdot \bar{x_1}}{\sigma_y \sigma_{x_1}}; \quad r_{yx_2} = \frac{\overline{yx_2} - \bar{y} \cdot \bar{x_2}}{\sigma_y \sigma_{x_2}} \quad r_{x_1 x_2} = \frac{\overline{x_1 x_2} - \bar{x_1} \cdot \bar{x_2}}{\sigma_{x_1} \sigma_{x_2}};$$

$$\text{часткові} - r_{yx_1 \cdot x_2} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1 x_2}}{\sqrt{1 - r^2_{yx_2}} \sqrt{1 - r^2_{x_1 x_2}}}; \quad r_{yx_2 \cdot x_1} = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1 x_2}}{\sqrt{1 - r^2_{yx_1}} \sqrt{1 - r^2_{x_1 x_2}}};$$

Множинні (для двофакторної моделі):

$$R_{yy \cdot x_1 x_2} = \sqrt{1 - (1 - r^2_{yx_1})(1 - r^2_{yx_2 \cdot x_1})}.$$

Оцінку вірогідності множинного коефіцієнта кореляції (так як і кореляційного рівняння в цілому) одержують шляхом розрахунку F – критерію:

$$F_p = \frac{R}{P-1} : \frac{1-R^2}{n-P},$$

де Р- кількість параметрів кореляційного рівняння.

Розрахункові значення F-критерію зіставляють з табличними (додатки І, К). Якщо одержана величина F–критерію більше його табличного значення, коефіцієнт кореляції визнається вірогідним. Аналогічний висновок робиться по інших загальних характеристиках кореляційної моделі, таким як параметри рівняння, коефіцієнти детермінації та ін.

#### 7.2.5. Загальнотеоретичні передумови застосування кореляційно–регресійного методу в аналізі економічних явищ

Розгляд природи основних статистико–математичних методів і теоретичних передумов їх застосування в економічному аналізі почнемо зі стверджуючого припущення, що функціональні зв'язки в галузі економіки відсутні. Як уже було сказано раніше, при функціональній залежності кожному конкретному значенню аргументу відповідає одне конкретне значення функції. Такі залежності в абсолютно чистому вигляді демонструються абстрактними математичними формулами. В конкретних же економічних явищах, які зумовлюються множинністю причин,

присутні неповні зв'язки або кореляційні. Їх ще прийнято називати статистичними. Багатозначність цих зв'язків породжується випадковими явищами.

Існують також підстави припустити, що економічні показники не обов'язково підпорядковуються закону нормального розподілу. Наприклад, відомі англійські вчені–статистики, які мають багатий досвід дослідження статистичних зв'язків, Е.Юл і М. Дж. Кендел у частині закону нормального розподілу наводять слова К.Пірсона: “Цей закон не є загальний закон природи, ми повинні буквально полювати за подібними випадками”. У працях Е.Юла є твердження, що в економічній статистиці дуже важко підібрати навіть дві взаємопов'язані змінні, які характеризуються симетричним розподілом. Хоча потрібно сказати, що з проникненням статистики в галузь технологічних процесів (особливо промислового виробництва) відкрито немало розподілів, близьких до нормального.

Говорячи про природу кореляційно-регресійного методу, потрібно пам'ятати, що кореляційні розрахунки є чисто математичним прийомом, що зовсім не виявляють фізичну картину взаємозв'язків. Одержана на основі цього прийому числова оцінка зв'язків і залежностей інколи виявляється формальною, що показує лише поверхню явищ. Незнання цієї особливості методу веде за собою неправильне користування ним. Якщо до цього ж порушуються правила формування статистичних сукупностей, то дослідник потрапляє в полон логічних помилок, викликаних несправжньою кореляцією. На жаль, до цього часу завершеної теорії несправжньої кореляції не створено, незважаючи на те, що вона невід'ємна від природи кореляційного аналізу.

Кореляція в її формально–статистичному розумінні не розкриває причин зв'язку, а констатує лише його наявність, даючи оцінку сили і тісноти, встановлює ступінь вірогідності міркувань про наявність такого. Разом з регресійним кореляційний аналіз вирішує такі завдання: оцінка сили зв'язку і її кількісне вимірювання, визначення форми зв'язку і реальності його існування. При вивченні економічних явищ дослідник, керуючись правилами кореляційно–регресійного аналізу, насамперед повинен виходити з економічного змісту досліджуваних залежностей. Лише після цього може бути встановлений їх причинно–наслідковий характер. Одержані результати розрахунків поширюються лише на ті об'єкти, кількісні характеристики яких включені в розрахунки. Звідси кореляційний

аналіз повинен задовольняти вимогам об'єктивності на противагу формально–логічному підходу.

Приймаючи на озброєння методи кореляцій і регресій, необхідно обмежити дослідження від внесення в них викривлень, породжених суб'єктивною природою методів. Нерозуміння або недооцінка її, як правило, призводить до необґрунтованості висновків, суб'єктивізму в рішеннях, помилок в підборі одиниць спостережень і планування дослідження, а також до того, що досліджуваний зв'язок ставиться в залежність від обставин, що не мають до нього об'єктивного відношення.

Застосування теорії кореляції вимагає знання, насамперед, природи показників тісноти зв'язку.

Відомо, що в економічних дослідженнях твердо встановилась думка про можливість використання коефіцієнтів парної кореляції як свого роду критерію оцінки впливу відібраних факторів в парних і множинних моделях на результативну ознаку. Тобто, мова йде про те, що ряд економістів вважають високу абсолютну величину коефіцієнтів кореляції ознакою наявності сильного причинного зв'язку між явищами. Це методичне положення не завжди має під собою об'єктивну основу, природа двох змінних величин не виключає існування стохастичних зв'язків, які, полягають у тому, що можливі значення однієї змінної мають імовірності, які в змінюються залежно від значення, прийнятого іншої змінною. Проте, останнє не вказує на наявність причинного зв'язку, хоча коефіцієнт кореляції може досягти при цьому значної величини.

У спеціальній літературі по теоретичній математиці про можливості трактування коефіцієнта кореляції як міри тісноти зв'язку говориться з обережністю. В економічній же літературі цього не спостерігається. Хоча майже всі автори–економісти повторюють слова математиків з теорії ймовірностей про необхідність обережного трактування величин коефіцієнтів кореляції, вони практично ігнорують це положення. Дійсно, в теорії імовірності коефіцієнт кореляції вводиться як параметр, дійсність величини якого вказує на наявність стохастичного зв'язку, але не визначає міри причинного зв'язку. Так, А. Хальд писав: “Визначивши коефіцієнт кореляції і перевібивши потім гіпотезу про нульову кореляцію, можна інколи довести існування стохастичного зв'язку між змінними. Проте необхідно підкреслити, що стохастична залежність не вказує з необхідністю на наявність функціонального зв'язку<sup>8)</sup>. Коефіцієнт

кореляції хоч і може вказувати на стохастичний зв'язок між  $x_1$  і  $x_2$ , але при допомозі його не можна визначити, чи є величина  $x_1$  причинно обумовленою величиною  $x_2$ , або  $x_2$  – величиною  $x_1$ , або ж їх зв'язок пояснюється тим, що обидві вони причинно зумовлені іншими факторами. Таким чином, і при значному коефіцієнті кореляції для визначення функціонального зв'язку потрібне додаткове дослідження. При подальшому дослідженні, яке передусім повинно ґрунтуватися на знанні особливості проблеми, регресійний аналіз часто грає важливу роль як засіб перевірки зроблених гіпотез”. *(Під функціональним зв'язком А. Хальд в даному випадку розумів причинний зв'язок.)*

Іноді створюється помилкове враження присутності тісного стохастичного зв'язку і відсутності причинного між явищами стохастично і причинно незалежними. Про це також говориться у наведеній вище роботі А.Хальда: “В той час як стохастична незалежність може ховати причинний зв'язок, дві події можуть бути стохастично залежними, навіть якщо вони причинно (функціонально) незалежні”<sup>2)</sup>. Тут мається на увазі той випадок, коли дві події стохастично і причинно незалежні, але кожна з них окремо залежить від третьої. У такому випадку дві події часто здаються стохастично залежними, якщо їх зв'язок з третьою не помічений.

Це ще раз підкреслює відмінності понять стохастичного і причинного зв'язку, а звідси і необхідність особливо старанного економічного усвідомлення зв'язків явищ, для визначення ступеня тісноти яких використовується коефіцієнт кореляції. Свою точку зору в цій частині А.Хальд визначив так: «... зміст, який може мати коефіцієнт кореляції, крім чисто описувального, залежність від знання особливостей походження зв'язку між величинами. Коефіцієнти кореляції можуть опинитися, таким чином, небезпечною зброєю при аналізі спостережень даних, оскільки вони можуть вести до змішування стохастичного і функціонального взаємозв'язків і таким чином до помилкових висновків»<sup>8/</sup>.

Показники тісноти зв'язку (коефіцієнт кореляції, кореляційне відношення і та ін.), як уже було сказано, будуються для явищ, які прямо або непрямо піддаються дії складної комбінації взаємосплетених причин. Назвемо цей комплекс “умовами”, в яких дане явище існує. Результати дії умов на явища висловлюються в формі хаотично змінюваних за напрямком і силою коливань величини явища біля певного рівня (постійного або змінюючого).

Загальну характеристику комплексної дії умов дає пропонуваній теорією ймовірності показник середнього квадратичного відхилення  $/\sigma/$ . Він таким чином вимірює не самі умови, а потужність їх впливу на явища. Якщо дослідженням охоплено два економічних явища, які мають сумісні (хоч би частково) умови, то ця спільність умов призводить до деякої подібності коливань обох явищ. З допомогою середньоквадратичного відхилення можна оцінити силу дії тієї частини умов, яка є загальною для даних явищ і порівняти її з загальною дією умов для аналізованих явищ. Ця логічна схема веде до природи показника тісноти зв'язку–кореляційного відношення.

Дослідник, який використовує в економічному аналізі показники тісноти зв'язку, повинен пам'ятати, що коефіцієнт кореляції являє собою тільки спрощений спосіб обчислення кореляційного відношення для випадку прямолінійного зв'язку. Оскільки природа показників зв'язку нероздільна із середньоквадратичним відхиленням, пізнавальна значимість показників зв'язку обмежена тими “умовами”, які формують дане середньоквадратичне відхилення. Тому поширення висновків на другі недосліджені випадки (вище говорилося про їх можливу наявність) правомірно лише настільки, наскільки вивчені умови типові і повторюються в координатах простору і часу. Для економічних досліджень це обмеження може бути подолане знову таки шляхом проникнення у зміст самого показника зв'язку. А природа показника кореляції така, що він дає лише вихідну інформацію для висновків про причинні зв'язки. Якщо розподіл однієї з змінних кореляційної моделі не може бути охарактеризований за допомогою середньоквадратичного відхилення через слабку варіацію явищ, то в цьому випадку втрачає зміст вирахування коефіцієнта кореляції і кореляційного відношення. Такі випадки зустрічаються тоді, коли в комплексі причин, що формують варіацію, окремі з них проявляються у формі еволюторної або періодичної послідовності в часі або просторі. Якщо динаміка ряду не очищена від таких компонентів, вимірювання сили зв'язку втрачає зміст.

Викладене вище свідчить про те, що використання коефіцієнта простої кореляції як критерію оцінки вірності підбору факторів для моделі множинної регресії не завжди виправдане. Даний статистичний показник вимагає особливої обережності використання його в ролі критерію, оскільки взаємозв'язок одних і тих же факторів з урахуванням і без урахуванням впливу інших причин може

проявитися по-різному. А парна залежність ігнорує дію інших факторів, приписуючи її повністю тільки одному. Тому найбільш методично обґрунтованим буде визначення не тільки парних, але й часткових коефіцієнтів кореляції. Часткова кореляція дозволяє виконувати більш глибоке дослідження зв'язків між явищами, даючи можливість виділити вплив в окремо конкретних причин на зміну величини результативної ознаки.

Необхідно вказати на те, що в економічних дослідженнях частковою кореляції майже не користуються, а обмежуються парною і множинною. Між тим природа часткового коефіцієнта кореляції розкриває дійсним зв'язок і взаємозалежність окремих факторів, який міг би виявитися затушованим при використанні лише коефіцієнтів парної кореляції. Так, при вивченні коливань врожайності картоплі в сільгосп підприємствах (101 господарство) було відібрано три фактори, які з економічної точки зору найбільш вагомо визначають варіацію рівня врожайності – це кількість внесених мінеральних добрив на одиницю площі, якість землі і рівень фондозабезпеченості (табл. 66).

66. Характеристики парної, часткової і множинної кореляції факторів з показниками врожайності картоплі

| Незалежні змінні<br>(фактори)                                          | Коефіцієнти кореляції |           | Коефіцієнти регресії |           |
|------------------------------------------------------------------------|-----------------------|-----------|----------------------|-----------|
|                                                                        | парної                | часткової | парної               | множинної |
| Внесено мінеральних добрив на 1 га ріллі, ц діючого речовини ( $x_1$ ) | 0,268                 | 0,885     | 12,151               | 12,284    |
| Якісна оцінка землі в балах ( $x_2$ )                                  | 0,227                 | 0,778     | 0,819                | 0,958     |
| Вартість основних виробничих фондів на 1 га ріллі, грн. ( $x_3$ )      | 0,276                 | 0,882     | 0,084                | 0,098     |

Парні коефіцієнти, як видно з даних таблиці, вказали на наявність слабкого (0,227 – 0,276) кореляційного зв'язку врожайності з досліджуваними факторами. Проведена перевірка їх істотності при порозі ймовірності 0,99 підтвердила вірогідність факторів удобреності ґрунтів і фондозабезпеченості (додаток Л).

У цілому для моделі статистичні характеристики тісноти зв'язку, одержані на підставі парної кореляції, наводять на сумнів в частині категоричності їх трактування. Економічна природа даної залежності залишає бажати наявності більш тісного зв'язку досліджуваних змінних з результативним показником урожайності. Це побуджує

продовжити дослідження вибраних факторів, виявити їх чистий вплив, розрахувавши коефіцієнти часткової кореляції в розрізі досліджуваних факторів. На противагу показникам парної кореляції, значення часткових коефіцієнтів кореляції (табл. 66) вказує на істотний тісний зв'язок факторів з результативною ознакою. Це відповідає висловленим теоретико – логічним припущенням.

Одержані коефіцієнти часткової кореляції дозволили виявити чистий вплив всіх розглядуваних факторів при постійності інших, що відповідає меті дослідження залежностей складних економічних явищ.

### **7.2.6. Логіка побудови множинних кореляційно–регресійних моделей**

Як було сказано в пп. 7.2.5, геометрична природа рівняння множинної регресії визначає положення в просторі площини відповідних змінних  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$  і  $y$ . Саме рівняння характеризує кількісний зв'язок між досліджуваними ознаками і дозволяє вирахувати очікувані значенням результативної ознаки під дією включених в аналіз ознак – факторів, пов'язаних даним рівнянням.

Найважливіше питання кореляційно–регресійного аналізу є підбір типу аналітичної функції при вивченні множинних зв'язків. Наскільки важливе це положення свідчить розгорнута ще в 60-х роках минулого століття нині триває дискусія. Наприклад, відомі американські економетрики Е.Хедді і Д.Диллон вважають, що для “... економічних явищ є неймовірним, щоб всім умовам найбільш відповідав один тип ... функції. До того ж різні люди можуть привести в однаковому ступені обґрунтовані доведення на користь вибору того чи іншого типу функції”. Деякі автори стверджують, якщо теоретично неможливо обґрунтувати тип функції, то це можна зробити емпірично, на основі графічного аналізу парних зв'язків.» (Лукомський Я.І., 1961) Таке твердження треба вважати невірним. Економічні явища, як ніякі інші, взаємозв'язані. Отже, графічний аналіз парних зв'язків між функцією і аргументами мало що дає для обґрунтування форми множинного зв'язку.

Окремі економісти і статистики пропонують використовувати для побудови кореляційних моделей, степеневу функцію виду:

$$y = \alpha_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \dots \cdot x_n^{a_n}.$$

Як аргумент виставляється те, що зручною формою взаємозв'язку економічних показників є добуток показників. Це підтверджується всім комплексом існуючих формул. Показники норми амортизації, виробітку, рентабельності, ланцюгові аналітичні показники отримують методом алгебраїчного множення. Поняття форми добутків полегшить також наступний аналіз змін норм виробітку впливу різних об'єктивних причин<sup>8/</sup>.

В.П.Хайкін та інші, наприклад, обґрунтовують застосування степеневих моделей тим, що при плануванні, головним чином, враховують найменші відносні відхилення фактичних значень від розрахункових, одержаних за рівнянням регресії.

Подібна аргументація непереконлива. Відносні відхилення можна одержати, не використовуючи логарифмічної лінійної форми зв'язку, наприклад, уявляючи вихідні дані у вигляді індексів, прийнявши при цьому гіпотезу про лінійну залежність між результативною ознакою і ознаками – факторами. Але справа в тому, що застосування кореляційного і регресійного аналізу ефективне лише тоді, коли модельована сукупність представлена широкою варіацією рівнів показників, що входять в модель. При використанні відносних чисел ця умова часто порушується.

Незважаючи на ряд переваг ступеневої функції (простота лінеаризації, зручність інтерпретації і т.п.), вона має певні недоліки. Так, окремі ознаки – фактори, які входять в кореляційну модель (такі, як рівень механізації рівень рентабельності та ін.) можуть виявитися рівними нулю. Якби в даному випадку вибрати тип функції у вигляді добутку факторів, то вона в ряді випадків виявилася б рівною нулю, а рішення системи рівнянь було б пов'язано із значними обчислювальними труднощами. Так, при лінеаризації доводиться стикатися з тим, що в рівняннях ні один із членів не піддається логарифмуванню, оскільки  $\lg 0 = -\infty$ .

Отже, математична природа кореляційних моделей свідчить про те, що функція повинна насамперед обґрунтовуватись економічно. Якщо цього зробити не можна, то тип функції визначається емпірично, тобто шляхом побудови ряду функцій і оцінки їх адекватності певними критеріями.

Е.Хедді і Д.Діллон у даному випадку вказують: «Для емпіричного дослідження недостатньо тільки логічно обґрунтовувати модель. Вона до того ж повинна піддаватися математичній обробці. Дослідник повинен піти на компроміс з теоретично ідеальною

моделлю. По–перше, число розглядуваних окремих змінних повинне бути визначене з врахуванням як можливості одержання даних, так і наявності ресурсів для проведення розрахунків. По–друге, необхідно використати такий функціональний вираз, який статистично припустимий як при оцінці, так і при випробуванні істотності. Тому побудова економічної моделі даного економічного явища залежить від проблем, пов'язаних з одержанням даних їх статистичної оцінки.» (Хедді Є. і Діллон Д., 1965).

Природа множинних кореляційних моделей і процес їх побудови зобов'язують враховувати об'єктивні особливості, наприклад, сільськогосподарських підприємств, де, як правило, розглядають дві групи факторів. Перша з них зв'язана із природними, друга - з матеріальними умовами, які є продуктом діяльності людей.

Фактор природних умов суттєво впливає на процес виробництва, а разом з ним і на процес утворення вартості. Дія цього фактору підвищує або знижує рівень затрат на виробництво одного і того ж обсягу споживної вартості.

До другої групи відносять фактори, які впливають з виробничо господарської діяльності. Це, насамперед, напрям і рівень спеціалізації підприємств, розмір і структура виробничих фондів, об'єм виробництва і т.п. Дана група факторів істотно впливає на ефективність виробництва і тому повинна особливо враховуватися при кореляційному моделюванні.

Факторам – аргументам, відібраним для включення в регресійну модель, пред'являються також, крім основної вимоги про відображення об'єктивних особливостей сільськогосподарських підприємств, також і деякі інші вимоги. Насамперед фактори повинні бути кількісно вимірні, оскільки кореляційні формули за своєю природою відображають зв'язок тільки між кількісно визначеними ознаками. У випадку включення в кореляційну модель якісних ознак їм необхідно надати кількісну визначеність. Це може бути зроблено, наприклад, за допомогою бальної оцінки, шляхом присвоєння рангів і т.д.

Проблема аналізу ще більш ускладнюється, коли якісно варіює залежна змінна величина. Якби перетворення при цьому не застосовувалися, природа кореляції орієнтує тут лише на наближеність у відображенні досліджуваних залежностей.

Природа кореляції вимагає, дотримання умови, обов'язкової для підбору залежної і незалежної змінних. Жодна із змінних не повинна

знаходиться у функціональній залежності від іншої, або їх групи. З одного боку, ця вимога впливає з того, що немає сенсу шукати кореляційну залежність там, де заздалегідь відомо існування функціональної залежності. З іншого боку, при існуванні функціональних зв'язків між включеними в кореляційну модель показниками, які утворюються в ході вирішення моделі, система нормальних рівнянь може вийти погано або в зовсім не обумовленою, а одержані результати – ненадійними.

Необхідно звернути увагу ще на один момент методологічного порядку. При побудові кореляційних моделей у них не можна включати групу факторів, лінійна комбінація яких дорівнює постійній величині або близька до неї. У цьому випадку система нормальних рівнянь для визначення коефіцієнтів регресії або не має рішення, або його одержують в результаті випадкових відхилень. У подібних випадках, якщо парний коефіцієнт кореляції між двома ознаками – факторами перевищує 0,8 (з певним довірчим рівнем), то включати в кореляційну модель можна один з факторів.

Неможливо не відмітити, що відбір вихідних даних для розрахунків кореляційного аналізу вимагає великої уваги і обережності. Справа в тому, що, з одного боку, надійність кореляційних формул безпосередньо залежить від обсягу статистичної сукупності. Адже в основу кореляційних розрахунків покладено усереднення - усереднюються як характер впливу кожного врахованого фактора на залежну змінну, так і загальний вплив решти, неврахованих причин. Загальновідомо, що середні тим надійніші, чим за більшим обсягом даних вони розраховувались.

З іншого боку, включення в кореляційну модель додаткових даних, якщо воно було зроблено без належного якісного відбору, може призвести до того, що формулою неможливо буде користуватися. Відомо, що середні лише тоді мають реальний економічний зміст, коли вони ґрунтуються на якісно однорідному матеріалі. Теорія середніх величин вчить нас застосовувати їх для кількісної характеристики тільки однорідної сукупності.

Як правило, економічні явища складуються під дією багатьох факторів. Але бажання враховувати їх у кореляційній моделі в можливо більшій кількості досить рідко себе виправдує. Така кореляційна модель занадто громіздка, причому вплив великої частини факторів виявляється статистично неістотним.

Таким чином, природа кореляції і регресії вводить певні

обмеженні в частині практичного використання кореляційно–регресійного методу в аналізі соціально–економічних процесів. Одержання вірогідних висновків за результатами кореляційно–регресійного аналізу можливе тільки при дотриманні певних, вимог. Останні випливають із самої природи кореляції. Назвемо основні з них: визначеність характеру залежності (прямолінійної, криволінійної), статистична однорідність досліджуваної сукупності, кількісний вимір ознак, достатній обсяг вибірки.

Інколи дослідники з метою одержання корисної практичної інформації намагаються виявити залежності в ідеальному їх вигляді, коли дуже високі коефіцієнти кореляції. В результаті має місце така серйозна помилка: одночасно розглядається дуже велика кількість факторів, причому деякі з них тісно пов'язані між собою. Зміна одного фактора в такому випадку безумовно викличе зміну іншого, в результаті чого важко відокремити чистий вплив одного фактора від впливу іншого і задовольнити природу, на якій ґрунтується теорія множинної кореляції. Через це введення в аналіз великої кількості факторів з метою вивчення їх впливу на результативну ознаку іноді зовсім не так доцільно, як це здається з першого погляду. Методологічна буде більш правильним відбирати ті з них, які є основними.

Для успішного практичного використання кореляційних моделей як об'єктивного критерію найкращого рівняння зв'язку можуть бути використанні коефіцієнт множинної кореляції і стандартна помилка оцінки за рівнянням множинної регресії при задовільній економічній інтерпретації самої моделі множинної регресії. Зокрема, напрям і сила впливу окремих факторів на залежну змінну, яка характеризується параметрами рівняння, повинні відповідати емпіричним уявленням про цей вплив, тобто крім підтвердження рівня значимості спостережуваної взаємозалежності статистичними методами необхідно ретельно вивчити її логічну обґрунтованість.

Враховуючи, що взаємодія одних і тих же факторів з врахуванням і без врахування впливу інших причин може виявлятися по-різному, всілякі висновки про можливу форму зв'язку у багатofакторній моделі, зроблений на підставі аналізу парних залежностей, не повинні трактуватися як абсолютно вірогідності, до них необхідно відносити дуже обережно. У цьому відношенні переваги віддаються методу часткової кореляції.

Застосування даного методу в економічному аналізі носить у відомій мірі умовний характер. Причини, які впливають на досліджувані явища в галузях народного господарства, дуже різноманітні. Тому необхідно завжди пам'ятати, якщо виключити вплив одного фактора ті що залишилися несуть на собі дію ряду інших умов, не врахованих в дослідженні. І все ж таки застосування методу часткової кореляції має важливе значення при поглибленому аналізі множинної кореляції.

Існують й інші принципові (і дискусійні) питання теорії, які орієнтують на правомірність використання методу кореляційно-регресійного аналізу соціально-економічних явищ. Розгляд їх виключено, у зв'язку з метою і завданнями даного посібника. Тезисність викладення окремих питань даного розділу обумовлена тими ж причинами.

### **Рекомендована література**

1. Бугуцький О.А., Опря А.Т., Дорогань Л.О. Статистика: Навчальний посібник. - К.: Комплекс "Віта", 1999. - 419 с.
2. Єріна А.М., Пальян З.О. Теорія статистики. Практикум. - К.: Знання, 2002. - 344 с.
3. Лугіна О.Є., Білоусова С.В. Статистика: Підручник. - К.: Центр навчальної літератури, 2005. - 580 с.
4. Немчинов В.С. Избранные произведения. Т.-2 - М.: Наука, 1967.- С.439
5. Опря А.Т. Статистика (з програмованою формою контролю знань). - К.: Урожай, 1996. - 448с.
6. Опря А.Т. Статистика. - К.: Центр навчальної літератури, 2005 - 469 с.
7. Уманець Т.В., Пігарєв Ю.Б. Статистика: Навч. посіб. - К.: Вікар, 2003. - 623 с.
8. Хальд А. Математична статистика з технічними додатками : Пер. з англ. - М.: Вид-во інозем. Літ., 1956. - 584 с.
9. Юл Е., Кендел М.Дж. Теория статистики. М.: Росстатиздат, 1960.- С.225.

## Питання для самоконтролю

1. Поясніть призначення та основне завдання дисперсійного аналізу.
2. Назвіть етапи проведення дисперсійного аналізу.
3. Яка послідовність розрахунку однофакторного дисперсійного комплексу?
4. Який критерій використовують для визначення вірогідності впливу факторної ознаки на результативну?
5. Назвіть алгоритм розв'язку двофакторної дисперсійної моделі.
6. Яку статистичну характеристику визначає формула  $K = \frac{C_x}{C'_x}$ ?
7. Яка схема проведення трифакторного дисперсійного аналізу?
8. Як за допомогою дисперсійного аналізу можна визначити абсолютну зміну результативної ознаки під впливом факторних ознак та їх взаємодії?
9. Назвіть існуючі обмеження (недоліки) дисперсійного аналізу.
10. Сутність та завдання кореляційно-регресійного аналізу.
11. Прямолінійна та криволінійна регресія.
12. Як називається кореляційний зв'язок, при якому значення результативної ознаки змінюється в протилежному напрямі щодо факторної?
13. Коефіцієнти простої, множинної та часткової кореляції.
14. Обґрунтування моделей кореляційних зв'язків.
15. Як перевіряють вірогідність коефіцієнта кореляції?

## Завдання для практичних занять

### Завдання 7.1. Визначення кількісного впливу факторної ознаки на результативну дисперсійним методом аналізу

- Зміст завдання:**
1. Розрахувати однофакторний дисперсійний комплекс.
  2. Визначити загальну, факторну та залишкову дисперсії. Обчислити ступінь впливу врахованих та неврахованих факторів.
  3. За результатами розрахунків зробити висновки про ступінь впливу факторів на результативну ознаку, про вірогідність їх дії.

## Порядок виконання

Вибрати з додатку М результативну (продуктивність праці) та факторну (фондоозброєність) ознаки.

### 67. Вихідні та розрахункові дані однофакторного дисперсійного комплексу

| Показник                       |                |                |                | Сума ( $\Sigma$ ) |
|--------------------------------|----------------|----------------|----------------|-------------------|
|                                | A <sub>1</sub> | A <sub>2</sub> | A <sub>3</sub> |                   |
| V (...)                        |                |                |                |                   |
| $\Sigma V$                     |                |                |                |                   |
| $n_x$                          |                |                |                |                   |
| $(\Sigma V)^2$                 |                |                |                | ×                 |
| $h = \frac{(\Sigma V)^2}{n_x}$ |                |                |                |                   |
| $\Sigma V^2$                   |                |                |                |                   |

На підставі даних таблиці 67 визначити загальну ( $C_y$ ), факторну ( $C_x$ ) і залишкову ( $C_z$ ) дисперсії:

$$C_y = \Sigma V^2 - \frac{(\Sigma V)^2}{n_x}$$

$$C_x = \Sigma h - \frac{(\Sigma V)^2}{n_x}$$

$$C_z = \Sigma V^2 - \Sigma h$$

Ступінь впливу факторної ознаки на результативну розраховується співвідношенням:

$$\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y}$$

Ступінь впливу решти неврахованих факторів:

$$\eta_z^2 = \frac{C_z}{C_y}$$

Число ступенів вільності варіації складає:

$$\nu_x = l - 1$$

$$\nu_z = n - l$$

Дев'яти дорівнюють:

$$\sigma_x^2 = \frac{C_x}{v_x}$$

$$\sigma_z^2 = \frac{C_z}{v_z}$$

Критерій вірогідності:

$$F_p = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_z^2}$$

Отриманий критерій ( $F_p$ ) порівняти з табличним його значенням ( $F_T$ ) при порогах імовірності  $p=0,95$  та  $p=0,99$  (додатки I, K)

**Висновок:**

### **Завдання 7.2. Кореляційно–регресійний аналіз взаємозв'язку між факторною та результативною ознаками**

**Зміст завдання:** За даними про величину факторної та результативної ознак по сукупності підприємств:

- 1) визначити кореляційне рівняння зв'язку;
- 2) розрахувати параметри рівняння;
- 3) визначити показники тісноти зв'язку.

#### **Порядок виконання**

Вибрати з додатку М факторну (продуктивність праці) та результативну (оплата праці) ознаки.

68. Вихідні та розрахункові дані для обчислення рівняння зв'язку

| № підприємств | Факторна ознака | Результативна ознака | Розрахункові величини |      |       |         | Теоретичне значення результативної ознаки |
|---------------|-----------------|----------------------|-----------------------|------|-------|---------|-------------------------------------------|
|               | $x$             | $y$                  | $x^2$                 | $xy$ | $y^2$ | $a_1 x$ | $\bar{y}_x$                               |
| 1             |                 |                      |                       |      |       |         |                                           |
| 2             |                 |                      |                       |      |       |         |                                           |
| 3             |                 |                      |                       |      |       |         |                                           |
| ....          |                 |                      |                       |      |       |         |                                           |
| Всього        |                 |                      |                       |      |       |         |                                           |

Рівняння, що відображає зміну середньої величини результативної ознаки ( $y$ ) в залежності від факторної ( $x$ ), називається рівнянням регресії або рівнянням кореляційного зв'язку.

Якщо зв'язок між факторною та результативною ознакою близький до прямолінійного, рівняння регресії буде мати вигляд:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 x,$$

де  $\bar{y}_x$  – середнє теоретичне значення  $y$  при даному значенні  $x$ ;

$a_0, a_1$  - параметри рівняння.

Параметр  $a_1$  (коефіцієнт регресії) визначає середню зміну результативної ознаки  $y$  при зміні факторної ознаки  $x$  на одиницю її натурального виміру.

Параметри  $a_0$  та  $a_1$  визначаються на основі системи нормальних рівнянь за формулами:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy. \end{cases}$$

Звідки:

$$a_0 = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{n \sum x^2 - (\sum x)^2};$$

$$a_1 = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{n \sum x^2 - (\sum x)^2}.$$

Після знаходження параметрів рівняння регресії буде мати вигляд:

$$\bar{y}_x =$$

Ступінь тісноти зв'язку характеризується коефіцієнтом кореляції. Для його розрахунку використовують формулу:

$$r = \frac{n \sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{[n \sum x^2 - (\sum x)^2] [n \sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

Оцінка коефіцієнту кореляції відбувається за такими критеріями:

$r = 0$  - зв'язок відсутній;

$r = 0,1 - 0,3$  - зв'язок слабкий;

$r = 0,3 - 0,5$  - зв'язок помірний;

$r = 0,5 - 0,7$  - зв'язок суттєвий;

$r = 0,7 - 0,9$  - зв'язок тісний;

$r = \text{понад } 0,9$  - зв'язок дуже тісний;

$r = 1$  - зв'язок функціональний.

Коефіцієнт детермінації визначається як квадрат коефіцієнта кореляції:

$$r^2 =$$

Структурна формула середньої помилки коефіцієнта кореляції має вигляд:

$$S_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n}}$$

Критерій надійності коефіцієнта кореляції визначається за формулою:

$$t_r = \frac{|r|}{S_r}$$

Якщо критерій надійності  $t_r$  - перевищує величину 3, коефіцієнт кореляції не є випадковим і не спростовує наявності і суттєвості зв'язку.

## **Висновки:**

### **Завдання для самостійного виконання**

#### **Завдання 7.3. Визначення кількісного впливу факторних ознак на результативну дисперсійним методом аналізу**

**Зміст завдання:** За вищенаведеним прикладом розрахувати двофакторний дисперсійний комплекс, у якості факторних ознак взяти рівень механізації виробничих процесів та фондоозброєність, результативної – продуктивність праці (вихідна інформація наведена у додатку М).

#### **Завдання 7.4. Визначення кількісного впливу факторних ознак на результативну кореляційно-регресійним методом**

**Зміст завдання:** З додатку М самостійно обрати дві факторні та результативну ознаки. Обрати рівняння зв'язку між

досліджуваними ознаками та визначити вплив факторних ознак на результативну за допомогою кореляційно-регресійного аналізу.

### Програмований контроль знань (тести)

7.1. У чому полягає головне завдання дисперсійного аналізу?

- Статистичне вивчення варіації середньої величини ознаки.
- Визначення вибіркової дисперсії.

\* Статистичне виявлення впливу факторів, які зумовлюють мінливість ознаки.

- Обчислення факторної дисперсії.

7.2. Які відповіді виходять за межі завдань дисперсійного методу, коли він виконує не допоміжні, а самостійні функції в аналізі економічних явищ?

– Кількісне вимірювання сили впливу факторних ознак та їх сполучень на результативну ознаку.

– Визначення вірогідності впливу та його довірчих границь.

– Аналіз окремих середніх та статистична оцінка їх різниці.

\* Визначення вірогідності впливу факторних ознак, результати групувань.

7.3. Яка з наведених формул визначає ступінь впливу факторних ознак на результативну?

\*  $\eta^2 = C_x : C_y$ .

–  $\eta^2 = C_y : C_x$ .

–  $\eta^2 = C_z : C_y$ .

–  $\eta^2 = C_z : C_x$ .

7.4. Що означає наведене рівняння:  $C_x = C_A + C_B + C_C + C_{AB} + \dots + C_{ABC}$  ?

– Дисперсію дії факторів.

– Дисперсію дії поєднання факторів.

\* Дисперсію дії факторів та їх поєднань.

– Дисперсію результативної ознаки.

7.5. Які відповіді виходять за межі етапів дисперсійного аналізу?

– Обробка дисперсійного комплексу для одержання загальної, фактичної та залишкової дисперсій.

– Знаходження питомої ваги факторної і залишкової дисперсій у загальній дисперсії та їх коригування на число ступенів вільності.

– Оцінка вірогідності впливу факторів та їх поєднань

\* Оцінка вірогідності залишкової дисперсії.

7.6. Яка з наведених формул визначає величину загальної дисперсії ?

–  $C_x = C_y - C_z$ .

\*  $C_y = C_x + C_z$ .

–  $C_z = C_y - C_x$ .

–  $\eta_x^2 = C_x : C_y$ .

7.7. Яка з наведених формул виходить за межі обчислення дисперсій в одно факторному статистичному комплексі?

–  $C_y = \sum V^2 - \frac{(\sum V)^2}{n}$ .

–  $C_x = \sum h - \frac{(\sum V)^2}{n}$ .

–  $C_z = \sum V^2 - \sum h$ .

\*  $F = C_x : C_z$ .

7.8. Яку статистичну характеристику визначає формула  $K = \frac{C_x}{C'_x}$  ?

– Девіата .

– Коефіцієнт окремого визначення.

\* Поправочний коефіцієнт для розкладу сумарної дисперсії.

– Кінцева дисперсійна структура.

7.9. Яка з наведених формул визначає ступінь впливу неврахованих факторів на результативну ознаку?

–  $\eta^2 = C_x : C_y$ .

\*  $\eta^2 = C_z : C_y$ .

–  $\eta^2 = C_y : C_z$ .

–  $\eta^2 = C_y : C_x$ .

7.10. Що означає вираз  $\eta_{AB}^2 = C_{AB} : C_y = 16,6\%$  ?

– Ступінь впливу факторної ознаки на результативну.

– Ступінь впливу факторів та їх поєднань на результативну ознаку.

– Кількісну залежність результативної ознаки від двох факторів.

\* Ступінь впливу поєднань двох факторів на результативну ознаку.

7.11. За яким критерієм визначається вірогідність дії досліджуваних факторів у дисперсійному комплексі ?

- \* Критерій Фішера.
- Критерій Ст'юдента.
- Критерій Пірсона.
- Критерій Лапласа.

7.12. Як називають стандартні відношення дев'ять, які знаходять за математичними таблицями?

- $\chi^2$  – квадрат критерій.
- \* F- критерій.
- t- критерій.
- $\lambda$  – критерій.

7.13. Як у дисперсійному аналізі називається математична модель, в якій досліджується дія трьох факторів?

- Факторний дисперсійний комплекс.
- Багатофакторний дисперсійний комплекс.
- \* Трифакторний дисперсійний комплекс.
- Дисперсійна модель.

7.14. Чому дорівнює сума окремих ступенів вільності у двофакторному дисперсійному комплексі?

- Числу одиниць спостережень.
- Числу одиниць спостережень, зменшеному на одиницю.
- \* Числу ступенів вільності, зменшеному на дві одиниці.
- Числу ступенів вільності для загальної дисперсії.

7.15. В яких випадках вважається вірогідним досліджуваний вплив факторів на результативну ознаку?

- $F_T > F_p$ .
- \*  $F_T < F_p$ .
- $F_T = F_p$ .
- $F_T \neq F_p$ .

7.16. Які відповіді виходять за межі характеристики дисперсійного методу з боку виконуваних ним допоміжних функцій?

- Оцінка результатів групувань.
- Оцінка істотності коефіцієнт кореляції та різниці середніх.
- \* Оцінка характеру розподілу вибірки.
- Оцінка лінійної множинної регресії.

7.17. Який зв'язок називається кореляційним?

- Повний зв'язок між ознаками.
- Повний зв'язок між двома і більше ознаками.
- \* Неповний зв'язок між ознаками, який проявляється при спостереженні масових даних.

- Неповний зв'язок між ознаками, встановлений на підставі одиничного спостереження.

7.18. Яка з відповідей виходить за межі правильного визначення поняття «кореляція»?

- Зміна середньої величини однієї ознаки залежно від значення іншої.

- Залежність між випадковими величинами, яка не має функціонального характеру.

- Неповна залежність між ознаками.

- \* Визначення форми зв'язку.

7.19. Що являє собою поняття «регресія»?

- Тіснота зв'язку.

- Математичне очікування змінної величини, зумовлене зміною випадкової.

- \* Лінія, вид залежності середньої величини результативної ознаки від факторної.

- Вид пропорційної залежності двох змінних.

7.20. Пояснити поняття «стохастичний зв'язок».

- Вид кореляційного зв'язку

- Форма кореляційного зв'язку.

- Тип зв'язку між випадковими величинами.

- \* Зв'язок між випадковими величинами, при якому зміна однієї з них зумовлює зміну закону розподілу інших.

7.21. Дати визначення поняттю «форма кореляційного зв'язку».

- \* Тип аналітичної формули; яка відображує залежність між досліджуваними ознаками.

- Аналітичне рівняння зв'язку.

- Кутовий коефіцієнт у прямолінійному рівнянні зв'язку.

- Вид дослідження взаємозалежностей між ознаками.

7.22. Яка з відповідей виходить за межі визначення завдань кореляційного аналізу?

- \* Визначення ступеня відокремленого спільного впливу факторів на результативну ознаку.

- Оцінка параметрів нормально розподіленої генеральної сукупності (середніх, дисперсій, коефіцієнтів кореляції).

- Перевірка істотності оцінюваних параметрів.

- Виявлення структури взаємозалежності ознак.

7.23. Яка з відповідей виходить за межі визначення переваг

кореляційно-регресійного методу перед методом статистичних групувань?

- Елімінування випадкових коливань досліджуваних ознак.
- Можливість одночасного вивчення зв'язків між кількома

ознаками.

- Одержання показників тісноти зв'язку та оцінка параметрів генеральної сукупності за даними вибірки.

\* Раціональне й наочне викладення цифрових характеристик досліджуваних явищ.

7.23. Як називається кореляція, коли ознака розглядається як результат дії двох і більше факторів?

- Прямолінійною.
- Криволінійною.
- Простою.

\* Множинною.

7.24. Як називається кореляційний зв'язок, при якому значення результативної ознаки змінюється в протилежному напрямі щодо факторної?

- Криволінійний.
- \* Обернений.
- Прямий.
- Прямолінійний.

7.25. Які з перелічених етапів роботи не стосуються кореляційного аналізу?

- Математично-економічне моделювання.
- Знаходження параметрів кореляційного рівняння.
- \* Визначення кореляції атрибутивних ознак.
- Оцінка й аналіз одержаних результатів.

7.26. Який можна зробити висновок про характер кореляційного зв'язку, якщо величина одержаного коефіцієнта кореляції становить -0,816?

- Зв'язок прямий.
- \* Зв'язок обернений.
- Зв'язок криволінійний.
- Зв'язок прямолінійний.

7.27. Яка схема рішення вважається більш прийнятною, якщо обчислювальні операції кореляційного аналізу виконуються за допомогою засобів малої механізації?

- Алгоритми Таусса.

- Метод послідовних наближень Зейделя.
- Правило Сарруса.
- \* Схема Чебишева поліномах Дулітля.

7.28. Дати визначення показника коефіцієнта кореляції.

- Вимірник тісноти зв'язку при простій кореляційній залежності.
- Параметр рівняння регресії.
- Вимірник тісноти кореляційного зв'язку.
- \* Вимірник тісноти зв'язку при простій прямолінійній

залежності.

7.29. Яка статистична характеристика визначається за формулою

$$r = (\overline{yx} - \bar{y} \cdot \bar{x}) : \sigma_y \sigma_x ?$$

- Індекс кореляції.
- \* Коефіцієнт кореляції.
- Частковий коефіцієнт кореляції.
- Кореляційне відношення.

7.30. В яких випадках можна одержати коефіцієнт кореляції з від'ємним знаком?

- При множинному лінійному кореляційному зв'язку.
- При множинному криволінійному кореляційному зв'язку.
- \* При парному лінійному зв'язку.
- При парному криволінійному зв'язку.

7.31. Яка з наведених формул використовується для визначення коефіцієнта множинної кореляції?

- \*  $\sqrt{\sigma_x^2 : \sigma_x^2}$ .
- $\sqrt{\sigma_{yx}^2 : \sigma_y^2}$ .
- $\sqrt{1 - \frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2}}$ .
- $\sigma_{yx} : \sigma_y$

7.32. Що характеризує числове значення коефіцієнта множинної детермінації 0,858?

\* Варіація результативної ознаки на 85,8 % зумовлена варіацією досліджуваних факторів.

- На невраховані фактори припадає 85,8 % питомої ваги впливу на зміну результативної ознаки.

1. Варіація результативної ознаки на 85,8 % зумовлена варіацією всіх можливих факторів.

- Не інтерпретується.

7.33. За якою формулою перевіряється істотність коефіцієнта множинної кореляції?

-  $(r\sqrt{n-2}):(\sqrt{1-r^2})$ .

\*  $R:S_R$ .

-  $(1-R^2):(\sqrt{n-1})$ .

-  $(1-r^2)(n-p)$ .

7.34. В яких випадках вважається істотним коефіцієнт кореляції?

-  $t_T > t_p$ .

-  $t_p > t_T$ .

-  $t_T = t_p$ .

\*  $t_p \geq t_T$ .

7.35. Що характеризує частковий коефіцієнт кореляції у випадку дослідження впливу двох факторних ознак?

- Тісноту лінійного зв'язку між результативною і даною факторною ознакою.

- Тісноту лінійного зв'язку між двома факторними ознаками.

- Тісноту зв'язку між результативною і факторною ознакою.

\* Тісноту лінійного зв'язку результативної ознаки з однією із факторних при виключенні дії іншої факторної ознаки.

7.36. Яка з перелічених відповідей виходить за межі вимог до побудови кореляційно-регресійних моделей аграрно-економічних явищ?

- Фактори-аргументи повинні відображувати об'єктивні особливості сільськогосподарських підприємств.

- Залежна і жодна з незалежних змінних не повинні перебувати у функціональній залежності від іншої або їх групи.

- Кількість включених у модель факторів повинна бути не дуже великою.

\* Величина коефіцієнта кореляції між включеними у модель факторами не повинна перевищувати 0,9.

7.37. Які з перелічених статистичних характеристик не стосуються непараметричних критеріїв кореляційних зв'язків?

\* Коефіцієнт кореляції.

- Коефіцієнт кореляції рангів.

- Коефіцієнт асоціації.

- Критерій знаків.

## МОДУЛЬ IV

### Т Е М А 8. АНАЛІЗ ІНТЕНСИВНОСТІ ДИНАМІКИ

#### 8.1. Статистичні ряди динаміки, їх види та основні правила побудови

Явища суспільного життя знаходяться в постійних змінах і розвитку як у просторі, так і у часі. Одне з основних завдань статистики полягає в дослідженні процесів змін і розвитку явищ у часі, тобто вивчення процесу їх розвитку. Числові дані, які характеризують такі процеси і явища, утворюють ряди динамік (інколи їх називають динамічними, хронологічними або часовими рядами).

**Рядом динаміки** у статистиці називається ряд чисел, який характеризує зміну величини суспільного явища у часі. Це ряд послідовно розташованих у хронологічному порядку значень показника, який у своїх змінах відображує хід розвитку досліджуваного явища.

Кожний ряд динаміки складається з двох елементів: 1) **ряду рівнів**, які характеризують величину явища, його розмір; 2) **ряду періодів** або моментів часу, до яких належать рівні ряду. Обидва елементи називаються членами ряду динаміки.

Прикладом ряду динаміки можуть бути дані, наведені в таблиці 69.

#### 69. Виробництво продукції підприємством

| Рік                    | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 |
|------------------------|------|------|------|------|------|------|
| Виробництво, тис. грн. | 1800 | 2100 | 2400 | 2200 | 2300 | 2350 |

Залежно від реєстрації фактів ряди динаміки бувають дискретними і неперервними.

**Дискретні ряди** містять дані, одержані через певні проміжки часу (місяць, квартал, рік і т.д.). Слід розглядати три види дискретних рядів динаміки: моментні, інтервальні (періодичні) і ряди середніх.

*Моментні ряди* динаміки - це ряди статистичних величин, які характеризують розміри досліджуваного явища на певний момент часу ( на початок місяця, кварталу, року і т.д.). До таких показників відносяться чисельність працюючих, парк автомобілів, поголів'я худоби та інші. Характер цих показників такий, що їх величини можна визначити лише на той чи інший момент часу.

*Інтервальні ряди* динаміки характеризують розміри досліджуваного явища за певні проміжки – інтервали (періоди) часу, тобто характеризують процеси за той чи інший період часу (добу, місяць, рік і т.д. . До таких показників відносяться обсяг виробленої продукції, фонд заробітної плати та інші.

*Ряди середніх* характеризують зміну середніх рівнів досліджуваного явища у часі (наприклад, місячний рівень заробітної плати, денна продуктивність праці та ін.).

**Неперервні ряди** динаміки одержують у випадках, коли відбувається неперервний запис змін явища за допомогою відповідних приладів (механічних, електричних, електронних). Методика статистичного аналізу рядів динаміки базується на передбаченні неперервності досліджуваних процесів. Але перешкодою тут є обчислювальні труднощі, і тому неперервні ряди дискретизують, і результати аналізу виводять на підставі дискретних (перервних) послідовностей.

Залежно від виду узагальнених показників ряди динаміки можуть бути представлені абсолютними, відносними і середніми величинами. До перших відносяться показники земельних площ, валової продукції, виробництва автомобілів та ін., до других – питома вага площі окремих культур у загальній площі посіву, коефіцієнти зростання (наприклад, цін), показники виконання планових завдань тощо; до третіх – собівартість одиниці продукції, продуктивність тварин , заробітна плата одного працівника та ін.

Різний характер моментних і інтервальних показників зумовлює певні особливості відповідних рядів динаміки. Так, рівень інтервального ряду залежить від тривалості періоду часу, який він характеризує. Величина інтервального рівня тим більша, чим більша тривалість періоду. Рівні моментних рядів динаміки не залежать від проміжку часу між датами. Підсумок рівнів інтервального ряду дає результат за більш тривалий період часу. Так, від декадних рівнів можна перейти до щомісячних, від щомісячних – до квартальних, від останніх – до річних і т. д. Іноді шляхом послідовного додавання

рівнів інтервального ряду одержують нагромаджувальні підсумки за певний період (наприклад, нараховано заробітної плати, відпрацьовано людино-годин, оброблено площі тощо). Підсумовування рівнів моментального ряду динаміки само по собі не має змісту, адже одержані величини не мають економічного значення.

Ряди динаміки дають матеріал для аналізу розвитку соціально-економічних явищ і процесів. Приклади їх використання можна знайти в різних сферах економічної роботи. Значення рядів динаміки зростає якщо вони ведуться неперервно на протязі довгого часу. Дослідження такого ряду дає можливість вивчати процес розвитку явищ, виявити основні тенденції і закономірності цього розвитку.

Статистичні дані, що входять до складу рядів динаміки повинні бути порівняними між собою. Використання їх в аналізі передбачає попередню ретельну перевірку і перерахунки. Слід підкреслити, що побудова ряду динаміки передбачає дотримання певних вимог. Розглянемо їх.

Усі показники ряду динаміки повинні бути вірогідними, точними, науково обґрунтованими. Якщо в ряду показників є хоча б один не правильно обчислений, то порівняння з ним призведе до помилкових висновків.

Показники ряду динаміки повинні бути порівнянні за змістом, тобто вони повинні обчислюватися за єдиною методологією (наприклад, виробництво валової продукції подається в єдиних порівнянних цінах).

Порівнянність за територією, до якої належать показники ряду динаміки. Така вимога враховується у випадках, коли протягом періоду, яким охоплено ряд динаміки, відбувалися зміни меж району, області і т.д. Наприклад, у 2004 році до території адміністративного району була приєднана частина земель сусіднього району. В такому випадку при побудові ряду динаміки певного явища за попередні роки робиться поправка на приєднану територію.

Порівнянність у часі. За цією умовою (вимоги) показники ряду динаміки повинні бути обчислені в однакові періоди часу або на одну й ту ж саму дату. Якщо дана вимога не витримується, здійснюють відповідні перерахунки. Наприклад, не можна будувати ряд динаміки за 1996–2006 рр., якщо є інформація за 1996–2005 рр. про валове виробництво м'яса за рік, а в 2006 р. – за 10 місяців. У даному випадку беруть дані кожного року за 10 місяців, або будують ряд після завершення 2006 року.

Порівнянність рядів динаміки за колом охоплюваних ними об'єктів (наприклад, фермерських господарств). Так, якщо до 2002 року у складі району налічувалося 300 фермерських господарств, потім приєдналося ще 116 господарств, то при побудові ряду динаміки за 2002-2005 рр., необхідно всі показники обирати, виходячи із складу фермерських господарств до 2002 року, тобто по 300 господарствах.

Крім зазначених вище вимог, без урахування яких неможливо побудувати ряд динаміки, необхідно дотримуватися одних і тих самих одиниць виміру. Не можна також, в одному ряду динаміки поєднувати періоди і моменти часу. Наприклад, середньорічну чисельність працівників на підприємстві не можна порівнювати з їх чисельністю на початок місяця, року і т.д. За своєю сутністю всі вимоги зводяться до однієї: показники ряду динаміки повинні бути порівнянними між собою в усіх відношеннях.

## 8.2. Аналітичні показники рядів динаміки

При аналізі рядів динаміки користуються рядом статистичних показників, які визначають характер, напрямок і інтенсивність кількісних змін явищ. До таких показників відносяться: рівень ряду, середній рівень, абсолютний приріст, коефіцієнт (темп) зростання, темп приросту, абсолютне значення одного проценту приросту.

**Рівнем ряду** є кожен член ряду динаміки. Перший показник ряду називається початковим рівнем, останній – кінцевим рівнем. Часто виникає потреба у визначенні середнього рівня динаміки. При цьому для інтервального ряду і рядів середніх величин середній рівень розраховується як середня арифметична проста з окремих рівнів:  $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$ .

Дещо інакше розраховується середній рівень моментного ряду динаміки. При його обчисленні виходять з розгляду найпростішого випадку, коли є дані на початок і кінець будь-якого періоду. Середній рівень у такому випадку визначають як середню арифметичну просту з цих двох показників. У моментних рядах кожен рівень можна розглядати як показник, що відноситься одночасно до початку одного і закінчення іншого періоду. Розглянемо приклад з моментним рядом динаміки про чисельність працюючих на підприємстві на 1 січня.

70. Ряд динаміки чисельності працівників підприємства  
(станом на 1 січня)

|             |      |      |      |      |      |
|-------------|------|------|------|------|------|
| Роки        | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 |
| Чисельність | 789  | 811  | 837  | 860  | 901  |

За наведеними вихідними даними середньорічна чисельність працюючих становить, осіб:

$$\text{у 2000 р.: } \frac{789 + 811}{2} = 800;$$

$$\text{у 2001р. : } \frac{811 + 837}{2} = 824;$$

$$\text{у 2002 р. : } \frac{837 + 860}{2} = 848.$$

Для кількох років середній рівень визначають за середньорічними як середню арифметична з них. Для нашого прикладу середня чисельність за 3 роки становила:

$$\frac{800 + 824 + 848}{3} = 824 \text{ (осіб) ,}$$

або підставивши безпосередньо рівні моментного ряду, одержимо:

$$\frac{\frac{789 + 811}{2} + \frac{811 + 837}{2} + \frac{837 + 860}{2}}{3} = \frac{\frac{789}{2} + 811 + \frac{837}{2} + \frac{860}{2}}{3} = 824 \text{ (осіб).}$$

Як бачимо, для розрахунку середньої чисельності за три роки використовується чотири рівні моментного ряду, з яких перший і останній беруться в напівсумі.

Отже, у загальному вигляді розрахунок середнього рівня для моментного ряду, який має  $n$  рівнів можна виразити формулою:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 + y_3 + \dots + \frac{y_n}{2}}{n-1} \quad \text{або} \quad \bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_n}{2} + \sum_{i=2}^{n-1} y_i}{n-1}.$$

Одержана середня відома в статистиці як середня хронологічна.

Слід відзначити, що застосована формула буде вважатися правомірною у випадках, коли ряди мають рівні проміжки часу між датами (моментами) до яких відносяться рівні ряду. Якщо інтервали між датами неоднакові, середню хронологічну розраховують як середню арифметичну зважену, прийнявши за вагу відрізки часу між датами.

Середній рівень ряду динаміки дає узагальнюючу характеристику окремих рівнів ряду, які варіюють навколо нього. Визначають варіацію за допомогою вже відомих статистичних

характеристик – середнього квадратичного відхилення ( $\sigma$ ) і коефіцієнта варіації ( $\nu$ ):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (y_i - \bar{y})^2}{n}}; \quad \nu = \frac{\sigma}{\bar{y}} \times 100.$$

Коефіцієнт варіації використовується в аналізі рядів динаміки як відносний показник, що характеризує варіацію у кількох рядах.

Середній рівень ряду і зазначені вище показники варіації дають узагальнюючі характеристики рядам динаміки, але не дозволяють визначити напрямок і розмір змін рівнів ряду в часі. Таке завдання вирішується за допомогою аналітичних показників ряду динаміки: абсолютного приросту, коефіцієнту (темпу) зростання, темпу приросту, абсолютного значення 1% приросту.

**Абсолютний приріст (А)** – це абсолютна величина розміру змін досліджуваного явища, характеризується вона різницею між двома рівнями ряду динаміки. Абсолютні прирости можуть бути *базисними і ланцюговими*. *Базисні* визначають як різницю всіх рівнів ряду до одного, прийнятого за базу порівняння. *Ланцюгові* абсолютні прирости одержують як різницю наступного і попереднього рівнів. Величина абсолютного приросту показує на скільки одиниць рівень одного періоду більше або менше будь-якого іншого (як правило, попереднього) періоду, а отже він може мати знак “+” чи “-“. При базисному способі обчислення абсолютних приростів (А) рівнів ряду динаміки (У) маємо:  $A_1 = Y_1 - Y_0$ ;  $A_2 = Y_2 - Y_0$ ;  $A_n = Y_n - Y_0$ . При ланцюговому способі обчислення:  $A_1 = Y_1 - Y_0$ ;  $A_2 = Y_2 - Y_1$ ;  $A_n = Y_n - Y_{n-1}$ .

**Коефіцієнт зростання (К)** – це відношення наступного рівня до базисного або попереднього. Він показує, у скільки разів рівень даного періоду більше або менше будь-якого рівня, прийнятого за базу порівняння. Коефіцієнт зростання, виражений у відсотках, називають **темпом зростання**. Залежно від мети дослідження за базу порівняння може прийматися постійний для всіх рівнів ряду або кожний той, що передуює йому. Розглянемо схематично розрахунок базисних (а) і ланцюгових (б) коефіцієнтів зростання:

$$\text{а) } K_1 = \frac{Y_1}{Y_0}; K_2 = \frac{Y_2}{Y_0}; K_n = \frac{Y_n}{Y_0};$$

$$\text{б) } K_1 = \frac{Y_1}{Y_0}; K_2 = \frac{Y_2}{Y_1}; K_n = \frac{Y_n}{Y_{n-1}}.$$

**Темп приросту (Т)** – це відношення абсолютного приросту до попереднього або початкового (базисного) рівня, виражене у відсотках:  $T_1 = \frac{A_1}{Y_0}100$ ;  $T_2 = \frac{A_2}{Y_1}100$ ;  $T_n = \frac{A_n}{Y_{n-1}}100$ .

Якщо база порівняння постійна, наведені формули мають вигляд:

$$T_1 = \frac{A_1}{Y_0}100; T_2 = \frac{A_2}{Y_1}100; T_n = \frac{A_n}{Y_0}100.$$

Коефіцієнти зростання і темпи приросту знаходяться у такому співвідношенні:  $T_n = K_n \times 100 - 100$ ;  $K_n = \frac{T_n + 100}{100}$ .

**Абсолютне значення 1% приросту** являє собою частку від ділення абсолютного приросту на відповідний показник темпу приросту:  $n_1 = \frac{A_1}{T_1}$ ;  $n_2 = \frac{A_2}{T_2}$ ;  $n_n = \frac{A_n}{T_n}$ .

Дана величина являє собою соту частину попереднього рівня.

Розрахунок розглянутих вище аналітичних показників базисним способом схематично наведено у таблиці 71.

71. Розрахунок аналітичних показників ряду динаміки

| Показники ряду                 | Символи                            | Роки |       |       |       |       |
|--------------------------------|------------------------------------|------|-------|-------|-------|-------|
|                                |                                    | 2000 | 2001  | 2002  | 2003  | 2004  |
| Рівень                         | y                                  | 789  | 811   | 837   | 800   | 860   |
| Абсолютний приріст             | $A_1 = y_1 - y_0$                  | -    | 22    | 26    | -37   | 60    |
| Коефіцієнт зростання           | $K_1 = \frac{Y_1}{Y_0}$            | -    | 1,028 | 1,032 | 0,056 | 1,075 |
| Темп приросту                  | $T_1 = \frac{A_1}{Y_0} \times 100$ | -    | 2,8   | 3,2   | -4,4  | 7,5   |
| Абсолютне значення 1% приросту | $n_1 = \frac{A_1}{T_1}$            | -    | 7,9   | 8,1   | 8,4   | 8,0   |

Для наведення аналітичних показників ряду динаміки в свою чергу можна розраховувати узагальнюючі показники у вигляді середніх величин. Так, за даними абсолютних приростів розраховують **середній річний абсолютний приріст**, як середню арифметичну просту:

$$\bar{A} = \frac{A_1 + A_2 + \dots + A_n}{n}.$$

Із індивідуальних коефіцієнтів зростання, розрахованих за ланцюговим способом, середній коефіцієнт зростання обчислюють за формулою середньої геометричної, тобто  $\bar{K} = \sqrt[n]{K_1 \times K_2 \times \dots \times K_n}$ .

Середній коефіцієнт зростання можна розрахувати і за рівнями ряду динаміки:  $\bar{K} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_0}}$ , тобто за крайніми членами ряду динаміки. Із природи наведеної формули видно, що при однакових крайніх рівнях динаміки, але з різним характером змін у ньому можна одержати один і той же середній коефіцієнт зростання. Тому, якщо аналізують довгі і неоднакові за характером змін періоди, їх обов'язково дроблять на частини, для яких розрахунок середніх матиме зміст.

### Рекомендована література

1. Бугуцький О.А., Опря А.Т., Дорогань Л.О. Статистика: Навчальний посібник. - К.: Комплекс "Віта", 1999. – 419 с.
2. Єріна А.М., Пальян З.О. Теорія статистики. Практикум. - К.: Знання, 2002. – 344 с.
3. Лугіна О.Є., Білоусова С.В. Статистика: Підручник. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 580 с.
4. Опря А.Т. Статистика (з програмованою формою контролю знань). - К.: Урожай, 1996. - 448с.
5. Опря А.Т. Статистика. - К.: Центр навчальної літератури, 2005 - 469 с.
6. Уманець Т.В., Пігарєв Ю.Б. Статистика: Навч. посіб. – К.: Вікар, 2003. – 623 с.

### Питання для самоконтролю

1. Поняття динаміки, рідів динаміки.
2. Що є рівнем ряду динаміки?
3. Види рядів динаміки та їх особливості.
4. Дайте визначення інтервального ряду динаміки. Наведіть приклад.
5. Дайте визначення моментного ряду динаміки. Наведіть приклад.
6. Умови співставності рядів динаміки.
7. Способи обчислення аналітичних показників ряду динаміки.
8. Абсолютний приріст: значення, методика визначення.

9. Коефіцієнт зростання: значення, методика визначення.
10. Темп приросту: значення, методика визначення.
11. Абсолютне значення 1% приросту: значення, методика визначення.
12. Особливості визначення середнього рівня показника в інтервальних і моментних рядах динаміки

## Завдання для практичних занять

### Завдання 8.1. Обчислення показників ряду динаміки

**Зміст завдання:** за даними про середньорічну чисельність працівників підприємства за 5 років визначити аналітичні показники ряду динаміки: базисні, ланцюгові та середні.

### Порядок виконання

*Аналітичні показники ряду динаміки:*

1. Абсолютний приріст – це різниця між двома рівнями ряду:

базисний  $A = Y_n - Y_0,$

ланцюговий  $A = Y_n - Y_{n-1},$

де  $Y_0$  - рівень бази порівняння;  
 $Y_n$  - рівень, який порівнюють;  
 $Y_{n-1}$  - попередній рівень.

2. Коефіцієнт зростання – це відношення двох рівнів ряду:

базисний  $K = \frac{Y_n}{Y_0},$

ланцюговий  $K = \frac{Y_n}{Y_{n-1}}$

3. Темп зростання - це процентне відношення двох рівнів ряду:

базисний  $T_{зр.} = \frac{Y_n}{Y_0} \times 100 = K^{\sigma} \times 100,$

ланцюговий  $T_{зр.} = \frac{Y_n}{Y_{n-1}} \times 100 = K^{\pi} \times 100$

4. Темп приросту розраховують як відношення абсолютного приросту до базисного (попереднього) рівня або як різницю між відповідним темпом зростання і 100:

$$\text{базисний} \quad T_{np.} = \frac{A^{\bar{}}}{Y_0} \times 100 = T_{зр.}^{\bar{}} - 100,$$

$$\text{ланцюговий} \quad T_{np.} = \frac{A^{\cdot}}{Y_{n-1}} \times 100 = T_{зр.}^{\cdot} - 100.$$

5. Абсолютне значення одного проценту приросту розраховують лише ланцюговим способом діленням абсолютного приросту на темп приросту:  $n = \frac{A_n}{T_n} = \frac{Y_{n-1}}{100}$ .

## 72. Розрахунок аналітичних показників ряду динаміки

| Показники ряду                                               | Символи                                     | Роки |      |      |      |      |
|--------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|------|------|------|------|------|
|                                                              |                                             | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 | 2005 |
| Рівень ряду<br>(середньорічна чисельність працівників, осіб) | $Y$                                         | 350  | 420  | 425  | 400  | 390  |
| Абсолютний приріст:                                          |                                             |      |      |      |      |      |
| базисний                                                     | $A^{\bar{}} = Y_n - Y_0$                    | ×    |      |      |      |      |
| ланцюговий                                                   | $A^{\cdot} = Y_n - Y_{n-1}$                 | ×    |      |      |      |      |
| Коефіцієнт зростання:                                        |                                             |      |      |      |      |      |
| базисний                                                     | $K^{\bar{}} = \frac{Y_n}{Y_0}$              | ×    |      |      |      |      |
| ланцюговий                                                   | $K^{\cdot} = \frac{Y_n}{Y_{n-1}}$           | ×    |      |      |      |      |
| Темп зростання:                                              |                                             |      |      |      |      |      |
| базисний                                                     | $T_{зр.}^{\bar{}} = K^{\bar{}} \times 100$  | ×    |      |      |      |      |
| ланцюговий                                                   | $T_{зр.}^{\cdot} = K^{\cdot} \times 100$    | ×    |      |      |      |      |
| Темп приросту:                                               |                                             |      |      |      |      |      |
| базисний                                                     | $T_{np.}^{\bar{}} = T_{зр.}^{\bar{}} - 100$ | ×    |      |      |      |      |
| ланцюговий                                                   | $T_{np.}^{\cdot} = T_{зр.}^{\cdot} - 100$   | ×    |      |      |      |      |
| Абсолютне значення одного проценту приросту                  | $n = \frac{Y_{n-1}}{100}$                   | ×    |      |      |      |      |

За даними таблиці проводиться розрахунок середніх значень

аналітичних показників ряду динаміки за наступними формулами:

1. Середній рівень інтервального ряду визначається за формулою середньої арифметичної простої з рівнів ряду:

$$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}.$$

2. Середній абсолютний приріст розраховується за формулою середньої арифметичної простої з ланцюгових прирістів:

$$\bar{A} = \frac{\sum A^{\text{л}}}{n}.$$

3. Середній коефіцієнт зростання визначається за формулою середньої геометричною з ланцюгових коефіцієнтів зростання:

$$\bar{K} = \sqrt[n]{K_1^{\text{л}} \times K_2^{\text{л}} \times \dots \times K_n^{\text{л}}}.$$

4. Середній темп зростання дорівнює:

$$\bar{T}_{\text{зр.}} = \bar{K} \times 100.$$

5. Середній темп приросту:

$$\bar{T}_{\text{пр.}} = \bar{T}_{\text{зр.}} - 100.$$

**Висновки:**

### **Завдання для самостійного виконання**

**Завдання 8.2. Обчислення середнього рівня моментного ряду у випадку, коли даних не достатньо**

**Зміст завдання:** Є дані про заборгованість підприємства за кредитами банку:

на 01.01.2006 р. – 200 тис. грн..;

на 01.10.2006 р. – 220 тис. грн..;

на 01.01.2007 р. – 100 тис. грн..

Визначити, якою була середня заборгованість підприємства за кредитами за 2006 рік.

### **Порядок виконання**

Маємо моментний ряд динаміки з нерівними інтервалами між наданими моментами часу. В даному випадку використовуємо формулу середньої модифікованої:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i \times t_i}{\sum t_i},$$

де  $y_i$  – середній рівень між двома сусідніми моментами часу;  
 $t_i$  – тривалість часу між двома сусідніми моментами часу.

### Програмований контроль знань (тести)

8.1. Яка з відповідей виходить за межі вимог до побудови рядів динаміки?

- Вірогідність, точність, наукова обґрунтованість.
- Порівнянність за змістом.
- Порівнянність за територією.
- \* Порівнянність моментних і періодичних рядів.

8.2. Яка з відповідей виходить за межі дискретних рядів динаміки?

- Моментні ряди.
- \* Інтервальні ряди.
- Неперервні ряди.
- Ряди середніх.

8.3. До яких рядів динаміки належать показники, одержані через певні проміжки часу?

- Моментні.
- Інтервальні.
- \* Дискретні.
- Неперервні.

8.4. До яких рядів динаміки належать показники, що характеризують розміри явищ за певні проміжки часу?

- Дискретні.
- Моментні.
- \* Інтервальні.
- Ряди середніх.

8.5. До якого виду динаміки належать показники поголів'я худоби на початок кожного місяця року?

- \* Моментні.
- Інтервальні.
- Ряди середніх.
- Неперервні.

8.6. З яким видом середньої розраховують середньорічну

кількість худоби, якщо відома її чисельність на початок кожного місяця року?

- Арифметична.
- \* Хронологічна.
- Гармонійна.
- Геометрична.

8.7. За яким видом середньої визначають середньорічний рівень виробництва продукції, якщо відомі щорічні обсяги її виробництва за 6 років?

- \* Арифметична.
- Хронологічна.
- Гармонійна.
- Геометрична.

8.8. За допомогою яких статистичних характеристик визначають варіацію рядів динаміки навколо середньої?

- Розмах варіації.
- Середнє лінійне відхилення.
- \* Середнє квадратичне відхилення і коефіцієнт варіації.
- Дисперсія і коефіцієнт осциляції.

8.9. Який аналітичний показник ряду динаміки характеризує абсолютну величину розміру змін явища?

- Коефіцієнт зростання.
- Темп приросту.
- Абсолютне значення 1% приросту.
- \* Абсолютний приріст.

8.10. За яким видом середніх розраховують середній коефіцієнт зростання?

- Арифметична.
- \* Геометрична.
- Квадратична.
- Хронологічна.

8.11. Яка кількісна статистична характеристика ряду динаміки визначає тенденцію розвитку явища?

- Автоковаріація.
- Автокореляція.
- \* Тренд.
- Регресія.

## ТЕМА 9. АНАЛІЗ ТЕНДЕНЦІЙ РОЗВИТКУ ТА КОЛИВАНЬ

### 9.1. Прийоми аналізу рядів динаміки

Ряди динаміки, рівні яких впродовж тривалого часу не змінюються зустрічаються досить рідко. Як правило, рівні ряду з часом змінюються, коливаються. Ці коливання для різних явищ неоднакові і можуть бути зумовлені різними причинами. Серед них: випадкові причини, вплив сезонності, дія будь-яких визначальних факторів.

Маючи справу з показниками ряду динаміки, дослідник завжди намагається виявити головну закономірність розвитку явища в окремі проміжки часу, тобто виявити головну тенденцію в зміні рівнів ряду, звільнену від дії різних випадкових факторів. З цією метою ряди динаміки піддають певній статистичній обробці. Остання може бути елементарно простою і більш складною, із застосуванням математичних методів. Завдання щодо їх використання зводиться до одного: елімінування дії випадкових, другорядних причин, а також встановлення характеру дії основних причин, які визначають динаміку досліджуваних явищ. На цій основі можна передбачити динаміку явищ і в майбутньому, що має аналітичне і практичне значення щодо управління процесами виробництва.

Мета інших прийомів (методів) аналізу рівнів динаміки зводиться до побудови математичних функцій динаміки на підставі ізольованих (дискретних) емпіричних спостережень. Їх називають **методами вирівнювання статистичних рядів**. Така функція динаміки і відповідні їм згладжені криві динаміки дають значно більш узагальнююче і наочне уявлення про досліджувану сукупність чи спостережуване явище, ніж звичний матеріал у вигляді статистичних рядів розподілу. Математичні функції дають змогу глибше вивчити фактори, які впливають на формування статистичної сукупності або на динаміку явища у часі.

**Змикання рядів динаміки.** Цей прийом обробки рядів динаміки застосовують у випадках, коли досліджувані рівні за одні роки неспівставні з рівнями за інші роки. Неспівставність може бути зумовлена різними причинами: територіальними змінами реорганізаційними факторами переходом до інших одиниць виміру і

т.д. у таких випадках здійснюють перерахунок рівнів ряду. Наприклад, є дані про середньорічні надої молочного стада корів в господарствах району, територія якого була зменшена в 2004 році (табл. 73).

### 73. Зведення рядів динаміки до однієї бази порівняння

| Роки | Середній надій на корову |                           | 2000 р. – 100 %        |                           | Зімкнений ряд динаміки, % |
|------|--------------------------|---------------------------|------------------------|---------------------------|---------------------------|
|      | до територіальних змін   | після територіальних змін | до територіальних змін | після територіальних змін |                           |
| 2000 | 3100                     |                           | 79,5                   |                           | 79,5                      |
| 2001 | 3600                     |                           | 92,3                   |                           | 92,3                      |
| 2002 | 3900                     | 4200                      | 100,0                  | 100,0                     | 100,0                     |
| 2003 |                          | 4400                      |                        | 104,8                     | 104,8                     |
| 2004 |                          | 4600                      |                        | 109,5                     | 109,5                     |

Оскільки границі адміністративного району у 2002 році змінилися, дані за 2000-2002 рр. виявилися неспівставними з даними за 2002-2004 рр. Щоб побудувати ряд динаміки зівставних показників, приймають за базу порівняння рівень 2000 року, для якого є дані у старих і нових межах району. В результаті одержують ряди відносних величин з однаковою базою порівняння, які можна замінити одним зімкненим рядом динаміки. За даними такого ряду розраховують коефіцієнти (темпи) зростання по відношенню до будь – якого року. Так, середній надій у 2004 році по відношенню до 2000 року збільшився на 37,7 % ( $109,5 : 79,5 = 1,377$ ).

**Прийоми виявлення загальної тенденції.** Найважливішим завданням аналізу ряду динаміки є виявлення закономірності розвитку явища виявлення загальної тенденції динаміки, а також її характеру, типу .

*Під загальною тенденцією динаміки* розуміють тенденцію до зростання, стабільності чи зниження рівня певного явища, а *під характером (типом) динаміки* розуміють ту чи іншу тенденцію зміни аналітичних показників динаміки: абсолютного приросту, коефіцієнта (темпу) зростання або темпу проросту.

Як приклад, розглянемо показники динаміки врожайності окремих культур у сільськогосподарському підприємстві за 6 років (табл. 74).

#### 74. Динаміка врожайності сільськогосподарських культур у сільськогосподарському підприємстві

| Роки | Картопля               |         |     | Цукровий буряк         |         |    | Ячмінь ярий            |         |    |
|------|------------------------|---------|-----|------------------------|---------|----|------------------------|---------|----|
|      | урожай-<br>ність, ц/га | приріст |     | урожай-<br>ність, ц/га | приріст |    | урожай-<br>ність, ц/га | приріст |    |
|      |                        | ц*      | %** |                        | ц       | %  |                        | ц       | %  |
| 1999 | 102                    | -       | -   | 192                    | -       | -  | 13,6                   | -       | -  |
| 2000 | 120                    | 18      | 12  | 228                    | 36      | 12 | 15,0                   | 1,4     | 10 |
| 2001 | 140                    | 20      | 12  | 269                    | 41      | 12 | 17,0                   | 2,0     | 13 |
| 2002 | 160                    | 20      | 11  | 312                    | 43      | 12 | 19,6                   | 2,6     | 15 |
| 2003 | 178                    | 18      | 9   | 359                    | 47      | 11 | 25,3                   | 5,7     | 29 |
| 2004 | 197                    | 19      | 8   | 411                    | 52      | 11 | 31,0                   | 5,7     | 22 |

Тут і далі: \* абсолютний приріст; \*\*темп приросту.

Наведені дані свідчать про загальну тенденцію зростання врожайності всіх трьох видів сільськогосподарських культур. Але характер такого зростання неоднаковий. Так, абсолютні прирости врожайності картоплі відносно стабільні, а щодо темпів приросту, то тут спостерігається тенденція до деякого зниження. Інший характер динаміки мають показники врожайності цукрових буряків: абсолютні прирости тут щорічно збільшуються, тоді як темпи приросту стабілізуються на рівні 11-12%. Урожайність ярого ячменю зростає прискорено, як в абсолютному так і у відносному виразі.

Таким чином, за даними наведеного прикладу переконуємося, що зростання рівнів ряду динаміки може здійснюватися з неоднаковою інтенсивністю. Отже, завдання аналізу зводиться до того, щоб виявити загальні для всього досліджуваного періоду риси змін.

Серед різноманітних форм характеру динаміки виділяють такі її типи: I - абсолютні прирости спадають; II - абсолютні прирости стабільні; III - темпи зростання стабільні; IV - темпи зростання збільшуються.

Для I типу динаміки характерним є те, що при зростанні рівнів ряду спостерігається зниження абсолютного приросту; II тип динаміки показує, що зростання рівнів ряду супроводжується стабільністю абсолютних приростів і зниженням темпів приросту; III тип означає, що при стабільних темпах зростання абсолютні прирости збільшуються; IV - характеризується інтенсивністю зростання рівнів при систематичному підвищенні темпів зростання.

Таким чином, при постійному зростанні рівнів ряду характеристика динаміки у наведених її типів досить різноманітна,

тобто інтенсивність зростання тут неоднакова. Наочно ці типи динаміки ілюструє графік (рис. 24).

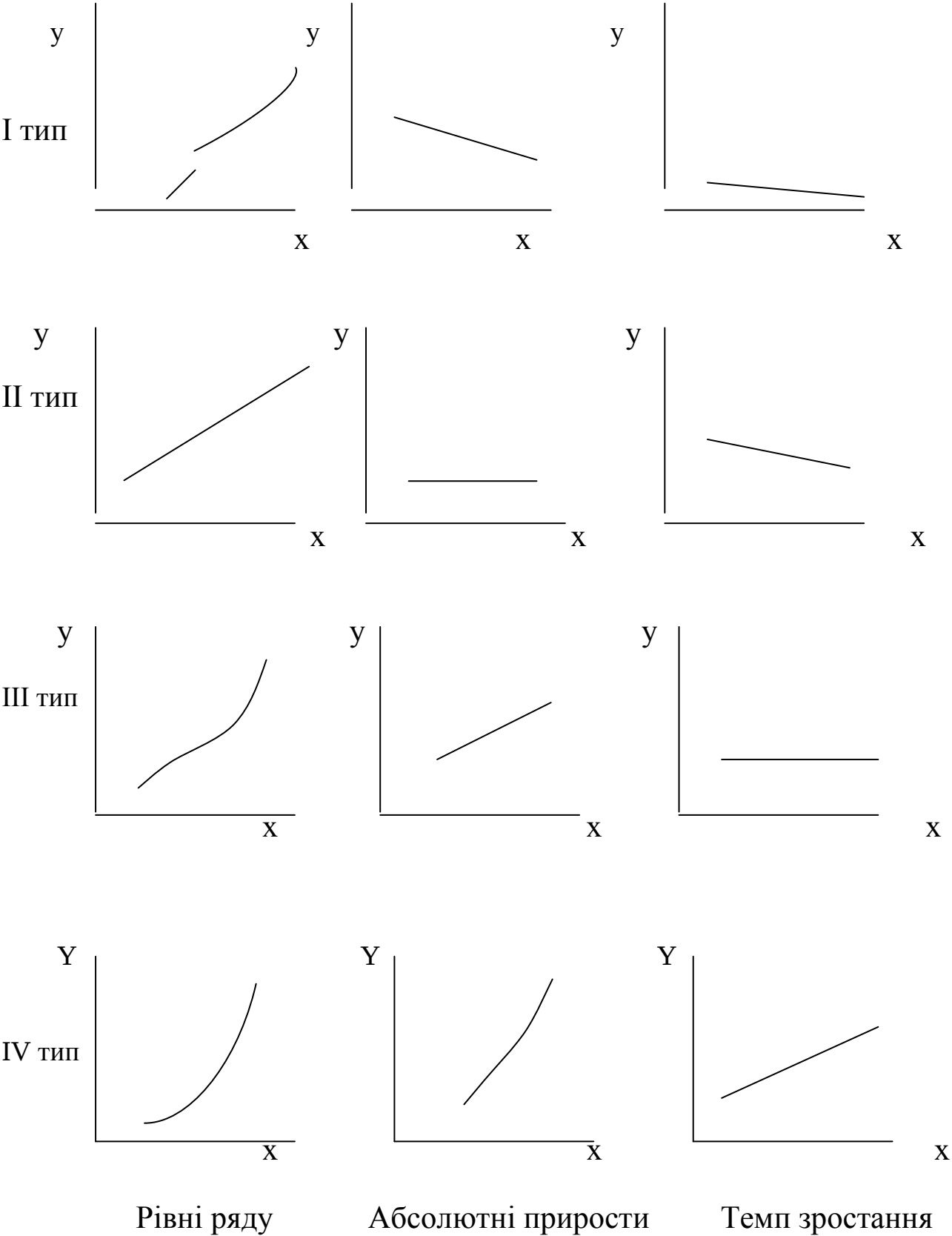


Рис. 24. Типи динаміки

Слід відзначити, що інколи виявити загальну тенденцію розвитку і характер динаміки за ланцюговими показниками не вдається. Це трапляється в тих випадках, коли рівні або одержані ланцюгові показники динаміки значно варіюють, то підвищуючись, то знижуючись. У такому разі основна тенденція розвитку явища ніби затушовується. Щоб її виявити, статистика застосовує такі прийоми: згладжування шляхом укрупнення інтервалів; чи за ковзною (рухомою) середньою.

**Згладжування (вирівнювання) шляхом укрупнення інтервалів.** Цей найпростіший спосіб виявлення закономірності зміни рівнів динаміки полягає в одержанні середніх або підсумкових показників для укрупнення періодів (інтервалів) часу. Так, наприклад, в рівнях ряду динаміки показників урожайності цукрових буряків по роках спостерігається значна варіація, зумовлена природно–економічними факторами окремих років. Для встановлення тенденції в русі показників урожайності цієї культури розраховують середні значення за трьохріччя, п'ятиріччя чи інші періоди.

**Згладжування способом ковзної середньої** є одним з ефективних методів виявлення загальної тенденції розвитку явища в часі. Суть його полягає в тому, що середній рівень обчислюється спочатку з певного числа перших рівнів ряду, потім - з такої ж кількості рівнів, але починаючи з другого, далі – починаючи з третього і т.д. Розраховані таким чином середні рівні ряду ніби ковзають по ряду динаміки від його початку до кінця, при цьому щоразу відкидається один рівень спочатку і додається наступний. Звідси назва – “ковзна” (рухома) середня. Згладжування таким способом можна здійснювати за будь–яким числом членів ряду. Наприклад, для згладжування ряду динаміки способом ковзної середньої з 5 членів, необхідно послідовно додати 5 членів ряду і результати поділити на 5.

Перш ніж розглянути процес розрахунків ковзних середніх, який проілюстровано таблицею 75, зупинимося на деяких технічних особливостях його здійснення.

Кожна ланка ковзної середньої умовно відноситься (записується чи наноситься на графік) до середини відповідного періоду. При цьому, якщо охоплено парне число рівнів ряду, то середина періоду не збігатиметься з жодним вихідним періодом або датою. У нашому прикладі має місце такий випадок. Одержані ланки ковзної середньої

**центрують** шляхом розрахунку на їх основі двочленних ковзних середніх.

**75. Розрахунок ковзної середньої (6–річної) динаміки урожайності зернових культур (рівень ряду - в ц з 1 га)**

| Рік  | Рівень ряду | Шестиріччя (роки) | Рівень ряду     |                | Приріст середнього рівня | Центрування      |                                    |
|------|-------------|-------------------|-----------------|----------------|--------------------------|------------------|------------------------------------|
|      |             |                   | сума за 6 років | середня за рік |                          | середина періоду | центровані ланки ковзної середньої |
| А    | Б           | В                 | 1               | 2              | 3                        | 4                | 5                                  |
| 1995 | 18,5        |                   |                 |                |                          |                  |                                    |
| 1996 | 23,0        |                   |                 |                |                          |                  |                                    |
| 1997 | 23,4        |                   |                 |                |                          |                  |                                    |
|      |             | 1995-2000         | 140,5           | 23,4           | -                        |                  |                                    |
| 1998 | 25,4        | 1996-2001         | 149,4           | 29,4           | 1,5                      | 1998             | $(23,4+24,9):2 = 24,1$             |
| 1999 | 21,2        | 1997-2002         | 146,8           | 24,4           | -0,5                     | 1999             | $(24,9+24,4):2 = 24,6$             |

Продовження таблиці 75

|      |      |           |       |      |     |      |                        |
|------|------|-----------|-------|------|-----|------|------------------------|
| А    | Б    | В         | 1     | 2    | 3   | 4    | 5                      |
| 2000 | 29,0 | 1998-2003 | 151,3 | 25,2 | 0,8 | 2000 | $(24,4+25,2):2 = 24,8$ |
| 2001 | 27,4 | 1999-2004 | 153,8 | 25,6 | 0,4 | 2001 | $(25,2+25,6):2 = 25,4$ |
| 2002 | 20,4 |           |       |      |     |      |                        |
| 2003 | 27,9 |           |       |      |     |      |                        |
| 2004 | 27,9 |           |       |      |     |      |                        |

Як бачимо з даних, наведених у таблиці, після згладжування загальна тенденція зростання урожайності зернових культур проявляється досить виразливо. Водночас за такими розрахунками можна більш детально (ніж при звичайному укрупненні інтервалів) прослідкувати і **характер динаміки**. Так, показники графі 3 таблиці свідчать про те, що зростання здійснювалося нерівномірне і лише центрування згладжує цю нерівномірність.

В даному випадку розглянуто приклад згладжування за допомогою 6-річної (6–членної) ковзної середньої. Питання про кількість років, охоплених ланкою ковзної середньої вирішується в залежності від конкретних особливостей досліджуваного ряду. При цьому, чим довший період, за який обчислюється кожна ланка

рухомої середньої, тим сильніше буде згладжено ряд.

Недоліком такого способу вирівнювання є те, що згладжений ряд “укорочується” в порівнянні з фактичним на  $\frac{n-1}{2}$  члена з початку і кінця ряду динаміки ( $n$  - число членів, з яких розраховується ковзна середня). У нашому прикладі цей показник становить  $\frac{(6-1)}{2} = 2,5$ , тобто разом ряд динаміки укорочується на 5 рівнів ( $2,5 + 2,5$ ), про що свідчить графа 2 таблиці 75.

Отже, одержане число ланок завжди менше вихідних рівнів, а це звужує можливості виявлення характеру (типу) динаміки, оскільки маємо малу кількість аналітичних показників ряду динаміки.

**Аналітичне вирівнювання** рядів динаміки вважається найбільш удосконаленим способом обробки ряду з метою встановлення тенденції розвитку явища. Завдання такого вирівнювання полягає у знаходженні простої математичної формули (апроксимуючої функції), яка б відображала загальну тенденцію ряду динаміки. Рівні ряду тут розглядаються як функція часу, а завдання (вирівнювання) зводиться до визначення виду функції, її параметрів за емпіричними даними та розрахунку теоретичних рівнів за знайденою формулою.

Суть такого вирівнювання полягає в наступному:

а) на підставі економічного аналізу виділяють певний етап розвитку явища і виявляють характер динаміки протягом цього етапу;

б) виходячи з характеру динаміки обираються той чи інший математичний вираз закономірності, тобто аналітичне рівняння, якому на графіку відповідає певна лінія - пряма, парабола, гіпербола, експонента, логарифмічна крива і т.д.

Підбір емпіричної формули, за допомогою якої здійснюється вирівнювання, відбувається у два етапи: 1) вибір виду функції, яка дає найкраще наближення; 2) визначення параметрів обраної функції.

Як підібрати потрібний вид функції, яка б давала найкраще наближення теоретичної лінії до емпіричних даних? Насамперед слід виходити з економічної суті досліджуваних залежностей і логіко-теоретичних передумов характеру зміни явищ. Зокрема:

- якщо динаміка характеризується більш чи менш стабільним абсолютним приростом, тобто коли рівні ряду змінюються приблизно у арифметичній прогресії, використовується рівняння прямої лінії

виду  $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$ , де  $\bar{y}_t$  - теоретичний рівень (читається “ігрек”, вирівняний по t); t - час,  $a_0$  і  $a_1$  - параметри прямої;

- у випадках, коли абсолютні прирости рівномірно збільшується і при згладжуванні крива має один вигин, наближеним математичним виразом цієї тенденції можна обрати параболу другого порядку:  
 $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ ;

- якщо криві при згладжуванні мають S – подібну форму (два вигини), використовують рівняння параболі третього порядку:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$$

- якщо коефіцієнти зростання, розраховані по відношенню до попереднього періоду, більш чи менш постійні, тобто ряд динаміки відображує розвиток у геометричній прогресії, розраховують показову функцію. Для вирівнювання ряду динаміки в даному випадку використовують рівняння  $\bar{y}_t = a_0 a_1^t$ .

- логарифм показової функції ( $\lg \bar{y}_t = \lg a_0 + t \lg a_1$ ) являє собою рівняння прямої. Параметри  $a_0$  і  $a_1$  знаходять за системою нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} n \lg a_0 + \lg a_1 \sum t = \sum \lg y \\ \lg a_0 \sum t + \lg a_1 \sum t^2 = \sum t \lg y \end{cases}$$

Серед інших способів обробки рядів динаміки особливе місце займає вирівнювання за допомогою ряду Фур’є, який виражається

рівнянням:  $\bar{y}_t = a_0 + \sum_{k=1}^m (a_k \cos kt + b_k \sin kt)$ ,

де k – гармоніка ряду (k=1; k=2; і т.д.);

$$a_0 = \frac{\sum y}{n};$$

$$a_k = \frac{2 \sum y \cos kt}{n};$$

$$b_k = \frac{2 \sum y \sin kt}{n}.$$

Параметри аналітичного рівняння лінії зв’язку визначають за способом найменших квадратів. Тобто, сума квадратів відхилень фактичних рівнів динаміки від вирівняних повинна бути мінімальною:  $\sum (y_t - \bar{y}_t) = \min$ .

Вирівняні рівні ряду ( $\bar{y}_t$ ) розраховують на підставі аналогічного рівняння шуканої прямої чи кривої. На графіку вони розташовані на прямій чи кривій лінії відповідного типу.

Таким чином, якщо розглядати технічний бік вирівнювання, то

він зводиться до заміни фактичних рівнів теоретичними, які в середньому мінімально відхилися б від фактичних рівнів, але мали б певний аналітичний вираз.

Хоча спосіб вирівнювання ряду динаміки містить в собі певні умовності, в ряду випадків він є досить корисним технічним прийомом, який полегшує виявлення загальної тенденції і вивчення характеру ряду динаміки. Зокрема, це стосується вивчення сезонних коливань. Про це мова йтиме пізніше.

Розглянемо приклад найбільш поширеного і простого випадку аналітичного вирівнювання ряду динаміки врожайності проса за рівнянням прямої лінії (1987-2004 рр.,  $n=18$ ). Рівняння прямої має вигляд  $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$ , де  $t$  – час, тобто порядковий номер періоду або моменту часу;  $a_0$  і  $a_1$  – параметри шуканої прямої.

Параметри  $a_0$  і  $a_1$  знаходяться за системою нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum ty, \end{cases}$$

де  $y$  – фактичні рівні ряду;  $n$  – число рівнів.

Для зручності розрахунків будують робочу таблицю 76. На підставі даних цієї таблиці одержуємо таку систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} 18a_0 + 171a_1 = 263,9 \\ 171a_0 + 2109a_1 = 2959,1 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \text{Рішення: } 171a_0 + 2109a_1 = 2959,1 \\ -171a_0 + 1624,5a_1 = 2507,1 \\ \hline 484,5a_1 = 452; \end{array}$$

$$a_1 = 0,93; \quad 18a_0 + (171 \times 0,93) = 263,9; \quad a_0 = 5,80.$$

76. Вихідні та розрахункові дані вирівнювання ряду динаміки врожайності проса за рівнянням прямої

| Роки   | Порядковий номер року | Фактичний рівень урожайності, ц/га | Розрахункові величини |                   | Теоретичний рівень урожайності, ц/га |
|--------|-----------------------|------------------------------------|-----------------------|-------------------|--------------------------------------|
| $n$    | $t$                   | $y$                                | $ty$                  | $t^2$             | $\bar{y}_t$                          |
| 1987   | 1                     | 7,5                                | 7,5                   | 1                 | 6,7                                  |
| 1988   | 2                     | 4,7                                | 9,4                   | 4                 | 7,7                                  |
| 1989   | 3                     | 10,2                               | 30,6                  | 9                 | 8,6                                  |
| ...    | ...                   | ...                                | ...                   | ...               | ...                                  |
| 2004   | 18                    | 23,2                               | 417,6                 | 324               | 22,6                                 |
| $n=18$ | $\Sigma t=171$        | $\Sigma y=263,9$                   | $\Sigma ty=2959,1$    | $\Sigma t^2=2109$ | $\Sigma \bar{y}_t=263,9$             |

Знайдені параметри дають змогу побудувати рівняння прямої:

$$\bar{y}_t = 5,8 + 0,93 t.$$

Дані одержаного рівняння свідчать про те, що середня врожайність проса в нульовому році (1986) досліджуваного періоду становила 5,8 ц, а підвищення її складає в середньому 0,93 ц у кожному наступному році, тобто теж саме означає середньорічний приріст урожайності впродовж досліджуваного періоду.

Підставивши в рівняння почергово значення  $t$ , одержуємо вирівняний ряд динаміки врожайності, який абстрагований від випадкових коливань і характеризується систематичним підвищенням рівнів.

В аналогічній послідовності здійснюється вирівнювання рядів динаміки за іншими типами аналогічних функцій (парабола, гіпербола, експонента та ін.).

## 9.2. Вивчення сезонних коливань

Досить значна кількість суспільних явищ має сезонний характер, тобто сезонні коливання. Рівень їх рік у рік у певні місяці підвищується, а в інші – знижується. Наприклад, витрати палива у весняно–літні місяці значно більші ніж в осінньо–зимові місяці; досить неоднаковими впродовж року виявляються ціни на сільськогосподарську продукцію на ринку і т.д. Такі внутрішньорічні коливання, які мають періодичний характер, називають **сезонними**. Вони завжди пов'язані з впливом природних факторів, особливо в сільському господарстві.

Сезонність - явище негативне, адже вона обумовлює нерівномірність здійснення виробничих процесів, призводить до зниження продуктивності праці та підвищення собівартості виробництва продукції. Тому подолання сезонності є важливим резервом підвищення економічної ефективності виробництва. Звідси випливає питання про необхідність вивчення сезонності та кількісного виміру сезонних коливань (сезонної хвилі), що є одним із важливих завдань аналізу рядів динаміки.

Розглянемо деякі методи, розроблені статистикою для виявлення та виміру сезонної хвилі.

*Перший спосіб.* А. Для рівнів ряду розраховується середня арифметична величина ( $\bar{y}$ ), потім із нею порівнюють ( $y$  %) рівень

кожного місяця ( $y_i$ ). Одержане процентне відношення називається **індексом сезонності**:  $I_c = \frac{y_i}{\bar{y}} \times 100$ .

Б. Вплив на місячні дані випадкових коливань зумовлює необхідність розрахунку для кожного місяця середніх показників за триріччя. Потім знаходять процентне відношення середніх для кожного місяця до загального середнього рівня, тобто:  $I_c = \frac{\bar{y}_i}{\bar{y}} \times 100$ , де  $\bar{y}_i$  - середня для кожного місяця за 3 роки;  $\bar{y}$  - загальний середній рівень за 3 роки. Схему цього способу розрахунку наведено в таблиці 77.

77. Розрахунок індексів сезонності за першим способом

| Місяць               | Середній денний виробіток на трактор, га умовної оранки |         |         |               | Індекси сезонності<br>( $\bar{y}_i : \bar{y}$ ) × 100 % |
|----------------------|---------------------------------------------------------|---------|---------|---------------|---------------------------------------------------------|
|                      | 2002 р.                                                 | 2003 р. | 2004 р. | В середньому  |                                                         |
| Січень               | 4,6                                                     | 4,5     | 4,2     | 4,4           | (4,4:5,7)=100=77                                        |
| Лютий                | 5,0                                                     | 4,8     | 4,5     | 4,7           | (4,7:5,7)=100=84                                        |
| Березень             | 4,9                                                     | 5,1     | 6,0     | 5,3           | (6,3:6,7)=100=93                                        |
| ...                  | ...                                                     | ...     | ...     | ...           | ...                                                     |
| Грудень              | 4,2                                                     | 4,3     | 4,8     | 4,4           | (4,4:5,7)=100=77                                        |
| Середній рівень ряду | 5,9                                                     | 5,5     | 5,7     | $\bar{y}=5,7$ | 100                                                     |

*Другий спосіб.* При наявності даних за три роки розраховують індекси сезонності для кожного року за першим способом (А), а потім за одержаними індексами знаходять середню арифметичну.

Розглянемо даний спосіб на прикладі, здійснивши розрахунок для січня. Індеси сезонності для кожного року становлять: 2002 рік – (4,6:5,9)100=78%; 2003 рік – (4,5: 5,5)100=82%; 2004 рік - (4,2:5,7) 100=74 %. Звідси середній індекс сезонності для січня становить:  $\frac{78+82+74}{3} = 78\%$ .

Аналогічно здійснюють розрахунки для лютого, березня і т.д.

Наведені результати розрахунків свідчать про те, що індекси сезонності (для січня) майже не різняться між собою. Це пояснюється стабільністю місячного рівня в різні роки. У випадках, коли спостерігається тенденція до збільшення чи зменшення рік у рік місячних рівнів, то перевагу віддають другому способу.

*Третій спосіб* полягає в обчисленні відношень фактичних

помісних рівнів до ковзної середньої, розрахункові для 12 місяців. На підставі таких відношень (індексів сезонності) за ряд років знаходять середню арифметичну для кожного місяця. Ці середні вважаються індексами сезонних коливань.

За аналогічною схемою розрахунків індекси сезонності можна побудувати на підставі відношень фактичних помісячних рівнів до рівнів, вирівняних за математичними формулами (прямої, параболи, гіперболи і т.д.). Існують і інші більш складні способи (методи) розрахунку індексів сезонності.

### **9.3. Особливості кореляційного аналізу рядів динаміки**

Об'єктом кореляційного аналізу можуть бути не тільки статистичні (просторові) сукупності, а й сукупності, які характеризують зміну явищ у часі, тобто динамічні. Розроблена методологія кореляції для аналізу явищ у просторі не прийнятна для динамічних сукупностей. Тому при використанні кореляційного методу необхідно знати особливості та межі його використання. Насамперед це стосується перевірки передбачень та інтерпретації результатів аналізу рядів динаміки. Як кореляційна модель, так і її статистичні характеристики мають конкретний економічний зміст і висвітлюють економічне явище з певного боку. Оскільки зміст статистичних показників залежить від дотримання вимог щодо їх обчислення, дослідник повинний вміти користуватися методологією аналізу і пояснювати одержані результати. Особливо це стосується досліджень кореляції між рядами динаміки.

Під кореляцією рядів динаміки розуміють метод вивчення зв'язку між показниками, представленими їх значеннями в послідовні моменти або періоди часу.

Кореляція рядів динаміки має свої особливості, які зумовлені тим, що ряд динаміки, по-перше, має короткочасні коливання (місячні, квартальні, річні) і, по-друге, містить у собі такий компонент, як загальна тенденція в зміні показників ряду — «вісь кривої», або тренд. Під останнім розуміють зміну, яка визначає загальний напрям розвитку, основну тенденцію рядів динаміки. Лінію тренда можна порівняти з лінією регресії. Якщо остання являє собою плавну зміну результативної ознаки під впливом факторної, звільненої від дії всіх сторонніх (неврахованих) причин,

то лінія тренда характеризує плавну у часі зміну явищ, викликаних різними обставинами короточасних відхилень від загальної тенденції.

Наявність тренда ускладнює кореляційний аналіз рядів динаміки. Так, якщо вивчається кореляція рядів без виключення загальної тенденції в них, то показник тісноти залежності характеризуватиме зв'язок не лише між короточасними коливаннями, а й між трендами. В іншому випадку, коли тренди будуть виключеними із корелюючих рядів динаміки, одержаний коефіцієнт кореляції характеризуватиме тісноту залежності лише між короточасними коливаннями.

Тренд, відображуючи загальний напрям змін явища, що відбуваються у часі, водночас визначає й залежність між членами ряду динаміки. Ця залежність, яка визначається формою лінії тренда, має таку ж саму статистичну природу, як і лінія регресії. Зазначену кореляційну залежність між сусідніми (попередніми і наступними) членами ряду називають автокореляцією.

Наявність автокореляції зумовлюється різними причинами, а саме:

- 1) у кореляційній динамічній моделі не врахований істотний фактор;
- 2) у моделі не враховано кілька неістотних факторів, взаємний вплив яких є істотним внаслідок збігу фаз та напрямів їх змін;
- 3) обрано неправильний тип моделі;
- 4) специфічна структура випадкової компоненти.

Щоб виявити лінії трендів з метою наступного їх виключення з аналізу, здійснюють вирівнювання ряду за допомогою ковзної середньої або аналітичне вирівнювання ряду динаміки за певною математичною функцією (прямої, параболи, експоненти та ін.).

Зазначені особливості кореляційного аналізу рядів динаміки розглянемо на прикладі показників продуктивності молочного стада корів ( $y$  — середньорічний надій, т) і рівня їх годівлі ( $x$  — річні витрати кормів на голову, ц к. од.) (табл. 78).

78. Вихідні і розрахункові дані для обчислення коефіцієнта кореляції в рядах динаміки

| № пп.<br>року | у    | х   | ух     | у <sup>2</sup> | х <sup>2</sup> | Темпи<br>зростання, % |     |
|---------------|------|-----|--------|----------------|----------------|-----------------------|-----|
|               |      |     |        |                |                | х                     | у   |
| 1             | 2,7  | 39  | 105,3  | 7,29           | 1521           | -                     | -   |
| 2             | 2,5  | 30  | 75,0   | 6,25           | 900            | 93                    | 77  |
| 3             | 2,3  | 31  | 71,3   | 5,29           | 901            | 92                    | 103 |
| 4             | 3,8  | 49  | 186,2  | 14,44          | 2401           | 165                   | 158 |
| 5             | 3,5  | 40  | 140,0  | 12,25          | 1600           | 92                    | 82  |
| 6             | 3,9  | 41  | 159,9  | 15,21          | 1681           | 111                   | 102 |
| 7             | 3,2  | 39  | 124,8  | 10,24          | 1521           | 82                    | 95  |
| 8             | 4,5  | 47  | 211,5  | 20,25          | 2209           | 141                   | 121 |
| 9             | 5,1  | 60  | 306,0  | 26,01          | 3600           | 113                   | 128 |
| 10            | 4,8  | 52  | 249,6  | 23,04          | 2704           | 94                    | 87  |
| Σ             | 36,3 | 428 | 1629,6 | 140,27         | 19098          | -                     | -   |

Якщо розглядати кореляційну залежність в рядах динаміки, прийнявши рівень годівлі тварин за ознаку-фактор, а рівень їх продуктивності — за результативну ознаку, то величина коефіцієнта кореляції становитиме:

$$r_{yx} = \frac{\Sigma xy - \frac{\Sigma x \Sigma y}{n}}{\sqrt{\left[ \Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n} \right] \left[ \Sigma y^2 - \frac{(\Sigma y)^2}{n} \right]}} = \frac{1629,6 - \frac{36,3 \times 428}{10}}{\sqrt{\left[ 140,27 - \frac{36,3^2}{10} \right] \left[ 19098 - \frac{428^2}{10} \right]}} = 0,934.$$

Одержана величина коефіцієнта кореляції свідчить про наявність досить тісної кореляційної залежності між продуктивністю тварин та рівнем їх годівлі. Така сильна кореляція зумовлена тим, що в обох порівнюваних рядах динаміки короткострокові коливання мають однакову тенденцію, отже, і тренди відображують однаковий напрям змін у часі як продуктивності тварин, так і рівня їх годівлі.

Форма і напрям лінії трендів для обох досліджуваних рядів наведені на рис. 25. Лінії трендів надоїв і рівня годівлі визначені шляхом аналітичного їх вирівнювання за формулою прямої лінії:

$$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t.$$

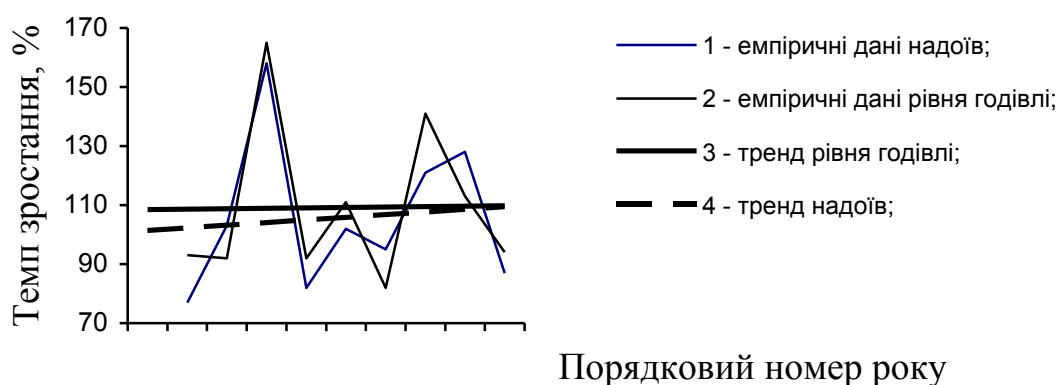


Рис. 25. Тренди продуктивності тварин і рівня їх годівлі

Якщо ставляться завдання визначити, якою мірою щорічні коливання показників рівня продуктивності молочного стада залежали від рівня годівлі, то його вирішення потребує виключення з обох рядів динаміки трендів. Із цією метою визначають характеристики автокореляції. Для рядів надоїв і рівнів годівлі автокореляція визначається шляхом порівняння даних, які стосуються двох сусідніх років (табл. 79, 80).

79. Вихідні і розрахункові дані для обчислення коефіцієнта кореляції за показниками надоїв (автокореляція)

| х    | у    | ху    | х <sup>2</sup> | у <sup>2</sup> |
|------|------|-------|----------------|----------------|
| 2,7  | 2,5  | 6,75  | 7,29           | 6,25           |
| 2,5  | 2,3  | 5,75  | 6,25           | 5,29           |
| 2,3  | 3,8  | 8,74  | 5,29           | 14,44          |
| 3,8  | 3,5  | 13,3  | 14,44          | 12,25          |
| 3,5  | 3,9  | 13,65 | 12,25          | 15,21          |
| 3,9  | 3,2  | 12,48 | 15,21          | 10,24          |
| 3,2  | 4,5  | 14,4  | 10,24          | 20,25          |
| 4,5  | 5,1  | 22,95 | 20,25          | 26,01          |
| 5,1  | 4,8  | 24,48 | 26,01          | 23,04          |
| 31,5 | 33,6 | 122,5 | 117,23         | 132,98         |

80. Вихідні і розрахункові дані для обчислення коефіцієнта кореляції за показниками надоїв (автокореляція)

| х   | у   | ху    | х <sup>2</sup> | у <sup>2</sup> |
|-----|-----|-------|----------------|----------------|
| 39  | 30  | 1170  | 1521           | 900            |
| 30  | 31  | 930   | 900            | 961            |
| 31  | 49  | 961   | 1519           | 2401           |
| 49  | 40  | 1960  | 2401           | 1600           |
| 40  | 41  | 1640  | 1600           | 1681           |
| 41  | 39  | 1599  | 1681           | 1521           |
| 39  | 47  | 1833  | 1521           | 2209           |
| 47  | 60  | 2820  | 2209           | 3600           |
| 60  | 52  | 3120  | 3600           | 2704           |
| 376 | 389 | 16033 | 16952          | 17577          |

Розрахуємо коефіцієнти кореляції по рядах динаміки надоїв і рівнів годівлі:

$$r_{yx} = \frac{122.5 - \frac{31.5 \times 33.6}{9}}{\sqrt{\left[117.23 - \frac{31.5^2}{9}\right] \left[132.98 - \frac{33.6^2}{9}\right]}} = 0.676$$

$$r_{yx} = \frac{16033 - \frac{376 \times 389}{9}}{\sqrt{\left[16952 - \frac{376^2}{9}\right] \left[17577 - \frac{389^2}{9}\right]}} = -0.224$$

Як свідчать числові значення знайдених коефіцієнтів кореляції, в ряді динаміки надоїв існує досить значна додатна автокореляція; у ряді рівнів годівля тварин вона слабка і від'ємна.

Визначимо лінії трендів з тим, щоб потім виключити їх з аналізу. Зокрема, здійснимо аналітичне вирівнювання ряду динаміки за прямою  $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$ , де  $t$  - одиниця часу (у даному випадку рік). Параметри  $a_0$  і  $a_1$  знаходять шляхом вирішення системи нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \Sigma t = \Sigma y \\ a_0 \Sigma t + a_1 \Sigma t^2 = \Sigma ty. \end{cases}$$

Для показників динаміки надоїв (табл. 81) і рівнів годівлі (табл. 82) системи рівнянь мають вигляд:

$$\begin{cases} 10a_0 + 55a_1 = 36,3; \\ 55a_0 + 385a_1 = 223. \end{cases} \quad \begin{cases} 10a_0 + 55a_1 = 428 \\ 55a_0 + 385a_1 = 2543. \end{cases}$$

81. Вихідні і розрахункові дані для обчислення лінії тренда показників надоїв

| Рік (t) | Надій (y) | yt    | t <sup>2</sup> | $\bar{y}_t$ |
|---------|-----------|-------|----------------|-------------|
| 1       | 2,7       | 2,7   | 1              | 2,37        |
| 2       | 2,5       | 5,0   | 4              | 2,65        |
| 3       | 2,3       | 6,9   | 9              | 2,93        |
| 4       | 3,8       | 15,2  | 16             | 3,21        |
| 5       | 3,5       | 17,5  | 25             | 3,49        |
| 6       | 3,9       | 23,4  | 36             | 3,77        |
| 7       | 3,2       | 22,4  | 49             | 4,05        |
| 8       | 4,5       | 36,0  | 64             | 4,33        |
| 9       | 5,1       | 45,9  | 81             | 4,61        |
| 10      | 4,8       | 48,0  | 100            | 4,89        |
| 55      | 36,3      | 223,0 | 385            | 36,3        |

82. Вихідні і розрахункові дані для обчислення лінії тренда показників рівня годівлі

| Рік (t) | Рівень годівлі (y) | yt   | t <sup>2</sup> | $\bar{y}_t$ |
|---------|--------------------|------|----------------|-------------|
| 1       | 39                 | 39   | 1              | 32,49       |
| 2       | 30                 | 60   | 4              | 34,78       |
| 3       | 31                 | 93   | 9              | 37,07       |
| 4       | 49                 | 196  | 16             | 39,36       |
| 5       | 40                 | 200  | 25             | 41,65       |
| 6       | 41                 | 246  | 36             | 43,94       |
| 7       | 39                 | 273  | 49             | 46,23       |
| 8       | 47                 | 376  | 64             | 48,52       |
| 9       | 60                 | 540  | 81             | 50,81       |
| 10      | 52                 | 520  | 100            | 53,10       |
| 55      | 428                | 2543 | 385            | 428         |

Після рішення цих систем одержимо аналітичні рівняння зв'язку: для рядів динаміки надоїв  $\bar{y}_t = 2,09 + 0,28t$ ; для рядів динаміки рівнів годівлі  $\bar{y}_t = 30,2 + 2,29t$ .

Щоб виключити знайдений тренд із аналізу рядів динаміки, розраховують відхилення від нього емпіричних даних. Такі відхилення, які являють собою короткочасні коливання у «чистому» вигляді, можна корелювати. У прикладі з показниками продуктивності молочного стада та рівня годівлі визначено в обох рядах відхилення від трендів, розраховані за формулою прямої лінії (табл. 83).

За одержаними відхиленнями від тренда розраховують коефіцієнт кореляції (табл. 84):

$$r_{xy} = \frac{\sum \Delta x \Delta y}{\sqrt{\sum \Delta x^2 \sum \Delta y^2}} = \frac{22,4675}{\sqrt{1,8930 \times 346,6185}} = 0,877.$$

83. Відхилення від трендів

| № пп. року | Середньо-річний надій ( $\Delta y$ ) | Рівень годівлі ( $\Delta x$ ) |
|------------|--------------------------------------|-------------------------------|
| 1          | 0,33                                 | 6,51                          |
| 2          | -0,15                                | -4,78                         |
| 3          | -0,63                                | -6,07                         |
| 4          | 0,59                                 | 9,94                          |
| 5          | 0,01                                 | -1,65                         |
| 6          | 0,13                                 | -2,94                         |
| 7          | -0,85                                | -7,23                         |
| 8          | 0,17                                 | -1,52                         |
| 9          | 0,49                                 | 9,19                          |
| 10         | -0,09                                | -1,10                         |

84. Вихідні і розрахункові дані для обчислення коефіцієнта кореляції за відхиленнями від тренда

| $\Delta y \Delta x$ | $\Delta y^2$ | $\Delta x^2$ |
|---------------------|--------------|--------------|
| 2,1483              | 0,1089       | 42,3801      |
| 0,7170              | 0,0225       | 22,8484      |
| 3,38241             | 0,3969       | 36,8449      |
| 5,6876              | 0,3481       | 92,9296      |
| -0,0165             | 0,0001       | 2,7225       |
| -0,3822             | 0,0169       | 8,6436       |
| 6,1455              | 0,7225       | 52,2799      |
| -0,2584             | 0,0289       | 2,3104       |
| 4,5031              | 0,2401       | 84,4561      |
| 0,0990              | 0,0081       | 1,2100       |
| 22,4675             | 1,8930       | 346,6185     |

Величина розрахованого коефіцієнта кореляції найбільш точно відображує тісноту зв'язку в рядах динаміки показників надоїв і годівлі. Адже наявність високої автокореляції в рядах показників надоїв ( $r_{xy}=0,676$ ) певною мірою посилювала зв'язок між щорічними надоями та рівнем годівлі, зумовивши високий рівень коефіцієнта кореляції (0,934) в досліджуваних рядах динаміки.

Крім розглянутих показників, поглиблений статистичний аналіз ряду динаміки передбачає визначення таких кількісних характеристик як автоковаріація, автокореляція і тренд.

**Автоковаріація** – це математичне очікування (середня арифметична) добутків відхилень рівнів ряду, зрушених між собою на період,  $L$  від середнього рівня. Кількісне вимірювання автоковаріації здійснюють за формулою:

$$C_x(L) = E[(x_t - \bar{x})(x_{t+L} - \bar{x})]$$

де  $C_x(L)$  автокореляція;  $E$  - оператор математичного очікування;

$L$  – лаг (часове зрушення);  $L = 1, \dots, T$ .

При  $L=0$  одержують дисперсію ряду динаміки:  
 $C_x(0) = E[(x_t - \bar{x})(x_t - \bar{x})] = \sigma_x^2$ .

Функція, що складається із значень  $C_x(L)$ , називається автоковаріацією і, як правило, задається таблицею.

**Автокореляція** це зв'язок між рівнями ряду динаміки. Тісноту такого зв'язку можна визначати через показники автокореляції, а саме  $R_L \frac{C_x(L)}{C_x(0)} = \frac{C_{xL}(L)}{\sigma_x^2}$ .

**Тренд** – це тенденція розвитку явища (див. вище).

В рядах динаміки, які несуть інформацію про економічні явища, спостерігається тенденція розвитку трьох видів: 1) тенденція середнього рівня; 2) тенденція дисперсії; 3) тенденція автокореляції.

**Тенденція середнього рівня** – аналітично виражається за допомогою математичної одиниці, навколо якої варіюють фактичні значення досліджуваного явища. У цьому разі значення тренда в окремі моменти часу є математичним очікуванням ряду динаміки. Тенденцію середнього рівня ще називають детермінованою компонентою досліджуваного явища і зображують у вигляді формули:

$$x_t = f(t) + Et$$

де  $x$  – рівень ряду динаміки в момент часу  $t$  ;

$f(t)$  – детермінована компонента (аналітична функція);

$Et$  – випадкова компонента

Тенденцію середнього рівня легко уявити у вигляді графіка.

**Тенденція дисперсії** являє собою тенденцію змін відхилень між емпіричними значеннями і детермінованою компонентою ряду. Цей вид тенденції також легко зображується графічно.

**Тенденція автокореляції** – це тенденція змін зв'язку між

окремими рівнями ряду динаміки. Графічно такі зміни прослідкувати неможливо. Враховують їх у прогнозних розрахунках.

### **Рекомендована література**

1. Бугуцький О.А., Опря А.Т., Дорогань Л.О. Статистика: Навчальний посібник. - К.: Комплекс "Віта", 1999. – 419 с.
2. Єріна А.М., Пальян З.О. Теорія статистики. Практикум. - К.: Знання, 2002. – 344 с.
3. Лугіна О.Є., Білоусова С.В. Статистика: Підручник. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 580 с.
4. Опря А.Т. Статистика (з програмованою формою контролю знань). - К.: Урожай, 1996. - 448с.
5. Опря А.Т. Статистика. - К.: Центр навчальної літератури, 2005 - 469 с.
6. Уманець Т.В., Пігарєв Ю.Б. Статистика: Навч. посіб. – К.: Вікар, 2003. – 623 с.

### **Питання для самоконтролю**

1. Що розуміють під основною тенденцією розвитку явища?
2. Назвіть та охарактеризуйте типи характеру динаміки.
3. Перерахуйте методи, які використовуються для виявлення основної тенденції ряду динаміки.
4. Мета і методика аналітичного вирівнювання рядів динаміки.
5. Методика визначення ковзної середньої.
6. В яких випадках використовують прийом змикання рядів динаміки?
7. Як здійснюють аналіз сезонності?
8. Які особливості кореляційного аналізу рядів динаміки?
9. Що розуміють під автоковаріацією?
10. Поясніть поняття автокореляція.

## Завдання для практичних занять

### Завдання 9.1. Прийоми обробки рядів динаміки та виявлення тенденції розвитку явищ

**Зміст завдання:** За даними завдання 8.1 провести вивчення тенденції розвитку явища шляхом:  
а) розрахунку ковзної (рухомої) середньої;  
б) аналітичного вирівнювання ряду динаміки.

#### Порядок виконання

*Укрупнення періодів* – це визначення середньої рівнів за кілька періодів. Кожен такий період включає декілька років. Середня величина вирівнює коливання, викликані випадковими причинами, внаслідок цього тенденція розвитку проявляється чіткіше. Але цей метод не дозволяє простежити за зміною рівня ряду в середньому.

Спосіб *розрахунку ковзної середньої* передбачає заміну індивідуальних значень ознаки середніми, які розраховуються на підставі кількох рівнів ряду. В основі цього прийому також лежить укрупнення періодів, періоди зберігаються стійкими, з поступовим зрушенням на одну дату від початкового рівня.

#### 85. Розрахунок ковзної середньої (трьохрічної) динаміки показника

| Рік  | Рівень ряду | Трьохріччя | Рівень ряду    |                | Приріст середнього рівня |
|------|-------------|------------|----------------|----------------|--------------------------|
|      |             |            | сума за 3 роки | середня за рік |                          |
| 200_ |             |            |                |                |                          |
| 200_ |             | 200_-200_  |                |                |                          |
| 200_ |             | 200_-200_  |                |                |                          |
| 200_ |             | 200_-200_  |                |                |                          |
| 200_ |             |            |                |                |                          |

Аналітичне вирівнювання рядів динаміки проводиться за допомогою математичної формули, яка найбільш точно відображає загальну тенденцію ряду динаміки.

При вирівнюванні динамічних рядів за допомогою прямої лінії  $y_t = a_0 + a_1 t$ , параметри прямої визначаються за системою рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \Sigma t = \Sigma y \\ a_0 \Sigma t + a_1 \Sigma t^2 = \Sigma ty; \end{cases}$$

Звідки:

$$a_0 = \frac{\Sigma y}{n};$$

$$a_1 = \frac{\Sigma ty}{\Sigma t^2}$$

Для проведення допоміжних розрахунків рекомендується наступний макет таблиці (табл. 86).

86. Вихідні та розрахункові дані  
для вирівнювання ряду динаміки за рівнянням прямої

| Роки   | Порядковий<br>номер року | Фактичний<br>рівень<br>показника | Розрахункові величини |       |         | Теоретичний<br>рівень<br>показника |
|--------|--------------------------|----------------------------------|-----------------------|-------|---------|------------------------------------|
| $n$    | $t$                      | $y$                              | $ty$                  | $t^2$ | $a_1 t$ | $y_t$                              |
| 200_   | -2                       |                                  |                       |       |         |                                    |
| 200_   | -1                       |                                  |                       |       |         |                                    |
| 200_   | 0                        |                                  |                       |       |         |                                    |
| 200_   | 1                        |                                  |                       |       |         |                                    |
| 200_   | 2                        |                                  |                       |       |         |                                    |
| Всього |                          |                                  |                       |       | ×       |                                    |

**Висновки:**

### Завдання для самостійного виконання

#### Завдання 9.2. Вивчення сезонних коливань

**Зміст завдання:** За даними про чисельність працівників за два роки провести розрахунки показників сезонності використання трудових ресурсів.

#### Порядок виконання

Сезонні коливання вивчаються шляхом розрахунку показників:

1) *коефіцієнт сезонності* – відношення показника за кожний місяць до середнього показника за рік. Чим ближчий коефіцієнт сезонності до 1 (або до 100%), тим ритмічніше явище;

2) *середнє лінійне відхилення*:

$$\bar{d} = \frac{\sum |x - \bar{x}|}{n}$$

3) *середній коефіцієнт сезонності* - відношення середнього лінійного відхилення до середнього показника:

$$\bar{K} = \frac{\bar{d}}{\bar{x}}$$

#### 87. Участь працівників у виробництві

| Місяці              | Роки                    |                           |                       |                         |                           |                       |
|---------------------|-------------------------|---------------------------|-----------------------|-------------------------|---------------------------|-----------------------|
|                     | Базисний                |                           |                       | Звітний                 |                           |                       |
|                     | Чисельність працівників | Відхилення від середнього | Коефіцієнт сезонності | Чисельність працівників | Відхилення від середнього | Коефіцієнт сезонності |
| Січень              | 270                     |                           |                       | 350                     |                           |                       |
| Лютий               | 280                     |                           |                       | 345                     |                           |                       |
| Березень            | 320                     |                           |                       | 350                     |                           |                       |
| Квітень             | 350                     |                           |                       | 420                     |                           |                       |
| Травень             | 365                     |                           |                       | 421                     |                           |                       |
| Червень             | 410                     |                           |                       | 429                     |                           |                       |
| Липень              | 420                     |                           |                       | 425                     |                           |                       |
| Серпень             | 420                     |                           |                       | 425                     |                           |                       |
| Вересень            | 420                     |                           |                       | 424                     |                           |                       |
| Жовтень             | 365                     |                           |                       | 400                     |                           |                       |
| Листопад            | 350                     |                           |                       | 395                     |                           |                       |
| Грудень             | 350                     |                           |                       | 367                     |                           |                       |
| Разом, в середньому |                         |                           |                       |                         |                           |                       |

Середньорічна чисельність працівників:

- базисний рік  $\bar{x} =$

- звітний рік  $\bar{x} =$

**Висновки:**

## Програмований контроль знань (тести)

9.1. Який вид тенденції розвитку явища характеризує тенденцію змін зв'язку між окремими рівнями ряду?

- Тенденція середнього рівня.
- Тенденція дисперсії.
- \* Тенденція автокореляції.
- Тенденція в русі показників приросту.

9.2. У чому полягає суть завдання щодо використання прийомів обробки рядів динаміки з метою виявлення головної тенденції розвитку явища?

- Встановлення характеру дії основних причин, що визначають динаміку явища.

- Елімінування дії випадкових, другорядних причин, що визначають динаміку явища.

\* Елімінування дії випадкових причин та встановлення характеру дії основних причин, що визначають динаміку явища.

- Побудова математичних функцій динаміки.

9.3. В яких випадках використовують прийом змикання рядів динаміки?

\* При непорівнянності рівнів рядів динаміки.

- При виявленні закономірності розвитку явища.

- При виявленні характеру головної тенденції динаміки.

- При виявленні типу загальної тенденції динаміки.

9.4. Що розуміють під загальною тенденцією динаміки?

- Тенденція в русі показників динаміки.

- Тенденція до зростання рівня явища.

- Тенденція до зростання або зниження рівнів ряду.

\* Тенденція до зростання, стабільності або зниження рівня даного явища.

9.5. Яка з відповідей виходить за межі типів динаміки?

- Абсолютні прирости зростають.

- Абсолютні прирости стабільні.

- Темпи зростання стабільні; темпи зростання збільшуються.

\* Темпи зростання зменшуються.

9.6. Які з прийомів виявлення загальної тенденції розвитку і характеру динаміки слід використовувати, коли рівні ряду динаміки значно варіюють?

\* Згладжування шляхом укрупнення інтервалів, згладжування за

допомогою ковзної середньої.

- Побудова графіків рядів динаміки.
- Змикання рядів динаміки.
- Визначення автокореляції у рядах динаміки.

9.7. З метою встановлення тенденції розвитку явища виділено певний етап його розвитку й обрано тип аналітичної функції  $\bar{y}_t = a_0 + a_1t + a_2t^2$ . Який спосіб обробки рядів динаміки використано?

- Вирівнювання шляхом укрупнення інтервалів.
- Вирівнювання способом ковзної середньої.
- \* Аналітичне вирівнювання.
- Побудова математичних функцій динаміки.

9.8. Який тип аналітичної функції використовують для вирівнювання ряду динаміки у випадках, коли абсолютні прирости рівномірно збільшуються?

- Рівняння прямої.
- \* Рівняння параболи.
- Рівняння показової функції.
- Ряд Фур'є.

9.9. Яку з наведених математичних функцій використовують для вирівнювання рядку динаміки, якщо коефіцієнти зростання (ланцюгові) стабільні?

- $\bar{y}_t = a_0 + a_1t$ .
- $\bar{y}_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$ .
- \*  $\bar{y}_t = a_0a_1t$ .
- $\bar{y}_t = a_0 + \sum_{k=1}^m (a_k \cos \kappa t + b_k \sin \kappa t^2)$ .

9.10. Яка з відповідей виходить за межі способів визначення сезонних коливань у рядах динаміки?

- Розраховується середня арифметична ряду, з якою порівнюються щомісячні рівні.
- Розраховуються індекси сезонності за способом, вказаним у п. 1, потім знаходиться середня арифметична з індексів.
- Розраховується відношення фактичних щомісячних рівнів до ковзної середньої, розрахованої за 12 міс., визначається середня арифметична для кожного місяця.
- \* Розраховується середня арифметична ряду. З нею порівнюються середні ковзні тримісячні рівні.

## ТЕМА 10. ІНДЕКСНИЙ МЕТОД

### 10.1. Загальне поняття статистичних індексів.

#### Основи індексного методу

В аналітичній роботі зі статистичними даними часто оперують різнорідними елементами. Наприклад, при аналізі сукупної зміни собівартості продукції рослинництва за певний проміжок часу мають справу з різними видами продукції – зерном, овочами, баштаними і т.д.; в аналізі сукупних змін затрат праці на виробництво картоплі – із різними видами польових робіт (оранка, боронування, культивування та ін.). Об'єднання різних елементів в одну сукупність називають **агрегатом**. Для аналізу змін, що відбуваються в таких агрегатах, найкращим прийомом вважається розрахунок індексів.

**Статистичні індекси** – це відносні величини, які одержують у результаті порівняння складних економічних явищ, утворених з різнорідних елементів, що не підлягають безпосередньому підсумовуванню.

Англійський термін „index number” означає „число – показник”. Статистична практика широко використовує індекси при вивченні економічних явищ (хоча деякі економісти виявляються не підготовленими для такої роботи). Знання методології побудови індексів (далі будемо вживати термін „індексний комплекс”) значно розширює аналітичні можливості дослідника, збагачує результативну інформацію досліджень.

За допомогою індексів можна характеризувати зміну як у часі, так і в просторі найрізноманітніших показників: обсягів виробленої продукції, посівних площ, урожайності, цін, вартості та собівартості, продуктивності праці і т.д. Їх поділяють на дві групи: до першої належать об'ємні (сумарні) показники (наприклад, розмір посівних площ, кількість худоби, обсяг продукції та ін.), які виражаються абсолютними величинами; до другої – показники, розраховані на певну одиницю (наприклад, урожайність, ціни, собівартість, продуктивність праці і т.д.). Останні умовно можна назвати якісними показниками, і виражаються вони у вигляді середніх величин. Зазначена особливість зумовлює поділ індексів на **індекси кількісних та індекси якісних показників**.

За допомогою статистичних індексів можна відображувати зміну у часі і просторі як окремих простих показників (наприклад, обсяг виробництва зерна, молока, м'яса і т.д.), так і однойменних показників по складних сукупностях (наприклад, зміна обсягу виробництва продукції рослинництва, тваринництва, по господарству в цілому і т.д.).

Класифікують індекси за ступенем охоплення елементів досліджуваного явища та способом побудови. За *ступенем охоплення елементів явища* індекси поділяють на індивідуальні й загальні.

Індекси, які відображують співвідношення простих одиничних показників, називають **індивідуальними**, а індекси, що характеризують зміну певного показника в цілому по будь-якій складній сукупності, - **загальними**. Останні в свою чергу розглядаються за широтою сукупності. Так, зведені індекси, що охоплюють всю сукупність досліджуваних явищ називають **тотальними** (або загальними), а індекси, які охоплюють частину (групу) елементів сукупності, - **груповими** (або субіндексами). Наприклад, індекс продукції рослинництва та індекс продукції тваринництва є груповими щодо тотального індексу продукції сільського господарства.

За *способом побудови* загальні індекси поділяють на агрегатні, середні із індивідуальних та середнього рівня.

**Агрегатний індекс** розраховують шляхом співвідношення двох сум. При цьому знаходять співмірних для різних елементів складного явища й додають елементи у звітному та базисному періодах, одержуючи відповідні суми.

**Середній індекс** визначають з індивідуальних індексів окремих елементів.

**Індекс середнього рівня** знаходять як співвідношення середніх величин поточного і базисного періодів.

Згідно із теоретичними концепціями агрегатні індекси вважаються основною формою економічних індексів, а середні із індивідуальних індексів – похідними, які одержують у результаті перетворення агрегатних індексів.

Обчислення загальних індексів, що дають змогу співвіднести між собою показники за складними сукупностями, являє собою особливий прийом дослідження, який називається **індексним методом**. За його допомогою можна не тільки вивчати динаміку показників, а й вимірювати вплив окремих факторів на динаміку

складного показника. При цьому залежно від завдань аналізу можна фактори вивчати ізольовано, абстрагуючись від дії інших, або розглядати їх взаємопов'язано.

За допомогою індексного методу вирішуються такі завдання: 1) характеристика загальної зміни складного економічного явища чи окремих його елементів (складових); 2) виділення впливу одного з факторів шляхом елімінування впливу інших; 3) відокремлення впливу зміни структури явища на зміну індексованої величини.

Індексний метод має свою термінологію та символіку. Її дотримання є обов'язковою умовою в індексному аналізі. Розглянемо це питання дещо детальніше.

Для побудови статистичного індексу необхідно мати вихідну інформацію, як мінімум, за два періоди. Один з таких періодів називається базисним, другий – поточним. **Базисний** - це період, з яким порівнюють досліджувані явища, **поточний** – період, що порівнюється. Якщо досліджуються дані за кілька періодів, то один з них (як правило, початковий) буде базисним, а решта – поточними, або звітними.

Основними об'єктами для побудови індексних комплексів є кількість і ціна. Кількість позначають латинською літерою  $q$  (від лат. „quantitas”); ціну – латинською  $p$  (від лат. „pretium”). Важливе значення має **підписна нумерація**. За її допомогою позначається період, до якого належать дані. Так, якщо йдеться про кількість продукції за базисний період, то йому відповідає позначення  $q_0$ . Відповідно кількість продукції за перший поточний період позначається  $q_1$ , за другий поточний –  $q_2$  і т.д. Аналогічні позначення вводять і для ціни.

Такі об'єкти для побудови індексних комплексів, як посівні площі, урожайність, затрати робочого часу на одиницю продукції та собівартість її одиниці, позначають відповідно символікою:  $P, y, t, z$ .

Виходячи з прийнятих позначень, для різних показників записують індивідуальні індекси, які позначають через  $i$ . Так, індивідуальний індекс обсягу виражається як  $i = q_1 : q_0$ , цін –  $i = p_1 : p_0$ , собівартості одиниці продукції –  $i = z_1 : z_0$ . Загальні індекси позначаються символом  $I$  і розраховуються дещо складніше.

У теорії індексів показник, зміну якого характеризує індекс, називають **індексованою величиною**, а пов'язану з нею величину, що використовують як постійну, - **елімінованою величиною**, або вагою.

Остання відіграє роль сумірника. Використання зазначених двох видів величин вважається особливістю індексного методу аналізу.

Слід відзначити, що при побудові статистичних індексів насамперед необхідно вирішити такі питання: 1) який набір різнорідних елементів досліджуватиметься; 2) які показники виступатимуть індексованими величинами; 3) які величини виступатимуть сумірниками (вагами). При цьому встановлюють, які досліджувані показники при побудові індексів вважаються базисними, а які – поточними.

## **10.2. Загальні індекси.**

### **Агрегатний індекс як основна форма індексу. Середні арифметичні й гармонійні індекси**

Щоб розрахувати загальний індекс, необхідно подолати несумірність окремих елементів досліджуваної сукупності. Це досягається шляхом введення в індекс сумірника (ваги). Побудова формули загального індексу – одне з головних питань теорії індексів.

Агрегатний індекс вважається основною формою загального індексу. Його застосовують для вивчення складних суспільних явищ, які містять у собі різнойменні елементи. Найбільш типовим загальним індексом кількісних показників є *індекс фізичного обсягу*. Його можна побудувати двома способами: як агрегатний і як середній із індивідуальних. Наприклад, є дані про виробництво різних видів продукції в межах одного господарства за два періоди. Необхідно за допомогою загального індексу характеризувати зміни обсягу всієї продукції. Знаходимо загальний сумірник, який дає змогу виразити у співмірному вигляді загальний обсяг продукції в базисному та звітному періодах. Таким сумірником можуть бути: ціна, собівартість одиниці продукції, затрати праці на одиницю продукції і т.д.

Використовуючи прийняту символіку, виразимо вартість продукції в базисному і звітному періодах як  $q_0p_0$  і  $q_1p_1$ . Порівнянням цих двох показників одержуємо агрегатний індекс вартості:  $I = \Sigma q_1p_1 : \Sigma q_0p_0$ . Оскільки вартість залежить від кількості продукції та цін, індекс може відобразити зміну обсягу виробництва продукції лише за умови постійності цін на окремі її види.

Побудований за цим принципом індекс називають **індексом фізичного обсягу**. Його формула має вигляд:

$$I_{\phi o} = \sum q_1 p : \sum q_0 p,$$

де  $q_0, q_1$  - кількість виробленої продукції в базисному і звітному періодах;

$p$  – ціни, зіставні для двох періодів.

Таким чином, **агрегатним індексом** називається загальний індекс, одержаний шляхом зіставлення підсумків, які виражають величину складного показника у звітному та базисному періодах, за допомогою сумірників (незмінних). Сам спосіб обчислення загального індексу називають **агрегатним**. Порівнювані суми в агрегатному індексі різняться між собою за індексованими величинами, сумірники тут незмінні.

#### 88. Макет розрахунку індексу фізичного обсягу

| Вид продукції | Обсяг виробництва, ц |                | Ціна одиниці продукції, грн. |                | Вартість продукції, грн. |                |
|---------------|----------------------|----------------|------------------------------|----------------|--------------------------|----------------|
|               | базисний період      | звітний період | базисний період              | звітний період | базисний період          | звітний період |
|               | $q_0$                | $q_1$          | $p_0$                        | $p_1$          | $q_0 p_0$                | $q_1 p_0$      |
| ...           | ...                  | ...            | ...                          | ...            | ...                      | ...            |
| Всього        | -                    | -              | -                            | -              | 130000                   | 162000         |

Технічний бік розрахунків ілюструє макет, наведений у таблиці 88. Індекс фізичного обсягу одержимо порівнянням вартості продукції звітного і базисного років:

$$I_{\phi o} = \frac{\sum q_1 p}{\sum q_0 p} = \frac{162000}{130000} = 1.246 \text{ або } 124,6 \, \%.$$

Отже, загальний обсяг виробництва продукції збільшився у звітному році порівняно з базисним на 24,6%. Різниця між чисельником і знаменником формули характеризує абсолютну зміну обсягу виробництва в поточному періоді за рахунок його збільшення. У нашому прикладі ця величина дорівнює 32000 грн. ( $\sum q_1 p - \sum q_0 p$ ).

Загальний індекс може бути розрахований і як **середній із індивідуальних**. У такому випадку визначають індивідуальні індекси обсягу по окремих видах продукції  $i = q_1 : q_0$ . З одержаних індивідуальних індексів розраховують середній.

У статистичній практиці середні індекси визначають у формі середньої арифметичної і середньої гармонійної. При цьому кожна з обраних форм повинна прийматися як середня зважена, тобто:

$$\bar{I} = \sum i f : \sum f ; \quad \bar{I} = \sum M : \sum (M : i),$$

де  $i$ - індивідуальні індекси обсягу;

$f$  і  $M$  – ваги відповідно в середньому арифметичному та середньому гармонійному індексах.

При визначенні ваг середнього арифметичного і середнього гармонійного індексів виходять із тотожності їх агрегатного індексу. Так, при обчисленні середнього арифметичного індексу повинна виконуватись умова :

$$\frac{\sum if}{\sum f} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Остання матиме місце при  $f=q_0 p_0$ .

$$\text{Дійсно, } \bar{I} = \sum i q_0 p_0 : \sum q_0 p_0 = \sum (q_1 : q_0) q_0 p_0 : \sum q_0 p_0 .$$

Отже, загальний індекс у формі середньоарифметичного матиме вигляд:  $\bar{I} = \sum i q_0 p_0 : \sum q_0 p_0$  . Розраховуючи (аналогічно) ваги середньогармонійного індексу, слід пам'ятати умову  $\sum M : \sum (M : i) = \sum q_1 p_0 : \sum q_0 p_0$  . Така рівність буде дотримана, якщо  $M=q_1 p_0$ . Тоді  $\bar{I} = \sum q_1 p_0 : \sum (q_0 p_0 : i) = \sum q_1 p_0 : \sum (q_1 p_0 : q_1) q_0 = \sum q_1 p_0 : \sum q_0 p_0$ , тобто середньо гармонійний індекс фізичного обсягу можна записати у вигляді :  $\bar{I} = \sum q_1 p_0 : \sum (q_1 p_0 : i)$ .

Вибір форми обчислення середнього індексу зумовлений насамперед наявністю в розпорядженні дослідника вихідної інформації поряд з індивідуальними індексами. Так, при наявності даних про вартість продукції в порівняльних цінах у базисному періоді загальний індекс із індивідуальних розраховують як середній арифметичний. Розглянемо послідовність таких дій на базі даних таблиці 89.

#### 89. Вихідні і розрахункові дані для обчислення середнього арифметичного індексу

| Вид продукції | Індивідуальний індекс обсягу | Вартість продукції у базисному періоді, тис. грн. |
|---------------|------------------------------|---------------------------------------------------|
|               | $i = q_1 : q_0$              | $q_0 p_0$                                         |
| Зерно         | 1,16                         | 36200                                             |
| Овочі         | 1,27                         | 17900                                             |
| Молоко        | 0,87                         | 36700                                             |

$$\bar{I} = \frac{\sum i q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{1,16 \cdot 36200 + 1,27 \cdot 17900 + 0,87 \cdot 36700}{36200 + 17900 + 36700} = 1,064, \text{ або } 106,4 \, \%.$$

90. Вихідні і розрахункові дані для обчислення  
середнього гармонійного індексу

| Вид продукції | Індивідуальний індекс<br>обсягу | Вартість продукції у звітному<br>періоді в цінах базисного , тис. грн. |
|---------------|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
|               | $i = q_1 : q_0$                 | $q_1 p_0$                                                              |
| Зерно         | 1,09                            | 17900                                                                  |
| Овочі         | 1,29                            | 15500                                                                  |
| Картопля      | 1,00                            | 33200                                                                  |

Якщо в розпорядженні є дані про вартість продукції у звітному періоді в базисних цінах (табл. 79), то загальний індекс визначають за принципом гармонійної середньої. Так, у нашому прикладі маємо:

$$\bar{i} = \frac{\sum i q_1 p_0}{\sum q_1 p_0} = \frac{17900 + 15500 + 33200}{\frac{17900}{1,09} + \frac{15500}{1,29} + \frac{33200}{1,00}} = 1,079, \text{ або } 107,9 \%$$

Між розглянутими вище видами індексів існує певне співвідношення, згідно з яким середній індекс повинен дорівнювати агрегатному.

### 10.3. Система індексів для характеристики динаміки складного явища

Із розглянутого вище зрозуміло, що явища, динаміка яких вимірюється індексами, складаються з різнорідних елементів. Це зумовлює неможливість вимірювання рівнів таких явищ. Із цього випливає необхідність їх вимірювання в динамічному розрізі. Тому при обчисленні індексу завжди мають справу з двома рядами величин, які характеризують базисний і поточний періоди.

Залежно від періоду часу, який береться за основу при побудові індексів, останні можуть бути базисними та ланцюговими. **Базисними** називають індекси, які мають один і той самий період часу, взятий за основу розрахунків, тобто постійну базу порівняння. Наприклад, якщо при розрахунках індексів за 2001 – 2004 рр. за базу порівняння взяти 2001 р., то такі індекси називатимуться базисними. Якщо ж при обчисленні індексів база порівняння змінюватиметься і за таку базу братимуть період, який є попереднім щодо обчислюваного індексу, то останній називатиметься **ланцюговим**.

Як базисний, так і ланцюговий індекси дають кількісну характеристику темпів розвитку явища.

Розглянемо приклад (табл. 91). При обчисленні базисних індексів за базу порівняння прийнято 2001 р. Останній рядок таблиці показує: а) по графі базисних індексів – в 2004 р. порівняно з 2001 – м середня врожайність збільшилася на 1,5 % (індекс 1,015); б) по графі ланцюгових індексів – в 2004 р. порівняно з 1994–м середня урожайність зменшилась на 1,8 % (індекс 0,982).

#### 91. Динаміка врожайності зернових культур у господарстві

| Рік  | Урожайність, ц з га | Індекси |           |
|------|---------------------|---------|-----------|
|      |                     | базисні | ланцюгові |
| 2001 | 33,1                | -       | -         |
| 2002 | 33,7                | 1,018   | 1,018     |
| 2003 | 34,2                | 1,033   | 1,015     |
| 2004 | 33,6                | 1,015   | 0,982     |

Між базисними і ланцюговими індексами існує певний взаємозв'язок: добуток ланцюгових індексів дорівнює базисному індексу останнього періоду  $1,018 \times 1,015 \times 0,982 = 1,015$ .

Щоб довести правильність цього рівняння, перемножимо ті дроби, на підставі яких були обчислені ланцюгові індекси, та здійснимо відповідні скорочення:

$$\frac{33,7}{33,1} \times \frac{34,2}{33,7} \times \frac{33,6}{34,2} = 1,015.$$

Отже, одержано базисний індекс 2004 р. У результаті скорочення залишаються лише знаменник першої ланки і чисельник останньої, що дає тотожність з базисним індексом:  $i = \frac{33,6}{33,1} = 1,015$ .

Зазначена взаємозалежність на прикладі індивідуальних індексів поширюється і на співвідношення агрегатних. Але таке співвідношення має місце за умови, що зважування, здійснюється лише постійними сумірниками (вагами) наприклад, базисного періоду.

Розглянемо зазначену залежність на прикладі співвідношення індексів фізичного обсягу:

$$\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0} \cdot \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_2 p_0} = \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

Як бачимо, знаменник другої ланки скорочується з чисельником першої, знаменник третьої ланки – із чисельником другої і залишаються чисельник третьої ланки та знаменник першої, що тотожне базисному індексу.

Слід відзначити, що при інтерпретації індексів, якими вимірюють динаміку явищ, іноді застосовують термін „пункт”. Під останнім розуміють одиницю, якщо база порівняння при обчисленні індексу виражена у вигляді 100%. Наприклад, якщо індекс обсягу виробництва продукції підвищився з 125% у 2003 р. до 135% у 2004 – му при базі порівняння 2000 р. 100%, то можна сказати, що індекс збільшився на 10 пунктів.

**Індекси з постійними і змінними вагами.** Як уже згадувалося, взаємозв’язок між базисними і ланцюговими індексами (добуток ланцюгових дорівнює базисному) є безумовним лише для індивідуальних індексів. Для загальних такий взаємозв’язок не порушується, якщо ряд загальних індексів розраховано з постійною вагою.

Розглянемо приклад. Маємо дані по підприємству про виробництво продукції та про ціни на неї за чотири роки:

| 2001      | 2002      | 2003      | 2004      |
|-----------|-----------|-----------|-----------|
| $q_1/p_1$ | $q_2/p_2$ | $q_3/p_3$ | $q_4/p_4$ |

При обчисленні базисних і ланцюгових індексів фізичного обсягу можна по-різному вирішити питання про еліміновані величини (ваги). Так, при визначенні ланцюгових індексів фізичного обсягу продукцію всіх періодів можна оцінити в одних і тих самих цінах (наприклад, у цінах 2001 р.) такі індекси мають вигляд:

$$I_{2/1} = \frac{\sum q_2 p_1}{\sum q_1 p_1}; \quad I_{3/2} = \frac{\sum q_3 p_1}{\sum q_2 p_1}; \quad I_{4/3} = \frac{\sum q_4 p_1}{\sum q_3 p_1}.$$

Оскільки розраховані таким чином індекси мають однакові ваги ( $p_1$ ), то представляють ряд **індексів з постійними вагами**. У цьому випадку можна перейти від ланцюгових індексів до базисного (і навпаки):

$$\frac{\sum q_2 p_1}{\sum q_1 p_1} \cdot \frac{\sum q_3 p_1}{\sum q_2 p_1} \cdot \frac{\sum q_4 p_1}{\sum q_3 p_1} = \frac{\sum q_4 p_1}{\sum q_1 p_1}.$$

Але при побудові ряду ланцюгових індексів можна було б піти іншим шляхом: для кожного періоду побудувати індекс фізичного обсягу за цінами попереднього періоду:

$$I_{2/1} = \frac{\sum q_2 p_1}{\sum q_1 p_1}; I_{3/2} = \frac{\sum q_3 p_2}{\sum q_2 p_2}; I_{4/3} = \frac{\sum q_4 p_3}{\sum q_3 p_3}.$$

Ці індекси побудовані за різними вимірниками (вагами), тобто вони є **індексами зі змінними вагами**. Для таких індексів перехід від ланцюгових до базисних (і навпаки) неможливий.

Відзначаючи позитивну особливість індексів із постійними вагами, що зумовлює перехід від ланцюгових індексів до базисних (і навпаки), слід вказати й на недоліки деяких видів економічних індексів. Так, чи можна вважати доцільною побудову індексів цін із постійними вагами? І дійсно, який сенс розрахунку індексу цін у четвертому періоді (порівняно з третім) за продукцією першого періоду ( $q_1$ )? З практичного боку для цін значно більший інтерес становлять індекси зі змінними вагами, хоча їм і не притаманна вказана вище взаємозалежність між ланцюговими та базисними індексами.

**Індекси змінного і постійного складу.** У розглянутих вище прикладах йшлося про випадки, коли для сукупності невимірних показників у натуральному вигляді визначалася середня зміна індексованих величин. При вивченні динаміки якісних показників часто треба визначати зміну середньої величини індексованого показника для будь-якої однорідної сукупності (наприклад, середньої врожайності, середньої трудоемності надою, середньої собівартості і т.д.).

У загальному вигляді динаміку таких середніх показників можна представити виразом ( $x_1 : x_0$ ), який являє собою **середній індекс**.

Відносну величину, що характеризує динаміку двох середніх показників для однорідної сукупності, в статистиці називають **індексом змінного складу**.

Для якісних показників, наприклад урожайності і цін, індекси змінного складу легко записати у вигляді таких відношень :

$$I_y = \bar{y}_1 : \bar{y}_0 = \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum \Pi_1} : \frac{\sum y_0 \Pi_0}{\sum \Pi_0};$$

$$I_p = \bar{p}_1 : \bar{p}_0 = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}.$$

Назва індексу змінного складу зумовлена тим, що середні величини, динаміку яких вони відображують, можуть змінюватися залежно від змін кожної окремої одиниці досліджуваного явища та від змін його структури. Наприклад, збільшення середньої врожайності зернових культур залежить від підвищення врожайності

кожної окремої культури (вівса, ячменю, гречки і т.д.) та від збільшення питомої ваги в загальній площі зернових найбільш урожайних культур.

Таким чином, індекс змінного складу характеризує спільний вплив зазначених вище факторів. У такому індексі знаходить прояв зміна обох величин – кількісних ( $\Pi_0, \Pi_1$ ) та якісних ( $y_0$  і  $y_1$ ).

У загальному вигляді формула індексу змінного складу така:

$$I_{зм.скл.} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \bar{x}_1 : \bar{x}_0,$$

де  $\bar{x}$  – осереднювана ознака;

$f$  – вага (питома вага) досліджуваного явища.

Якщо дослідження має на меті виключити вплив змін структури сукупності на динаміку середніх показників розраховують середні для двох періодів по одній і тій самій структурі, що, як правило, фіксується по звітному періоду. Індекс, який відображує динаміку середніх величин при фіксованій структурі явища, називається **індексом постійного (фіксованого) складу**. Він характеризує вплив лише індексованої величини. Його структурна формула має вигляд:

$$I_{ф.скл.} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \text{ або } I_{ф.скл.} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1} : \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_1}$$

При скороченні в наведеній формулі на  $\sum f_1$  одержуємо вже відому формулу агрегатного індексу:  $I = \sum x_1 f_1 : \sum x_0 f_{1.1}$ .

У даному індексі вплив структурного фактора виключено. Прикладом таких індексів є індекси фізичного обсягу ( $\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$ ),

індекси цін ( $\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$ ), індекси собівартості ( $\frac{\sum Z_1 q_1}{\sum Z_0 q_1}$ ) та ін.

Відношенням індексів змінного складу до індексу фіксованого складу одержують **індекс структури** :  $I_{стр.} = (\sum x_0 f_1 : \sum f_1) : (\sum x_0 f_0 : \sum f_0)$ , тобто  $I_{стр.} = I_{ф.скл.} : I_{зм.скл.}$ . Таким чином завжди можна обчислити один з індексів, якщо відомі два інших. Даний індекс характеризує **вплив змін структури на зміну середньої величини**.

Розглянемо приклад розрахунку зазначених вище індексів за даними таблиці 92.

92. Вихідні і розрахункові дані для обчислення індексів змінного та фіксованого складу

| Культура | Площа, га       |                | Урожайність, ц/га |                | Валовий збір, ц |                |             |
|----------|-----------------|----------------|-------------------|----------------|-----------------|----------------|-------------|
|          | базисний період | звітний період | базисний період   | звітний період | базисний період | звітний період | умовний     |
|          | $\Pi_0$         | $\Pi_1$        | $y_0$             | $y_1$          | $y_0 \Pi_0$     | $y_1 \Pi_1$    | $y_0 \Pi_1$ |
| Пшениця  | 500             | 590            | 30                | 35             | 15000           | 20650          | 17700       |
| Жито     | 200             | 250            | 12                | 15             | 2400            | 3750           | 3000        |
| Разом    | 700             | 840            | -                 | -              | 17400           | 24400          | 20700       |

Середня врожайність базисного і звітного періодів становить:

$$\bar{y}_0 = \frac{\sum y_0 \Pi_0}{\sum \Pi_0} = \frac{17400}{700} = 24,9; \quad \bar{y}_1 = \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum \Pi_1} = \frac{24400}{840} = 29,0.$$

Обчислимо індекси врожайності змінного і постійного складу та їх співвідношення:

$$I_{зм.скл.} = \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum \Pi_1} : \frac{\sum y_0 \Pi_0}{\sum \Pi_0} = \frac{24400}{840} : \frac{17400}{700} = 1,1647;$$

$$I_{ф.скл.} = \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum \Pi_1} : \frac{\sum y_0 \Pi_1}{\sum \Pi_1} = \frac{24400}{840} : \frac{20700}{840} = 1,1789;$$

$$I_{стр.} = \frac{\sum y_0 \Pi_1}{\sum \Pi_1} : \frac{\sum y_0 \Pi_0}{\sum \Pi_0} = \frac{20700}{840} : \frac{17400}{700} = 0,9880;$$

$$I_{стр..} = I_{зм.скл.} : I_{ф.скл.} = 0,9880 = 1,1647 : 1,1789;$$

$$I_{зм.скл.} = I_{ф.скл.} \cdot I_{стр.} = 1,1647 = 1,1789 \cdot 0,9880.$$

Прокоментуємо результати розрахунків. Індекс урожайності змінного складу відображує динаміку середньої врожайності. У нашому випадку середня врожайність зернових культур підвищилася на 16,5% як за рахунок збільшення врожайності окремих культур, так і за рахунок змін структури посівних площ. Перш ніж визначити вплив на динаміку врожайності змін структури посівних площ ( $I_{стр..}$ ), розраховують індекс урожайності фіксованого складу ( $I_{ф.скл.}$ ). Він виключає вплив структури посівних площ. Індекс дорівнює 1,1789 і показує, що середня врожайність у звітному періоді порівняно з базисним підвищилася на 17,9% за рахунок зростання врожайності окремих культур.

Розбіжність в індексах змінного та постійного складу можна пояснити впливом змін структури посівних площ. Величина індексу

структури 0,988 свідчить про те, що зменшення питомої ваги високоврожайних культур у звітному періоді (пшениці – від 71 до 70%) зумовило деяке зниження показника середньої врожайності (на 1,2%).

Аналогічно можна розрахувати індекси змінного та фіксованого складу і для інших якісних показників у випадках, коли йдеться про сукупності, для яких розраховується середня величина індексованого показника (наприклад, для показників цін, собівартості, продуктивності праці і т.д.).

#### 10.4. Види економічних індексів, їх взаємозв'язок

**Індекси фізичного обсягу.** В аналізі соціально–економічних явищ часто використовується **індекс фізичного обсягу**. Він широко застосовується в наукових дослідженнях і практичних розрахунках, які стосуються вивчення динаміки виробництва продукції або ступеня виконання плану. Обчислюють цей індекс, нагадаємо, за формулою агрегатного індексу.

За інформацією макету таблиці 93, знаходять величину індексу фізичного обсягу, який характеризує зміну обсягу виробництва продукції в поточному періоді щодо базисного або планового періоду. Суми трьох останніх граф робочої таблиці дають вихідну інформацію для розрахунку індексів за такими формулами:  $I_{ф.о.} = \sum q_1 p_0 : \sum q_0 p_0$ ;  $I_{ф.о.} = \sum q_1 p_0 : \sum q_{пл.} p_0$ . Перший із наведених індексів характеризує динаміку виробництва продукції, другий – ступінь виконання плану.

93. Макет таблиці для обчислення індексу фізичного обсягу

| Вид<br>продукції | Виробництво продукції, ц |           |                     | Ціна,<br>грн. | Вартість продукції, тис. грн. |                      |                  |
|------------------|--------------------------|-----------|---------------------|---------------|-------------------------------|----------------------|------------------|
|                  | базисний<br>період       | план      | поточни<br>й період |               | базисний<br>період            | поточний період      |                  |
|                  |                          |           |                     |               |                               | план                 | фактично         |
|                  | $q_0$                    | $q_{пл.}$ | $q_1$               | $p_0$         | $q_0 p_0$                     | $q_{пл.} p_0$        | $q_1 p_0$        |
| Зерно            |                          |           |                     |               |                               |                      |                  |
| Овочі            |                          |           |                     |               |                               |                      |                  |
| Картопля         |                          |           |                     |               |                               |                      |                  |
| і т.д.           |                          |           |                     |               |                               |                      |                  |
| Всього           | -                        | -         | -                   |               | $\Sigma q_0 p_0$              | $\Sigma q_{пл.} p_0$ | $\Sigma q_1 p_0$ |

При обчисленні індексу фізичного обсягу індексуються обсяги виробництва продукції, елімінуються – ціни. Причому за незмінні ваги приймаються ціни базисного періоду. Отже, чисельник першого індексу являє собою умовну вартість виробленої продукції, знаменник – фактичну вартість продукції базисного періоду. Якщо обчислена величина цього індексу становить, наприклад, 1,163, це означає, що в поточному періоді порівняно з базисним було вироблено продукції на 16,3% більше. За аналогічною схемою розраховують та інтерпретують індекс фізичного обсягу, коли базою порівняння є планові показники. При відсутності необхідних даних індекс фізичного обсягу обчислюють за формулою середнього арифметичного індексу.

**Індекси цін.** Досить важливим завданням статистики є характеристика динаміки цін. Воно вирішується за допомогою **агрегатних індексів цін**. Для їх розрахунку береться вартість однієї й тієї ж продукції у поточних та базисних цінах. Обчислюють індекс за схемою аналогічною індексу фізичного обсягу з тією різницею, що індексуються тут показники цін ( $p_1, p_0$ ), а елімінованою величиною (вагою) приймається кількість продукції поточного періоду ( $q_1$ ). Одержані суми вартості продукції з робочої таблиці (вона будується аналогічно попередній) підставляють у формулу індексу цін  $I_q = \sum p_1 q_1 : \sum p_0 q_1$ .

Отже, чисельник формули являє собою вартість продукції поточного періоду, знаменник – умовну вартість. Наприклад, якщо вивчається динаміка цін на продукцію, реалізовану на ринку, й обчислена величина індексу цін становить 0,841, це означає, що ціни на реалізовану продукцію в поточному періоді порівняно з базисним знизилися на 15,9 %.

Агрегатний індекс цін розраховують у випадках, коли наявні дані про реалізовану продукцію в поточному періоді у цінах поточного та базисного періодів. Якщо ж є інформація про зміни обсягів реалізації і цін по окремих видах продукції, то для характеристики динаміки цін в цілому по всіх видах продукції розраховують середній гармонійний індекс цін:  $I_q = \sum p_1 q_1 : \sum \frac{p_1 q_1}{i}$ . Розрахунок цього виду індексу розглянемо за даними, наведеними в таблиці 94.

Як бачимо, у вихідній інформації відсутні дані про вартість реалізованої продукції у поточному періоді за цінами базисного.

94. Вихідні і розрахункові дані для обчислення  
середнього гармонійного індексу цін

| Вид<br>продукції | Обсяг реалізації в<br>поточному періоді,<br>тис. грн. | Зміни (+,-) в поточному<br>періоді порівняно з<br>базисним, % | Обсяг реалізації в<br>поточному періоді<br>в цінах базисного |
|------------------|-------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
|                  | $p_1q_1$                                              | $i \times 100 - 100$                                          | $\sum \frac{p_1q_1}{i} = \sum p_0q_1$                        |
| Зерно            | 6018                                                  | -16                                                           | 7164                                                         |
| Овочі            | 3227                                                  | +9                                                            | 2961                                                         |
| Молоко           | 1639                                                  | -3                                                            | 1690                                                         |
| Всього           | 10884                                                 | -                                                             | 11815                                                        |

Тому динаміку цін розкриває середній гармонійний індекс:

$$I_u = \frac{\sum p_1q_1}{\sum \frac{p_1q_1}{i}} = \frac{10884}{11815} = 0.921.$$

Таким чином, ціни в поточному році порівняно з базисним на реалізовану продукцію в цілому знизилися в середньому на 7,9%.

**Індекс продуктивності праці.** Оскільки продуктивність праці вимірюється кількістю продукції, виробленою за одиницю часу, або затратами робочого часу на виробництво одиниці продукції, для визначення рівня продуктивності праці необхідно знати обсяг продукції та час, затрачений на її виробництво. Використовують також вартісні показники продуктивності праці, які одержують шляхом ділення вартості продукції на затрачений робочий час.

При вивченні динаміки продуктивності праці на виробництві окремих видів продукції розраховують індивідуальні індекси продуктивності праці. При обчисленні їх за сукупністю різномірної продукції співвідношення затрат робочого часу на виробництво продукції в поточному періоді визначають за продуктивністю праці в базисному періоді та фактичними затратами робочого часу на продукцію звітного періоду. Структурна формула цього співвідношення має вигляд:

$$I = \sum t_0q_1 : \sum t_1q_1,$$

де  $t_0$ ,  $t_1$  - затрати робочого часу на одиницю продукції відповідно у базисному і звітному періодах;

$q_1$  - кількість продукції за звітний період.

Обернену величину індексу продуктивності праці називають індексом затрат робочого часу. Її розраховують за формулою:

$$I = \sum t_1 q_1 : \sum t_0 q_1.$$

Наведені індекси називають **трудовими індексами продуктивності праці**. Для зручності їх розрахунку складають робочу таблицю (табл. 95). Підсумки по останніх двох графах підставляють у чисельник та знаменник формули агрегатного індексу продуктивності праці. У статистиці він має назву „трудовий індекс продуктивності праці фіксованого складу”.

95. Вихідні і розрахункові дані обчислення агрегатного індексу продуктивності праці (трудового)

| Вид продукції | Кількість виробленої продукції в поточному періоді, ц | Затрати праці на 1 ц продукції, люд.-год. |                 | Затрати робочого часу, люд.-год. |                |
|---------------|-------------------------------------------------------|-------------------------------------------|-----------------|----------------------------------|----------------|
|               |                                                       | базисний період                           | поточний період | умовні                           | фактичні       |
|               | $q_1$                                                 | $t_0$                                     | $t_1$           | $t_0 q_1$                        | $t_1 q_1$      |
| А             |                                                       |                                           |                 |                                  |                |
| Б             |                                                       |                                           |                 |                                  |                |
| В             |                                                       |                                           |                 |                                  |                |
| і т.д.        |                                                       |                                           |                 |                                  |                |
| Всього        | -                                                     | -                                         | -               | $\sum t_0 q_1$                   | $\sum t_1 q_1$ |

На практиці широко застосовується вартісний метод вимірювання динаміки продуктивності праці. Такий методичний підхід дає змогу одержати узагальнюючу характеристику динаміки продуктивності праці шляхом обчислення **вартісного індексу продуктивності праці**. Формула цього агрегатного змінного індексу змінного складу має вигляд:

$$I = (\sum q_1 p : \sum t_1 q_1) : (\sum q_0 p : \sum t_0 q_0),$$

де  $\sum q_0 p, \sum q_1 p$  - вартість одержаної продукції у порівнянних цінах відповідно у базисному та звітному періодах;

$\sum t_0 q_0, \sum t_1 q_1$  - затрати робочого часу в базисному і звітному періодах.

Розрахунки вартісного індексу здійснюють на базі допоміжної робочої таблиці (табл. 96). Підставивши у чисельник і знаменник підсумкові дані відповідних граф, одержимо агрегатний індекс продуктивності праці (вартісний) змінного складу.

96. Вихідні і розрахункові дані для обчислення  
агрегатного індексу продуктивності праці (вартісного )

| Вид<br>продукції | Кількість вироб-<br>леної продукції, ц |                    | Затрати праці на всю<br>продукцію, люд.-г |                    | Ціна,<br>грн. | Вартість валової<br>продукції, грн. |                    |
|------------------|----------------------------------------|--------------------|-------------------------------------------|--------------------|---------------|-------------------------------------|--------------------|
|                  | базисний<br>період                     | поточний<br>період | базисний<br>період                        | поточний<br>період |               | базисний<br>період                  | поточний<br>період |
|                  | $q_0$                                  | $q_1$              | $t_0 q_0$                                 | $t_1 q_1$          | $p$           | $q_0 p$                             | $q_1 p$            |
| Зерно            |                                        |                    |                                           |                    |               |                                     |                    |
| Овочі            |                                        |                    |                                           |                    |               |                                     |                    |
| Картопля         |                                        |                    |                                           |                    |               |                                     |                    |
| і т.д.           |                                        |                    |                                           |                    |               |                                     |                    |
| Всього           | -                                      | -                  | $\Sigma t_0 q_0$                          | $\Sigma t_1 q_1$   | -             | $\Sigma q_0 p$                      | $\Sigma q_1 p$     |

Між розглянутими вище видами індексів існує така залежність: вартісний індекс продуктивності праці дорівнює відношенню індексу фізичного обсягу до індексу затрат праці, а саме:

$$\frac{\sum q_1 p}{\sum t_1 q_1} : \frac{\sum q_0 p}{\sum t_0 q_0} = \frac{\sum q_1 p}{\sum q_0 p} : \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0}.$$

**Індекс собівартості.** На підставі даних про кількість виробленої в підприємстві за два роки продукції та собівартість її одиниці можна обчислити середню зміну собівартості одиниці продукції по галузі (рослинництво, тваринництво) та підприємству в цілому. У даному випадку індексується собівартість одиниці продукції, а елімінується – кількість продукції поточного періоду. Розраховують індекс собівартості за схемою агрегатного загального індексу фіксованого складу:

$$I_{sob.} = \sum Z_1 q_1 : \sum Z_0 q_1,$$

де  $Z_0, Z_1$  - собівартість одиниці продукції базисного і поточного періодів;

$q_1$ - кількість продукції поточного періоду.

Індекс загальних витрат обчислюють за формулою агрегатного індексу змінного складу:  $I_{zag.vitr...} = \sum Z_1 q_1 : \sum Z_0 q_0$ . Перший із наведених індексів характеризує динаміку змін собівартості одиниці продукції в поточному періоді щодо базисного, другий – динаміку змін загальних витрат. Обчислюють ці індекси на підставі даних попередніх розрахунків, як показано в таблиці 97.

97. Вихідні і розрахункові дані для обчислення  
індексів собівартості та витрат

| Вид<br>продукції | Кількість виробленої<br>продукції, ц |                    | Собівартість одиниці<br>продукції, грн. |                    | Витрати виробництва, грн. |                    |                  |
|------------------|--------------------------------------|--------------------|-----------------------------------------|--------------------|---------------------------|--------------------|------------------|
|                  | базисний<br>період                   | поточний<br>період | базисний<br>період                      | поточний<br>період | базисний<br>період        | поточний<br>період | умов<br>ні       |
|                  | $q_0$                                | $q_1$              | $z_0$                                   | $z_1$              | $q_0 z_0$                 | $q_1 z_1$          | $q_1 z_0$        |
| А                |                                      |                    |                                         |                    |                           |                    |                  |
| В                |                                      |                    |                                         |                    |                           |                    |                  |
| В                |                                      |                    |                                         |                    |                           |                    |                  |
| і т.д.           |                                      |                    |                                         |                    |                           |                    |                  |
| Всього           | -                                    | -                  | -                                       | -                  | $\Sigma q_0 z_0$          | $\Sigma q_1 z_1$   | $\Sigma q_1 z_0$ |

**Вибір ваги (сумірника) індексу.** Слід відзначити, що в теорії індексного методу дискусійним вважається питання вибору елімінованої величини (ваги) при побудові агрегатних індексів. У статистичній практиці існує такий методичний підхід до побудови індексних комплексів: якщо результативний показник являє собою добуток об'ємного (кількісного) і якісного показників, то при визначенні впливу першого на результативний - якісний показник слід фіксувати на рівні базисного періоду. Наприклад, при побудові агрегатного індексу  $\Sigma P_1 y_0 : \Sigma P_0 y_0$  (де  $P_0, P_1$  - площі зернових у базисний та звітний періоди ;  $y_0$  - урожайність) індексуються об'ємні показники ( $P_0, P_1$ ), а елімінується якісний показник ( $y_0$ ), тобто урожайність у базисному періоді. Економічний зміст одержаного результату зводиться до висновку: як змінився валовий збір зернових культур за рахунок кількісних змін посівних площ у поточному періоді.

Якщо ж визначається вплив якісного показника, то об'ємний (кількісний) фіксується на рівні поточного періоду. Так, при обчисленні агрегатного індексу  $\Sigma y_1 P_1 : \Sigma y_0 P_1$  індексуються показники урожайності ( $y_0, y_1$ ), а вагою виступає показник площі ( $P_1$ ) у поточному періоді. Одержаний результат характеризує зміну валового збору (однорідних культур) у поточному році за рахунок змін рівня врожайності. Аналогічний методичний підхід використовують при побудові агрегатних індексів цін ( $\Sigma p_1 q_1 : \Sigma p_0 q_1$ ), собівартості ( $\Sigma z_1 q_1 : \Sigma z_0 q_1$ ), продуктивності праці ( $\Sigma t_0 q_1 : \Sigma t_1 q_1$ ) та ін.

При обчисленні зазначених вище індексів якісних показників виходять із суті останніх як економічної категорії, а не з

математичного оформлення індексних комплексів. Наприклад, індекс цін повинний дати відповідь, на скільки та чи інша кількість продукції, оцінена за цінами попереднього і звітного періодів, змінила б свою грошову вартість. Отже, якщо ми вивчаємо реальну зміну цін, то нас повинна цікавити зміна їх на продукцію, яку одержуємо зараз, тобто в поточному періоді ( $q_1$ ). З аналогічних міркувань виходять при виборі ваги для розрахунку індексів урожайності, собівартості, продуктивності праці тощо.

При обчисленні індексів кількісних показників, наприклад індексу фізичного обсягу, як уже згадувалося, сумірником береться ціна базисного періоду. Це зумовлено тим, що більш точно відобразити зміну кількості виробленої продукції можна лише, якщо виходити з передбачення, що в поточному періоді змінилася лише кількість виробленої продукції, а ціни залишилися на рівні базисного періоду.

Викладений порядок розрахунку індексів є загальноприйнятим, але залежно від завдань дослідження можуть бути певні відхилення від нього. Особливо це стосується розрахунку конкретних економічних індексів у статистичних дослідженнях.

### **10.5 . Взаємозв'язок індексів. Визначення впливу окремих факторів**

Уже відзначалося, що суспільно–економічні явища і процеси перебувають у взаємозалежності та взаємозумовленості. Тому значна частина статистичних показників взаємопов'язані. Наприклад, валовий збір є добутком показників урожайності на площу; виробничі витрати - добутком обсягу виробництва на собівартість; товарооборот - добутком кількості реалізованої продукції на ціну і т.д. Аналогічна взаємозалежність існує і між економічними індексами. Так, індекс валового збору дорівнює добутку індексу врожайності на індекс посівних площ; індекс товарообороту – добутку індексу фізичного обсягу на індекс цін і т.д.

Нижче наведено схему взаємозв'язків індексів, які найчастіше зустрічаються в економічних дослідженнях та аналізі.

Зміну валового збору однорідної групи культур визначають за допомогою наведених індексів та їх співвідношень:

$$\text{Індекс валового збору} - I_{в.з.} = \frac{\sum P_1 y_1}{\sum P_0 y_0}.$$

$$\text{Індекс урожайності} - I_{ур} = \frac{\sum P_1 y_1}{\sum P_1 y_0}.$$

$$\text{Індекс розміру і структури посівів} - I_{рст} = \frac{\sum P_1 y_0}{\sum P_0 y_0}.$$

$$\text{Індекс розміру посівної площі} - I_{н.п} = \frac{\sum P_1}{\sum P_0}.$$

$$\text{Індекс урожайності зі „строкатого” гектара} - I_{усз} = \frac{\sum P_1 y_1}{\sum P_1} : \frac{\sum P_0 y_0}{\sum P_0} = \frac{\overline{y_1}}{y_0}.$$

$$\text{Взаємозв'язок індексів} - I_{в.з.} = I_{ур} \times I_{рст}; I_{в.з.} = I_{н.п} \times I_{усз}.$$

Ступінь впливу змін у структурі посівних площ на валовий збір знаходять за таким співвідношенням індексів :

$$\frac{\sum P_1 y_0}{\sum P_0 y_0} : \frac{\sum P_1}{\sum P_0} \text{ або } \frac{\overline{y_1}}{y_0} : \frac{\sum P_1 y_1}{\sum P_1 y_0}.$$

Зміни в рівні товарообороту продукції можна визначити добутком індексу фізичного обсягу на індекс цін:

$$\frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \cdot \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}.$$

Аналогічний взаємозв'язок індексів знаходимо при вивченні змін витрат виробництва, а саме: добуток індексу фізичного обсягу на індекс собівартості:

$$\frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_0 z_0} = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0} \cdot \frac{\sum q_1 z_1}{\sum q_1 z_0}.$$

При вивченні змін у рівнях продуктивності праці знаходять співвідношення індексу фізичного обсягу та індексу затрат праці :

$$\left( \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_1 t_1} : \frac{\sum q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} \right) = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} : \frac{\sum q_1 t_1}{\sum q_0 t_0}.$$

Існує також взаємозв'язок між індексами фонду заробітної плати, середньої зарплати та чисельності працівників. Так, добуток індексів середньої заробітної плати ( $I_{сз}$ ) і чисельності працівників ( $I_n$ ) дає індекс фонду заробітної плати ( $I_{фз}$ ), тобто  $I_{фз} = I_{сз} \times I_n$ .

Слід відзначити, що існує взаємозв'язок і між індексами змінного складу ( вони відображують зміни середніх рівнів якісних показників), індексами структурних зрушень та індексами фіксованого складу:  $I_{змінного складу} = I_{структурних зрушень} \times I_{фіксованого складу}$ . Взаємозв'язки між наведеними вище індексами дають змогу дослідити вплив структурного фактора і зміну самої індексованої величини на зміну (у часі) середніх рівнів досліджуваного показника.

Отже, при дослідженні динаміки показників соціально-економічних явищ можна використовувати широке коло статистичних індексів, різних за будовою і змістом, але взаємопов'язаних між собою та доповнюючих один одного, тобто їх систему. Систему взаємозалежних індексів використовують, зокрема, при вивченні ролі окремих факторів у загальній динаміці явищ, а також при обчисленні за двома відомими показниками третього, невідомого. Характеристика дії фактора може бути одержана як у відносному, так і в абсолютному вираженні. Загальний вигляд системи двофакторних взаємозалежних індексів можна представити у такому поєднанні:

$$I_{yx} = I_y I_x \text{ або } \frac{\sum y_1 x_1}{\sum y_0 x_0} = \frac{\sum y_1 x_0}{\sum y_0 x_0} \cdot \frac{\sum y_1 x_1}{\sum y_1 x_0}.$$

За даними таблиці 92 знайдемо зазначену взаємозалежність індексів:

$$I_{\text{в.з.}} = I_{\text{рсп.}} \cdot I_{\text{ур.}} = \frac{\sum \Pi_1 y_0}{\sum \Pi_0 y_0} \cdot \frac{\sum \Pi_1 y_1}{\sum \Pi_1 y_0} = \frac{20700}{17400} \cdot \frac{24400}{20700} = 1,190 \cdot 1,179 = 1,40;$$

$$I_{\text{в.з.}} = \frac{\sum \Pi_1 y_1}{\sum \Pi_0 y_0} = \frac{24400}{17400} = 1,40.$$

Висновок : валовий збір зернових культур у цілому збільшився на 40 %, у тому числі за рахунок збільшення розмірів посівних площ – на 19,0%, за рахунок підвищення врожайності – на 17,9%.

У розглянутому прикладі можна визначити абсолютний приріст результативного показника за рахунок змін кожного із факторних показників обчисленням різниць між чисельником та знаменником. Зокрема, загальний абсолютний приріст становить:  $\Delta_{yx} = y_1 x_1 - y_0 x_0$ . Розклавши його за факторами, маємо:  $\Delta_y = y_1 x_0 - y_0 x_0 = x_0 (y_1 - y_0)$ ;  $\Delta_x = y_1 x_1 - y_1 x_0 = y_1 (x_1 - x_0)$ . При такому методі розкладання абсолютного приросту одержимо  $\Delta_{yx} = \Delta_y + \Delta_x$ .

Для системи взаємозалежних індексів у двофакторних комплексах розкладання абсолютного приросту має вигляд:  $\Delta_{yx} = \sum y_1 x_1 - \sum y_0 x_0$ , у тому числі за факторами:  $\Delta_{yx} = \sum y_1 x_0 - \sum y_0 x_0$ ;  $\Delta_x = y_1 x_1 - \sum y_1 x_0$ .

За даними розглянутого вище прикладу валовий збір у поточному періоді порівняно з базисним збільшився на 7000 ц (24400 – 17400). Розраховуємо вплив кожного із факторів на визначений розмір приросту. Так, за рахунок збільшення посівних площ валовий

збір підвищився на 3300 ц (20700 – 17400), а від підвищення урожайності – на 3700 (24400-20700), тобто  $3300+3700 = 7000$ .

Аналогічний принцип розкладання абсолютного приросту на складові при вивченні дії трьох і більше факторів.

## 10.6. Територіальні індекси; особливості їх обчислення

Як уже згадувалося, статистичні індекси використовують не тільки для дослідження змін явищ і процесів у часі, а й для характеристики змін рівнів соціально–економічних явищ у просторі. Зокрема, статистика широко застосовує метод порівняння показників у розрізі підприємств, міст, економічних районів, областей, країн. Узагальнюючі показники, які характеризують співвідношення рівнів складних економічних явищ у просторі, тобто в розрізі територій і об'єктів, називаються **територіальними індексами**.

Побудова територіальних індексів має свої особливості порівняно з індексами, які характеризують динаміку явищ. Щодо обчислення індивідуальних територіальних індексів, то тут ніяких труднощів не виникає, адже обчислюються звичайні відносні величини порівняння. Наприклад, якщо порівнюється середньорічний надій від однієї корови у двох районах, в першому з яких він дорівнював 4700 кг, а в другому – 4300 кг, то зіставленням першого показника з другим одержуємо територіальний індекс 1,09. По суті, одержано індивідуальний індекс, який показує, що надій у першому районі в 1,09 рази вищий, ніж у другому.

При побудові територіальних індексів (індивідуальних і загальних) за базу порівняння можуть бути прийняті показники будь–якої із порівнюваних територій. Проте інакше вирішується питання вибору елімінованої величини (ваги), тобто території чи об'єкта, на рівні якого слід зафіксувати вагу індексу. Загальноприйнята схема вибору ваги, розглянута вище, для обчислення індексів динаміки явищ не прийнятна. Адже в територіальних індексах порівнюються явища, які істотно різняться між собою за структурою, а тому ваги тут повинні певною мірою нейтралізувати структурні зрушення. Отже, для територіальних індексів методично правильним вважається вибір „стандартизованої” ваги, яка розрахована на базі, наприклад, районної галузевої та інших структур. Крім того, вибір бази порівняння при обчисленні

територіальних індексів слід економічно обґрунтовувати. Наприклад, якщо порівнюються рівень заробітної плати тваринників спеціалізованих господарств з однаковими умовами виробництва, то за базу слід узяти передове господарство з найвищим рівнем оплати праці тваринників.

Щодо індексованої величини, то в територіальних індексах нею може бути кількісний чи якісний показник. Для останніх індексні комплекси розраховують за схемою індексів змінного та фіксованого складу.

При виборі ваги при побудові територіальних індексів слід виходити насамперед із завдань дослідження та його мети.

Досить просто вирішується питання сумірників при побудові індексів фізичного обсягу. Наприклад, при порівнянні обсягів виробництва продукції у двох областях використовують єдині порівнянні ціни ( $p$ ). Тоді для областей А і Б територіальний індекс обсягу має вигляд:  $I_{ф.о.} = \sum q_{AP} : \sum q_{BP}$ .

Але якщо просторове порівняння двох областей здійснюють із метою визначення, наприклад, різниці у показниках кормомісткості продукції тваринництва (витрати кормів на одиницю продукції), то за вагу слід брати кормомісткість кожного виду тваринницької продукції. Ця вага повинна бути зафіксована на одному й тому ж рівні для обох областей при індексуванні об'ємних показників. Який же показник слід обрати за фіксовану величину? Тут можливі варіанти: а) кормомісткість в області, яка порівнюється; б) кормомісткість в області, яка є базою порівняння; в) середній показник кормомісткості для обох областей; г) осереднений показник для ширшої території.

При побудові територіальних індексів якісних показників також маємо кілька варіантів вирішення питання вибору сумірника (ваги): а) обсяг продукції в області, яка порівнюється; б) обсяг продукції в області, яка є базою порівняння; в) сумарний обсяг продукції двох областей; г) будь-який інший об'ємний показник.

Зрозуміло, що індекси, обчислені за наведеними вище варіантами вибору ваг, дадуть різні відповіді. З практичного боку більш об'єктивною слід вважати відповідь за варіантом „а”. Наприклад, при вивченні різниці в цінах реалізації продукції територіальний індекс по областях А і Б для цього варіанта матиме вигляд:  $I_y = \sum q_{AP_A} : \sum q_{AP_B}$ .

Як бачимо, чисельник цього індексу містить показник фактично, тобто реального, розміру грошової виручки в області А, знаменник – умовний показник виручки при обсязі продукції області А, якщо продукція реалізовувалася за цінами області Б. Отже, додатна різниця між чисельником та знаменником характеризує втрати покупців області А, а від’ємна, - навпаки, виграш за рахунок різниці в цінах порівняно з областю Б.

За результатами дискусії з питань методології побудови територіальних індексів найбільш прийнятним слід вважати таке розв’язання питань вибору сумірників (ваги). При побудові індексних комплексів із показників інтенсивності доцільно обирати сумірником: 1) екстенсивний показник, що стосується територій, на якій інтенсивний показник є більш економічним; 2) загальну середню величину екстенсивного показника на порівнюваних територіях; 3) стандартну величину екстенсивного показника.

Якщо територіальні індекси будуються для екстенсивних показників, вагами можуть бути прийняті середні величини інтенсивного показника: 1) встановлені для території, прийнятої за стандарт; 2) розраховані для території, по якій здійснюється порівняння.

Зауважимо, що ми розглянули лише загальні риси методологічного підходу і принципів побудови територіальних індексів. Вирішення цих питань можливе після досконалого вивчення конкретного об’єкта дослідження та економічної природи явища чи процесу.

### **Рекомендована література**

1. Бугуцький О.А., Опря А.Т., Дорогань Л.О. Статистика: Навчальний посібник. - К.: Комплекс “Віта”, 1999. – 419 с.
2. Єріна А.М., Пальян З.О. Теорія статистики. Практикум. - К.: Знання, 2002. – 344 с.
3. Лугіна О.Є., Білоусова С.В. Статистика: Підручник. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 580 с.
4. Немчинов В.С. Избранные произведения. Т.-2 – М.: Наука, 1967.- С.439
5. Опря А.Т. Статистика (з програмованою формою контролю знань). - К.: Урожай, 1996. - 448с.

6. Опря А.Т. Статистика. - К.: Центр навчальної літератури, 2005 - 469 с.
7. Уманець Т.В., Пігарев Ю.Б. Статистика: Навч. посіб. – К.: Вікар, 2003. – 623 с.

### **Питання для самоконтролю**

1. Що розуміють під індексом?
2. Індивідуальні та загальні індекси.
3. Як поділяють загальні індекси за способом побудови?
4. Поясніть символіку індексного аналізу. Наведіть приклади.
5. Агрегатні індекси.
6. Як поділяють індекси динаміки залежно від періоду часу, який береться за основу при побудові індексів?
7. Індекси постійного та змінного складу.
8. Наведіть формулу та поясніть індекс фізичного обсягу.
9. Методика обчислення та аналізу агрегатних індексів цін.
10. Способи обчислення індексів продуктивності праці.
11. Загальний індекс собівартості: методика обчислення, економічний зміст.
12. Поясніть принципи вибору ваги (сумірника) індексу.
13. Наведіть приклади взаємозв'язку індексів.
14. Як за допомогою індексного аналізу визначають вплив окремих факторів у динаміці складних економічних явищ?
15. Які особливості побудови територіальних індексів?

### **Завдання для практичних занять**

#### **Завдання 10.1. Визначення базисних та ланцюгових індексів**

**Зміст завдання:** За даними форми про виробництво основних видів продукції визначити:

1. Загальну вартість продукції в порівняних цінах.
2. Базисні та ланцюгові індекси фізичного обсягу продукції.
3. Взаємозв'язок між базисним і ланцюговими індексами.

## Порядок виконання

### 98. Вихідні та розрахункові дані для обчислення індексів

| Види<br>продук-<br>ції | Кількість продукції, тис. ц |       |       |       |       | Ціна за<br>1 ц,<br>грн. | Вартість продукції, тис. грн. |          |          |          |          |
|------------------------|-----------------------------|-------|-------|-------|-------|-------------------------|-------------------------------|----------|----------|----------|----------|
|                        | Роки                        |       |       |       |       |                         | Роки                          |          |          |          |          |
|                        | 2001                        | 2002  | 2003  | 2004  | 2005  |                         | 2001                          | 2002     | 2003     | 2004     | 2005     |
|                        | $q_0$                       | $q_1$ | $q_2$ | $q_3$ | $q_4$ |                         | $p_0$                         | $q_0p_0$ | $q_1p_0$ | $q_2p_0$ | $q_3p_0$ |
| Пшениця                | 15,2                        | 15,7  | 18,0  | 16,6  | 17,2  | 43,24                   |                               |          |          |          |          |
| Цукрові<br>буряки      | 9,4                         | 8,8   | 8,7   | 9,0   | 9,2   | 12,01                   |                               |          |          |          |          |
| Молоко                 | 1,2                         | 0,9   | 1,1   | 0,7   | 0,8   | 45,15                   |                               |          |          |          |          |
| Всього                 | x                           | x     | x     | x     | x     | x                       | Σ                             | Σ        | Σ        | Σ        | Σ        |

У індексі фізичного обсягу продукції індексується кількість продукції, елімінується ціна. Загальний індекс фізичного обсягу продукції визначається за формулою:

$$I = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}.$$

де  $q_0, q_1$ , - кількість продукції в базисному та звітному періодах;

$p_0$  – порівняльна ціна.

Загальні індекси фізичного обсягу продукції можна розраховувати базисним та ланцюговим способами. Базисні індекси визначають відношенням показника наступного періоду до показника, прийнятого за базу порівняння. Ланцюгові індекси визначають відношенням показника кожного наступного періоду до показника попереднього періоду.

### 99. Розрахунок базисних і ланцюгових індексів

| Роки | Вартість продукції, тис. грн. | Базисні індекси                           |            | Ланцюгові індекси                         |            |
|------|-------------------------------|-------------------------------------------|------------|-------------------------------------------|------------|
|      |                               | Формули                                   | Розрахунок | Формули                                   | Розрахунок |
| 2001 |                               | -                                         | -          | -                                         | -          |
| 2002 |                               | $I_1 = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$ |            | $I_1 = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$ |            |
| 2003 |                               | $I_2 = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_0 p_0}$ |            | $I_2 = \frac{\sum q_2 p_0}{\sum q_1 p_0}$ |            |
| 2004 |                               | $I_3 = \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_0 p_0}$ |            | $I_3 = \frac{\sum q_3 p_0}{\sum q_2 p_0}$ |            |
| 2005 |                               | $I_4 = \frac{\sum q_4 p_0}{\sum q_0 p_0}$ |            | $I_4 = \frac{\sum q_4 p_0}{\sum q_3 p_0}$ |            |

Між базисним і ланцюговими індексами існує взаємозв'язок:

- а) відношення наступного базисного індексу до попереднього індексу дає наступний ланцюговий індекс;
- б) добуток ланцюгових індексів дорівнює базисному індексу останнього періоду.

#### 100. Взаємозв'язок базисних і ланцюгових індексів

| Роки | Перетворення базисних індексів у ланцюгові |           | Перетворення ланцюгових індексів у базисні |           |
|------|--------------------------------------------|-----------|--------------------------------------------|-----------|
|      | розрахунок                                 | результат | розрахунок                                 | результат |
| 2002 | $I_1$                                      |           | $I_1$                                      |           |
| 2003 | $\frac{I_2}{I_1}$                          |           | $I_1 \times I_2$                           |           |
| 2004 | $\frac{I_3}{I_2}$                          |           | $I_1 \times I_2 \times I_3$                |           |
| 2005 | $\frac{I_4}{I_3}$                          |           | $I_1 \times I_2 \times I_3 \times I_4$     |           |

#### Висновки:

#### Завдання 10.2. Визначення конкретних видів економічних індексів

**Зміст завдання:** За даними про виробництво продукції, ціну, собівартість та затрати праці на 1 ц визначити індекси фізичного обсягу; цін; собівартості; продуктивності праці та взаємозв'язок між індексами.

#### Порядок виконання

За ступенем охоплення елементів сукупності індекси поділяють на індивідуальні та загальні. Індивідуальні індекси показують зміну одного елемента сукупності або всієї однорідної сукупності.

### 101. Вихідні дані для розрахунку індексів

| Види про-дукції | Вироблено продукції, ц |              | Ціна 1 ц, грн. |              | Собівартість 1 ц, грн. |              | Витрати праці на 1 ц, люд.-г |              |
|-----------------|------------------------|--------------|----------------|--------------|------------------------|--------------|------------------------------|--------------|
|                 | Базис-ний рік          | Звіт-ний рік | Базис-ний рік  | Звіт-ний рік | Базис-ний рік          | Звіт-ний рік | Базис-ний рік                | Звіт-ний рік |
|                 | $q_0$                  | $q_1$        | $p_0$          | $p_1$        | $z_0$                  | $z_1$        | $t_0$                        | $t_1$        |
| Зерно<br>Молоко |                        |              |                |              |                        |              |                              |              |

Індивідуальні індекси обчислюються як відношення показників звітного періоду до показників базисного періоду (за винятком трудового індексу, де  $i = \frac{t_0}{t_1}$ ).

### 102. Розрахунок індивідуальних індексів

| Назви індексів       | Формули               | Розрахунок |        |
|----------------------|-----------------------|------------|--------|
|                      |                       | Зерно      | Молоко |
| Фізичного обсягу     | $i = \frac{q_1}{q_0}$ |            |        |
| Цін                  | $i = \frac{p_1}{p_0}$ |            |        |
| Собівартості         | $i = \frac{z_1}{z_0}$ |            |        |
| Продуктивності праці | $i = \frac{t_0}{t_1}$ |            |        |

### Висновки:

*Загальними* індексами називають відносні величини, що характеризують динаміку складного явища, елементи якого не піддаються безпосередньому підсумовуванню в часі, просторі чи порівняно з планом.

### 103. Допоміжні розрахунки для визначення загальних індексів

| Види продукції | Вартість продукції, тис. грн. |             |          | Собівартість всієї продукції, тис. грн. |             |          | Витрати праці, тис. люд.-г |              |          |
|----------------|-------------------------------|-------------|----------|-----------------------------------------|-------------|----------|----------------------------|--------------|----------|
|                | Базисний рік                  | Звітний рік | Умовний  | Базисний рік                            | Звітний рік | Умовний  | Базисний рік               | Звітний рік  | Умовний  |
|                | $q_0p_0$                      | $q_1p_1$    | $q_1p_0$ | $z_0q_0$                                | $z_1q_1$    | $z_0q_1$ | $T_0=t_0q_0$               | $T_1=t_1q_1$ | $t_0q_1$ |
| Зерно          |                               |             |          |                                         |             |          |                            |              |          |
| Молоко         |                               |             |          |                                         |             |          |                            |              |          |
| Всього         |                               |             |          |                                         |             |          |                            |              |          |

При розрахунку загальних індексів застосовують формули агрегатних індексів. Агрегатні індекси поділяються на *індекси фіксованого і змінного складу*.

### 104. Розрахунок агрегатних індексів

| Індекс                              | Формула                                                                | Розрахунок | Відхилення звітного року від базисного (+, -) |          |
|-------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|------------|-----------------------------------------------|----------|
|                                     |                                                                        |            | абсолютне                                     | відносне |
| 1                                   | 2                                                                      | 3          | 4                                             | 5        |
| Індекси фіксованого складу          |                                                                        |            |                                               |          |
| 1 а) фізичного обсягу продукції     | $I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$                              |            |                                               |          |
| б) фізичного обсягу по собівартості | $I_q = \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}$                              |            |                                               |          |
| 2. Цін                              | $I_p = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$                              |            |                                               |          |
| 3. Собівартості                     | $I_z = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1}$                              |            |                                               |          |
| 4. Продуктивності праці             | $I_t = \frac{\sum t_0 q_1}{\sum t_1 q_1}$                              |            |                                               |          |
| Індекси змінного складу             |                                                                        |            |                                               |          |
| 2. Вартості продукції               | $I = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$                                |            |                                               |          |
| 3. Загальних витрат виробництва     | $I = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_0}$                                |            |                                               |          |
| 4. Продуктивності праці (вартісний) | $I = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum T_1} \div \frac{\sum q_0 p_0}{\sum T_0}$ |            |                                               |          |
| 4. Витрат праці                     | $I = \frac{\sum T_1}{\sum T_0}$                                        |            |                                               |          |

Система взаємопов'язаних індексів дає змогу вивчити взаємозв'язки суспільних явищ, визначити роль та вплив окремих факторів на зміну результативної ознаки.

1. Величина індексу вартості продукції залежить від зміни фізичного обсягу продукції і від зміни цін. Зв'язок між цими сполученими індексами можна відобразити рівнянням:

$$I_{\text{ВАРТОСТІ}} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$$

2. Індекс витрат виробництва дорівнює добутку індексу собівартості та індексу фізичного обсягу продукції:

$$I_{\text{ВИТРАТ}} = \frac{\sum z_1 q_1}{\sum z_0 q_1} \times \frac{\sum q_1 z_0}{\sum q_0 z_0}$$

3. Індекс продуктивності праці залежить від зміни фізичного обсягу продукції та зміни витрат праці:

$$I_{\text{ПР}} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \div \frac{\sum T_1}{\sum T_0}$$

## Висновки:

### Завдання для самостійного виконання

#### Завдання 10.3. Індексний аналіз прибутку

**Зміст завдання:** За даними про реалізацію зернової продукції визначити: загальний обсяг прибутку; вплив факторів на зміну розміру прибутку.

#### Порядок виконання

##### 105. Розрахунок прибутку від реалізації зернової продукції

| Показники                                    | Умовні позначення | Базисний рік | Звітний рік |
|----------------------------------------------|-------------------|--------------|-------------|
| 1. Реалізовано, ц                            | $q$               |              |             |
| 2. Виручка на суму, грн.                     | $pq$              |              |             |
| 3. Собівартість реалізованої продукції, грн. | $zq$              |              |             |
| 4. Прибуток (+), збиток (-), грн.            | $pq - zq$         |              |             |
| 5. Ціна 1ц, грн. (п.2/п.1)                   | $p$               |              |             |
| 6. Собівартість 1ц, грн. (п.3/п.1)           | $z$               |              |             |

Динаміка прибутку від реалізації продукції характеризується загальним індексом:

$$I = \frac{\sum (p_1 - z_1) \cdot q_1}{\sum (p_0 - z_0) \cdot q_0},$$

де  $q_0$  і  $q_1$  – кількість реалізованої продукції в базисному і звітному періодах;

$p_0$  і  $p_1$  – ціна одиниці продукції в відповідних періодах;

$z_0$  і  $z_1$  – собівартість одиниці продукції у відповідних періодах.

На розмір прибутку впливають:

- а) кількість реалізованої продукції;
- б) ціна реалізації;
- в) собівартість одиниці продукції.

Якщо вивчається зміна прибутку по кількох видах продукції, додатково розглядається вплив зміни структури реалізованої продукції.

Вплив кожного фактора на динаміку прибутку визначається за допомогою індексів:

1. Кількості реалізованої продукції:

$$I_q = \frac{\sum q_1 (p_0 - z_0)}{\sum q_0 (p_0 - z_0)}.$$

Абсолютна величина зміни прибутку за рахунок цього фактора визначається як різниця між чисельником і знаменником:

$$\Delta_q = \sum q_1 (p_0 - z_0) - \sum q_0 (p_0 - z_0).$$

2. Ціни реалізації:

$$I_p = \frac{\sum q_1 (p_1 - z_0)}{\sum q_1 (p_0 - z_0)}.$$

Абсолютна величина зміни прибутку за рахунок цього фактора:

$$\Delta_p = \sum q_1 (p_1 - z_0) - \sum q_1 (p_0 - z_0).$$

3. Собівартості продукції:

$$I_z = \frac{\sum q_1 (p_1 - z_1)}{\sum q_1 (p_1 - z_0)}.$$

Абсолютна зміна розміру прибутку за рахунок цього фактора:

$$\Delta_z = \sum q_1 z_0 - \sum q_1 z_1$$

**Висновки:**

## Програмований контроль знань (тести)

10.1. Як називають в індексному аналізі об'єднання різнорідних елементів в одну сукупність?

- Індексний комплекс.
- Модель індексного аналізу.
- \* Агрегат.
- Агрегатний індексний комплекс.

10.2. Яка з відповідей дає визначення статистичного індексу?

- Показник.
- Відносна величина.
- Комплексний показник.

\* Відносна величина, одержана в результаті порівняння складних економічних явищ, що не підлягають безпосередньому підсумовуванню.

10.3. Які індекси відображують співвідношення простих одиничних показників?

- Тотальні.
- Субіндекси.
- \* Індивідуальні.
- Загальні.

10.4. Як називається в теорії індексів показник, зміну якого характеризує індекс?

- Сумірник.
- \* Індексована величина.
- Елімінована величина.
- Середня величина.

10.5. Як називається в індексному комплексі постійна величина, пов'язана з індексованою?

- \* Сумірник (вага).
- Порівнювана величина.
- Константа.
- Середня величина.

10.6. Як класифікуються індекси за способом побудови?

- Агрегатні, тотальні, середні.
- \* Агрегатні, середні із індивідуальних, середнього рівня.
- Агрегатні, групові, індивідуальні.
- Агрегатні, середнього рівня, індивідуальні.

10.7. Як класифікуються індекси за ступенем охоплення

елементів явищ?

- \* Індивідуальні, загальні.
- Індивідуальні, агрегатні.
- Загальні, тотальні.
- Групові, індивідуальні.

10.8. Якими способами можна побудувати індекс фізичного обсягу?

- \* Як агрегатний і як середній із індивідуальних.
- Як загальний і як індивідуальний.
- Як тотальний.
- Як груповий.

10.9. Як називається індекс, одержаний за рівнянням:

$$\sum q_1 p : \sum q_0 p ?$$

- Агрегатний індекс вартості.
- \* Агрегатний індекс фізичного обсягу.
- Індекс вартості.
- Індекс цін.

10.10. За якою формою середньої розраховують середні індекси?

- \* Арифметичної, гармонійної.
- Арифметичної.
- Гармонійної.
- Структурної.

10.11. Яку форму індексу використовують в аналізі, якщо вихідні дані несуть інформацію про вартість продукції звітного періоду в базисних цінах?

- Середню арифметичну.
- \* Середню гармонійну.
- Середню арифметичну або середню гармонійну.
- Будь-яку середню форму.

10.12. Яка форма індексу буде використана в розрахунках при визначенні індексу фізичного обсягу, якщо в розпорядженні є дані: а) індивідуальні індекси обсягу; б) вартість продукції у базисному році?

- Середній гармонійний.
- Агрегатний.
- Середній з індивідуальних.
- \* Середній арифметичний.

10.13. Як класифікують індекси залежно від періоду часу, взятого за основу порівняння?

- Періодичні.

- Базисні.
- Ланцюгові.
- \* Базисні та ланцюгові.

10.14. Який взаємозв'язок існує між базисними і ланцюговими індексами?

- Прямий.
- Обернений.
- Добуток базисних індексів дорівнює ланцюговому останнього періоду.

\* Добуток ланцюгових індексів дорівнює базисному останнього періоду.

10.15. Який термін використовують при інтерпретації індексів, якщо за базу порівняння при обчисленні береться 100%?

- Процент.
- \* Пункт.
- Проміле.
- Продециміле.

10.16. Знайдіть правильну відповідь за такими результатами розрахунків: у 2004 р. індекс цін щодо 2003 р. підвищився від 115 до 120%. За базу порівняння (100%) взяте 2003 р.

- Індекс збільшився на 5%.
- Індекс збільшився на 5 одиниць свого виміру.
- Індекс збільшився на 0,05.
- \* Індекс збільшився на 5 пунктів.

10.17. Як називається індекс, представлений відносною величиною, що характеризує динаміку двох середніх показників?

- \* Індекс змінного складу.
- Індекс фіксованого складу.
- Індекс з постійною вагою.
- Індекс із змінною вагою.

10.18. Яку статистичну характеристику одержують відношенням індексу змінного складу до індексу фіксованого складу?

- Індекс середнього рівня.
- \* Індекс структури.
- Індекс з постійною вагою.
- Середній індекс.

10.19. Яку статистичну характеристику одержують добутком індексу структури та індексу фіксованого складу?

- \* Індекс змінного складу.

- Індекс із змінними вагами.
- Індекс із постійними вагами.
- Середній індекс.

10.20. Яка відповідь відображує основні види економічних індексів?

- Індеси середнього рівня.

\* Індеси продуктивності праці, індекси фізичного обсягу, індекси цін, індекси собівартості.

- Індеси структури.
- Індеси товарообороту.

10.21. Як називаються індекси, що характеризують співвідношення рівнів явищ у просторі?

- Загальні.
- Тотальні.
- \* Територіальні.
- Субіндекси.

## **МОДУЛЬ V**

### **ТЕМА 11. ВИБІРКОВИЙ МЕТОД**

#### **11.1. Загальне поняття вибіркового спостереження**

Щоб вивчити будь-яку сукупність (а таке завдання вирішується за допомогою методів статистики), треба її охарактеризувати різного роду зведеними ознаками. Останні можуть бути досить різноманітні. Одні з них можуть характеризувати середні розміри ознак досліджуваного явища в сукупності, інші – характеризувати структуру сукупності, тобто частку будь – якого явища в сукупності спостережень. Зведені ознаки при всій їх різноманітності мають ту загальну власність, що всі вони характеризують не окремі ознаки, а сукупність в цілому або певні її частини. У цьому зв'язку масове спостереження, тобто реєстрація кожної конкретної одиниці, має зміст лише як проміжний етап для одержання зведених ознак.

Статистиків давно цікавить питання, як спростити цей проміжний етап, тобто як перейти від вичерпної реєстрації ознак, що входять до досліджуваної сукупності, до часткової їх реєстрації. Мова йде про перехід від суцільного спостереження до несучільного.

Як уже відомо з попереднього розгляду питання статистичного спостереження, залучення тих чи інших об'єктів (одиниць спостереження) для дослідження можна здійснювати двома шляхами: вивчати всі одиниці спостереження всього масиву або лише їх частину, відібрану за певними науковими принципами. У першому випадку здійснюється суцільне спостереження, в другому – несучільне. Вибіркове спостереження є одним з видів несучільного спостереження.

Вибірковими даними користуються досить широко в різних сферах людської діяльності. Наприклад, для оцінки якості зерна або молока немає необхідності в обстеженні всього обсягу продукції, досить лише взяти певну кількість проб. Незначна кількість дослідів виявляється достатньою, наприклад, для встановлення зараження зерна шкідниками, встановлення якості борошна, олійності соняшнику і т. ін. У галузі аграрної економіки до вибіркового методу вдаються при

вивченні рівня і складу харчування різних груп населення, продуктивності праці, використання робочого часу тощо.

У сільському господарстві вибіркове спостереження застосовують для встановлення втрат урожаю при збиранні, засміченості посівів, якості продукції, продуктивності праці, для контрольних перевірок перепису худоби і т. ін. Цей вид спостереження одержав значне поширення у зв'язку з вивченням соціальних аспектів суспільного життя, зокрема, у дослідженні рівнів споживання і рівня добробуту населення. Так, в країні постійно проводяться бюджетні обстеження сімей працівників сільськогосподарських підприємств, здійснюються одноразові обстеження житлових умов сімей робітників і службовців, їх заробітної плати тощо. У статистичній практиці застосовується і вибіркова розробка статистичної інформації, зокрема, вибірково здійснюється розробка річних звітів підприємств для поглибленого вивчення продуктивності праці і собівартості виробництва продукції.

Приклад. Вивчають статистичну сукупність з десяти груп корів (кожна з груп має однакову кількість голів), які характеризуються даними середньодобових надоїв від однієї корови (табл. 106).

106. Дані середньодобових надоїв від однієї корови

| Номер групи | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    | 10   |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| Надій, кг   | 30,6 | 29,3 | 30,1 | 32,5 | 28,3 | 29,5 | 32,7 | 33,3 | 24,7 | 25,9 |

Розрахунки показують, що середньодобовий надій від однієї корови по всіх групах у цілому становить 29,7 кг. Якщо взяти продуктивність тварин лише про трьох групах, наприклад, 1-й, 4-й і 10-й, то середній надій тут теж становитиме 29,7 кг. Отже, частина сукупності, представленої трьома групами корів, може замінити всю досліджувану сукупність поголів'я тварин. Наведений приклад свідчить, що несущільне спостереження дає такі ж самі результати, що і суцільне. Але цього можна досягти при наявності певних умов.

Статистичною теорією і практикою розроблені наукові принципи вирішення проблеми відбору часткової сукупності через різні форми і способи. Ці питання вирішуються застосуванням вибіркового методу.

Вибіркове спостереження є одним із видів несущільного спостереження (монографічного, основного масиву, анкетування).

**Вибірковим** називається таке спостереження, при якому обстеженню підлягає лише частина одиниць сукупності, відібраних на основі науково розроблених принципів, які забезпечують одержання достатніх даних для характеристики всієї сукупності.

В основі теорії вибіркового спостереження лежать теореми закону великих чисел. Ними зумовлюються вирішення двох взаємопов'язаних і важливих у практичному відношенні питань вибіркового обстеження: розрахунок обсягу вибіркової сукупності при заданій точності дослідження і визначення помилки обстежень при заданому обсязі сукупності.

Мета вибіркового методу полягає в тому, щоб відібравши з генеральної сукупності певну кількість одиниць, дослідити їх і на цій основі оцінити невідомі параметри генеральної сукупності.

Теоретичні аспекти вибіркового методу деталізовані в навчальних курсах математичної статистики, загальної теорії статистики, спеціальних монографіях і в математичній літературі.

У даному розділі треба насамперед визначитися відносно термінології, яка прийнята в математичній теорії вибіркового методу, а також ввести деякі поняття і характеристики, зумовлені його початковою „присутністю” при розрахунках тих чи інших оцінок. У подальших міркуваннях будуть використовуватися терміни: вибірковий метод, вибірковий спосіб спостереження, вибіркве спостереження, вибірка – всі вони несуть однакове змістовне навантаження.

Загальна чисельність одиниць, із яких здійснюється відбір, називається **генеральною сукупністю**. Всі її характеристики мають назву генеральних (середня, частка, дисперсія тощо). Сукупність одиниць, відібраних на основі науково розроблених принципів, називається **вибірковою сукупністю**. Всі характеристики вибірки (відповідні узагальнюючі показники) називають **вибірковими** (середня, частка, дисперсія та ін.). Під терміном „вибірка” розуміють групу об'єктів, які відрізняються трьома особливостями: а) частина генеральної сукупності; б) частина генеральної сукупності, відібрана у випадковому порядку, певним чином; в) частка генеральної сукупності, яка досліджується для характеристики всієї генеральної сукупності.

**Завдання вибірки** - дати вірне уявлення про характер генеральної сукупності, оцінити значення її параметрів.

У практичних розрахунках інколи використовуються вибірки невеликі за обсягами (20-30 одиниць спостереження). Такі вибіркові сукупності в статистиці називаються **малими вибірками**. Вони мають принципові методичні особливості у своєму використанні. На відміну від малих вибірок, великі (звичайні) вибірки, які ґрунтуються на нормальному розподілі ймовірностей, дають значно точніші результати.

Основні положення вибіркового методу, які будуть викладені нижче, розглядаються виходячи з передбачення, що маємо справу з вибірками досить великого обсягу.

Одержана в результаті статистичного спостереження вибіркова емпірична сукупність являє інтерес не сама по собі, а лише у тій мірі, в якій вивчення її дозволяє одержати інформацію про власності генеральної сукупності. Щоб властивості вибірки достатньо відображували властивості генеральної сукупності, вона повинна бути представничою – репрезентативною. Тобто, вибірка за певних умов стає більш чи менш точним відображенням усієї генеральної сукупності.

Властивість вибіркової сукупності відтворювати генеральну сукупність одержала назву **репрезентативність**, що означає представництво з певною точністю і надійністю. Репрезентативність вибірових даних може бути виражена у достатньому або недостатньому ступені. У першому випадку у вибірці одержують вірогідні оцінки генеральних параметрів, у другому – невірогідні. Слід пам'ятати, що одержані невірогідні оцінки вибірки не применшують значення вибірових показників для характеристики самої вибірки. Вірогідні оцінки значно розширюють сферу застосування результатів, одержаних при вибіровому обстеженні.

Теорія вибіркового методу завжди розвивалась якраз у напрямку вирішення основної задачі – одержання надійних методів оцінки результатів вибірки. Зумовлено це тим, що несучільному спостереженню притаманні деякі неточності по відношенню до суцільного спостереження. Розміри їх залежать від того, наскільки точно належна спостереженню частина сукупності відтворює (репрезентує) всю сукупність. Тому неточності несучільного спостереження називають **помилками репрезентативності**. Останні є предметом окремого детального вивчення. Тут лише зазначимо, що у зв'язку з розміром можливих помилок репрезентативності, питання

про переваги суцільного і несучільного видів спостереження в кожному конкретному випадку вирішуються по-різному.

Якщо розмір помилок репрезентативності відносно невеликий, то ними нехтують, враховуючи те, що помилки ці компенсуються економією матеріально-грошових засобів. У випадках, коли помилки репрезентативності досить значні, перевагу віддають суцільному спостереженню. У такому разі вирішується питання у випадках, коли маємо справу лише з помилками репрезентативності. Але існують і інші помилки (див. тему 2 «Статистичне спостереження»), розмір яких треба враховувати при характеристиках генеральної сукупності по вибіркових даних. Тому перед теорією вибіркового методу стоїть завдання визначити можливий розмір і границі цих помилок.

Вибірковий метод відрізняється від інших методів несучільного спостереження (монографічного, основного масиву, анкетування) двома ознаками: 1) заздалегідь встановлюється кількість одиниць або частина генеральної сукупності, яка буде обстежена; 2) заздалегідь визначається порядок відбору одиниць спостереження, при якому вибірка сукупність у достатній мірі репрезентувала б генеральну сукупність.

Перевагу вибіркового спостереження перед суцільним зумовлюють такі основні фактори:

- Економія часу і засобів у результаті скорочення обсягу роботи. Наприклад, якщо вибірці підлягає 1 або 5% загальної кількості одиниць, то обсяг робіт скорочується порівняно до суцільного обстеження відповідно в 100 і 20 разів. Особливо це важливо, коли зведення потрібні терміново.

- Зведення до мінімуму пошкодження або навіть знищення досліджуваних об'єктів. Наприклад, визначення ступеня досягання цукрових буряків шляхом його вибіркового копання або визначення схожості насіння сільськогосподарських культур і т. ін.

- Необхідність детального обстеження кожної одиниці спостереження при неможливості охоплення всіх одиниць. Наприклад, вивчення бюджету сімей фермерських господарств. У даному випадку необхідно, щоб облік здійснювався по окремих сім'ях, записи про доходи і витрати велися щоденно.

- Досягнення вищої точності результатів обстеження завдяки скороченню помилок, які виникають при реєстрації. Якщо загальний обсяг роботи менший, можна залучити кваліфікованіший персонал, краще його підгодовувати, більш ретельно контролювати проведення

обстежень і обробку їх результатів. Тому вибіркове обстеження може дати більш вірогідні результати, ніж відповідне суцільне обстеження.

➤ Більш широка сфера застосування. Деякі види обстежень потребують для збору зведень досить кваліфікованого персоналу і спеціального обладнання. Як правило, і перше і останнє буває обмеженим. У таких випадках суцільне обстеження виявляється неможливим: доводиться одержувати зведення або вибіркочим шляхом, або не одержувати їх зовсім. Таким чином, перевага вибіркового спостереження тут очевидна. З іншого боку, якщо необхідно одержати точну інформацію про дрібні підрозділи вихідної сукупності, то необхідний для цього обсяг вибірки може виявитись настільки великим, що кращим буде суцільне спостереження.

Вибіркове обстеження пов'язано з певним ризиком. Але перевага його, як наукового методу дослідження, полягає в тому, що воно дозволяє обчислити величину цього ризику. Використовуючи вибірковий метод, дослідник вирішує (залежно від поставлених завдань), на який ризик він повинен піти, тобто який рівень можливої помилки в результатах дослідження не буде істотно впливати на об'єктивність висновків. До речі, ризик слід вважати не слабкою, а сильною стороною вибіркового методу. Було б невірним вважати, що суцільне спостереження позбавлене ризику. З ряду причин результати суцільного спостереження можуть виявитися менш надійними, ніж результати вибіркового обстеження. На жаль, людський фактор інколи відіграє негативну роль у дослідженнях, оскільки вони пов'язані з людським судженням. Відомий факт, що при потоковому виробництві продукції контролерам (відділам технічного контролю) притаманне на вимірювальних приладах (при ідеальній їх роботі) читати очікувані показники замість дійсних. Якщо позбавитися ілюзій про надійність суцільного спостереження, то акції вибіркового спостереження переконливо зростають. До того ж у ряді випадків здійснення суцільного спостереження виявляється неможливим. Досить лише уявити чи стане тракторний завод випробувати кожен двигун чи інший його агрегат, піддаючи навантаженню, яке дорівнює звичайному терміну служби, а перевірити ракети чи, наприклад, водневі бомби означало б просто знищити їх. Не можна також уявити суцільного дослідження, завдання якого пов'язане з обстеженням посівної площі на предмет схожості насіння, адже така операція призвела б до повного знищення рослин на площі.

**Коротка історична довідка.** Вибіркове статистичне спостереження здійснювалося в різних країнах уже в XIX столітті. В Росії у 70-х роках цього століття вибіркове спостереження проводилося з метою вивчення господарських умов станиць Терського козацького війська після укладання миру на Кавказі. Потім вибіркове спостереження почали використовувати земські статистики. Початок покладено Воронежським земством у зв'язку з вивченням питання про бюджети селянських господарств у середині 80-х років XIX століття. Такі спостереження ще не можна віднести до класичної форми вибіркового статистичного спостереження. В обох випадках обстеження зводилося до відбору типових об'єктів (станіці, поселення, селянські господарства).

Перші спроби використання вибіркового обстеження як наукового методу були зроблені у сфері соціальних досліджень (1899 р., американець Раунтрі). У галузі економіки застосування вибіркового методу спостерігаємо значно пізніше.

Історія статистичної науки пов'язує початок розвитку наукової теорії вибіркового методу з ім'ям А.Кієра – директора норвезького статистичного бюро. Проте до створення теорії вибіркового методу на базі теорії ймовірностей він непричетний.

Лише у 1901 р. відомий статистик. В. Борткевич зробив акцент, що теоретичною основою вибіркового методу повинно служити обчислення ймовірностей. Така задача була вирішена у 1906 р. англійським статистиком А.Боулі на базі математичних розробок К.Пірсона і Р.Еджворта. Саме А.Боулі показав, як визначити випадкові помилки вибіркового обстеження. Вважається, що з цього моменту одержала розвиток теорія вибіркового обстеження, яка постійно удосконалюється.

## **11.2. Теоретичні основи вибіркового методу**

Кожна досліджувана сукупність залежить від дії певних суб'єктивних факторів, котрі зумовлюють коливання результатів досліджень. Кожна окрема одиниця спостереження звичайно належить деякій гіпотетичній необмеженій сукупності, яка підпорядкована певному закону розподілу сукупності. Відібрана одиниця спостереження дає додаткову інформацію про розташування і вид розподілу.

Отже, мета вибіркового обстеження полягає в тому, щоб мати можливість зробити певні ствердження про розподіл сукупності. На підставі інформації, одержаної з вибіркової сукупності, можна зробити висновки про величину параметрів досліджуваної сукупності, тобто дати їм оцінку. Як правило, потребують оцінювання такі параметри розподілу, як середня, дисперсія, коефіцієнти асиметрії і ексцесу. Щоб статистичні оцінки і висновки, одержані по вибірковій сукупності, були вірними, вибірка повинна репрезентувати всю сукупність.

Теоретичні аспекти вибіркового спостереження зводяться до таких питань: 1) встановлення репрезентативності вибірових сукупностей; 2) вивчення видів вибірок, які можна одержати з даної сукупності; 3) ефект змін обсягу вибірки; 4) визначення найкращих способів оцінювання параметрів сукупності; 5) встановлення вірогідності одержаних результатів розрахунків (висновків).

Особливого значення у вибіркового спостереженні набуває питання про репрезентативність вибірки. Якщо остання не буде представляти (репрезентувати) всю досліджувану сукупність, одержані висновки можуть виявитися досить суб'єктивними і навіть невірними.

Щоб уявити, наскільки висновки, зроблені по результатах вибіркового обстеження, можуть відрізнятися від реальної дійсності, розглянемо такий гіпотетичний приклад. Припустимо, космічний корабель з іншої планети сів на земну кулю в зоні пустелі. Здійснивши статистичні спостереження за рослинним і тваринним світом, атмосферою, екіпаж корабля по результатах аналізу робить висновки: земля вкрита піском, атмосфера її щільна, з високою температурою повітря, фауна і флора збіднілі і складаються з кількох видів тварин і рослин і т. ін.

Незнання теорії вибіркового спостереження небезпечно у справі його застосування в будь-якій галузі досліджень чи експериментів. Яким би не був план одержання вибірки, першою і самою головною його умовою повинна бути вимога, щоб вибірка давала по можливості найбільш вірну картину всієї сукупності, з якої здійснюється відбір одиниць спостереження. Причому всі одиниці вибірки мають бути одержані на основі випадкового відбору за певними об'єктивними правилами (про що йтиметься пізніше).

Щоб забезпечити достатню точність характеристики генеральної сукупності, необхідно організувати правильний відбір одиниць

спостереження із цієї сукупності. Теорія і практика статистики передбачають кілька систем відбору одиниць у вибірку сукупності. В їх основу покладено науковий принцип – забезпечити максимальну можливість вибору будь-якої одиниці з генеральної сукупності при дотриманні принципу випадковості. Тобто, для одержання правильної, не викривленої характеристики генеральної сукупності необхідно намагатися забезпечити можливість відбору у вибірку сукупності одиниць спостереження з будь-якої частини генеральної сукупності. Зазначена вимога є основною і повинна виконуватися тим точніше, чим більше варіює досліджувана ознака. Ці й інші завдання вирішує теорія вибіркового методу.

В еволюції вибіркового методу чітко простежуються дві лінії його розвитку. Перша з них спрямована на вирішення завдань теоретичного плану, другій – властиві завдання практичного використання вибіркового методу в економічних дослідженнях.

Теоретичні аспекти вибіркового методу пов'язані з розвитком його у напрямі розробок питань одержання надійних методів оцінки результатів вибірки. Так, відокремлюючи статистичні характеристики генеральної сукупності (середня арифметична, частка, дисперсія і т. ін.) від аналогічних вибірових характеристик, теорія становить і вирішує завдання встановити межі відхилень показників генеральної сукупності від показників вибіркової сукупності. Отже, теорія вибіркового методу вирішує проблему можливих помилок (їх розмір і межі), які мають місце у випадках, коли про характеристики генеральної сукупності судять на підставі відповідних характеристик, одержаних при вибіровому обстеженні. І якщо виникає потреба у встановленні причин, які зумовлюють розміри помилок, теорія вибіркового методу орієнтує на надійніші прийоми організації вибірових досліджень.

Слід зазначити, що перші теоретичні дослідження щодо вибіркового методу відбувалися не в сфері економічних досліджень, а при вирішенні завдань, пов'язаних з визначенням очікуваних результатів азартних ігор і при обробці даних астрономічних спостережень. Як у першому, так і у другому випадках виникало питання про так звані випадкові помилки спостереження. Тому теорія вибіркового методу за таких умов ґрунтувалася винятково на принципі випадкового відбору.

Але проблеми, які виникали при вирішенні практичних завдань у господарській діяльності, мали іншу природу. І вирішення їх

виявилось можливим лише при застосуванні вибіркового методу. Це стосувалося необхідності визначення урожаю по результатах пробних обмолотів у сільському господарстві. Аналогічна потреба виникала у торгівлі, коли якість всієї партії товару визначалась на підставі окремих проб. Розвиток державності зумовлював необхідність розробки бюджетних обстежень. Такі завдання за своєю природою мали інший зміст, явно відрізняючись від тих, на базі яких виникла теорія випадкового відбору. Тут виявилися відсутніми і „гра випадку” (характерна для азартних ігор), і необхідність багаторазових вимірів одного об’єкта (характерна для астрономічних досліджень). Вирішення нових практичних завдань вимагало одержання інформації про всю сукупність на підставі певної її частини. Тобто, постало завдання забезпечити таку систему відбору, при якій вибірка сукупності досліджуваних об’єктів змогла б забезпечити одержання найбільш точної і повної інформації про всю сукупність.

В основу нового підходу до вибіркового спостереження було покладено метод планомірного відбору об’єктів. Але розбіжності між теорією і практикою (а такий підхід тривалий час не мав належної теоретичної розробки) призводили до того, що розроблені практикою методи вибірки вибракувалися лише на тих підставах, що теорія не могла оцінити, наскільки пропонований метод надійніше того, для якого відомі закони, що визначають помилки репрезентативності. Останні виявилися меншими за тих, які одержувалися при забезпеченні надійного методу оцінки результатів вибірки пропонованої теорією. Так, практикою вибіркового методу було створено схему безповторного відбору, а в подальшому доведено ефективність прийомів механічного і типового відбору (про них мова йтиме пізніше).

Внутрішні протиріччя між теорією і практикою вибіркового методу стиралися у міру того, як практика вибіркового методу накопичувала багатий досвід (це стосувалось досліджень і в економіці) застосування планомірних методів відбору, розвивалися статистична теорія, а положення теорії ймовірностей поширилося на залежні явища. Переваги перед методом випадкового відбору стали очевидними.

При цьому принцип випадковості не порушується. Як і при випадковому відборі одиниць спостереження, так і при механічному і типовому прийомах відбору попадання тієї чи іншої одиниці у вибірку залежить від випадковості.

Кожна одиниця спостереження повинна мати рівну з іншими можливість бути відібраною. Саме на цьому ґрунтується математична теорія вибіркового методу. Покладений у її основу принцип випадковості відбору дозволяє розглядати кожну ознаку, що відбирається, як випадкову величину.

Відомо, що випадковість має свої закони, які проявляються лише тоді, коли нагромаджено велику кількість спостережень. Йдеться про закон великих чисел. Як зазначалося вище, теорія вибіркового методу заснована саме на законі великих чисел. Суть його зводиться до загального принципу - сукупна дія великої кількості випадкових факторів призводить до результату, майже не залежного від випадку. Цей закон є формою прояву необхідності через випадковість і належить лише до випадкових індивідуальних відмінностей, випадкової варіації. У соціально-економічній статистиці закон великих чисел розглядається як загальний принцип, через який кількісні закономірності, притаманні масовим суспільним явищам, виразливо проявляється тільки в досить великій кількості спостережень. Характерною особливістю цього закону є та, що закономірності проявляються у ньому лише як тенденція в середньому. Ця тенденція майже не залежить від випадку, проте намагається до відображення кількісної закономірності, не даючи ніколи абсолютно точного її відтворення.

Надаючи особливого значення закону великих чисел у вибіркового методі, слід пам'ятати, що не всі способи відбору, засновані на цьому законі. Мова йде про способи відбору, в основу яких покладено планомірно організований відбір, його результати виявляються точнішими, ніж при випадковій вибірці.

Результатом факту випадковості потрапляння окремих одиниць спостереження у вибірку сукупність є відхилення вибіркової характеристики від відповідної генеральної характеристики. Величина зазначеного відхилення вважається помилкою вибірки. Така помилка є результатом факту випадковості потрапляння окремих одиниць спостереження у вибірку сукупність. Розмір її може бути значний, малий або близький до нуля. При збільшенні числа одиниць спостереження, як правило, зменшується різниця між вибірковими і генеральними характеристиками.

Теорія вибіркового методу дає змогу розраховувати можливі розміри помилок вибірки, а з іншого боку, залежно від конкретних

завдань дослідження з врахуванням допустимої помилки - передбачити необхідний обсяг одиниць вибіркової сукупності.

### 11.3. Способи відбору у вибірку сукупність

Способи відбору одиниць з досліджуваної генеральної сукупності з метою утворення вибіркової сукупності можуть бути різні. Залежно від того, як поставлена вибірка, як організований відбір із загальної маси, розрізняють кілька варіантів утворення вибіркової сукупності. Щоб одержана вибірка сукупність мала об'єктивну гарантію репрезентативності, застосування того чи іншого способу відбору повинно бути науково обґрунтованим. Основний принцип правильності відбору – строго об'єктивний підхід до відбору одиниць спостереження. Якщо цей принцип порушується і одиниці відбираються суб'єктивно, то результати такого спостереження не можна поширювати на генеральну сукупність, вони можуть бути застосовані лише щодо тієї частини, яка підлягала спостереженню.

Назва вибіркової сукупності зумовлюється способом відбору одиниць, тобто схемою її формування. За таких принципів утворюється класифікація видів вибірки. Але слід зазначити, що в навчальній і науковій літературі в цій справі існують деякі розбіжності.

При розгляді питань способів відбору (видів вибірок) будемо притримуватися традиційної їх класифікації: 1) власне випадковий відбір; 2) механічний відбір; 3) типовий відбір; 4) серійний відбір; 5) комбінований відбір.

**Власне випадковий** спосіб відбору – це такий спосіб формування вибіркової сукупності, коли відбір одиниць з генеральної сукупності здійснюється у випадковому порядку. Випадковість відбору полягає у дотриманні принципу однакової можливості для всіх одиниць генеральної сукупності потрапити у вибірку.

Для суворого забезпечення принципу випадковості самого процесу вибірки використовують різні технічні засоби (наприклад, урни з пронумерованими картками чи предметами), які є ніби моделлю генеральної сукупності. Найнадійнішим способом відбору вважається використання спеціальних таблиць випадкових чисел.

Випадковий відбір часто поєднують з іншими способами відбору. У разі використання його як самостійного способу він має

назву **власне випадковий відбір**. Від назви способу відбору походить і назва вибірки – **власне випадкова**.

Випадкова вибірка може бути організована або за схемою **повторного відбору** або по схемі **безповторного відбору**. Зазначені схеми відбору дають однакові результати лише у разі нескінченної генеральної сукупності. При умові скінченності генеральної сукупності результати вибірок будуть різні. Особливість названих схем відбору полягає у такому.

При **повторному відборі** кожна одиниця бере участь у вибірці стільки разів, скільки відбирається одиниць, тобто після реєстрації вона повертається у генеральну сукупність і в подальшому може знов потрапити у вибірку сукупність. За таких умов генеральна сукупність залишається незмінною, і тому для всіх одиниць сукупності забезпечується рівна ймовірність потрапити у вибірку.

При **безповторному відборі** кожна відібрана одиниця у подальшому відборі не бере участі, тобто не повертається у генеральну сукупність. Але це означає, що чисельність генеральної сукупності буде змінною після кожної операції відбору. У зв'язку з цим ймовірність потрапити у вибірку решти одиниць підвищується, а тому середня помилка вибірки тут буде менша, ніж при повторному способі відбору.

Особливістю власне випадкової повторної вибірки є та, що при її організації найбільш послідовно здійснюються принципи випадкового відбору. Цей вид вибірки подібний до багаторазових вимірів однієї й тієї ж величини. До речі, чисельність вибірки при застосуванні схеми повторного відбору може досягти обсягу, який перевищує генеральну сукупність (окремі одиниці враховуються у вибірці не один, а кілька разів). Тому власне випадкова вибірка зі схемою повторного відбору практичного значення не має і в дослідженні соціально–економічних явищ не використовується. У теорії вибіркового методу вона розглядається лише тому, що математична схема її найбільш проста і безперечна. Досить лише нагадати, що точність вибірки забезпечується положеннями теорії ймовірностей, зокрема законом великих чисел, який для даного випадку може бути сформульований так: при достатньо великому обсязі вибірки можна очікувати з ймовірністю близькою до одиниці, що вибірка середня буде незначно відрізнятися від генеральної середньої.

Безповторний спосіб відбору хоча і порушує принципи рівної ймовірності потрапити у вибірку, проте він не погіршує, а покращує результати відбору. Практично доведено, що при інших рівних умовах середня помилка безповторної вибірки менша, ніж при повторній, і потребує меншого обсягу одиниць для обстеження. Таким чином, практика внесла поправку в теорію випадкового відбору, забезпечивши високу точність вибіркового спостереження.

Власне випадкова вибірка знаходить практичне використання у польових дослідках і при дослідженні окремих соціальних явищ в аграрному секторі.

**Механічний відбір.** Механічним називається відбір, при якому генеральна сукупність поділяється на рівні частини відповідно до природного розташування її одиниць (географічного, просторового, алфавітного тощо) і з кожної частини обстежується одна одиниця. Тобто одиниці відбирають через рівні проміжки у порядку розташування їх сукупності. Наприклад, кожна п'ята одиниця при 20%-му відборі, кожна десята одиниця при 10%-му відборі і т. ін. Якщо відбір здійснюється на земельній території, проби беруть у шаховому порядку. Проміжок між відібраними одиницями визначається залежно від прийнятої пропорції відбору. Цей проміжок розраховується як частка від ділення чисельності сукупності на обсяг вибірки. Наприклад, потрібно відібрати для обстеження 30 деталей із загальної чисельності 611 штук. Проміжок відбору (шаг) тут становитиме  $\frac{611}{30} = 20,367$ , тобто у вибірку потрібно включити кожен 20 одиницю, враховуючи „початкове число” відбору, за яке приймається будь-яка одиниця перших двадцяти одиниць. Як правило, першою одиницею відбирається та, яка знаходиться посередині проміжку (у даному випадку десята від початку відрахування).

Механічний спосіб забезпечує рівномірність відбору одиниць з усіх частин сукупності, тобто їх пропорційне представництво, а отже, і найбільш високу репрезентативність обстеження.

Слід зазначити, що при механічному способі відбору відібрані одиниці не мають імовірнісного характеру. Випадкові помилки тут зумовлюються не способом відбору, а наявністю випадковості у розташуванні матеріалу досліджуваної сукупності.

Механічний відбір можна здійснювати й іншими шляхами. Наприклад, якщо потрібно відібрати певну кількість річних звітів

підприємств окремого регіону, їх вибирають з ретельно перемішаної сукупності в алфавітному порядку назв окремих підприємств.

Науковими дослідженнями доведено, що механічний відбір дає найточніші результати порівняно до випадкової вибірки. Середня вибірка виявляється тут більш наближеною до середньої генеральної, ніж при випадковому відборі. За таких саме причин і при постановці будь-якого експерименту принципу механічного розміщення одиниць віддається перевага щодо випадкового їх розміщення. На рисунку 26 показано відбір у формі латинського квадрата, який носить назву „Хід коня”. Це один з варіантів механічного розміщення елементів дослідів, який виявляється доцільнішим, ніж випадковий.

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| A | B | C | D | E |
| D | E | A | B | C |
| B | C | D | E | A |
| E | A | B | C | D |
| C | D | E | A | B |

26. Схема механічного способу відбору „Хід коня”

Необхідно відзначити, що перевага механічного відбору у точності відтворення досліджуваної характеристики має місце лише при умові, що в організації такого відбору не міститься моментів, які сприяють зміщенню як самої вибірки, так і оцінки її результатів.

Про залежність помилки вибірки від характеру розташування досліджуваної сукупності свідчать результати механічного відбору з сукупності, розташованої у ранжирований ряд. Одержана таким шляхом вибірка може мати помилку репрезентативності не випадкову, а систематичну. При цьому величина її залежить від того, що прийнято за „початкове число”. Так, якщо у ранжированому ряду, взятому в порядку зростання з проміжком відбору, рівному десяти, відбирається кожна перша одиниця (перша, одинадцята, двадцять перша і т.д.), вибірка буде мати помилку у бік зменшення, тобто

вибіркова середня буде менша за генеральну середню. Якщо за „початкове число” обрати середину проміжку, то помилки не буде зовсім.

Механічний спосіб відбору, як правило, застосовується щодо матеріалу, в розташуванні якого мають місце і елементи випадковості і елементи деякої упорядкованості.

Поширеність даного способу відбору у порівнянні з випадковою вибіркою зумовлюється простотою і гнучкістю його застосування. Практична статистика досить часто здійснює роботи вибіркового характеру саме на підставі механічного відбору. Досить відзначити, наприклад, таку важливу галузь вибірових робіт, як статистика сімейних бюджетів населення. Вибіркова сукупність тут формується за схемою механічного відбору одиниць у межах їх типових груп. Так, із списку, в якому господарства розташовані за розмірами розподіленого доходу на 1 людину–годину. Роботи, відбираються бюджети селян. За таким же принципом відбираються із списку, складеного в порядку зростання (чи зменшення) заробітної плати, підприємства і сім'ї працівників.

**Типовий відбір.** При типовому відборі сукупність попередньо розбивається на більш однорідні групи. Суть його зводиться до типового районування досліджуваної сукупності на однорідні групи з наступним відбором за власне випадковим принципом або механічним. Цей тип відбору також обмежує принцип рівної ймовірності. На точність результатів вибірки тут позитивно впливає сам принцип районування, адже він „знімає” вплив міжгрупової варіації ознак, що зумовлює менший розмір квадратичної помилки.

При типовому підборі генеральна сукупність розчленовується на певну кількість однорідних груп (підсумковостей) з груповими чисельностями  $(N_1, N_2, N_3, \dots, N_m)$ . Кожна типова група як часткова генеральна сукупність має свої характеристики: середню  $(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \dots, \bar{x}_m)$ , дисперсію  $(\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2, \dots, \sigma_m^2)$ , частку  $(p_1, p_2, p_3, \dots, p_m)$ , показник асиметрії  $(A_1, A_2, A_3, \dots, A_m)$  тощо. Кожна із зазначених характеристик оцінюється за частковими вибірковими сукупностями  $(n_1, n_2, n_3, \dots, n_m)$ , які одержують від кожної типової групи. Останні, як правило, різні за чисельністю одиниць. При цьому, хоча варіація ознаки в середині типових груп знижується, вона все ж таки має місце і відрізняється за розміром між групами. Зазначені особливості потребують певних

методичних підходів у вирішенні питання обсягу часткових вибірок для забезпечення достатньої репрезентативності останніх.

На практиці вибірку можна здійснювати двома шляхами: 1) за способом рівномірного відбору; 2) за способом відбору пропорційно – груповим чисельностям. Розглянемо їх.

При рівномірному способі відбору з кожної типової групи відбирається однакова чисельність одиниць ( $n_1 = n_2 = n_3 = \dots, n_m$ ). Його застосовують лише при умові рівної чисельності кожної з типових груп.

При пропорційній схемі відбору чисельність часткових вибірок береться пропорційно чисельності генеральних сукупностей типових груп або пропорційно їх дисперсіям чи середнім квадратичним відхиленням. Інколи використовується комбінована схема, тобто чисельність береться пропорційно і чисельностям і дисперсіям одночасно.

Розглянемо приклад **пропорційної вибірки**. Треба відібрати 150 підприємств лісостепової зони (генеральна сукупність), яка розчленована на підзони (центральну, лівобережну і правобережну) з груповими чисельностями  $N_1 = 200$  ;  $N_2 = 400$  ;  $N_3 = 500$ .

При вибірці, пропорційній груповим чисельностям, відбір передбачає, що у всіх групах повинно зберігатися незмінним співвідношення:

$$\frac{n_1}{N_1} = \frac{n_2}{N_2} = \frac{n_3}{N_3} = \dots = \frac{n_m}{N_m},$$

Таке співвідношення забезпечується, якщо відбір здійснити пропорційно питомій вазі кожної групи у генеральній сукупності (табл. 96).

#### 107. Вихідні і розрахункові дані для обчислення часткових вибірок за схемою пропорційно чисельності

| Типові групи | Обсяг генеральної сукупності, $N_j$ | Питома вага групи у генеральній сукупності, $d$ | Необхідний обсяг вибірки по групі (при $n = 150$ ), $n_j = nd$ |
|--------------|-------------------------------------|-------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
| I            | 200                                 | 0,18                                            | 27                                                             |
| II           | 400                                 | 0,36                                            | 55                                                             |
| III          | 500                                 | 0,46                                            | 68                                                             |
| Всього       | 1100                                | 1,00                                            | 150                                                            |

Для кожної типової групи відбирається постійна частка одиниць сукупності:

$$K = \frac{n}{N} = \frac{150}{1100} = 0,136.$$

Використавши цей постійний коефіцієнт, знаходимо чисельність кожної вибірки:  $n_1 = 200 \cdot 0,136 = 27$ ;  $n_2 = 400 \cdot 0,136 = 55$ ;  $n_3 = 500 \cdot 0,136 = 68$ ;  
 $n = n_1 + n_2 + n_3 = 27 + 55 + 68 = 150$ .

Таким чином для умов нашого прикладу у вибірку із 150 одиниць повинно потрапити з першої групи (підзони) 27 одиниць, з другої – 55, з третьої – 68 одиниць спостереження.

Розглянемо приклад відбору за схемою відбору, **пропорційному середньому квадратичному відхиленню** (табл. 108 ).

108. Вихідні і розрахункові дані для обчислення  
 обсягів часткових вибірок за схемою відбору  
 пропорційно середньому квадратичному відхиленню

| Типові групи | Обсяг генеральної сукупності, $N_j$ | Середнє квадратичне відхилення, $\sigma_j$ | Відносний коефіцієнт по групі<br>$K = \frac{\sigma_j}{\sum \sigma_j}$ | Необхідний обсяг вибірки по групі (при $n=150$ ),<br>$n_j = n \frac{\sigma_j}{\sum \sigma_j}$ |
|--------------|-------------------------------------|--------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| I            | 200                                 | 6                                          | 0,33                                                                  | 50                                                                                            |
| II           | 400                                 | 5                                          | 0,28                                                                  | 42                                                                                            |
| III          | 500                                 | 7                                          | 0,39                                                                  | 58                                                                                            |
| Всього       | 1100                                | 18                                         | 1,00                                                                  | 150                                                                                           |

Практично така необхідність виникає у зв'язку з наявністю варіації в середині груп, яка зумовлює різницю в групових дисперсіях.

Для даного випадку відбору повинна зберігатися рівність співвідношень:

$$\frac{n_1}{\sigma_1} = \frac{n_2}{\sigma_2} = \frac{n_3}{\sigma_3} = \dots = \frac{n_m}{\sigma_m}.$$

Значення середніх квадратичних відхилень по типових групах визначають шляхом пробних досліджень або беруть з даних попередніх досліджень.

Припустимо, в нашому прикладі для трьох досліджуваних груп рівні їх становили:  $\sigma_1 = 6$  ;  $\sigma_2 = 5$  ;  $\sigma_3 = 7$ .

Результати розрахунку необхідності чисельності для кожної вибірки подано в таблиці 108.

Чисельності часткових вибірок визначаємо згідно із одержаним коефіцієнтом:  $n_1 = 150 \cdot 0,33 = 50$  ;  $n_2 = 150 \cdot 0,28 = 42$  ;  $n_3 = 150 \cdot 0,39 = 58$  ;  $n = 50 + 42 + 58 = 150$ .

При розглянутій схемі формування групових вибірових сукупностей для всіх груп зберігається постійне співвідношення:

$$K = \frac{150}{18} = 8,3; K_j = \frac{50}{6} = \frac{42}{5} = \frac{58}{7} = 8,3.$$

Якщо відбір здійснювати пропорційно дисперсіям, то питома вага груп з великою варіацією ознак у вибірці різко зростає.

Розглянемо приклад для випадку **пропорційно-комбінованої схеми відбору**.

Необхідність такої схеми відбору пояснюється тим, що на практиці типові групи, як правило, різняться як за чисельністю, так і за варіацією ознак. Обидва ці фактори треба враховувати при формуванні сукупності. Групові вибірки в даному випадку відбирають таким чином, щоб залишилися незмінними такі співвідношення:

$$\frac{n_1}{N_1\sigma_1} = \frac{n_2}{N_2\sigma_2} = \frac{n_3}{N_3\sigma_3} = \dots = \frac{n_m}{N_m\sigma_m}.$$

Чисельність одиниць спостереження для кожної часткової вибірки визначається за формулою:  $n_j = n \frac{N_j\sigma_j}{\sum N_j\sigma_j}$ .

Робочі етапи розрахунків наведено в таблиці 109.

#### 109. Вихідні і розрахункові дані для обчислення обсягів часткових вибірок за схемою пропорційно-комбінованого відбору

| Типові групи | Обсяг генеральної сукупності, $N_j$ | Середнє квадратичне відхилення, $\sigma_j$ | Зважене середнє квадратичне відхилення, $\sigma_j N_j$ | Відносний коефіцієнт по групі $\frac{\sigma_j N_j}{\sum \sigma_j N_j}$ | Необхідний обсяг вибірки по групі (при $n=150$ ), $n_j = n \frac{\sigma_j N_j}{\sum \sigma_j N_j}$ |
|--------------|-------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|
| I            | 200                                 | 6                                          | 1200                                                   | 0,18                                                                   | 27                                                                                                 |
| II           | 400                                 | 5                                          | 2000                                                   | 0,30                                                                   | 45                                                                                                 |
| III          | 500                                 | 7                                          | 3500                                                   | 0,52                                                                   | 78                                                                                                 |
| Всього       | 1100                                | 18                                         | 6700                                                   | 1,00                                                                   | 150                                                                                                |

Як бачимо, при такій схемі відбору для всіх груп зберігається незмінним співвідношення:  $\frac{n_j}{N_j \sigma_j} = \frac{27}{1200} = \frac{45}{2000} = \frac{78}{3500} = 0,022$ .

Зазначимо, якщо б відбір здійснювався не за схемою пропорційності, то чисельність для кожної вибірки була б однакова, тобто:  $\frac{n}{3} = \frac{150}{3} = 50$ .

Зведені дані про чисельність часткових вибірок при типовому відборі, одержані за різними схемами відбору наведено в таблиці 110.

110. Обсяг групових вибірок, одержаних при різних способах формування вибіркової сукупності типової вибірки

| Типові групи | Принцип відбору |                          |                                   |                                            |
|--------------|-----------------|--------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------------|
|              | рівномірний     | пропорційний             |                                   |                                            |
|              |                 | чисельності типових груп | середнім квадратичним відхиленням | зваженим середнім квадратичним відхиленням |
| I            | 50              | 27                       | 50                                | 27                                         |
| II           | 50              | 55                       | 42                                | 45                                         |
| III          | 50              | 68                       | 58                                | 78                                         |
| Всього       | 150             | 150                      | 150                               | 150                                        |

Як свідчать її дані, одержані результати різняться між собою. Кожен з варіантів розрахунків забезпечує репрезентативність вибірки. Але найбільшу репрезентативність забезпечує вибірка пропорційна комбінованої, тобто та, яка організована пропорційно зваженим середнім квадратичним відхиленням. Пояснюється це тим, що при такій схемі відбору враховуються як обсяг типових груп, так і варіація ознаки. Оскільки такий спосіб потребує багато попередньої інформації про генеральну сукупність, на практиці частіше використовується вибірка пропорційна обсягу сукупності типових груп.

**Серійний відбір.** Для розглянутих вище способів відбору (власне випадкового, механічного, типового) характерним є, що відбір одиниць з генеральної сукупності здійснюється в індивідуальному порядку. На практиці інколи виявляється доцільним проводити відбір не окремих одиниць, а цілих груп (серій, гнізд), котрі підлягають потім суцільному обстеженню. Групи (серії)

відбирають за методом власне випадкової неповторної вибірки або способом механічного відбору.

Серійний відбір (в англійській термінології „cluster sampling” – груповий відбір; у сільськогосподарській статистиці – „гніздовий відбір”) має практиці переваги, особливо у сільськогосподарській статистиці, де обстеження кількох груп підприємств, розташованих безпосередньо одне біля, одного менш утруднене, ніж обстеження такої ж чисельності окремих підприємств, розташованих по всій території району. У сільському господарстві цей спосіб відбору застосовують при вивченні бюджету сімей робітників і службовців галузі, при контрольних обходах, які проводяться після обліку худоби і т. ін. З цією метою відбирають підприємства або їх групи, в яких проводять суцільне обстеження.

У статистичній практиці серійний відбір здійснюють у двох варіантах: 1) всі серії мають однакову кількість одиниць; 2) всі серії не однакові за обсягом. Більш поширеним вважається перший варіант.

Серійний спосіб відбору має свої переваги і недоліки перед відбором окремих одиниць. Перевагою вважається те, що його легко організовувати. Але те, що при серійному відборі значно порушується рівномірність розподілу відібраних одиниць у межах генеральної сукупності і більш висока помилка вибірка – є суттєвим недоліком цього способу. Виправляється вказаний недолік збільшенням чисельності вибірки.

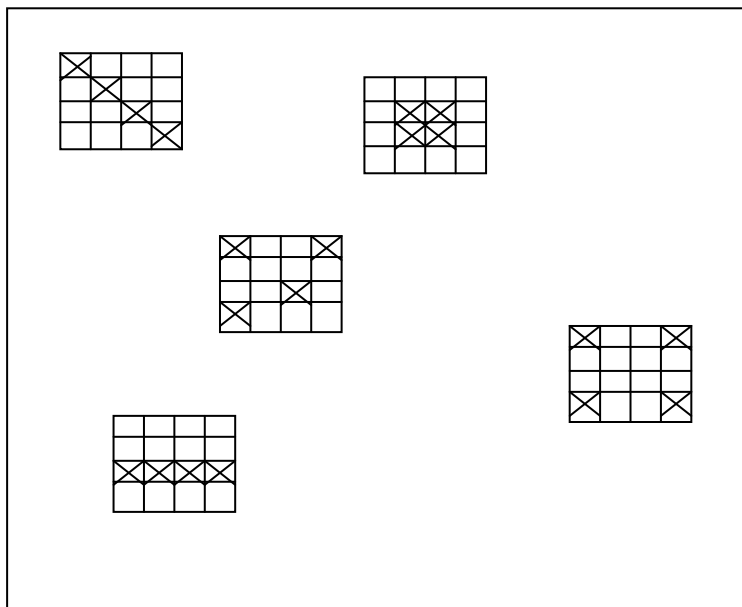
Точність результатів серійної вибірки залежить від того, наскільки точно середні показники серій будуть репрезентувати генеральну сукупність. Чим менше вони будуть відхилятися від генеральної середньої, тим точнішими вважаються результати серійної вибірки. Якщо серії в генеральній сукупності мають однакову чисельність (перший варіант відбору), то загальна середня по всій вибірці розраховується як середня арифметична проста із серійних середніх. При неоднакових чисельностях серій визначається середня арифметична зважена.

**Багатоступенева вибірка.** Значна частина великих вибірових обстежень здійснюється не на підставі одного способу відбору, а комбінуванні (поєднанні) двох і більше способів, які утворюють **ступені відбору**.

Так, типовий відбір поєднують з кількома стадіями (ступенями) відбору. При цьому кожна стадія має свою одиницю відбору. Така

вибірка називається **багатоступеневою** або **комбінованою**. Наприклад, при обстеженні бюджетів сімей робітників і службовців сільськогосподарських держпідприємств спочатку загальне число сімей, які підлягають обстеженню, розподіляють по держпідприємствах з різним напрямом спеціалізації і по областях. Це перша стадія відбору, яка забезпечує репрезентативність тих чи інших типів спеціалізації господарств і адміністративних областей. У даному випадку одиницею відбору є область і тип спеціалізації. На наступному етапі відбирають підприємства в межах кожного типу спеціалізації в області. Це друга стадія відбору. Здійснюється вона на підставі науково розроблених принципів її організації.

Розглянемо схематично випадок застосування двоступеневої вибірки, коли кожна одиниця містить одне й те ж число  $M$  елементів,  $m$  з яких відбирається із цієї одиниці. Схема двоступеневої вибірки при  $M = 16$  і  $m = 4$  зображена на рисунку 27.



27. Схематичне зображення двоступеневої вибірки  
(  $N=256$ ;  $n=5$ ;  $M = 16$ ;  $m = 4$  )

Перевага двоступеневої вибірки в тім, що вона надає більшу свободу дій, ніж одноступенева. Коли  $M = m$ , двоступеневий відбір зводиться до одноступеневого. Але, якщо таке значення  $m$  не найкраще, беруть дещо менше значення  $m$ , яке виявляється результативним, тобто дає найкраще співвідношення між статистичною точністю і витратами, зумовленими обсягом вибірових робіт.

Якщо досліджувані ознаки всередині однієї і тієї ж одиниці спостереження відрізняються незначно, то з міркувань точності величина  $m$ , повинна бути невеликою. З іншого боку, інколи витрати на спостереження всієї одиниці і деякі підвибірки з неї можуть бути однаковими. Наприклад, якщо одиницею спостереження при бюджетних обстеженнях служить домашнє господарство селян, то одна людина може дати точні зведення про всіх членів сім'ї цього господарства.

При правильному відборі ознак на кожному ступені відбору можна використати ті з них, які спостерігаються у вибірці великого об'єму як „контрольні”, тобто коригують на їх підставі результати спостереження пов'язаних з ними ознак.

Багатоступенева вибірка застосовується при одержанні проб для лабораторних аналізів. Наприклад, при відборі пробних зразків продукції, яка надходить в різній тарі (бочках, ящиках, мішках тощо). Спочатку відбирають певну кількість одиниць продукції в тарі, а потім беруть проби в середині з відібраних видів тари (бочок, мішків тощо). Зокрема, якщо зерно одержують в мішках, спочатку відбирають певну кількість мішків, а потім з них беруть проби зерна щупом зверху, всередині і знизу кожного мішка.

В окремих випадках утворюють так звану середню пробу шляхом змішування окремих проб. Додатковими ступенями відбору тут будуть наступні проби, які беруть у вигляді деякої частини до вихідної (середньої) проби; з останньої беруть знов певну частину і так доти, доки розмір проби не зменшиться до норми, приданої для лабораторного аналізу.

#### **11.4. Помилки вибірки, їх визначення при різних способах відбору**

Між характеристиками вибіркової сукупності і шуканими параметрами відповідних характеристик генеральної сукупності існують певні розбіжності. Їх називають **помилками спостереження**. Загальна величина помилки вибіркового спостереження зумовлюється можливістю виникнення двох видів помилок: помилки реєстрації і помилки репрезентативності.

**Помилки реєстрації** виникають внаслідок недостатнього рівня кваліфікації працівників, неточності підрахунків, недосконалості

вимірювальних приладів і т. ін. Ймовірність виникнення помилок реєстрації при вибіркового обстеженні значно менша, ніж при суцільному, адже вибіркоче здійснюється кваліфікованішими працівниками і організовується більш ретельно і конструктивно, ніж суцільне. При вибіркового спостереженні завдяки скороченню кількості досліджуваних одиниць значно зменшується можливість одержати помилки реєстрації. Спеціально підібрані і навчені спостерігачі не зацікавлені у викривленні спостережуваних даних, що також сприяє одержанню більш об'єктивної інформації про обстежувану сукупність об'єктів.

У той же час при вибіркового спостереженні виникають помилки, які не мають місця при суцільному обстеженні – **помилки репрезентативності**. Вони являють собою розбіжність між величиною одержаних по вибірці показників і величиною тих показників, котрі були б одержані при проведенні з однаковим рівнем точності суцільного спостереження.

Отже, помилка вибірки (помилка репрезентативності) – це абсолютна величина різниці між відповідними вибірковою і генеральною характеристиками:  $(\tilde{x} - \bar{x})$  – помилка для середньої;  $(w - p)$  – помилка для частки ( $w, p$  – частка ознаки відповідно у вибірковій і генеральній сукупностях). Природа виникнення такої помилки полягає в тому, що вибіркова сукупність не точно відтворює генеральну сукупність.

Помилки репрезентативності можуть бути **випадковими і систематичними**. Так, при вибіркового викопуванні коренів цукрових буряків для визначення їх урожайності у вибіркочу сукупність випадково можуть потрапити дещо кращі від середніх екземпляри. У цьому випадку може йти мова про випадкову помилку репрезентативності. У разі, якщо у вибірку будуть систематично відбиратися кращі екземпляри, то мова буде йти про систематичну помилку репрезентативності, яка зумовлена навмисним порушенням правил відбору.

Таким чином, систематичні помилки спрямовані в один бік і можуть виникати у зв'язку з особливостями прийнятої системи відбору і обробки даних спостереження або у зв'язку з порушенням встановлених правил і принципів відбору.

Випадкові помилки не мають певного напрямку. Їх виникнення пояснюється недостатньо рівномірним представленням у вибірковій сукупності різних категорій одиниць генеральної сукупності.

Оскільки розподіл одиниць спостереження вибіркової сукупності не зовсім точно відтворює розподіл одиниць генеральної сукупності, вибірка не може точно відображати генеральну сукупність, а отже, повністю усунути випадкові помилки неможливо, їх можна звести до незначних розмірів.

Питання визначення можливої і фактичної помилки вибірки має першочергове значення при організації і проведенні вибіркового обстеження. Її величина характеризує ступінь надійності одержаних результатів вибіркового обстеження і зумовлює об'єктивність оцінок параметрів генеральної сукупності. Як і сама вибірка характеристика, помилка вибірки є випадковою величиною. Розмір випадкової помилки вибірки визначається згідно із граничними теоремами ймовірностей. Розрізняють середню і граничну помилку вибірки. Під **середньою (стандартною) помилкою вибірки** розуміють таке розходження між вибірковою і генеральною середньою ( $\tilde{x} - \bar{x}$ ), яке не перевищує розмір середнього квадратичного відхилення ( $\pm \sigma$ ). Максимально можливе розходження ( $\tilde{x} - \bar{x}$ ) називають **граничною помилкою вибірки**, тобто – це максимум помилки при заданій імовірності її появи.

Існують дві формули середньої помилки вибірки. Одна з них використовується при вимірюванні середнього значення ознаки (наприклад, на підприємстві вибірково обстежується середній розмір зарплати працюючих), друга – коли вибірково вимірюється частка ознаки (наприклад, частка високооплачених працівників на підприємстві).

Коли вибірка здійснюється за принципом повторного відбору, то формули середньої помилки мають вигляд: для середньої -  $m = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$

для частки -  $m = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$ .

Повторну вибірку використовують дуже рідко. Як правило, вибірка організовується за принципом безповторного відбору. Стосовно до цього принципу відбору в наведених вище формулах середньої помилки в підкореневий вираз вводиться додатковий множник  $(1 - \frac{n}{N})$ , де N - чисельність генеральної сукупності.

Отже, для безповторної вибірки формули середньої помилки набудуть вигляду:

а) при визначенні середнього значення ознаки -  $m = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} (1 - \frac{n}{N})}$ ;

б) при визначенні частки ознаки -  $m = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \times (1 - \frac{n}{N})}$ .

Теорією ймовірностей доведено: твердження про те, що генеральні характеристики не відхиляються від вибірових на величину більшу, ніж величина помилки вибірки ( $m$ ), завжди має постійний ступінь імовірності 0,683. Імовірність твердження можна підвищити, подвоївши або потроївши середню помилку ( $2m$ ;  $3m$ ). У цьому випадку ймовірність стверджень досягає рівнів 0,954 або 0,997, тобто з тисячі випадків відповідно в 954 і 997 випадках вибірові характеристики будуть відрізнятися від генеральних на величину обчисленої помилки вибірки. У решті випадків (46 і 3) відхилення генеральних і вибірових параметрів може виходити за межі обчисленої помилки.

Таким чином, щоб підвищити ймовірність твердження, необхідно розширити межі відхилень шляхом збільшення середньої помилки в  $\frac{|\tilde{x} - \bar{x}|}{\sigma}$  разів, де відношення різниці середніх до середнього квадратичного відхилення являє собою величину так званого **нормованого відхилення** ( $t$ ).

Отже, з визначеною ймовірністю можна стверджувати, що відхилення генеральних і вибірових характеристик не перевищать деякої величини – граничної помилки вибірки ( $\Delta$ ). Гранична помилка вибірки пов'язана з середньою помилкою рівнянням  $\Delta = t m$ , де  $t$  – нормоване відхилення (коефіцієнт кратності, коефіцієнт довіри), яке залежить від рівня ймовірності.

Величина ймовірності задається залежно від мети і завдань дослідження. Ймовірність потрапляння помилки репрезентативності у межах  $\pm t$  визначається за формулою інтеграла ймовірностей  $p(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ . Значення цього інтеграла міститься в стандартних математичних таблицях „Функція Лапласа” (див. додаток Н). В таблиці 111 наведені рівні ймовірностей  $p$  для деяких цілих і дробових значень  $t$ .

111. Витяг із стандартних таблиць „Функція Лапласа”

|   |       |       |       |       |       |       |       |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| t | 1,00  | 1,96  | 2,00  | 2,50  | 2,58  | 3,00  | 3,30  |
| p | 0,683 | 0,950 | 0,954 | 0,997 | 0,990 | 0,667 | 0,999 |

Припустимо, що помилку вибірки треба оцінити з імовірністю 0,954. Це означає, що розбіжність між вибірковою і генеральною середньою не перевищить двох величин середньої помилки, тобто в 95,4 % випадків помилка репрезентативності не вийде за межі  $\pm 2$ ; при ймовірності 0,997 – за межі  $\pm 3$  і т. ін.

Для чисельно малих статистичних сукупностей не може бути застосована теорема Ляпунова, яка з'ясовує загальні умови, при здійсненні котрих розподіл суми незалежних випадкових величин прямує до нормального, оскільки значення вибіркової середньої ( $\bar{x}$ ) тут занадто залежить від величини кожної випадкової змінної. Характер розподілу  $\bar{x}$  в цих умовах буде істотно відрізнятися від нормованого розподілу, а довірчі інтервали і довірчі ймовірності (про них мова піде нижче) при малих вибірках можуть бути розраховані тільки за умов нормального розподілу досліджуваної ознаки. За розрахунками Ст'юдента, ймовірність того, що абсолютна величина різниці вибіркової і генеральної середньої буде менше граничної помилки вибірки ( $|\tilde{x} - \bar{x}| < t\mu$ ) і являє собою функцію від нормативного відхилення ( $t$ ) і чисельності вибірки ( $n$ ). Формула цього доведення має вигляд:  $p(|\tilde{x} - \bar{x}| < t\mu) = \int_{-t}^{+t} A(1 + \frac{t^2}{n-1})^{-\frac{n}{2}} dt$ ,

$$\text{де } A = \frac{\Gamma(\frac{n}{2})}{\sqrt{n(n-2)\Gamma(\frac{n-1}{2})}}, \quad \Gamma(\frac{n}{2}) - \text{гамма - функція.}$$

У практичних розрахунках використовуються таблиці розподілу С'юдента  $S(t)$ , в яких дано рівні ймовірностей для різних значень  $n$  і  $t$  (додаток Д).

На основі теоретичних рівнів ймовірностей розраховують фактичні їх рівні. При цьому розрахункова ймовірність ( $p$ ) становитиме:  $p = [S(t) - 0.5] \cdot 2$ . Із сказаного вище випливає, що після обчислення середньої помилки вибірки виникає питання обчислення граничної помилки репрезентативності ( $\Delta$ ) розмір її у вибіркового спостереженні може бути менший або більший від середньої помилки репрезентативності ( $\mu$ ). Згідно теореми Чебишева і Ляпунова, яка визначає ймовірність того, що гранична помилка вибірки не перевищить  $t$  разів взятую середню помилку вибірки ( $\mu$ ), вирішують питання про граничну помилку. Наведемо формулювання теореми Чебишева: з імовірністю, як завгодно близькою до одиниці, можна стверджувати, що при достатньо великій кількості незалежних

спостережень вибіркова середня ( $\tilde{x}$ ) буде як завгодно мало відрізнятися від генеральної середньої ( $\bar{x}$ ). Отже, гранична помилка вибірки ( $\Delta$ ) обчислюється з певною ймовірністю ( $p$ ), якій відповідає  $t$  – разове значення середньої помилки ( $\mu$ ):  $\Delta = t\mu$ .

Межі середньої характеристики в генеральній сукупності становитимуть: для середньої –  $\bar{x} = \tilde{x} \pm \Delta$ ;

для частки –  $p = w \pm \Delta$ .

У розгорнутому вигляді формули граничної помилки для повторної і безповторної схеми відбору наведені у наступному прикладі.

Розглянемо конкретний приклад розрахунку граничної помилки вибірки при визначенні середньої характеристики у вибірковій сукупності і частки вибірки.

**Умова.** У сільськогосподарських підприємствах району площа зернових культур становить 20000 га. При 10%-му безповторному відборі встановлено, що середня урожайність зернових в районі дорівнює 30 ц/га, середньоквадратичне відхилення урожайності становить 2 ц. Питома вага високоврожайних культур 60%. Потрібно визначити з ймовірністю 0,954 граничну помилку середньої врожайності зернових культур по вибірці і граничну помилку частки, тобто питомої ваги високоврожайних культур в загальній площі посіву.

**Хід рішення.** Встановлюємо чисельність вибіркової сукупності – 10% від 20000 га, вона дорівнює 2000 га. Маємо:  $\tilde{x} = 30$ ;  $N = 20000$ ;  $n = 2000$ ;  $\sigma = 2$ ;  $w = 0,60$ ;  $p = 0,954$ ;  $t = 2$ .

$$\Delta_{\tilde{x}} = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 2 \sqrt{\frac{4}{2000} \left(1 - \frac{2000}{20000}\right)} = 0,08.$$

Отже, різниця між вибірковою середньою урожайністю і генеральною середньою буде не більша за 0,08 ц. Межі середньої генеральної урожайності в центнерах:  $29,92 \leq 30 \leq 30,08$ .

Гранична помилка для частки становить:

$$\Delta_w = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)} = 2 \sqrt{\frac{0,60(1-0,60)}{2000} \left(1 - \frac{2000}{20000}\right)} = 0,02.$$

Таким чином, помилка у визначенні частки високоврожайних культур у вибірковій сукупності не перевищить 2%, тобто питома вага високоврожайних культур знаходиться у межах  $58 \leq 60 \leq 62\%$ .

Величина випадкової помилки репрезентативності залежить: 1) від способу формування (відбору) вибіркової сукупності; 2) від

обсягу вибірки; 3) від ступеня варіації досліджуваної ознаки у генеральній сукупності.

А це означає, що для одержання мінімальної помилки необхідно дотримуватися таких математичних положень: 1) чим більший обсяг вибірки, тим повніше взаємопогашаються випадкові відхилення. Величина помилки вибірки обернено пропорційна кореню квадратному з чисельності вибірки. При збільшенні вибіркової сукупності у чотири рази помилка вибірки зменшується у два рази; 2) збільшення показника варіації досліджуваної ознаки зумовлює збільшення помилки вибірки, тобто величина останньої прямо пропорційна середньому квадрату відхилень.

Слід пам'ятати, що при вибіркового обстеженні відсутня інформація про розмір дисперсії, тому величина її приймається наближеним показником у вигляді вибіркового середнього квадрата відхилень.

Для кожного конкретного способу відбору у вибірку величина помилки репрезентативності може бути визначена за відповідними формулами.

Повернемося до повторної і безповторної схеми відбору з генеральної сукупності. Оскільки при безповторному відборі чисельність генеральної сукупності зменшується (при повторному – вона залишається незмінною), після кожного відбору ймовірність потрапити у вибірку для одиниць, що залишаються, підвищується. Тому середня помилка тут буде меншою, ніж при повторному відборі.

Перетворення формули середньої помилки для середньої при повторному відборі  $m_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$  у вигляд  $m_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  дає підстави стверджувати, що середня квадратична помилка (середнє квадратичне відхилення вибіркової середньої від генеральної) прямо пропорційна варіації ознаки у генеральній сукупності і обернено пропорційна кореню квадратному з обсягу вибірки. Гранична помилка вибірки ( $\Delta$ ), як випадкова величина, може бути в кожному конкретному випадку менша, рівна або більша за середню помилку ( $m$ ). Ймовірність її величини при досить великій сукупності вибірки визначають за теоремою Ляпунова:

$$p(\Delta \leq tm) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = f(t).$$

Значення інтеграла Лапласа (функція від  $t$ ) містяться в стандартних математичних таблицях (додаток Н). За такими таблицями можна встановити, що

$$\text{при } t = 1 p(\Delta \leq m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0,683;$$

$$\text{при } t = 2 p(\Delta \leq 2m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-2}^{+2} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0,954.$$

Наведені розрахунки свідчать про те, що практично неймовірно одержати помилку, більшу за  $3m$ , тобто більшу, ніж  $3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ . Отже, практично вірогідно, що генеральна середня не вийде за границі:

$$\tilde{x} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

Як уже зазначалося вище, при безповторному способі відбору для середньої помилки вибірки вводять поправочний коефіцієнт  $\frac{N-n}{N-1}$ , де  $n$ ,  $N$  - відповідно чисельність вибіркової і генеральної сукупностей. Для досить великих обсягів генеральної сукупності замість значення  $N-1$  вводять значення  $N$ , тоді формула набуває вигляду:  $\frac{N-n}{N-1} \approx \frac{N-n}{N} = 1 - \frac{n}{N}$ .

З врахуванням наведеної поправки дисперсія вибіркової середньої становить:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right).$$

Середні помилки середньої і частки у вибірковій сукупності для власне випадкового відбору наведено у згаданій вище таблиці.

Для механічного способу відбору помилка репрезентативності розраховується аналогічно формулам для власне випадкового відбору.

При типовому способі відбору розрахунок середньої помилки має деякі особливості. Розглянемо їх.

З викладеного вище зрозуміло, що середня помилка вибірки залежить від середнього квадрата відхилень (дисперсії) досліджуваної ознаки. Згідно правила складання і розкладання дисперсій маємо:  $\sigma_y^2 = \sigma_x^2 + \sigma_z^2$ , де  $\sigma_y^2$  - загальна дисперсія;  $\sigma_x^2$  - міжгрупова дисперсія;  $\sigma_z^2$  - внутрішньогрупова дисперсія.

Для типової вибірки міжгрупова дисперсія вимірює варіацію групових середніх ( $\tilde{x}_j$ ) відносно загальної середньої ( $\tilde{x}$ ), тобто:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum (\tilde{x}_j - \tilde{x})^2 n_i}{\sum n_i}.$$

Цей вид дисперсії пояснює варіацію, викликану ознакою, покладеною в основу групувань при виділенні типових груп і не може розглядатися як помилка вибірки. Називають її систематичною дисперсією. Отже, при розрахунках середньої помилки вибірки цей вид дисперсії виключається.

Але кожна типова група має варіацію ознаки, викликану впливом різних неврахованих факторів - внутрішньогрупову (залишкову) варіацію. Остання розраховується як середня арифметична з групових дисперсій:

$$\sigma_z^2 = \frac{\sum \sigma_j^2 N_j}{\sum N_j},$$

де  $\sigma_j^2$  - групові вибіркові дисперсії.

Саме ця частина варіації залишається непоясненою і повинна розглядатися як помилка вибірки. Тобто формула середньої помилки типової вибірки має вигляд:

$$m_{min} = \sqrt{\frac{\sigma_z^2}{n}},$$

де  $n$  – загальний обсяг вибірки (  $n = \sum n_j$  ).

За правилом складання і розкладання дисперсій маємо:  $\sigma_z^2 < \sigma_y^2$ , тому середня помилка типової вибірки, як правило, менша за середню помилку при власне випадковій вибірці. Оскільки середня помилка типової вибірки дає точніші результати (висновки), її широко використовують в дослідженні економічних явищ.

Треба пам'ятати, що організація типової вибірки зумовлена, як правило, власне випадковим відбором. Адже відбір одиниць з кожної групи здійснюють власне випадковим методом. При цьому застосовується схема безповторного відбору. З цих причин до середньої помилки середньої чи частки при безповторній схемі відбору вводять поправку  $1 - \frac{n}{N}$ .

При серійному способі відбору по кожній відібраній серії розраховується значення дисперсії. Середня арифметична з цих дисперсій становить внутрішньосерійну (  $\sigma_{bc}^2$  ), тобто залишкову дисперсію.

Варіація серійних середніх ( $\tilde{x}_j$ ) навколо загальної вибіркової середньої  $\tilde{x}$  характеризується міжсерійною дисперсією ( $\sigma_{MC}^2$ ). Структурна формула її має вигляд:

$$\sigma_{MC}^2 = \frac{\sum (\tilde{x}_j - \tilde{x})^2}{n_c},$$

де  $n_c$  - чисельність вибірки в серії.

Згідно з правилом розкладання дисперсії маємо  $\sigma_y^2 = \sigma_{вс}^2 + \sigma_{мс}^2$ .

Внутрішньосерійна дисперсія розраховується на основі даних суцільного спостереження відібраних серій. А це означає, що помилка репрезентативності залежить від міжсерійної дисперсії. Її розраховують за схемою безповторного відбору серій:

$$m = \sqrt{\frac{\sigma_{мс}^2}{n_c} \left(1 - \frac{n_c}{N}\right)}.$$

Для зазначених вище способів відбору при розрахунках граничної помилки як для середньої, так і для частки, середню помилку множать на коефіцієнт довіри (t), величина якого залежить від рівня обраної ймовірності.

## 11.5. Організація вибіркового спостереження

Здійснення вибіркового обстеження ґрунтується, насамперед, на знанні природи досліджуваних процесів та явищ і глибокому теоретичному аналізі. Вибіркове обстеження починають з копіткої підготовки роботи, яка передбачає вирішення таких питань: мета і об'єкт дослідження; програма та інструментарій обстеження; джерела і способи збирання необхідної інформації; підбір і підготовка кадрів, пробні обстеження і ряд інших питань.

Організація вибіркового спостереження з метою відтворення генеральної сукупності висуває ряд завдань, вирішення яких ґрунтується на теорії вибіркового методу. Розглянемо їх.

По-перше, це вирішення питання щодо встановлення чисельності вибіркової сукупності. Суть цього завдання полягає в тому, щоб знайти відповідь на запитання - скільки потрібно відібрати одиниць спостереження, щоб помилка вибірки з певним рівнем ймовірності не перевищувала встановлений розмір.

Друге завдання вибіркового спостереження має на меті оцінку показників, одержаних за вибілковими даними. Вирішення цього

завдання полягає у визначенні граничної помилки вибіркової сукупності.

Третє завдання вибірки зводиться до встановлення ймовірностей здійснення певного розміру помилки. Для цього необхідно знати середню і граничну помилки вибірки, розрахувати нормоване відхилення, на підставі якого за стандартними таблицями інтеграла ймовірності визначається рівень ймовірності.

Визначення границь, в яких знаходяться характеристики всієї сукупності, ускладнюється у випадках, коли генеральна сукупність досліднику невідома. Адже при відомій генеральній сукупності завжди можна побудувати схему всіх можливих випадків вибірки з цієї сукупності. При невідомій генеральній сукупності таку схему побудувати неможливо і кількісні характеристики генеральної сукупності не можуть бути використані для оцінки одержаних вибірових характеристик.

Для оцінки різниці між вибірковою і генеральною характеристиками застосовують так звані „прямі” теореми теорії ймовірності (теореми Бернуллі, Муавра–Лапласа, Чебишева та ін.) лише у разі, коли генеральна характеристика - величина постійна, а вибірка – випадкова змінна. Оскільки в нашому випадку дана умова не витримується, при вирішенні завдання одержання оцінки виходять з припущення, що невідома нам генеральна характеристика може мати ті чи інші значення з відповідними їм ймовірностями, тобто вона розглядається як випадкова змінна. Теорія ймовірностей для вирішення цього завдання застосовує так звані „обернені” теореми Бернуллі, Лапласа, „другий закон великих чисел” та ін. Застосування їх поширюється лише на вибірки необмеженого обсягу і не може бути застосовано для оцінок точності кінцевих вибірок.

4. У зв'язку з тим, що в практиці вибіркового обстеження виникають помилки (чи похибки), розміри яких певною мірою зумовлені способом застосованого відбору та обсягом вибірки, постає питання оцінки того чи іншого способу відбору. Отже, виникає завдання оцінки точності способу, за яким здійснюється відбір у вибіркову сукупність. Це завдання вирішується шляхом з'ясування таких питань: чи відомі дані про всю сукупність; яким способом здійснюється вибірка; якими будуть результати, тобто якими властивостями буде володіти вибірка сукупність. Чи будуть ці властивості і характеристики вибіркової сукупності відрізнятися від відомих досліднику властивостей і характеристик генеральної

сукупності? Наскільки великими будуть відхилення (помилки вибірки)? Чим вони зумовлюють і чи можуть бути зменшені і наскільки?

Вирішення цього завдання ґрунтується на всебічному аналізі властивостей досліджуваної сукупності і врахуванні властивостей застосованого способу відбору. Важлива роль тут належить теорії ймовірностей, адже мова йде про оцінку точності вибірки. Дослідник розглядає всі можливі варіанти вибірок, зіставляючи результати аналізу з характеристиками заданої генеральної сукупності. Застосовуються тут „прямі” теореми теорії ймовірностей.

Вирішення зазначених вище завдань вибіркового спостереження можливе лише за умов знання теорії вибіркового методу. Вони спрямовані на досягнення основної мети вибірки – відтворення генеральної сукупності. Їх вирішення потребує детального розгляду питань про помилки вибіркового обстеження, точкову і інтервальну оцінки, нормоване відхилення, довірчу ймовірність і довірчий інтервал. Цим питанням присвячуються окремі параграфи посібника.

Оскільки вибіркове спостереження відбирає, „вихоплює” факти з досліджуваної генеральної сукупності, при невдалій його організації можуть бути зареєстровані явища, не пов’язані одне з одним, перед організацією вибіркового обстеження стоїть завдання здійснити відбір таким чином, щоб існуючі взаємозв’язки між одиницями знайшли відображення у вибірковій сукупності. Таке завдання вирішується шляхом укрупнення одиниць відбору, переходу до серійної вибірки. Остання гарантує охоплення в цілому групи взаємно пов’язаних фактів. А це означає, що створена можливість для вивчення їх взаємодії і взаємозалежності.

В організації вибіркового спостереження мають місце випадки, коли поєднується відбір серій з відбором одиниць всередині останніх. Така вибірка називається комбінованою. Трапляються випадки організації вибіркового спостереження, при якій відбір здійснюється всередині однієї з пов’язаних між собою сукупностей, а з другої сукупності в обстеження включають ті одиниці, котрі свідомо пов’язані з відібраними одиницями першої сукупності.

В організації вибіркового спостереження виняткового значення набуває питання про визначення таких категорій обстеження, як одиниця відбору і одиниця спостереження. Під **одиницями відбору** розуміють частини сукупності, які включені у склад вибірки.

**Одиницями спостереження** називають такі частини сукупності, ознаки яких підлягають спостереженню і реєструються окремо від інших в процесі обстеження. Одиниця відбору – це категорія, притаманна виключно вибірковому методу, у той час як одиниця спостереження є категорією загальностатистичною, яка має відношення і до суцільного і до несуцільного спостереження.

Відмінність понять одиниці відбору і одиниці спостереження особливо різко виявляється при серійній вибірці, при організації якої відбір здійснюється групами (серіями) одиниць, які складають досліджувану сукупність, а спостереженню підлягає кожна одиниця спостереження. В серійних вибірках одиниця спостереження є частиною одиниці відбору.

Як правило, у вибірковому обстеженні одиниця відбору і одиниця спостереження збігаються між собою. Але одиниця відбору не повинна бути меншою за одиницю спостереження. Наприклад, якщо одиницею спостереження є підприємство, то одиницями відбору не можуть бути відділки, бригади, ферми тощо. З іншого боку, при фіксованій чисельності вибірки або частки явища одиниця відбору не повинна значно перевищувати одиницю спостереження. Якщо, наприклад, при серійному відборі відокремлюється 60 одиниць з 1000, то краще відібрати 6 серій по 10 одиниць, ніж 3 серії по 20 одиниць.

Досить важливим питанням організації вибіркового обстеження є визначення схеми і способу відбору. При його вирішенні виходять перш за все з розміру помилки вибірки.

Наступним важливим питанням вважається вирішення завдання щодо чисельності вибіркової сукупності. Тут статистик повинен орієнтуватися стосовно граничних помилок розміру досліджуваного явища і ймовірності, з якою ці границі повинні бути гарантовані.

Організація вибірки передбачає попередню перевірку її репрезентативності. Із цією метою за даними поточного або минулого періоду розраховують кілька найбільш важливих показників для генеральної і для вибіркової сукупностей. Одержані показники зіставляють і таким чином знаходять різницю між ними. У соціально–економічних дослідженнях вважається задовільним відхилення вибірових даних від даних по генеральній сукупності в межах 5%. Якщо відхилення перебільшують зазначений рівень, вибірка вважається нерепрезентативною, і відбір повторюють. У

випадках, коли повторний відбір не дає бажаних наслідків, збільшують чисельність вибіркової сукупності.

Організація вибіркового спостереження потребує врахування всіх можливих умов і обставин, в яких буде відбуватися обстеження. Якщо ж виникають нові обставини в ході обстеження – в організацію вибірки вносять відповідні корективи.

Викладене вище зумовлює здійснення вибіркового спостереження за такими етапами: 1) формування мети спостереження; 2) відмежування генеральної сукупності; 3) встановлення системи відбору одиниць для спостереження; 4) визначення числа одиниць, які підлягають відбору; 5) підготовка основи вибірки (відбору); 6) проведення статистичного спостереження, тобто планомірного, науково організованого збору даних про досліджуване явище (процес); 7) розрахунок вибірових характеристик і їх помилок; 8) поширення вибірових даних на генеральну сукупність. Перелічені вище етапи знаходять своє відображення у висвітленні теоретичних і практичних аспектів вибіркового методу.

При організації вибірки значення має визначення необхідної її чисельності ( $n$ ). Остання залежить від варіації одиниць обстежуваної сукупності. Чим більша коливність, тим більшою повинна бути чисельність вибірки. Зворотний зв'язок існує між чисельністю вибірки її граничною помилкою. Прагнення отримати меншу помилку вимагає збільшення чисельності вибіркової сукупності.

Необхідна чисельність вибірки визначається на основі формул граничної помилки вибірки ( $\Delta$ ) із заданим рівнем ймовірності ( $p$ ). Шляхом математичних перетворень отримують формули розрахунку чисельності вибірки (табл. 112).

112. Розрахунок необхідної чисельності вибірки

| Спосіб відбору | Чисельність вибірки ( $n$ ) при визначенні та оцінці параметра |                                                  |
|----------------|----------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------|
|                | середньої ( $\bar{x}$ )                                        | частки ( $w$ )                                   |
| Повторний      | $\frac{t^2 \sigma^2}{\Delta_x^2}$                              | $\frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2}$                  |
| Безповторний   | $\frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta_x^2 N + t^2 \sigma^2}$           | $\frac{t^2 w(1-w) N}{\Delta_w^2 N + t^2 w(1-w)}$ |

При вирішенні питання про визначення чисельності вибірки дослідник вимушений роботи припущення про генеральні характеристики або здійснювати для них пробну вибірку. Лише за таких умов буде об'єктивною величиною чисельність вибіркової сукупності, розрахована за розглянутими формулами.

Для розрахунку чисельності вибірки можна користуватися стандартними таблицями і номограмами, в яких для певних величин граничної помилки і довірчої ймовірності наводиться рекомендована чисельність одиниць вибіркового спостереження. Прикладом такої довідкової таблиці є таблиця 112. Останню можна перебудувати таким чином, що заданими величинами будуть чисельність вибірки і гранична помилка. У такому разі можна знайти рівень ймовірності або величини чисельності вибірки та рівня ймовірності, за якими знаходиться можлива гранична помилка (табл. 113).

113. Чисельність вибірки при заданих рівнях граничної помилки ( $\Delta$ ) і ймовірності ( $P$ )

| P     | $\Delta$ |      |      |      |      |      |      |      |      |       |
|-------|----------|------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
|       | 0,10     | 0,09 | 0,08 | 0,07 | 0,06 | 0,05 | 0,04 | 0,03 | 0,02 | 0,01  |
| 0,85  | 51       | 63   | 80   | 105  | 143  | 207  | 323  | 575  | 1295 | 5180  |
| 0,90  | 67       | 83   | 105  | 138  | 187  | 270  | 422  | 751  | 1090 | 6763  |
| 0,95  | 96       | 118  | 150  | 195  | 266  | 384  | 600  | 1067 | 2400 | 9603  |
| 0,99  | 165      | 204  | 359  | 338  | 460  | 663  | 1036 | 1843 | 4146 | 16587 |
| 0,997 | 220      | 271  | 344  | 449  | 611  | 880  | 1376 | 2446 | 5504 | 22018 |
| 0,999 | 270      | 334  | 422  | 552  | 751  | 1082 | 1691 | 3007 | 6767 | 27069 |

114. Рівень довірчої ймовірності при заданому числі спостережень ( $n$ ) і граничній помилці ( $\Delta$ )

| n     | $\Delta$ |      |      |       |      |       |      |       |       |       |
|-------|----------|------|------|-------|------|-------|------|-------|-------|-------|
|       | 0,10     | 0,09 | 0,08 | 0,07  | 0,06 | 0,05  | 0,04 | 0,03  | 0,02  | 0,01  |
| 50    | 0,843    | 797  | 242  | 678   | 604  | 520   | 428  | 329   | 223   | 112   |
| 100   | 0,954    | 928  | 890  | 838   | 770  | 689   | 576  | 452   | 310   | 159   |
| 200   | 0,995    | 989  | 976  | 952   | 910  | 843   | 742  | 604   | 428   | 223   |
| 300   | 0,999    | 998  | 994  | 985   | 962  | 917   | 834  | 701   | 511   | 271   |
| 500   |          |      |      | 0,998 | 993  | 975   | 926  | 820   | 629   | 345   |
| 1000  |          |      |      |       |      | 0,998 | 989  | 942   | 794   | 473   |
| 2000  |          |      |      |       |      |       |      | 0,993 | 926   | 629   |
| 5000  |          |      |      |       |      |       |      |       | 0,995 | 843   |
| 10000 |          |      |      |       |      |       |      |       |       | 0,954 |

Одержані в результаті вибіркового спостереження статистичні характеристики з врахуванням їх точності можуть бути поширені на генеральну сукупність. Пов'язану із цим обчислювальну роботу здійснюють двома способами, які вважаються найпростішими у статичній практиці: 1) спосіб прямого перерахунку; 2) спосіб поправочних коефіцієнтів.

**Спосіб прямого перерахунку** полягає у тому, що вибіркові характеристики (середня, частка) помножують на відповідний показник обсягу генеральної сукупності з врахуванням значення граничної помилки репрезентативності. Наприклад: вибіркоvim обстеженням 10% приватних господарств при загальній їх кількості 2500 встановлено, що середня чисельність птиці на одне подвір'я становить 30 голів. Щоб визначити загальну чисельність поголів'я птиці в приватному секторі обстежуваного об'єкта, необхідно загальну кількість дворів перемножити на середню чисельність птиці в одному дворі ( $2500 \cdot 30 = 75000$ ).

**Спосіб поправочних коефіцієнтів** – застосовується для перевірки і уточнення даних суцільного спостереження. Із цією метою проводять контрольні вибіркові спостереження. Суть його полягає у тому, що по одних і тих же об'єктах зіставляють дані суцільного і контрольного вибіркового обстеження. У результаті такого зіставлення обчислюють поправочні коефіцієнти. Останні використовують для внесення відповідних поправок по даних суцільного спостереження.

Наприклад, у результаті суцільного обстеження фермерських господарств району встановлено, що кількість поголів'я свиней в них становить 7000 гол. Контрольне вибіркoве обстеження 10% фермерських господарств показало, що в них при суцільному обстеженні зареєстровано 800 голів, а при контрольному обстеженні 816 голів. Отже, при суцільному обстеженні було недорахована 16 голів, що становить 2% від 800 голів. Поправочний коефіцієнт тут становить 102 % (1,02). Цей показник використовується для внесення поправок у результати суцільного спостереження. В нашому прикладі слід вважати загальну чисельність поголів'я свиней не 7000, а 7140 голів ( $7000 \cdot 1,02$ ).

При поширенні даних вибіркової сукупності на генеральну слід враховувати таку важливу обставину, як однорідність вибірки і всієї досліджуваної сукупності. Тому зазначеним способом треба користуватися з обережністю. Особливо це стосується дослідження

соціально–економічних явищ і процесів, яким притаманна риса мінливості.

### **Рекомендована література**

1. Бугуцький О.А., Опря А.Т., Дорогань Л.О. Статистика: Навчальний посібник. - К.: Комплекс “Віта”, 1999. – 419 с.
2. Єріна А.М., Пальян З.О. Теорія статистики. Практикум. - К.: Знання, 2002. – 344 с.
3. Лугіна О.Є., Білоусова С.В. Статистика: Підручник. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 580 с.
4. Опря А.Т. Статистика (з програмованою формою контролю знань). - К.: Урожай, 1996. - 448с.
5. Опря А.Т. Статистика. - К.: Центр навчальної літератури, 2005 - 469 с.
6. Уманець Т.В., Пігарев Ю.Б. Статистика: Навч. посіб. – К.: Вікар, 2003. – 623 с.

### **Питання для самоконтролю**

1. Завдання вибіркового спостереження.
2. Особливості малих вибірок.
3. Теоретичні аспекти вибіркового спостереження.
4. Способи відбору у вибірку сукупність.
5. Особливості власне випадкового відбору.
6. Безповторний і повторний відбір.
7. Зміст механічного відбору.
8. Типовий відбір.
9. Пропорційно-комбінована схема відбору.
10. Серійний відбір.
11. Особливості багатоступеневої вибірки.
12. Визначення помилок вибірки.
13. Суть середньої та граничної помилки вибірки.

## Завдання для практичних занять

### Завдання 11.1. Визначення вибірових характеристик сукупності

**Зміст завдання:** 1) на підставі вихідної інформації про рівень рентабельності виробництва (додаток М) здійснити 10% безповторний відбір;  
2) по вибірковій сукупності розрахувати середню помилку середньої рентабельності та середню помилку частки при рівні ймовірності  $P=0,954$ ;  
3) знайти у вибірці питому вагу високорентабельних підприємств (з рівнем рентабельності вище середнього).  
4) поширити вибіркові характеристики на генеральну сукупність.

#### Порядок виконання

10% безповторна вибірка: .....

1. Побудувати ранжирований ряд та знайти середню вибірову, використовуючи формулу:

$$\tilde{x} = \frac{\sum x}{n}.$$

2. Відібрати показники, вищі за середню: .....

3. Розрахувати середню прогресивну за формулою середньої арифметичної простої з показників, вищих за середню вибірову:

$$\tilde{x}_{\text{пп}} = \frac{\sum x}{n}.$$

4. Відібрати варіанти, вищі за середню прогресивну, тобто господарства з високим рівнем рентабельності. Підрахувати їх кількість ( $n'$ ).

5. Знайти питому вагу відібраних варіант ( $w$ ) у вибірковій сукупності:

$$w = \frac{n'}{n}.$$

6. Обчислити вибіркoву дисперсію. Вихідні та розрахункові дані занести у таблицю 115.

115. Вихідні та розрахункові дані  
для обчислення вибіркової дисперсії

| $x_i$  | $n_i$ | $x_i - \tilde{x}$ | $(x_i - \tilde{x})^2$ | $(x_i - \tilde{x})^2 n_i$ |
|--------|-------|-------------------|-----------------------|---------------------------|
| ...    |       |                   |                       |                           |
| ...    |       |                   |                       |                           |
| Всього |       |                   |                       |                           |

$$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \tilde{x})^2 n_i}{\sum n_i}.$$

7. Знайти середню помилку середньої рентабельності за формулою:

$$m_x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

8. Визначити граничну помилку середньої рентабельності:

$$\Delta_x = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

Середня рентабельність змінюється в межах:

$$\tilde{x} - \Delta_x \leq \bar{x} \leq \tilde{x} + \Delta_x$$

Знайти межі, в яких варіює питома вага високорентабельних підприємств

9. Середня помилка частки визначається за формулою:

$$m_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

10. Гранична помилка частки визначається за формулою:

$$\Delta_w = t \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}.$$

Межі коливання питомої ваги високорентабельних підприємств:

$$w - \Delta_w \leq p \leq w + \Delta_w.$$

**Висновки:**

## **Завдання для самостійного виконання**

### **Завдання 11.2.**

Для проведення дослідження потрібно відібрати 150 сільськогосподарських підприємств лісостепової зони. Лісостепова зона розділена на центральну, лівобережну та правобережну підзони з чисельністю господарств, відповідно, 300, 350 і 500. Визначити скільки підприємств потрібно відібрати з кожної підзони, якщо відбір проводять типовим способом методом:

- а) рівномірного відбору;
- б) відбору пропорційно чисельності генеральних сукупностей.

### **Завдання 11.3.**

Керівництвом підприємства планується проведення дослідження продуктивності праці робітників з метою встановлення витрат часу на окремі технологічні операції. Визначити чисельність робітників, за якими потрібно встановити спостереження, за наступною вихідною інформацією:

- загальна кількість робітників – 650 осіб;
- необхідна точність встановлення витрат часу – до 5 хвилин;
- дисперсія витрат часу (за даними аналогічних досліджень) – 0,2;
- заданий рівень імовірності отриманих результатів –  $p=0,954$ .
- спосіб відбору – власне випадковий безповторний відбір.

### **Завдання 11.4.**

За даними оперативної звітності старост академічних груп встановлено, що в день проведення дослідження на заняттях були відсутні 65 студентів факультету. Контрольне вибіркове обстеження відвідування в 5% груп показало, що число студентів, які відсутні на занятті в цих групах за даними звітів старост складає 15 осіб, а при контрольній перевірці – 26 осіб. Визначити показник кількості студентів, відсутніх на заняттях, з урахуванням поправочного коефіцієнта.

## Програмований контроль знань (тести)

11.1. Як називається вид статистичного спостереження, при якому обстеженню підлягає лише частина одиниць сукупності, відібраних на основі науково розроблених принципів?

- \* Вибіркове.
- Суцільне.
- Обстеження основного масиву.
- Анкетування.

11.2. Який спосіб відбору у вибіркoву сукупність використовують, якщо відбір одиниць з генеральної сукупності здійснюють через рівні проміжки?

- Типовий.
- Власне випадковий.

- \* Механічний.
- Серійний.

11.3. Який вид статистичного спостереження застосовують для одержання характеристик генеральної сукупності при умові, що затрати праці і засобів на збір інформації повинні бути мінімальними?

- Обстеження основного масиву.
- Суцільне.
- Несуцільне.

- \* Вибіркове.

11.4. З перелічених нижче вибіркoвих сукупностей, які вибірки вважаються малими за обсягом одиниць спостереження?

- До 50.
- До 70.
- \* До 30.
- До 100.

11.5. Як називають властивість вибіркової сукупності відтворювати генеральну сукупність?

- Ідентичність.
- Типовість.
- \* Репрезентативність.
- Уніфікованість.

11.6. У скільки разів скорочується обсяг робіт порівняно до суцільного спостереження, якщо вибірці підлягає 5% одиниць загальної кількості?

- \* У 20 разів.

- У 25 разів.
- У 10 разів.
- У 15 разів.

11.7. Яку помилку вибірки визначають за формулою  $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$  ?

- Гранична.
- \* Середня.
- Випадкова.
- Систематична.

11.8. Яку помилку вибірки визначають за формулою  $t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$  ?

- \* Гранична.
- Середня.
- Випадкова.
- Систематична.

11.9. Величина якої помилки вибірки характеризує середнє квадратичне відхилення всіх можливих вибірових середніх від генеральної середньої?

- Граничної.
- Випадкової.
- Систематичної.
- \* Середньої.

11.10. Який спосіб відбору потребує попередньої градації генеральної сукупності на якісно відмінні групи?

- \* Типовий.
- Серійний.
- Власне випадковий.
- Механічний.

11.11. За якою формулою визначається гранична помилка середньої при безповторному відборі?

- $m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ .
- $m = \sqrt{\frac{\sigma}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$ .
- \*  $\Delta = t \sqrt{\frac{\sigma^2}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$ .
- $\Delta = t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ .

11.12. Як зміниться середня помилка вибірки при повторному

відборі, якщо чисельність вибірки збільшити у 4 рази?

- Не зміниться.
- Збільшиться у 4 рази.
- \* Зменшиться у 2 рази.
- Зменшиться у 4 рази.

11.13. За якою формулою визначається середня помилка частки ознаки, якщо обстеження здійснено за принципом безповторного відбору?

- $m = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$ .
- \*  $m = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$ .
- $\Delta = t \sqrt{\frac{\sigma}{n} \left(1 - \frac{n}{N}\right)}$ .
- $m = t \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ .

11.14. Який рівень імовірності найчастіше використовують при розрахунках в аналізі аграрно-економічних явищ?

- 0,683.
- \* 0,954.
- 0,997.
- 0,999.

11.15. При вирішенні питання організації вибірки, яка статистична характеристика вважається критерієм?

- Середня.
- Дисперсія.
- \* Помилка вибірки.
- Імовірність.

11.16. За якою з наведених формул розраховують чисельність вибірки при визначенні і оцінці середньої ознаки за схемою безповторного відбору?

- $n = \frac{t^2 \sigma^2}{\Delta^2}$ .
- \*  $n = \frac{t^2 \sigma^2 N}{\Delta^2 N + t^2 \sigma^2}$ .
- $n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta^2}$ .
- $n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta^2 N + t^2 w(1-w)}$ .

11.17. Яким способом здійснюється розповсюдження

результатів вибірки, якщо вибіркова середня множиться на відповідний показник обсягу?

- \* Спосіб прямого перерахунку.

- Спосіб поправочних коефіцієнтів.

- Спосіб прямого перерахунку з врахуванням поправочних коефіцієнтів.

- Шляхом розрахунку інтегрованих показників.

## Т Е М А 12

### ПОДАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ: ТАБЛИЦІ, ГРАФІКИ, КАРТИ

#### 12.1. Статистичні таблиці, їх види та правила оформлення

Результати обробки статистичних даних оформляють у вигляді статистичних таблиць. **Статистична таблиця** — це форма раціонального і наочного викладення цифрових характеристик досліджуваних явищ і їх складових частин. За допомогою інформації у вигляді зведених статистичних таблиць створюється можливість характеристики явищ з погляду їх розміру, структури та динаміки розвитку. А стислість і наочність форм зображення даних у таблиці зумовлюють їх сприймання, розуміння й аналіз. Адже таблична форма дозволяє викласти матеріал найбільш зручно, компактно, наочно і раціонально.

До складових статистичної таблиці належать вертикальні графи, горизонтальні рядки, які, перетинаючись, утворюють клітини, а також відповідні заголовки. У сукупності зазначені елементи форми таблиці утворюють її макет (рис. 28).

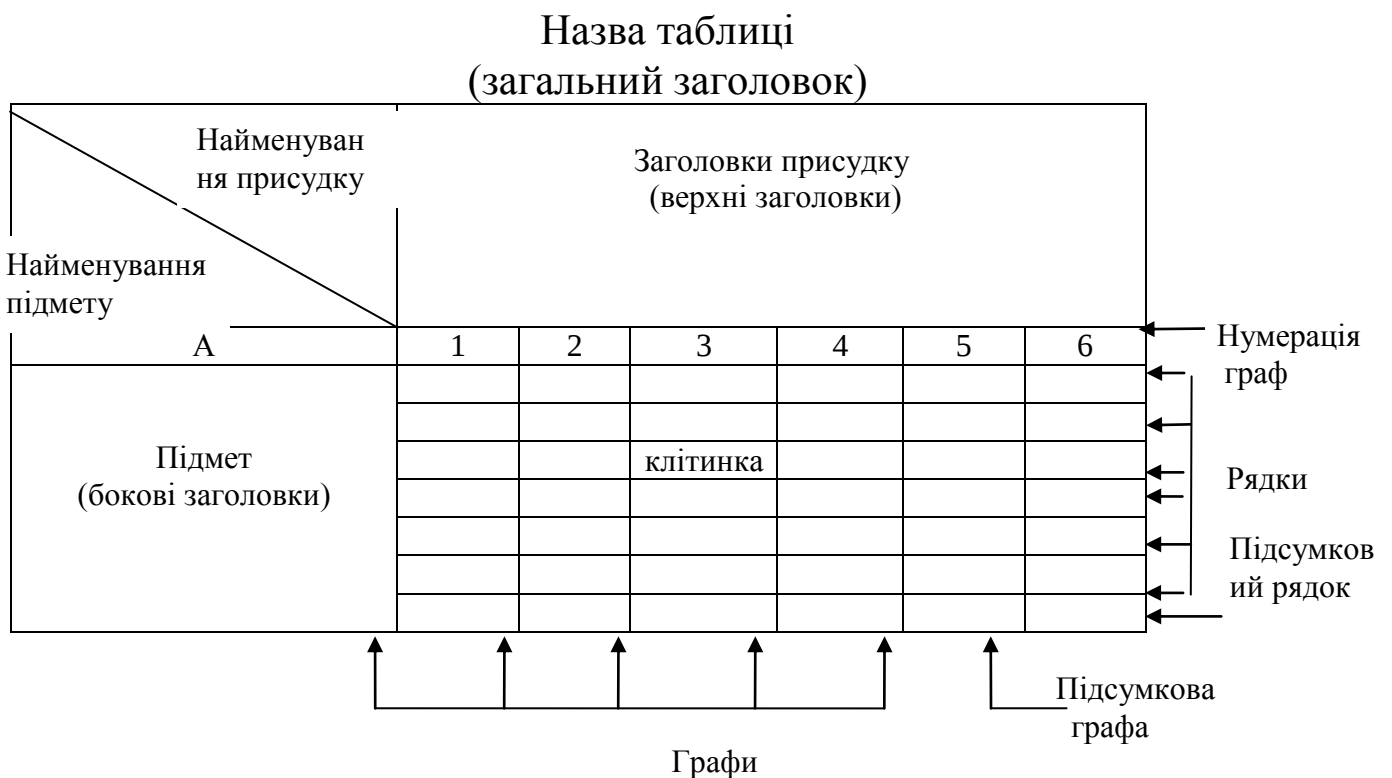


Рис. 28. Схема макету статистичної таблиці

Статистична таблиця має загальний і внутрішні заголовки. Перший з них у стислій формі відображує зміст таблиці. Останні — пояснюють змістовне навантаження відповідних рядків і граф.

Основними елементами статистичної таблиці є **підмет** і **присудок**.

Підметом таблиці є одиниці статистичної сукупності, або їх групи, які характеризуються показниками. Присудок таблиці — це система показників, які характеризують підмет.

Залежно від побудови (розробки) підмета статистичні таблиці поділяють на три групи: **прості, групові, комбінаційні**.

1. **Таблиця проста**, або перелікова, містить зведені показники щодо переліку одиниць спостереження, переліку хронологічних дат або територіальних підрозділів. Відповідно їх називають таблицями простими, або переліковими, хронологічними, або територіальними. Отже, в підметі простої таблиці перелічуються одиниці сукупності (підприємства, виробничі підрозділи, види продукції тощо) або одиниці часу (роки, квартали, місяці тощо).

2. **Таблиця групова** містить зведення про сукупність, розчленовану на окремі групи за однією ознакою. При цьому кожна група може бути охарактеризована рядом показників (табл. 116).

116. Групування підприємств за розміром посівної площі зернових культур

| Групи підприємств за розміром посівної площі | Кількість підприємств у групі | Посівна площа, га | Урожайність, ц/га |
|----------------------------------------------|-------------------------------|-------------------|-------------------|
| I - до 500                                   | 3                             | 460               | 36,3              |
| II – 500-700                                 | 5                             | 680               | 39,6              |
| III – 700 - 900                              | 16                            | 810               | 43,8              |
| IV – 900 - 1100                              | 4                             | 1030              | 50,6              |
| V – понад 1100                               | 3                             | 1270              | 53,2              |
| Всього                                       | 31                            | -                 | -                 |

3. **Таблиця комбінаційна** — у підметі такої таблиці містяться групи за двома і більше ознаками (табл. 117).

Статистичні таблиці можуть бути побудовані за принципом розробки їх присудка, а саме: з простою розробкою присудка та із складною розробкою присудка. У таблиці з простою розробкою присудка показники, які характеризують підмет, не пов'язані між собою (табл. 118), а у таблиці складною розробкою присудка такі показники пов'язані між собою (табл. 119).

117. Вплив якості ґрунту та кількості внесених добрив  
на урожайність зернових культур

| Показники                     | Групи підприємств за якістю ґрунту, балів                                        |           |           |           |                |           |
|-------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|-----------|-----------|-----------|----------------|-----------|
|                               | I –до 50                                                                         |           | II -50-70 |           | III – понад 70 |           |
|                               | підгрупи підприємств за кількістю внесених мінеральних добрив, ц діючої речовини |           |           |           |                |           |
|                               | до 2,5                                                                           | понад 2,5 | до 2,5    | понад 2,5 | до 2,5         | понад 2,5 |
| Кількість підприємств у групі | 3                                                                                | 6         | 4         | 7         | 6              | 3         |
| Урожайність, ц/га             | 32,7                                                                             | 39,6      | 40,2      | 43,4      | 45,0           | 52,6      |

118. Макет статистичної таблиці з простою розробкою присудка

| Бригади підприємства | Кількість працюючих, чол. | У тому числі |       |                            |         |
|----------------------|---------------------------|--------------|-------|----------------------------|---------|
|                      |                           | чоловіки     | жінки | з виробничим стажем, років |         |
|                      |                           |              |       | до 5                       | понад 5 |
| 1                    |                           |              |       |                            |         |
| 2                    |                           |              |       |                            |         |
| 3                    |                           |              |       |                            |         |

119. Макет статистичної таблиці з складною розробкою присудка

| Бригади підприємства | Кількість працюючих, чол. | У тому числі з виробничим стажем, років |       |          |       |
|----------------------|---------------------------|-----------------------------------------|-------|----------|-------|
|                      |                           | до 5                                    |       | понад 5  |       |
|                      |                           | чоловіки                                | жінки | чоловіки | жінки |
| 1                    |                           |                                         |       |          |       |
| 2                    |                           |                                         |       |          |       |
| 3                    |                           |                                         |       |          |       |

Вид статистичної таблиці залежить не від розробки присудка, а від побудови підмета.

При побудові комбінаційних таблиць найчастіше використовують комбінаційне групування за 2—3 ознаками. Якщо виділяти більшу кількість груп і підгруп, одержимо досить громіздке

групування. Наприклад, якщо за першою ознакою виділити 2 групи, за другою - 3, за третьою - 4, то у підметі такого групування одержимо 24 рядки ( $2 \times 3 \times 4$ ), не рахуюючи підсумкових рядків по групах і загального підсумку. Тому з введенням кожної нової групувальної ознаки число рядків у кілька разів збільшується, що значно ускладнює читання такої таблиці і та аналіз

Слід також враховувати ту обставину, що при комбінаційному групуванні за кількома ознаками відбувається велике подрібнення сукупності на групи і підгрупи. У результаті цього в одержаних підгрупах може виявитися недостатня кількість одиниць спостереження. У такому разі числові показники не будуть характеризувати типові властивості, адже вони не втрачають своєї індивідуальності.

Результати комбінаційного групування за великою кількістю ознак навіть при невеликій кількості інтервалів важко сприймаються, а сама таблиця втрачає свою найважливішу перевагу — наочність. Тому комбінаційні таблиці доцільно складати не більше як за трьома факторами та кількістю інтервалів не більше трьох (інколи чотирьох).

Уперше прості і групові таблиці були застосовані при вивченні статистичних даних у 1727 р. І.К.Кириловим, а комбінаційна таблиця була розроблена і запропонована у 1882 р. А.П.Шлікевичем,

Для досягнення найбільшої виразності статистичної таблиці необхідно при її оформленні дотримуватися певних правил. Розглянемо їх.

1. Форма статистичної таблиці повинна бути узгоджена із раніше існуючими таблицями для забезпечення можливості порівняння даних за ряд відрізків часу.

2. Назва таблиці (загальний заголовок) повинна коротко і точно характеризувати основний її зміст. Ця вимога рівною мірою стосується і назв підмета та присудка таблиці. Якщо загальний заголовок недостатньо докладно сформульований, то можна зробити примітки до нього.

3. У таблиці (в загальній назві або в назвах підмета і присудка) повинно бути вказано, якої території або якого періоду чи моменту часу стосуються наведені дані, а також характер цих даних (фактичні, нормативні, розрахункові і т. д.).

4. Показники таблиці повинні мати одиниці виміру. Якщо для всіх показників використовується одна одиниця виміру, її пишуть

наприкінці заголовка таблиці, а якщо їх кілька — в кінці рядків або граф.

5. Усі числові значення даного показника зазначаються з однаковою точністю.

6. Якщо кількість показників підмета і присудка таблиці досить велика, то їх нумерують. При цьому графи, які містять перелік об'єктів або їх груп, позначають великими літерами алфавіту, а графи з показниками присудка — арабськими цифрами.

7. У кожній клітині таблиці слід писати відповідне число або умовні знаки, які мають таке значення: ... (три крапки) - відсутність даних, або робиться запис «немає зведень»; — (тире) - замість нульового значення або якщо числове значення не має логічного змісту чи неможливе зовсім; число 0,0 ставиться у тих випадках, коли величина показника не перевищує 0,05.

8. Таблиця повинна бути замкненою, тобто мати підсумки (в цілому по групах і підгрупах).

9. Якщо по тексту зустрічаються дві і більше таблиць, їх нумерують арабськими цифрами. Номер таблиці ставиться перед її назвою, слово «Таблиця» і знак «№» не пишуть.

При необхідності до таблиці дають примітки і зноски. Примітки даються у випадках необхідності додаткових пояснень щодо показників таблиці. У зносках вказують джерела зведень, наведених у таблиці, уточнюють дату тощо.

Грамотно складена статистична таблиця є важливим засобом викладення обробленого статистичного матеріалу та його аналізу.

## **12.2. Графічний метод**

### **12.2.1. Роль і значення графічного методу в статистичних дослідженнях**

Графічні методи вважаються досить важливим та ефективним знаряддям сучасної науки, вони надійно увійшли в методику наукових досліджень. Особливо велику роль ці методи відіграють у статистичних дослідженнях, де вивчаються складні взаємозв'язки соціально – економічних явищ і процесів в русі показників динаміки, а також складні переплетіння зв'язків у просторі .

Статистичні графіки використовують з метою узагальнення статистичних даних, їх аналізу та популяризації (останнє стосується неспеціалістів).

Що ж являє собою **статистичний графік**? Це спосіб наочного подання і викладення статистичних даних та їх співвідношень за допомогою геометричних знаків (сукупності крапок, ліній, поверхонь) та інших графічних засобів з метою їх узагальнення й аналізу. За допомогою графіків більш глибоко вивчають склад і динаміку явищ, а також взаємозв'язки між ними.

Застосування графічного методу при вивченні соціально-економічних явищ досить різнопланове. Так, його використовують для порівняння обсягів певних статистичних сукупностей та вивчення їх складу. Прикладом може бути графічне зображення складу спеціалістів певної галузі народного господарства за віком, статтю, фахом або обсягів і по-галузевого складу валової продукції сільського господарства тощо. У даному випадку роль графічного методу зводиться до наочного представлення співвідношення окремих елементів, які утворюють досліджувану статистичну сукупність, показу зміни обсягів і структури цих сукупностей.

Об'єктами графічних зображень можуть бути процеси відтворення, які розглядаються у демографічній та економічній статистиці. Особливу роль відіграє графічний метод при вивченні динаміки соціально-економічних явищ, де використовують графічні характеристики рядів динаміки; у статистико-географічних дослідженнях, де статистичні дані зображують у вигляді статистичних карт. Побудовою останніх займається прикладна наука - економічна картографія, в якій тісно поєднуються статистичні і географічні аспекти дослідження явищ.

Специфічною особливістю графічних зображень є їх лаконічність, простота кодування інформації та однозначність тлумачення (за змістом) записів у символічній формі. До окремих особливостей статистичних графіків належать також їх виразність, універсальність (для них не існує мовних перешкод), доступність для огляду та ін.

Графічна мова вважається специфічною формою наукового мислення та узагальнення. Це особлива форма інформації, яка трактується в сучасних поняттях теорії пізнання як своєрідна знакова система.

Мова статистичних графіків належить до умовних символічних мов і має такі особливості:

➤ двовірність графічних знаків, тобто домірність запису. Це основна ознака графічної мови як знакової системи, джерело інформації та пізнавальної сили. Так, у двовірному символічному записі «працює на інформацію» як послідовність розташування знаків у лінійному ряду, так і їх розташування в просторі. Це, безумовно, розширює інформаційні й пізнавальні можливості графічної мови;

➤ безперервність виразу. У статистичних графіках відповідна інформація представлена не окремими дискретними знаками, а взаємопов'язаною системою, геометрично орієнтованою у просторі. Цим графічна мова відрізняється, наприклад, від мови математичних формул, яка зберігає дискретність знаків і лінійну (одновірну) послідовність їх виразу (і чергування);

➤ відокремленість викладу. Статистичні графіки як знаряддя наукової інформації відособлюються від тексту взаємопов'язаної за змістом інформації, яка подається в усній або письмовій формі. Тимчасом як мова математики (фізики чи хімії), як правило пов'язана з такими формами подання інформації.

Своєрідність статистичного графіка як знакової системи полягає і в тому, що основним засобом передачі інформації при такому способі зображення є не знаки - коди, а знаки – образи. На відміну від перших, які є найпростішими умовними сигналами, знаки – образи являють собою складніше організовані системи сигналів, які зовнішньо відображають об'єкти за принципом їх схожості.

Предметом дослідження при визначенні статистичного графіка є статистичні дані про масові суспільні явища і процеси. Саме в цьому полягає відмінність статистичних графіків від графіків взагалі. Вони являють собою не просту ілюстрацію явищ, а дають нове знання про предмет дослідження, відображуючи ті розумові побудови, які вивчає статистична наука і практика.

### **12.2.2. Основні елементи статистичного графіка**

Статистичний графік являє собою рисунок, який описує статистичні сукупності умовною мовою геометричних знаків тієї чи іншої форми: крапок, ліній, площин, фігур та різних їх комбінацій. У більшості випадків статистичних графіків використовують не об'ємне

зображення, яке є складним за побудовою, а площинне. Останнє досить різноманітне за формою і водночас має ті ж самі складові елементи. Розглянемо основні з них.

**Поле графіка** - це простір, в якому розміщуються геометричні або інші графічні знаки, що утворюють графік. Розмір поля графіка залежить від його призначення і характеризується розміром та пропорціями сторін. З погляду естетичних вимог і зорового сприйняття зображених даних рекомендується таке співвідношення сторін: від 1:1,3 до 1:1,5. Найзручнішим для візуального сприйняття вважається формат, сторони якого знаходяться у співвідношенні 1:2. Таке співвідношення одержують коли довша сторона прямокутника дорівнює діагоналі квадрата, побудованій на короткій стороні прямокутника. Ідеальні графіки прямокутної форми зі співвідношенням сторін 3:5, 5:8, 8:13 і т. д. Такі співвідношення сторін відомі під назвою „правило золотого перетину”, згідно з яким висота прямокутника відноситься до його основи як основа до висоти плюс основа. Якщо статистичні графіки представлені у формі рівнобічного трикутника, то його основа повинна відноситися до висоти, як 1:3.

Слід відзначити, що розмір графіка повинен відповідати його призначенню.

**Геометричні знаки** (або графічні образи) – сукупність геометричних або графічних знаків для зображення статистичних даних. Насамперед це крапки, за допомогою яких наочно зображуються лічильні множини, тобто окремі елементи статистичної сукупності. Одна крапка може означати один випадок або будь-яку їх кількість (наприклад, одне підприємство, 400 кг, 6 км і т. д.). Геометричними знаками статистичних графіків можуть бути відрізки прямих ліній, що поєднують дві сусідні крапки у полі графіка. Змістове наповнення такого знака пов'язується з довжиною відрізка та кутом нахилу щодо осі абсцис. Довжина відрізків характеризує розмір явища, а кут – інтенсивність його розвитку у часі чи просторі. Відрізки з'єднані в один ланцюг, утворюють одна ламану лінію – криву графіка. Остання є досить поширеною формою знакової системи.

Значне місце в цій системі займають знаки у вигляді **площин** різних геометричних форм (квадрат, сектор, коло і т.п.). Їх використовують для порівняння явищ, які характеризуються абсолютними і відносними величинами.

Графічні зображення в статистиці можуть бути представлені і негеометричними знаками, зокрема силуетами чи малюнками. Наприклад, динаміку книжкової продукції на графіку можна зобразити у вигляді книжкових полиць, інфляційні процеси – у вигляді банкнотів тощо.

**Просторові орієнтири** у статистичних графіках використовують для визначення порядку розміщення геометричних знаків у полі графіка. Вони задаються системою координатних сіток контурних ліній, які ділять це поле на частини. Як правило, в статистиці використовується система прямокутників координат, але іноді може застосовуватися і полярна система (колові графіки).

**Масштабні орієнтири** визначаються системою масштабних шкал або спеціальними знаками для визначення розмірів графічних знаків.

**Експлікація графіка** являє собою словесне пояснення основних елементів графіка та його змісту. Вона включає: назву графіка, надписи вздовж масштабних шкал, окремі пояснювальні надписи, що розкривають зміст елементів графічного образу. Статистичний графік – це знакова модель, без експлікації його не можна зрозуміти, тобто перенести знання із формалізованої системи характеристики дійсності на саму дійсність.

### 12.2.3. Види статистичних графіків і способи їх побудови

Статистичні графіки за напрямом використання характеризуються значною різноманітністю. Їх наукова класифікація передбачає такі ознаки, як загальне призначення, види, форми і типи основних елементів. Традиційно теорія статистики розглядає класифікацію графіків за видами їх поля. За цим принципом графічні зображення поділяють на діаграми, картограми та картодіаграми.

**Діаграми** - це умовні зображення числових величин та їх співвідношень за допомогою геометричних знаків.

**Картограми** - зображення числових величин та їх співвідношень за допомогою нанесення умовної штриховки або розцвітки на карту – схему.

**Картодіаграми** - це поєднання діаграми із картою – схемою. При побудові діаграми встановлюється певний масштаб, тобто

співвідношення між розмірами величин на графіку і дійсною величиною зображуваного явища в натурі.

Найбільш поширеним видом статистичних графіків є діаграми. Залежно від способу зображення статистичних даних вони можуть бути в одному виміру, коли ці дані зображують у вигляді прямих ліній або смуг однакової ширини, і в двох вимірах (площині), на яких дані зображують за допомогою площ геометричних фігур (прямокутників, квадратів, кіл).

До першого виду діаграм належать лінійні, стовпчикові, стрічкові та ін.; до другого – прямокутні (квадратні, „Знак Варзара”), колові, секторні, радіальні, фігурні.

**Лінійна діаграма** відображує розмір показника у формі ліній різної довжини, які утворюються в результаті з’єднання крапок у координатному полі. Одним із видів лінійних діаграм є лінійний графік виконання плану та обліково-плановий графік (рис. 29, 30).

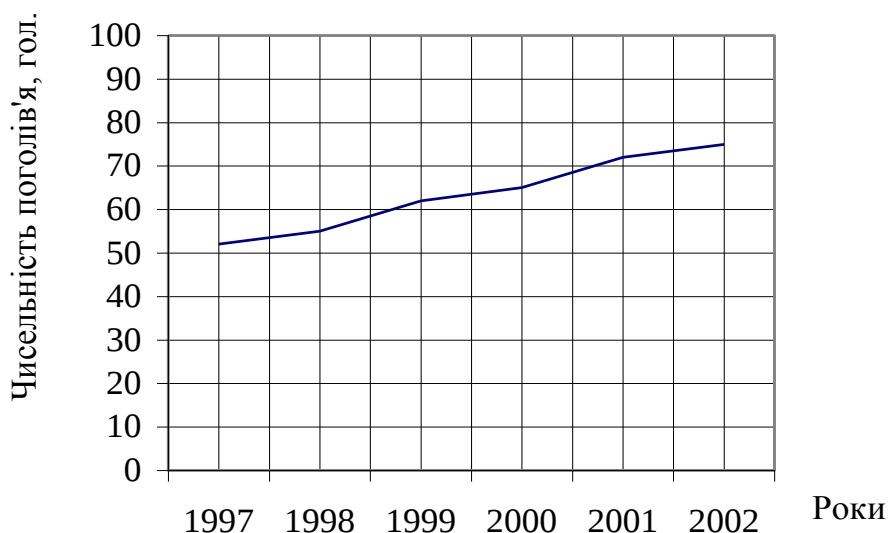


Рис. 29. Лінійний графік динаміки поголів'я коней у господарстві

Застосовують лінійні діаграми в основному для вивчення розвитку явищ у часі.

До будови лінійних діаграм ставлять такі вимоги:

1) діаграма повинна читатися по горизонталі зліва на право, по вертикалі – знизу вверху;

2) на осі ординат обов'язково позначається нульова величина. У випадках, коли дотримання цього правила пов'язане зі значним

зменшенням масштабу та погіршенням наочності, слід зробити розрив по всіх ординатах (при цьому нульова лінія зберігається);

3) відрізки на осі абсцис повинні відповідати інтервалам (для рядів динаміки – періоду часу);

4) нульова лінія повинна різко відрізнятися від інших паралельних ліній;

5) при побудові діаграми із застосуванням процентної шкали треба чітко виділити лінію, яка означає 100%;

6) крива лінія діаграми повинна різко відрізнятися від ліній сітки;

7) цифрові показники розміщують на графіку таким чином, щоб їх можна було легко прочитати;

8) площа графіка повинна бути квадратною або прямокутною.

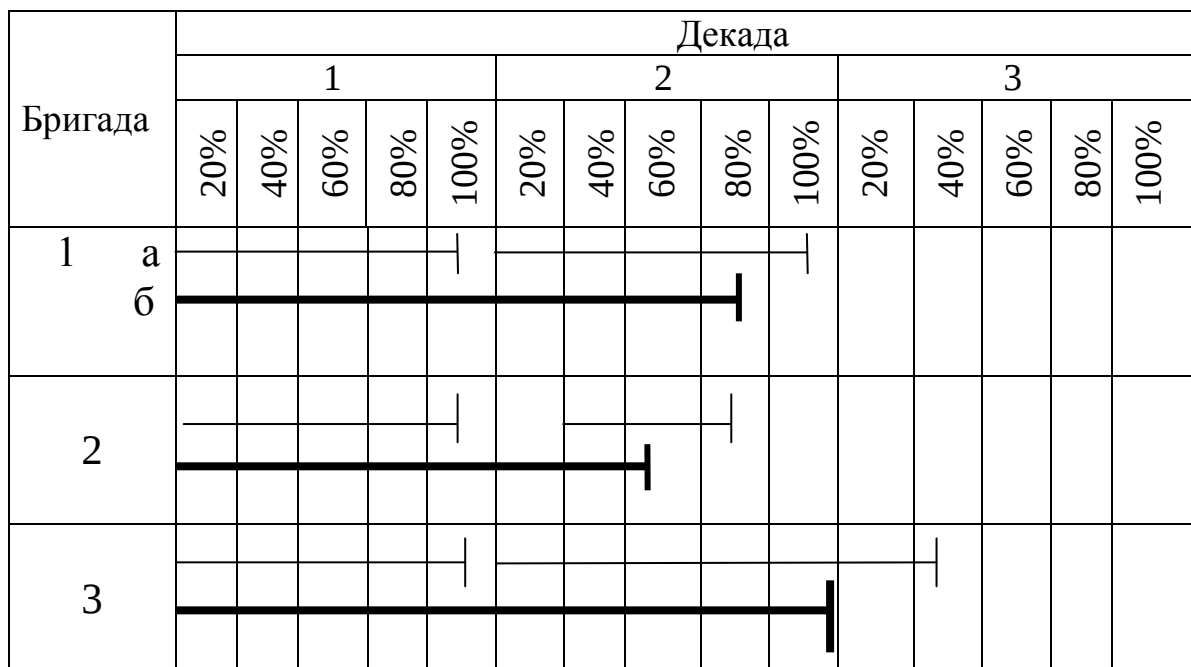


Рис. 30. Обліково-плановий графік виконання підприємством плану виробництва продукції впродовж місяця:  
а- за декаду; б- наростаючим підсумком.

**Стовпчикові діаграми.** На цьому виді діаграми статистичні дані зображують у вигляді прямокутників (стовпчиків) однакової ширини. Розташовують їх вертикально чи горизонтально. Величину явищ характеризує висота стовпчика (рис. 31).

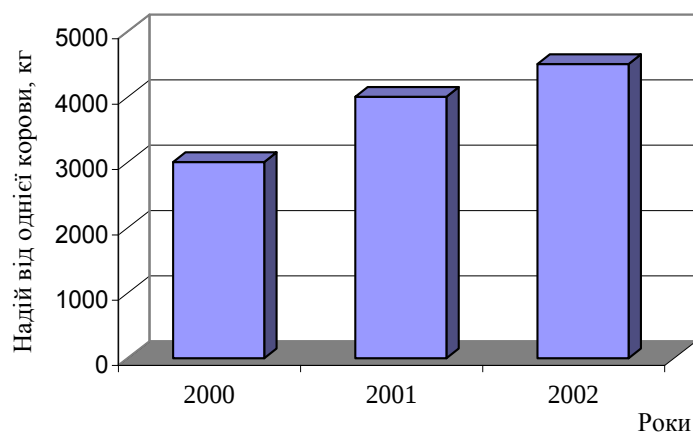


Рис. 31. Стовпчикова діаграма динаміки валового виробництва продукції підприємством

Стовпчикові діаграми застосовуються: 1) при порівнянні між собою різних явищ; 2) для зображення явищ у часі; 3) для відображення структури явищ.

Розглянемо основні правила побудови стовпчикових діаграм:

- ширина стовпчиків та відстань між ними повинні бути однаковими;
- стовпчики розташовують від меншого до більшого або навпаки (просторова модель);
- в основі стовпчиків проводиться та виділяється базова лінія;
- вказується назва і цифрові дані стовпчиків;
- на шкалі повинні бути поділки, основні з яких позначаються цифрами;
- вказують одиницю виміру.

Різновидом стовпчикової діаграми є **гістограма**, за допомогою якої зображуються варіаційні ряди розподілу.

**Стрічкові діаграми.** На відміну від стовпчикових, при побудові стрічкових діаграм прямокутники, якими зображують розмір явищ, розташовують не по вертикалі, а по горизонталі (рис. 32). Вимоги, що ставляться до побудови цього виду діаграм, аналогічні вимогам до стовпчикових діаграм.

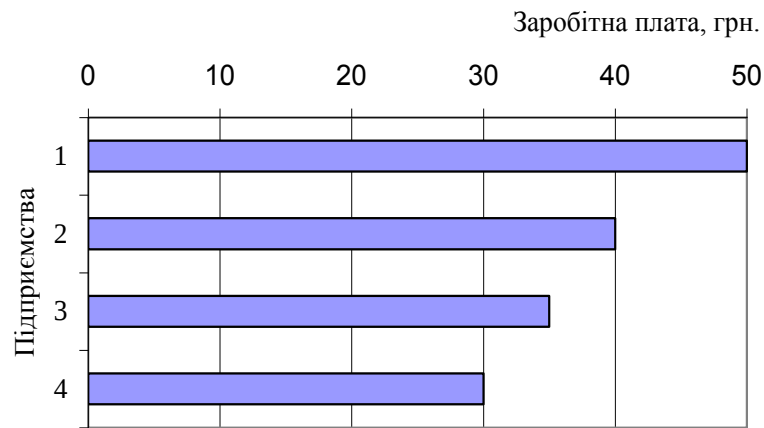


Рис. 32. Стрічкова діаграма денної заробітної плати на підприємствах

**Секторні діаграми** являють собою коло, поділене на сектори, величини яких відповідають (у пропорціях) зображуваним розмірам явищ. Секторні діаграми будують для відображення структури явищ (рис. 33).

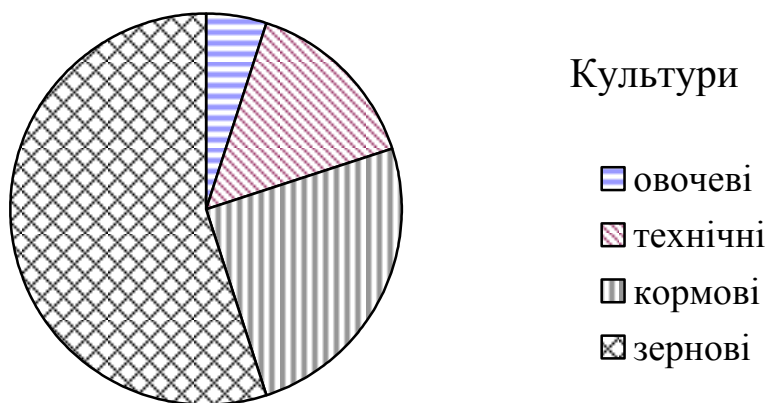


Рис.33. Секторна діаграма структури посівних площ сільськогосподарського підприємства

**Прямокутні діаграми.** Цей вид діаграм величину досліджуваних явищ зображує у вигляді площ. Прямокутні діаграми застосовують для зображення явищ, які змінюються у часі, а також для порівняння різних величин у просторі.

До прямокутних діаграм належать квадратні діаграми та „Знак Варзара”.

**Квадратні діаграми** використовують при порівнянні абсолютних величин. Для визначення сторони квадрата слід добути квадратний корінь із досліджуваних (діаграмованих) величин. За даними таблиці 109 проводимо відповідні розрахунки, прийнявши масштаб  $30=1$  см. Переводимо в масштабні одиниці показники, одержані після добування квадратного кореня із величин площ сільськогосподарських угідь:  $81,2 : 30= 2,7$  см;  $76,8 : 30= 2,6$  см;  $72,8 : 30=2,4$  см одержані числові значення приймаються за величину сторони квадрата (рис.34).

#### 120. Вихідні і розрахункові дані для побудови квадратних та колових діаграм

| Номер підприємства | Площа сільсько-господарський угідь, га | Квадратний корінь із розміру площі | Довжина радіуса, см, при масштабі $100=2$ см |
|--------------------|----------------------------------------|------------------------------------|----------------------------------------------|
| 1                  | 6600                                   | 81,2                               | $1,62 = (\frac{81,2 \times 2}{100})$         |
| 2                  | 5900                                   | 76,8                               | 1,54                                         |
| 3                  | 5300                                   | 72,8                               | 1,46                                         |

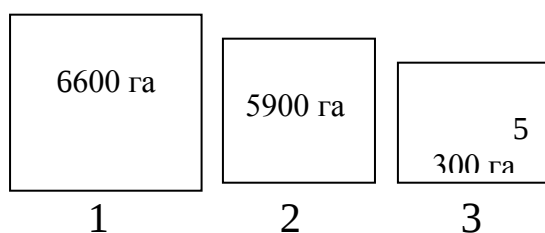


Рис. 34. Квадратна діаграма розмірів площ сільськогосподарських угідь підприємстві.

**„Знак Варзара”.** Використовується для порівняння трьох пов’язаних між собою величин. Він являє собою прямокутник, в якому довжина відображує величину одного явища, ширина – іншого, а площа його характеризує добуток цих у двомасштабному порівнянні: один масштаб – для основи прямокутника, другий – для його висоти.

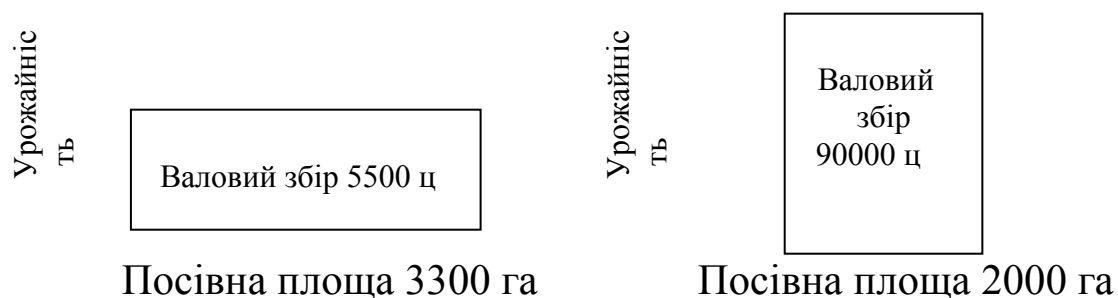


Рис.35. Прямокутна діаграма „Знак Варзара”.

„Знаком Варзара” одночасно порівнюється, як уже згадувалося, три пов’язані між собою величини, тобто діаграмовий показник є добутком двох інших. Наприклад, якщо площа прямокутника діаграми ілюструє валовий збір, то одна його довжина – посівну площу, друга – висота - урожайність. Цей вид діаграми зображено на рисунку 35.

**Колові діаграми** своєю площею відображують величину досліджуваних явищ. Вони ґрунтуються на використанні площі кола для ілюстрації порівнюваних однорідних величин. При їх побудові береться до уваги, що площі кіл відносяться між собою як квадрати їх радіусів. Для визначення радіуса кола необхідно добути квадратний корінь із діаграмової величини; на цій основі накреслити його в певному масштабі й за його величиною описати коло. На рисунку 36 зображено колову діаграму за даними таблиці 120.

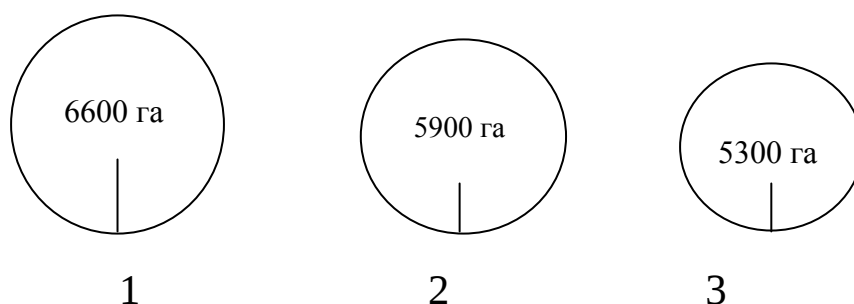


Рис. 36. Колова діаграма розмірів площ сільськогосподарських угідь підприємств

**Радіальні діаграми.** Цей вид діаграм застосовується для графічного зображення явищ, які змінюються в замкнуті календарні строки. В основу їх побудови покладено полярну систему координат, де за вісь абсцис приймається коло, за весь ординат – його радіуси.

Залежно від того, який зображується цикл діаграмованого явища – замкнутий чи продовжуваний (із періоду в період), - розрізняють радіальні діаграми *замкнуті і спіральні*. Наприклад, якщо весь цикл зміни зображуваного явища охоплює річний період, радіальну діаграму будують за формою замкнутої. Якщо ж зміна явища вивчається впродовж циклу діаграмованого періоду (наприклад, грудень одного року сполучається з січнем другого року і т.д.), ряд динаміки зображується у вигляді суцільної кривої, яка візуально має вигляд спіралі.

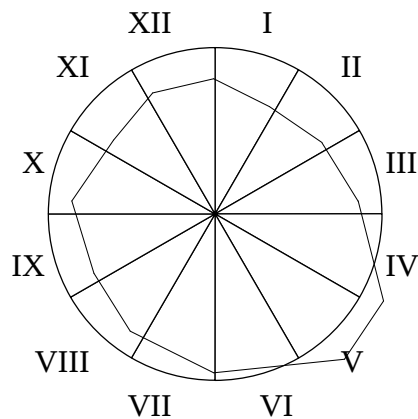


Рис.37. Радіальна діаграма відпрацьованих людино-годин на підприємстві впродовж року

При побудові радіальних діаграм початком відліку (полюсом) може бути центр або окружність. Якщо за полюс прийнято центр кола, то радіальну діаграму будують у такій послідовності: коло ділять на стільки частин, скільки періодів має діаграмований цикл (наприклад, рік – 12 міс.), і будують відповідно їм радіуси (у даному випадку – 12). Періоди розміщують за годинниковою стрілкою і на кожному радіусі у масштабному вимірі відкладають відрізки (від центра кола), пропорціональні розмірам явищ. Кінці відрізків на радіусах з'єднують, у результаті чого утворюється концентрична ламана лінія. Приклад замкнутої радіальної діаграми з початком відліку від центра кола наведено на рис. 37.

**Метод фігур–знаків.** Цей метод зображення діаграмованих явищ передбачає заміну геометричних фігур малюнками, які відповідають змісту статистичних даних (рис. 38). Тобто величина показника зображується за допомогою фігур (символів, рисунків):

наприклад, поголів'я коней – у вигляді силуету коня, виробництво автомобілів – у вигляді малюнка автомобіля і т.п. Переваги такого виду діаграм перед геометричним – їх наочність та дохідливість. Символічне зображення робить діаграму виразнішою й привабливішою.

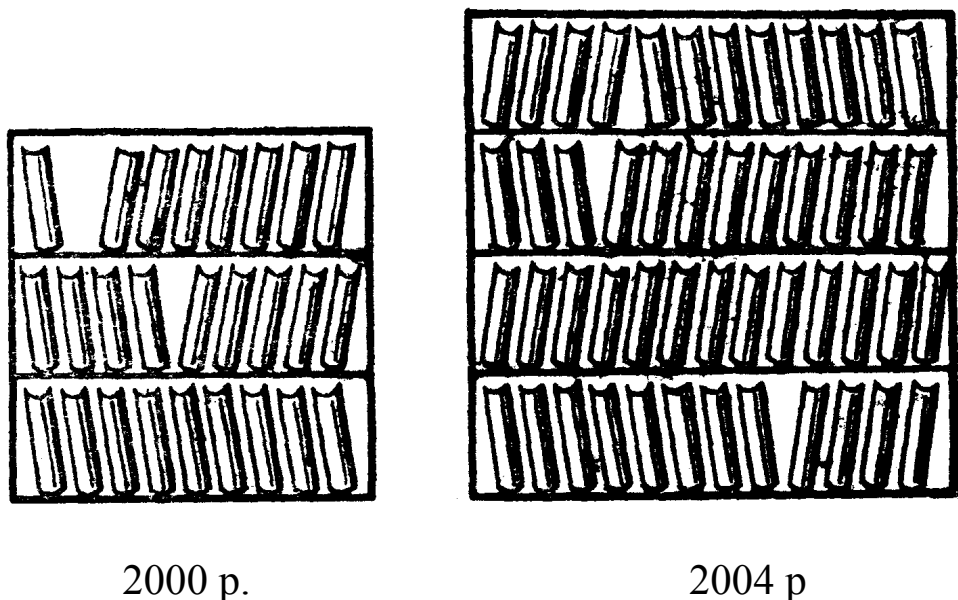


Рис. 38. Динаміка книжкових видань з питань ринкової економіки в районній бібліотеці

Метод фігур–знаків (так званий віденський) має свої особливості і характеризується більш насиченим змістом, що має принципове значення й вимагає дотримання певних правил щодо побудови таких діаграм, а саме :

- символи повинні бути зрозумілими самі по собі й не вимагати детальних пояснень. Як правило, вони зображують контур чи силует діаграмованих об'єктів;
- забезпечувати однозначність трактування;
- однозначність теми;
- групувальні ознаки розташовують вертикально, а показники, які їх характеризують, - горизонтально;
- зображення знаків–символів повинне відповідати принципам гарного малюнку;
- виключними вважаються зайва деталізація та прикрашання;
- стандартизація знаків – символів. Компонування діаграми повинне здійснюватися стандартизованими знаками – символами,

виготовленими у друкарні і монтованими методом аплікації. Існують спеціальні зразки таких знаків;

➤ обов'язковість назви діаграми і текстових позначень окремих сукупностей (груп), які зображується певною фігурою; масштабне позначення з вказівкою числового значення кожного знака – символу.

**Напівлогарифмічні графіки.** Цей вид статистичного графіка будується в системі координат. Числа, що характеризують діаграмоване явище, знаходяться у масштабі логарифмів. Логарифми точок розташовують на осі ординат, а дату явища (роки) – на осі абсцис (рис. 39).

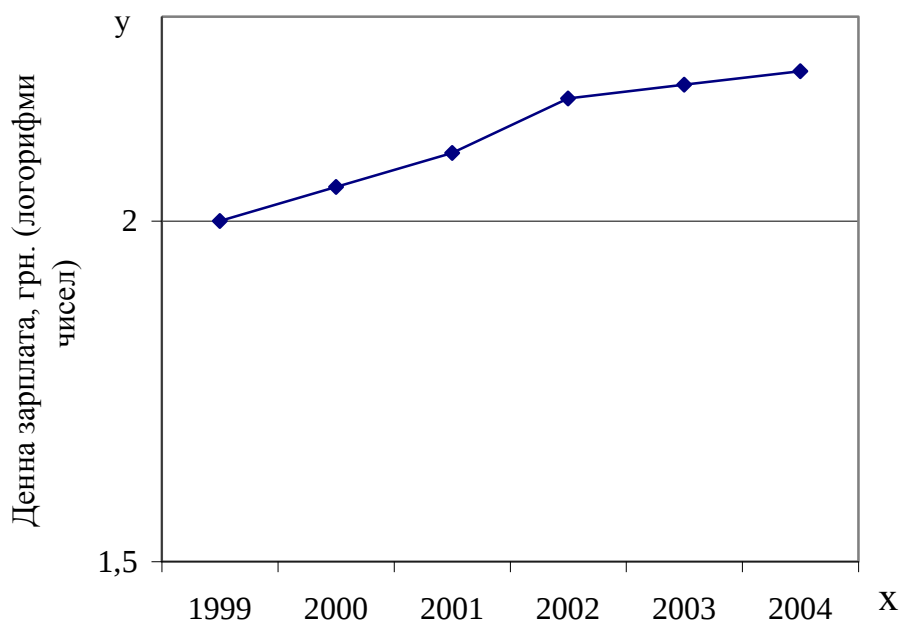


Рис. 39. Напівлогарифмічний графік динаміки показників денної заробітної плати на підприємстві

**Картограми і картодіаграми.** Картограми являють собою контурну географічну карту або схему, на якій штриховкою різної густоти, крапками або фарбами різного ступеня насиченості зображена порівняльна інтенсивність будь-якого показника в межах кожної одиниці нанесеного на карту територіального поділу. На картограмах, як правило, зображують явища, що характеризуються відносними або середніми величинами (наприклад, кількість працюючих пенсіонерів у загальній кількості працюючих за регіонами, меліорованість земель у процентах до загальної площі, середня заробітна плата на підприємствах по районах області і т.д.).

За способом зображення діаграмованих явищ розрізняють *картограми крапкові і фонові*.

У перших рівень явища показують за допомогою крапок, розташованих на контурній карті територіальної одиниці. Для наочності зображення щільності або частоти появи певної ознаки крапкою позначають одну або кілька одиниць сукупності.

На фонових картограмах штриховкою різної густоти або фарбою різного ступеня насиченості зображують інтенсивність будь – якого показника в межах територіальної одиниці. Один із випадків картограм зображено на рисунку 40.

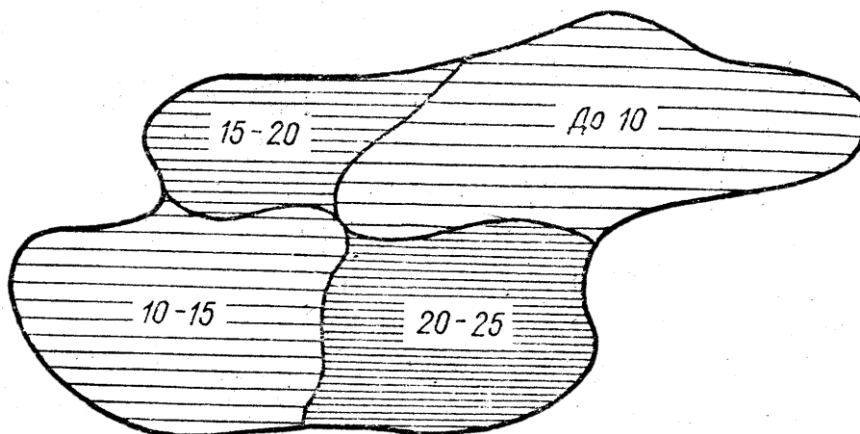


Рис. 40. Картограма щільності поголів'я корів на 100 га сільськогосподарських угідь у господарствах району

Якщо на контурну карту наносяться статистичні дані у вигляді діаграм, одержують **картодіаграму**. Яскравим її прикладом є географічна карта, на якій чисельність населення великих міст зображена у вигляді кіл різної величини.

Крім розглянутих способів графічного зображення досліджуваних явищ, існують і інші. Практичне їх використання при відображенні динаміки явищ, їх структури та взаємозв'язків розглянуто в попередніх розділах.

### Рекомендована література

1. Бугуцький О.А., Опря А.Т., Дорогань Л.О. Статистика: Навчальний посібник. - К.: Комплекс "Віта", 1999. – 419 с.
2. Єріна А.М., Пальян З.О. Теорія статистики. Практикум. - К.: Знання, 2002. – 344 с.

3. Лугіна О.Є., Білоусова С.В. Статистика: Підручник. – К.: Центр навчальної літератури, 2005. – 580 с.
4. Опря А.Т. Статистика (з програмованою формою контролю знань). - К.: Урожай, 1996. - 448с.
5. Опря А.Т. Статистика. - К.: Центр навчальної літератури, 2005 - 469 с.
6. Уманець Т.В., Пігарев Ю.Б. Статистика: Навч. посіб. – К.: Вікар, 2003. – 623 с.

### **Питання для самоконтролю**

1. Що являє собою статистична таблиця?
2. Назвіть основні елементи статистичної таблиці.
3. Що розуміють під підметом статистичної таблиці?
4. Що розуміють під присудком статистичної таблиці?
5. Як поділяють статистичні таблиці залежно від побудови їх підмета?
6. Перелічить основні правила побудови статистичних таблиць
7. Що являє собою статистичний графік?
8. Складові елементи статистичного графіку.
9. Як поділяють графіки за видами їх поля.
10. Правила побудови лінійних діаграм.
11. Сфера застосування стовпчикових діаграм.
12. Які особливості використання методу фігур–знаків?

### **Завдання для практичних занять**

#### **Завдання 12.1. Графічне зображення статистичних даних**

**Зміст завдання:** 1. За даними завдань 8.1 і 9.1 побудувати лінійну діаграму, на якій відобразити фактичні, середні ковзні та вирівняні дані;  
2. За даними завдання 9.2 побудувати радіальну діаграму сезонності використання трудових ресурсів;

3. За даними завдання 5.1 побудувати статистичні графіки інтервального ряду розподілу: гістограму і огіву.

### **Порядок виконання**

Найпоширенішим видом графіків є діаграми. Розрізняють лінійні, стовпчиків, секторні, стрічкові, фігурні діаграми тощо.

*В лінійних діаграмах* статистичні дані зображують у вигляді ліній. Будують їх у системи прямокутних координат.

*Стовпчикові діаграми* застосовують для зображення динаміки або структури явищ. Ширина стовпчиків повинна бути однаковою, а висота - пропорційною до величини зображуваного явища.

*Радіальні діаграми* застосовують для зображення сезонних коливань. У цьому випадку коло розбивається на 12 частин, радіус кола приймається за 100%.

*Гістограми* використовують для графічного зображення інтервальних варіаційних рядів. На вісі абсцис відкладають інтервали значень варіанти, а на вісі ординат - частоти.

*Огіва* використовується для зображення варіаційного ряду з накопиченими частотами. Будується у прямокутній системі координат. На вісі абсцис наносяться накопичені частоти, а на вісі ординат – значення варіант.

### **Завдання для самостійного виконання**

#### **Завдання 12.2. Графічне зображення структури явищ**

**Зміст завдання:** За даними таблиці 28 (завдання 4.1) побудувати секторну діаграму структури реалізованої зернової продукції.

### **Порядок виконання**

*Секторна діаграма* структури являє собою коло, розділене на сектори. Абсолютні дані спочатку виражають у процентах, а потім переводять у градуси множенням на 3,6 (1% - 3,6°); на колі відкладаються градуси, а позначаються проценти.

## Програмований контроль знань (тести)

12.1. Яка статистична таблиця називається комбінаційною?

- Підмет містить одну або більше ознак.
- \* Підмет містить групи за двома і більше ознаками.
- Підмет містить групи одиниць спостереження.
- Підмет містить групи одиниць спостереження за однією

ознакою.

12.2. Яка з відповідей дає визначення статистичного графіка?

- Зображення явищ на рисунку за допомогою символів.
- Наочне зображення статистичних даних.

\* Спосіб наочного подання статистичних даних та їх співвідношень за допомогою геометричних знаків чи інших графічних засобів.

- Спосіб наочного подання статистичних даних із метою їх аналізу.

12.3. Яка з перелічених відповідей виходить за межі визначення особливостей мови статистичних графіків?

- Безперервність виразу.
- Двовірність графічних знаків.
- \* Своєрідність графічної системи.
- Відокремленість викладу.

12.4. У чому відмінність статистичних графіків від графіків взагалі?

- Особливість побудови.
- Відокремленість викладу.
- Двовірність графічних знаків.
- \* Предмет дослідження — масові статистичні дані.

12.5. Яка з перелічених відповідей виходить за межі визначення елементів статистичних графіків?

- Поле графіка, графічні знаки.
- \* Назва графіка.
- Просторові і масштабні орієнтири.
- Експлікація графіка.

12.6. Що покладено в основу наукової класифікації статистичних графіків?

- Форми і типи графіків.
- Умовні зображення та загальне призначення.
- \* Загальне призначення, види, форми і типи основних елементів.

- Предмет дослідження.

12.7. Як класифікуються графіки за видами їх поля?

\* Діаграми, картограми, картодіаграми.

- Лінійні, стовпчикові, стрічкові.

- Прямокутні, колові.

- Фігурні.

12.8. Які існують види діаграм?

- Лінійні, стовпчикові.

\* Лінійні, стовпчикові, стрічкові, прямокутні, колові, секторні, радіальні, фігурні.

- Лінійні і фігурні.

- Прямокутні та колові.

12.9. В якому виді діаграм статистичні дані зображують у вигляді прямокутників, розташованих по горизонталі?

- Стовпчикові.

\* Стрічкові.

- Прямокутні.

- Секторні.

12.10. В якому виді діаграм величина явищ зображується у вигляді площ?

- Стовпчикові.

- Фігурні.

\* Прямокутні.

- Квадратні.

12.11. Який вид діаграм будується для відображення структури явищ?

- Стрічкові.

\* Секторні.

- Радіальні.

- Квадратні.

12.12. Який вид діаграм використовується для порівняння абсолютних величин?

- «Знак Варзара».

\* Квадратні діаграми.

- Секторні діаграми.

- Радіальні діаграми.

12.13. Який вид діаграм використовується для порівняння трьох пов'язаних між собою величин?

\* «Знак Варзара».

- Квадратні діаграми.
- Секторні діаграми.
- Радіальні діаграми.

12.14. Який вид діаграм будується за принципом співвідношень площ кіл як квадратів їх радіусів?

- Секторні.
- Радіальні.
- \* Колові.
- Кульові.

12.15. Який вид діаграм використовується для відображення явищ, котрі змінюються в замкнуті календарні строки?

- Секторні.
- Колові.
- Кульові.
- \* Радіальні.

12.16. Як називають метод графічного зображення явищ, який передбачає заміну геометричних фігур малюнками?

- \* Метод фігур-знаків.
- Метод графічних образів.
- Масштабні орієнтири.
- Просторові орієнтири.

12.17. Який вид графічних зображень застосовують для відображення явищ шляхом нанесення умовної штриховки на карту-схему?

- Діаграми.
- \* Картограми.
- Картодіаграми.
- Картосхеми.

12.18. Який вид радіальної діаграми використовують для зображення продовжуваного циклу діаграмованого явища?

- Замкнуті.
- \* Спиральні.
- Кульові.
- Секторні.

12.19. Як називаються види графіків, якщо розмір діаграмованого явища зображується у масштабі логарифмів, а дата — на осі абсцис?

- Логарифмічні.
- \* Напівлогарифмічні.

- Замкнуті.
- Спиральні.

12.20. Як називають статистичні графіки, якщо діаграмоване явище наноситься на карту у вигляді діаграм?

- Картосхема.
- Картограма.
- \* Картодіаграма.
- Фігурна діаграма.

## **ПЕРЕЛІК ПИТАНЬ ДЛЯ ПІДГОТОВКИ ДО ЕКЗАМЕНУ**

1. Суть статистичного спостереження.
2. Вимоги щодо здійснення статистичного спостереження.
3. Об'єкт статистичного спостереження.
4. Одиниця статистичного спостереження.
5. Програма статистичного спостереження.
6. Етапи проведення статистичного спостереження.
7. Організаційний план статистичного спостереження.
8. Строк та час проведення спостереження.
9. Органи проведення спостереження.
10. Носії первинної інформації спостереження.
11. Статистичний формуляр.
12. Картковий (індивідуальний, фішка) та списковий формуляри.
13. Статистична або допоміжна інструкція.
14. Класифікація статистичних спостережень за часом проведення.
15. Звітність як форма статистичного спостереження.
16. Зміст, порядок і строки подання звітності.
17. Класифікація звітності за способом подання .
18. Класифікація звітності за періодичністю.
19. Поточна і річна звітність.
20. Спеціально організоване статистичне спостереження.
21. Організаційні форми спеціально організованого статистичного спостереження.
22. Перепис, мета його проведення.
23. Суцільне статистичне спостереження.
24. Несуцільне статистичне спостереження.
25. Вибіркове статистичне спостереження.
26. Обстеження основного масиву.
27. Монографічне статистичне спостереження.
28. Суть анкетного обстеження.
29. Поточне, періодичне, одноразове спостереження.
30. Спосіб безпосереднього спостереження.
31. Зміст документального способу статистичного спостереження.
32. Способи організації опитування.
33. Точність статистичного спостереження.
34. Види помилок статистичного спостереження.
35. Помилки реєстрації.
36. Помилки репрезентативності.

37. Навмисні та ненавмисні помилки репрезентативності.
38. Систематичні ненавмисні помилки.
39. Арифметичний контроль правильності розрахунків.
40. Логічний контроль, загальні прийоми його здійснення.
41. Зміст і завдання статистичного зведення.
42. Види рядів розподілу.
43. Види групувань.
44. Визначення інтервалів груп.
45. Аналітичні групування.
46. Прості та комбіновані групування.
47. Статистичні таблиці, її основні елементи.
48. Види статистичних таблиць.
49. Статистичні показники: поняття, види.
50. Абсолютні величини та їх вимірники.
51. Поняття відносних величин та способів їх отримання.
52. Форми вираження відносних величин.
53. Відносні величини виконання плану, планового завдання та динаміки.
54. Відносні величини структури та інтенсивності.
55. Відносні величини порівняння та координації.
56. Сутність середніх величин і правила їх застосування.
57. Середні величини, їх сутність і види.
58. Середня арифметична проста, техніка її обчислення.
59. Середня арифметична зважена, її значення і техніка обчислення.
60. Середня гармонійна, умови її застосування.
61. Середнє лінійне відхилення: значення і техніка обчислення.
62. Середня хронологічна, умови її застосування.
63. Середня гармонійна, її значення і способи обчислення.
64. Середня геометрична, квадратична, кубічна.
65. Структурні середні.
66. Значення моди як структурної середньої.
67. Визначення медіани в інтервальних рядах розподілу.
68. Основні показники варіації та їх значення у статистиці.
69. Показники, які характеризують варіацію.
70. Дисперсія: значення, методика обчислення.
71. Коефіцієнти варіації: зміст, методика визначення.
72. Середнє квадратичне відхилення: методика обчислення, сутність.

73. Суть вибіркового методу.
74. Генеральна та вибіркова сукупності.
75. Похибки репрезентативності.
76. Типи оцінок характеристик генеральної сукупності.
77. Точкова і інтегральна оцінка генеральної сукупності.
78. Завдання вибірки.
79. Особливості малих вибірок.
80. Теоретичні аспекти вибіркового спостереження.
81. Способи відбору у вибіркову сукупність.
82. Особливості власне випадкового відбору.
83. Безповторний і повторний відбір.
84. Зміст механічного відбору.
85. Типовий відбір.
86. Пропорційно-комбінована схема відбору.
87. Серійний відбір.
88. Особливості багатоступеневої вибірки.
89. Визначення помилок вибірки.
90. Суть середньої та граничної помилки вибірки.
91. Нормоване відхилення.
92. Інтервальна оцінка вибірки.
93. Довірчий інтервал.
94. Стандартні помилки для повторної вибірки.
95. Стандартні помилки для без повторної вибірки.
96. Дисперсія частки.
97. Визначення достатніх обсягів сукупності.
98. Поняття динаміки, рядів динаміки.
99. Види рядів динаміки та їх особливості.
100. Умови співставності рядів динаміки.
101. Способи обчислення аналітичних показників ряду динаміки.
102. Абсолютний приріст: значення, методика визначення.
103. Коефіцієнт зростання: значення, методика визначення.
104. Темп приросту: значення, методика визначення.
105. Абсолютне значення 1% приросту: значення, методика визначення.
106. Особливості визначення середнього рівня показника в інтервальних і момент них рядах динаміки
107. Мета і методика аналітичного вирівнювання рядів динаміки.
108. Методика визначення ковзної середньої.
109. Аналіз сезонності.

- 110. Загальне поняття про індекси.
- 111. Індивідуальні та загальні індекси.
- 112. Агрегатні індекси.
- 113. Індекси постійного та змінного складу.
- 114. Загальний індекс вартості.
- 115. Загальний індекс фізичного обсягу.
- 116. Загальний індекс цін.
- 117. Поняття графіків та правила їх побудови.
- 118. Графіки порівняння статистичних величин.
- 119. Зображення структури явищ.
- 120. Зображення динаміки статистичних показників.
- 121. Контрольно–планові графіки.
- 122. Графіки просторового розміщення явищ.

## ДОДАТКИ

### Додаток А

Вихідна інформація до індивідуальних завдань по темі:  
“Побудова групових і комбінаційних таблиць”

| №<br>пп | Чисельність<br>працівників,<br>осіб | Фонд оплати<br>праці, тис.<br>грн. | Виробництво<br>валової<br>продукції,<br>тис. грн. | Середньорічна<br>вартість основних<br>виробничих<br>засобів, тис. грн. |
|---------|-------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------|
| А       | 1                                   | 2                                  | 3                                                 | 4                                                                      |
| 1       | 157                                 | 536,6                              | 3680,4                                            | 8221,50                                                                |
| 2       | 263                                 | 900,6                              | 3165,1                                            | 11211,52                                                               |
| 3       | 226                                 | 771,4                              | 3864,4                                            | 6459,00                                                                |
| 4       | 239                                 | 817,7                              | 4089,1                                            | 6706,52                                                                |
| 5       | 173                                 | 590,3                              | 4057,6                                            | 11340,42                                                               |
| 6       | 434                                 | 1485,8                             | 3038,5                                            | 10651,52                                                               |
| 7       | 426                                 | 1456,9                             | 4250,9                                            | 9469,98                                                                |
| 8       | 393                                 | 1345,2                             | 4675,7                                            | 8329,86                                                                |
| 9       | 434                                 | 1485,8                             | 3449,0                                            | 8677,76                                                                |
| 10      | 271                                 | 927,8                              | 2582,8                                            | 4669,28                                                                |
| 11      | 323                                 | 1103,4                             | 3613,2                                            | 5420,16                                                                |
| 12      | 165                                 | 563,4                              | 3974,4                                            | 2999,20                                                                |
| 13      | 277                                 | 945,6                              | 2931,6                                            | 10093,12                                                               |
| 14      | 237                                 | 810,0                              | 2195,3                                            | 6817,44                                                                |
| 15      | 251                                 | 858,6                              | 3071,2                                            | 11541,00                                                               |
| 16      | 181                                 | 619,8                              | 3378,2                                            | 13413,60                                                               |
| 17      | 413                                 | 1411,5                             | 2491,9                                            | 10520,28                                                               |
| 18      | 405                                 | 1384,1                             | 3096,0                                            | 11200,80                                                               |
| 19      | 374                                 | 1277,9                             | 3840,6                                            | 11980,80                                                               |
| 20      | 413                                 | 1411,5                             | 4101,5                                            | 6439,68                                                                |
| 21      | 141                                 | 482,9                              | 3348,1                                            | 8200,80                                                                |
| 22      | 237                                 | 810,6                              | 3861,6                                            | 7843,92                                                                |
| 23      | 203                                 | 694,3                              | 4494,5                                            | 7536,20                                                                |
| 24      | 215                                 | 736,0                              | 4716,3                                            | 9228,24                                                                |
| 25      | 155                                 | 531,2                              | 4075,9                                            | 9703,80                                                                |
| 26      | 391                                 | 1337,2                             | 4512,4                                            | 10696,32                                                               |
| 27      | 383                                 | 1311,2                             | 5050,3                                            | 9669,60                                                                |
| 28      | 354                                 | 1210,7                             | 4008,8                                            | 6270,00                                                                |

## Продовження додатку А

| А  | 1   | 2      | 3      | 4        |
|----|-----|--------|--------|----------|
| 29 | 391 | 1337,2 | 3464,5 | 6049,80  |
| 30 | 244 | 835,0  | 3835,5 | 6929,12  |
| 31 | 290 | 993,0  | 4292,8 | 9671,04  |
| 32 | 148 | 507,1  | 3407,5 | 9256,00  |
| 33 | 249 | 851,1  | 2944,8 | 11747,70 |
| 34 | 159 | 636,6  | 3580,4 | 6840,00  |
| 35 | 263 | 900,6  | 3165,1 | 8436,48  |
| 36 | 226 | 771,4  | 3864,4 | 7595,28  |
| 37 | 239 | 817,7  | 4089,1 | 6216,00  |
| 38 | 173 | 590,3  | 4057,6 | 13080,48 |
| 39 | 434 | 1485,8 | 3038,5 | 11383,20 |
| 40 | 426 | 1456,9 | 4250,9 | 11603,52 |
| 41 | 393 | 1345,2 | 4675,7 | 8054,86  |
| 42 | 434 | 1485,8 | 3449,0 | 10796,80 |
| 43 | 271 | 927,8  | 2582,8 | 6608,80  |
| 44 | 323 | 1103,4 | 3613,2 | 7972,80  |
| 45 | 165 | 563,4  | 3974,4 | 6529,32  |
| 46 | 277 | 945,6  | 2931,6 | 7995,26  |
| 47 | 237 | 810,0  | 2195,3 | 5042,20  |
| 48 | 251 | 858,6  | 3071,2 | 7422,24  |
| 49 | 181 | 619,8  | 3378,2 | 7214,22  |
| 50 | 413 | 1411,5 | 2491,9 | 9636,80  |
| 51 | 405 | 1384,1 | 3096,0 | 11826,50 |
| 52 | 374 | 1277,9 | 3840,6 | 7727,52  |
| 53 | 413 | 1411,5 | 4101,5 | 10775,47 |
| 54 | 141 | 482,9  | 3348,1 | 4868,35  |
| 55 | 237 | 810,6  | 3861,6 | 5802,42  |
| 56 | 203 | 694,3  | 4494,5 | 8769,63  |
| 57 | 215 | 736,0  | 4716,3 | 12480,95 |
| 58 | 155 | 531,2  | 4075,9 | 10912,76 |
| 59 | 391 | 1337,2 | 4512,4 | 9655,88  |
| 60 | 383 | 1311,2 | 5050,3 | 11481,65 |
| 61 | 354 | 1210,7 | 4008,8 | 6720,48  |
| 62 | 391 | 1337,2 | 3464,5 | 7203,62  |
| 63 | 244 | 835,0  | 3835,5 | 9468,79  |
| 64 | 290 | 993,0  | 4292,8 | 10870,08 |

## Продовження додатку А

| А   | 1   | 2      | 3      | 4        |
|-----|-----|--------|--------|----------|
| 65  | 148 | 507,1  | 3407,5 | 7120,88  |
| 66  | 249 | 851,1  | 2944,8 | 14167,06 |
| 67  | 413 | 1411,5 | 2491,9 | 12016,62 |
| 68  | 405 | 1384,1 | 3096,0 | 9412,59  |
| 69  | 374 | 1277,9 | 3840,6 | 9354,72  |
| 70  | 413 | 1411,5 | 4101,5 | 12088,84 |
| 71  | 141 | 482,9  | 3348,1 | 11941,12 |
| 72  | 237 | 810,6  | 3861,6 | 10620,48 |
| 73  | 203 | 694,3  | 4494,5 | 8331,84  |
| 74  | 323 | 1103,4 | 3613,2 | 10142,88 |
| 75  | 165 | 563,4  | 3974,4 | 9977,12  |
| 76  | 277 | 945,6  | 2931,6 | 11001,40 |
| 77  | 237 | 810,0  | 2195,3 | 9440,28  |
| 78  | 251 | 858,6  | 3071,2 | 76668,09 |
| 79  | 181 | 619,8  | 3378,2 | 6559,80  |
| 80  | 413 | 1411,5 | 2491,9 | 7633,34  |
| 81  | 405 | 1384,1 | 3096,0 | 11903,90 |
| 82  | 374 | 1277,9 | 3840,6 | 6897,85  |
| 83  | 413 | 1411,5 | 4101,5 | 12749,76 |
| 84  | 141 | 482,9  | 3348,1 | 10250,88 |
| 85  | 237 | 810,6  | 3861,6 | 14238,84 |
| 86  | 203 | 694,3  | 4494,5 | 7417,60  |
| 87  | 215 | 736,0  | 4716,3 | 6364,05  |
| 88  | 155 | 531,2  | 4075,9 | 9454,16  |
| 89  | 391 | 1337,2 | 4512,4 | 10336,69 |
| 90  | 383 | 1311,2 | 5050,3 | 12449,25 |
| 91  | 354 | 1210,7 | 4008,8 | 8996,52  |
| 92  | 391 | 1337,2 | 3464,5 | 11526,24 |
| 93  | 244 | 835,0  | 3835,5 | 12493,67 |
| 94  | 290 | 993,0  | 4292,8 | 6229,08  |
| 95  | 148 | 507,1  | 3407,5 | 8563,75  |
| 96  | 249 | 851,1  | 2944,8 | 6621,12  |
| 97  | 413 | 1411,5 | 2491,9 | 8878,98  |
| 98  | 405 | 1384,1 | 3096,0 | 11139,50 |
| 99  | 374 | 1277,9 | 3840,6 | 8461,80  |
| 100 | 413 | 1411,5 | 4101,5 | 5594,54  |

## Вихідна інформація до індивідуальних завдань

| №<br>п/п | Рівень<br>рента-<br>бельності<br>вироб-<br>ництва, % | Чисель-<br>ність<br>праців-<br>ників, осіб | Середньо-<br>місячна<br>заробітна<br>плата, грн. | Фондооз-<br>броєність,<br>тис. грн. | Виручка<br>від<br>реалізації<br>товарів<br>(робіт,<br>послуг),<br>млн. грн. | Платежі<br>до<br>бюджету,<br>млн. грн. |
|----------|------------------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------------|-------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| А        | 1                                                    | 2                                          | 3                                                | 4                                   | 5                                                                           | 6                                      |
| 1        | 26,5                                                 | 122                                        | 429                                              | 25,8                                | 218                                                                         | 207                                    |
| 2        | 38,0                                                 | 134                                        | 756                                              | 37,1                                | 231                                                                         | 142                                    |
| 3        | 27,1                                                 | 165                                        | 620                                              | 30,2                                | 236                                                                         | 192                                    |
| 4        | 29,0                                                 | 162                                        | 870                                              | 27,4                                | 247                                                                         | 124                                    |
| 5        | 22,3                                                 | 103                                        | 951                                              | 23,5                                | 266                                                                         | 132                                    |
| 6        | 19,1                                                 | 96                                         | 633                                              | 23,6                                | 269                                                                         | 209                                    |
| 7        | 28,0                                                 | 109                                        | 586                                              | 24,8                                | 270                                                                         | 152                                    |
| 8        | 24,9                                                 | 101                                        | 617                                              | 20,1                                | 271                                                                         | 151                                    |
| 9        | 27,5                                                 | 114                                        | 718                                              | 23,8                                | 273                                                                         | 99                                     |
| 10       | 29,3                                                 | 108                                        | 729                                              | 22,3                                | 277                                                                         | 114                                    |
| 11       | 22,1                                                 | 126                                        | 863                                              | 21,6                                | 280                                                                         | 134                                    |
| 12       | 30,5                                                 | 129                                        | 690                                              | 23,9                                | 285                                                                         | 190                                    |
| 13       | 26,3                                                 | 117                                        | 780                                              | 23,6                                | 285                                                                         | 141                                    |
| 14       | 24,0                                                 | 119                                        | 577                                              | 23,7                                | 286                                                                         | 138                                    |
| 15       | 30,5                                                 | 87                                         | 517                                              | 22,8                                | 288                                                                         | 171                                    |
| 16       | 30,2                                                 | 175                                        | 612                                              | 21,2                                | 289                                                                         | 122                                    |
| 17       | 32,3                                                 | 63                                         | 518                                              | 25,5                                | 289                                                                         | 181                                    |
| 18       | 23,2                                                 | 122                                        | 480                                              | 24,3                                | 293                                                                         | 132                                    |
| 19       | 29,3                                                 | 133                                        | 420                                              | 24,5                                | 293                                                                         | 129                                    |
| 20       | 30,1                                                 | 112                                        | 551                                              | 25,1                                | 294                                                                         | 201                                    |
| 21       | 28,2                                                 | 135                                        | 681                                              | 22,7                                | 295                                                                         | 185                                    |
| 22       | 26,3                                                 | 105                                        | 423                                              | 21,3                                | 295                                                                         | 186                                    |
| 23       | 30,0                                                 | 129                                        | 529                                              | 32,7                                | 303                                                                         | 172                                    |
| 24       | 27,3                                                 | 140                                        | 590                                              | 34,8                                | 304                                                                         | 151                                    |
| 25       | 32,3                                                 | 87                                         | 510                                              | 35,2                                | 304                                                                         | 154                                    |
| 26       | 19,8                                                 | 144                                        | 401                                              | 24,8                                | 305                                                                         | 138                                    |
| 27       | 37,8                                                 | 162                                        | 480                                              | 27,6                                | 305                                                                         | 107                                    |
| 28       | 21,3                                                 | 85                                         | 463                                              | 30,1                                | 306                                                                         | 300                                    |

## Продовження додатку Б

| A  | 1    | 2   | 3   | 4     | 5   | 6   |
|----|------|-----|-----|-------|-----|-----|
| 29 | 27,2 | 129 | 493 | 27,7  | 307 | 170 |
| 30 | 21,1 | 118 | 418 | 24,3  | 307 | 135 |
| 31 | 19,5 | 115 | 560 | 24,8  | 309 | 95  |
| 32 | 25,3 | 103 | 430 | 26,1  | 309 | 131 |
| 33 | 31,9 | 107 | 670 | 21,1  | 309 | 121 |
| 34 | 24,0 | 129 | 580 | 23,5  | 311 | 175 |
| 35 | 27,9 | 77  | 513 | 22,6  | 311 | 165 |
| 36 | 28,0 | 108 | 444 | 21,8  | 313 | 133 |
| 37 | 18,1 | 110 | 532 | 26,7  | 314 | 150 |
| 38 | 23,3 | 95  | 402 | 27,1  | 315 | 170 |
| 39 | 29,0 | 118 | 400 | 24,3  | 316 | 196 |
| 40 | 24,3 | 122 | 600 | 22,2  | 318 | 141 |
| 41 | 32,0 | 132 | 556 | 21,8  | 318 | 165 |
| 42 | 32,2 | 110 | 784 | 27,23 | 321 | 115 |
| 43 | 17,7 | 87  | 808 | 24,3  | 321 | 203 |
| 44 | 25,3 | 95  | 614 | 25,6  | 322 | 161 |
| 45 | 27,6 | 125 | 512 | 24,3  | 323 | 138 |
| 46 | 23,5 | 106 | 451 | 21,4  | 323 | 158 |
| 47 | 23,7 | 102 | 406 | 20,8  | 324 | 147 |
| 48 | 28,0 | 122 | 680 | 24,1  | 325 | 129 |
| 49 | 29,5 | 114 | 646 | 26,4  | 327 | 174 |
| 50 | 31,0 | 132 | 406 | 25,2  | 329 | 124 |
| 51 | 31,1 | 87  | 509 | 28,3  | 330 | 125 |
| 52 | 26,3 | 89  | 478 | 31,3  | 334 | 120 |
| 53 | 41,2 | 154 | 440 | 26,5  | 335 | 173 |
| 54 | 33,1 | 106 | 550 | 24,9  | 335 | 140 |
| 55 | 26,5 | 124 | 675 | 25,5  | 338 | 147 |
| 56 | 27,6 | 98  | 421 | 26,8  | 339 | 177 |
| 57 | 30,6 | 168 | 817 | 24,3  | 340 | 200 |
| 58 | 30,4 | 169 | 638 | 23,8  | 343 | 161 |
| 59 | 32,3 | 175 | 613 | 22,3  | 344 | 121 |
| 60 | 30,2 | 130 | 590 | 26,6  | 345 | 182 |
| 61 | 24,6 | 126 | 760 | 26,3  | 345 | 148 |
| 62 | 35,4 | 129 | 604 | 37,6  | 346 | 210 |
| 63 | 26,4 | 142 | 605 | 30,7  | 354 | 181 |
| 64 | 27,5 | 154 | 580 | 27,9  | 355 | 133 |

## Продовження додатку Б

| A   | 1    | 2   | 3   | 4    | 5   | 6   |
|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|
| 65  | 34,5 | 132 | 631 | 24,0 | 355 | 135 |
| 66  | 29,5 | 87  | 462 | 24,1 | 355 | 196 |
| 67  | 37,4 | 125 | 422 | 25,3 | 355 | 115 |
| 68  | 27,4 | 128 | 500 | 20,6 | 357 | 163 |
| 69  | 32,3 | 119 | 404 | 24,3 | 358 | 123 |
| 70  | 36,2 | 126 | 548 | 22,8 | 358 | 97  |
| 71  | 29,7 | 257 | 401 | 22,1 | 359 | 181 |
| 72  | 29,3 | 101 | 530 | 24,4 | 360 | 163 |
| 73  | 35,2 | 158 | 415 | 24,1 | 363 | 191 |
| 74  | 30,2 | 161 | 656 | 24,2 | 364 | 151 |
| 75  | 34,2 | 122 | 712 | 23,3 | 365 | 117 |
| 76  | 24,2 | 130 | 521 | 21,7 | 365 | 151 |
| 77  | 34,3 | 178 | 668 | 26,0 | 369 | 181 |
| 78  | 23,5 | 144 | 765 | 24,0 | 369 | 185 |
| 79  | 33,0 | 117 | 696 | 25,0 | 376 | 121 |
| 80  | 19,3 | 152 | 806 | 25,1 | 378 | 132 |
| 81  | 18,4 | 158 | 401 | 23,2 | 379 | 153 |
| 82  | 27,4 | 110 | 615 | 21,8 | 381 | 201 |
| 83  | 29,1 | 92  | 553 | 33,2 | 384 | 131 |
| 84  | 21,2 | 122 | 595 | 35,3 | 385 | 231 |
| 85  | 24,7 | 97  | 448 | 35,7 | 389 | 161 |
| 86  | 23,1 | 93  | 459 | 25,3 | 395 | 156 |
| 87  | 23,0 | 94  | 680 | 28,1 | 395 | 127 |
| 88  | 24,3 | 80  | 543 | 30,6 | 401 | 133 |
| 89  | 20,6 | 117 | 403 | 28,2 | 404 | 166 |
| 90  | 21,5 | 77  | 680 | 24,8 | 411 | 161 |
| 91  | 25,3 | 58  | 650 | 25,3 | 417 | 121 |
| 92  | 23,3 | 88  | 770 | 26,6 | 418 | 173 |
| 93  | 32,4 | 100 | 460 | 21,6 | 426 | 171 |
| 94  | 18,4 | 117 | 568 | 24,0 | 430 | 162 |
| 95  | 26,3 | 70  | 576 | 23,1 | 432 | 175 |
| 96  | 29,0 | 124 | 490 | 22,3 | 433 | 111 |
| 97  | 19,5 | 122 | 465 | 27,2 | 456 | 116 |
| 98  | 27,0 | 98  | 544 | 27,8 | 462 | 103 |
| 99  | 30,1 | 119 | 448 | 24,8 | 465 | 164 |
| 100 | 25,8 | 100 | 529 | 22,7 | 466 | 171 |

## Продовження додатку Б

| A   | 1    | 2   | 3   | 4    | 5   | 6   |
|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|
| 101 | 26,8 | 78  | 696 | 22,3 | 479 | 152 |
| 102 | 38,3 | 99  | 606 | 27,8 | 495 | 177 |
| 103 | 27,4 | 129 | 616 | 24,8 | 511 | 123 |
| 104 | 32,3 | 111 | 426 | 26,1 | 318 | 161 |
| 105 | 22,6 | 138 | 416 | 24,8 | 351 | 212 |
| 106 | 19,4 | 68  | 459 | 21,9 | 302 | 138 |
| 107 | 28,3 | 120 | 628 | 21,3 | 392 | 168 |
| 108 | 25,2 | 132 | 576 | 24,6 | 373 | 182 |
| 109 | 27,8 | 163 | 437 | 26,9 | 360 | 146 |
| 110 | 29,6 | 160 | 734 | 25,7 | 480 | 177 |
| 111 | 22,4 | 101 | 620 | 28,8 | 343 | 214 |
| 112 | 30,8 | 92  | 702 | 31,8 | 303 | 176 |
| 113 | 26,6 | 107 | 456 | 28,8 | 301 | 186 |
| 114 | 24,3 | 93  | 552 | 31,8 | 331 | 153 |
| 115 | 30,8 | 112 | 459 | 27,0 | 357 | 143 |
| 116 | 30,5 | 106 | 546 | 25,4 | 331 | 205 |
| 117 | 32,5 | 124 | 489 | 26,0 | 476 | 139 |
| 118 | 23,5 | 127 | 652 | 27,3 | 215 | 108 |
| 119 | 29,6 | 115 | 716 | 24,8 | 352 | 206 |
| 120 | 30,4 | 117 | 834 | 25,0 | 327 | 201 |
| 121 | 28,5 | 85  | 416 | 24,3 | 423 | 129 |
| 122 | 26,6 | 173 | 522 | 22,8 | 270 | 126 |
| 123 | 30,0 | 61  | 642 | 24,4 | 342 | 127 |
| 124 | 27,8 | 120 | 753 | 25,9 | 383 | 128 |
| 125 | 32,6 | 131 | 408 | 25,3 | 286 | 132 |
| 126 | 20,1 | 110 | 586 | 24,1 | 310 | 134 |
| 127 | 38,1 | 133 | 676 | 26,1 | 308 | 147 |
| 128 | 21,6 | 103 | 414 | 27,1 | 462 | 171 |
| 129 | 27,5 | 127 | 580 | 22,7 | 273 | 196 |
| 130 | 21,4 | 138 | 487 | 23,6 | 362 | 205 |
| 131 | 19,8 | 85  | 491 | 28,1 | 315 | 170 |
| 132 | 25,6 | 142 | 496 | 23,9 | 422 | 156 |
| 133 | 32,3 | 160 | 539 | 22,5 | 412 | 157 |
| 134 | 24,3 | 83  | 426 | 25,3 | 282 | 167 |
| 135 | 28,1 | 127 | 554 | 25,1 | 335 | 190 |
| 136 | 28,3 | 116 | 766 | 27,5 | 492 | 206 |

## Продовження додатку Б

| А   | 1    | 2   | 3   | 4    | 5   | 6   |
|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|
| 137 | 18,4 | 113 | 476 | 24,3 | 336 | 163 |
| 138 | 23,6 | 101 | 419 | 28,8 | 366 | 175 |
| 139 | 29,3 | 105 | 556 | 29,9 | 352 | 195 |
| 140 | 24,6 | 127 | 604 | 32,0 | 362 | 169 |
| 141 | 29,2 | 75  | 594 | 32,1 | 342 | 136 |
| 142 | 32,5 | 106 | 439 | 26,6 | 304 | 120 |
| 143 | 18,0 | 108 | 701 | 25,7 | 392 | 130 |
| 144 | 25,6 | 93  | 561 | 25,9 | 341 | 180 |
| 145 | 27,9 | 116 | 676 | 24,6 | 282 | 186 |
| 146 | 23,8 | 120 | 586 | 23,7 | 376 | 166 |
| 147 | 24,0 | 130 | 647 | 23,0 | 286 | 155 |
| 148 | 28,3 | 108 | 473 | 21,8 | 312 | 206 |
| 149 | 36,5 | 85  | 525 | 31,7 | 320 | 188 |
| 150 | 25,3 | 93  | 426 | 23,3 | 415 | 166 |
| 151 | 28,4 | 123 | 510 | 28,1 | 267 | 156 |
| 152 | 27,3 | 104 | 416 | 24,8 | 332 | 166 |
| 153 | 24,7 | 100 | 829 | 23,1 | 552 | 120 |
| 154 | 26,3 | 120 | 636 | 23,3 | 508 | 159 |
| 155 | 27,3 | 112 | 700 | 26,4 | 228 | 156 |
| 156 | 25,8 | 130 | 540 | 23,5 | 361 | 180 |
| 157 | 27,3 | 85  | 656 | 21,3 | 320 | 126 |
| 158 | 29,9 | 152 | 526 | 24,1 | 319 | 186 |
| 159 | 21,9 | 104 | 513 | 24,1 | 324 | 152 |
| 160 | 30,4 | 122 | 486 | 32,3 | 430 | 140 |
| 161 | 26,4 | 96  | 666 | 27,1 | 318 | 146 |
| 162 | 23,8 | 166 | 508 | 28,1 | 290 | 176 |
| 163 | 30,9 | 167 | 521 | 27,7 | 321 | 236 |
| 164 | 26,5 | 173 | 479 | 28,6 | 398 | 168 |
| 165 | 32,6 | 128 | 597 | 30,5 | 306 | 125 |
| 166 | 27,3 | 124 | 688 | 33,7 | 233 | 170 |
| 167 | 27,8 | 127 | 598 | 32,8 | 453 | 137 |
| 168 | 30,7 | 140 | 637 | 24,4 | 285 | 145 |
| 169 | 29,9 | 152 | 481 | 20,4 | 429 | 175 |
| 170 | 28,3 | 130 | 608 | 25,9 | 355 | 190 |
| 171 | 29,9 | 87  | 506 | 26,6 | 313 | 129 |
| 172 | 27,6 | 85  | 513 | 22,6 | 375 | 126 |

## Продовження додатку Б

| А   | 1    | 2   | 3   | 4    | 5   | 6   |
|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|
| 173 | 32,9 | 123 | 496 | 21,4 | 283 | 122 |
| 174 | 21,9 | 126 | 566 | 23,9 | 244 | 126 |
| 175 | 36,8 | 117 | 801 | 24,0 | 382 | 208 |
| 176 | 23,8 | 124 | 717 | 23,1 | 463 | 138 |
| 177 | 27,6 | 125 | 698 | 21,6 | 301 | 104 |
| 178 | 20,4 | 99  | 504 | 27,3 | 300 | 116 |
| 179 | 25,3 | 156 | 639 | 32,3 | 381 | 137 |
| 180 | 25,4 | 159 | 714 | 34,2 | 335 | 138 |
| 181 | 25,6 | 120 | 514 | 23,8 | 292 | 134 |
| 182 | 24,8 | 128 | 497 | 35,1 | 386 | 100 |
| 183 | 28,5 | 176 | 509 | 34,0 | 326 | 143 |
| 184 | 19,5 | 142 | 492 | 35,5 | 366 | 157 |
| 185 | 29,5 | 115 | 416 | 35,2 | 414 | 166 |
| 186 | 23,6 | 150 | 522 | 38,4 | 274 | 128 |
| 187 | 21,5 | 156 | 527 | 31,6 | 291 | 178 |
| 188 | 24,8 | 138 | 612 | 29,7 | 352 | 138 |
| 189 | 24,3 | 90  | 536 | 27,6 | 427 | 186 |
| 190 | 32,6 | 120 | 429 | 25,0 | 311 | 152 |
| 191 | 19,8 | 95  | 416 | 26,4 | 304 | 201 |
| 192 | 27,6 | 91  | 576 | 31,2 | 349 | 191 |
| 193 | 19,3 | 95  | 418 | 26,0 | 308 | 208 |
| 194 | 27,9 | 78  | 640 | 31,8 | 268 | 178 |
| 195 | 24,7 | 115 | 743 | 34,1 | 366 | 156 |
| 196 | 28,3 | 75  | 614 | 29,8 | 266 | 187 |
| 197 | 24,6 | 56  | 497 | 24,9 | 378 | 161 |
| 198 | 31,3 | 86  | 558 | 33,9 | 340 | 112 |
| 199 | 26,3 | 98  | 850 | 34,8 | 401 | 119 |
| 200 | 39,5 | 115 | 468 | 26,1 | 263 | 121 |
| 201 | 40,6 | 68  | 518 | 27,8 | 354 | 158 |
| 202 | 35,6 | 122 | 522 | 29,5 | 315 | 140 |
| 203 | 36,9 | 120 | 638 | 28,6 | 366 | 179 |
| 204 | 29,6 | 99  | 774 | 27,8 | 337 | 136 |
| 205 | 29,8 | 99  | 576 | 21,7 | 308 | 176 |
| 206 | 29,3 | 96  | 476 | 24,9 | 470 | 182 |
| 207 | 33,5 | 117 | 478 | 29,5 | 466 | 161 |
| 208 | 31,8 | 98  | 585 | 36,9 | 518 | 102 |

## Продовження додатку Б

| A   | 1    | 2   | 3   | 4    | 5   | 6   |
|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|
| 209 | 28,8 | 76  | 687 | 31,8 | 516 | 107 |
| 210 | 35,7 | 97  | 897 | 32,5 | 506 | 103 |
| 211 | 26,6 | 127 | 801 | 37,6 | 525 | 113 |
| 212 | 27,3 | 109 | 608 | 31,4 | 382 | 111 |
| 213 | 33,8 | 136 | 708 | 32,6 | 458 | 132 |
| 214 | 29,8 | 66  | 513 | 28,8 | 462 | 118 |
| 215 | 37,6 | 130 | 523 | 30,3 | 360 | 105 |
| 216 | 25,7 | 139 | 831 | 31,8 | 316 | 185 |
| 217 | 35,6 | 164 | 631 | 23,3 | 362 | 110 |
| 218 | 35,6 | 118 | 733 | 25,1 | 396 | 195 |
| 219 | 30,6 | 97  | 438 | 22,8 | 316 | 137 |
| 220 | 29,8 | 109 | 540 | 20,9 | 350 | 180 |
| 221 | 34,4 | 100 | 641 | 22,6 | 292 | 156 |
| 222 | 31,3 | 126 | 443 | 23,4 | 310 | 150 |
| 223 | 34,3 | 134 | 546 | 31,3 | 376 | 174 |
| 224 | 21,5 | 163 | 646 | 31,5 | 360 | 172 |
| 225 | 36,1 | 116 | 835 | 31,4 | 393 | 118 |
| 226 | 43,3 | 113 | 550 | 34,0 | 385 | 197 |
| 227 | 26,3 | 108 | 671 | 20,0 | 380 | 168 |
| 228 | 27,6 | 109 | 780 | 21,0 | 406 | 138 |
| 229 | 41,3 | 127 | 654 | 23,3 | 395 | 140 |
| 230 | 21,5 | 77  | 554 | 27,4 | 403 | 195 |
| 231 | 25,6 | 73  | 456 | 28,2 | 312 | 123 |
| 232 | 22,4 | 158 | 557 | 29,4 | 353 | 120 |
| 233 | 22,3 | 165 | 662 | 24,2 | 282 | 113 |
| 234 | 22,4 | 172 | 563 | 25,5 | 350 | 160 |
| 235 | 23,4 | 108 | 765 | 23,8 | 373 | 192 |
| 236 | 18,5 | 104 | 565 | 23,3 | 401 | 106 |
| 237 | 19,6 | 129 | 866 | 25,6 | 423 | 117 |
| 238 | 19,8 | 127 | 766 | 23,8 | 380 | 168 |
| 239 | 18,3 | 139 | 567 | 21,6 | 465 | 190 |
| 240 | 25,8 | 117 | 867 | 25,5 | 371 | 122 |
| 241 | 26,3 | 107 | 541 | 19,9 | 392 | 115 |
| 242 | 32,7 | 92  | 473 | 21,8 | 423 | 157 |
| 243 | 21,8 | 100 | 676 | 36,8 | 344 | 126 |
| 244 | 18,3 | 106 | 576 | 28,1 | 490 | 147 |

## Продовження додатку Б

| A   | 1    | 2   | 3   | 4    | 5   | 6   |
|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|
| 245 | 18,5 | 126 | 677 | 38,6 | 395 | 159 |
| 246 | 29,3 | 115 | 582 | 28,1 | 454 | 116 |
| 247 | 19,7 | 117 | 483 | 29,6 | 473 | 126 |
| 248 | 31,6 | 133 | 584 | 28,2 | 395 | 142 |
| 249 | 21,9 | 127 | 685 | 26,4 | 458 | 195 |
| 250 | 12,5 | 386 | 759 | 36,5 | 321 | 132 |
| 251 | 27,1 | 68  | 486 | 34,6 | 293 | 190 |
| 252 | 20,9 | 70  | 594 | 35,6 | 381 | 160 |
| 253 | 25,7 | 95  | 694 | 29,2 | 355 | 115 |
| 254 | 21,6 | 119 | 595 | 24,4 | 361 | 127 |
| 255 | 22,1 | 95  | 760 | 26,7 | 370 | 182 |
| 256 | 20,1 | 123 | 765 | 25,8 | 396 | 165 |
| 257 | 32,9 | 120 | 685 | 29,3 | 335 | 145 |
| 258 | 25,9 | 113 | 551 | 23,7 | 353 | 165 |
| 259 | 32,3 | 160 | 461 | 24,7 | 333 | 130 |
| 260 | 28,4 | 92  | 673 | 25,9 | 295 | 118 |
| 261 | 26,4 | 106 | 551 | 27,3 | 380 | 166 |
| 262 | 21,6 | 117 | 471 | 26,8 | 203 | 122 |
| 263 | 25,1 | 108 | 802 | 29,8 | 390 | 192 |
| 264 | 23,6 | 90  | 533 | 31,8 | 363 | 134 |
| 265 | 30,9 | 122 | 723 | 33,8 | 352 | 111 |
| 266 | 27,0 | 115 | 801 | 27,3 | 441 | 170 |
| 267 | 28,5 | 157 | 544 | 33,1 | 530 | 107 |
| 268 | 30,0 | 126 | 491 | 33,6 | 320 | 101 |
| 269 | 21,3 | 47  | 549 | 37,9 | 295 | 120 |
| 270 | 23,3 | 55  | 683 | 37,5 | 370 | 185 |
| 271 | 21,0 | 116 | 678 | 23,5 | 370 | 161 |
| 272 | 19,1 | 126 | 493 | 26,5 | 335 | 150 |
| 273 | 20,8 | 142 | 582 | 27,8 | 375 | 161 |
| 274 | 29,6 | 95  | 578 | 29,7 | 373 | 150 |
| 275 | 29,5 | 132 | 414 | 39,1 | 373 | 127 |
| 276 | 30,0 | 90  | 702 | 39,4 | 345 | 114 |
| 277 | 29,6 | 160 | 404 | 38,7 | 312 | 186 |
| 278 | 32,2 | 115 | 533 | 39,1 | 373 | 125 |
| 279 | 21,5 | 127 | 401 | 39,3 | 343 | 128 |
| 280 | 25,6 | 82  | 404 | 39,6 | 453 | 196 |

## Продовження додатку Б

| A   | 1    | 2   | 3   | 4    | 5   | 6   |
|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|
| 281 | 26,4 | 165 | 661 | 27,8 | 432 | 180 |
| 282 | 27,6 | 145 | 731 | 28,9 | 370 | 107 |
| 283 | 22,4 | 165 | 472 | 23,4 | 423 | 105 |
| 284 | 23,5 | 130 | 421 | 25,6 | 410 | 102 |
| 285 | 23,7 | 130 | 413 | 27,8 | 510 | 165 |
| 286 | 22,0 | 118 | 513 | 26,5 | 351 | 125 |
| 287 | 21,5 | 66  | 803 | 27,9 | 280 | 123 |
| 288 | 23,8 | 122 | 702 | 29,3 | 344 | 162 |
| 289 | 22,0 | 92  | 402 | 27,3 | 396 | 118 |
| 290 | 19,8 | 134 | 531 | 25,6 | 406 | 123 |
| 291 | 23,7 | 111 | 653 | 26,5 | 404 | 157 |
| 292 | 18,1 | 170 | 871 | 27,6 | 426 | 142 |
| 293 | 20,0 | 107 | 574 | 28,3 | 301 | 116 |
| 294 | 36,8 | 92  | 443 | 29,7 | 382 | 220 |
| 295 | 27,7 | 138 | 661 | 27,2 | 318 | 170 |
| 296 | 29,2 | 92  | 705 | 28,7 | 351 | 146 |
| 297 | 30,7 | 78  | 806 | 30,2 | 302 | 141 |
| 298 | 22,2 | 108 | 580 | 21,7 | 392 | 131 |
| 299 | 24,0 | 125 | 431 | 23,5 | 373 | 119 |
| 300 | 21,7 | 93  | 500 | 21,2 | 360 | 97  |
| 301 | 19,8 | 80  | 406 | 19,3 | 480 | 145 |
| 302 | 21,5 | 81  | 449 | 21,0 | 343 | 127 |
| 303 | 22,3 | 107 | 401 | 21,8 | 303 | 116 |
| 304 | 30,2 | 137 | 530 | 29,7 | 301 | 128 |
| 305 | 30,7 | 112 | 615 | 30,2 | 331 | 189 |
| 306 | 30,3 | 152 | 756 | 29,8 | 357 | 130 |
| 307 | 32,9 | 75  | 812 | 32,4 | 331 | 116 |
| 308 | 22,2 | 66  | 721 | 21,7 | 476 | 225 |
| 309 | 26,3 | 38  | 568 | 25,8 | 215 | 224 |
| 310 | 27,1 | 126 | 465 | 26,6 | 352 | 130 |
| 311 | 28,3 | 66  | 796 | 27,8 | 327 | 139 |
| 312 | 23,1 | 169 | 606 | 22,6 | 423 | 164 |
| 313 | 27,9 | 125 | 495 | 36,1 | 476 | 109 |
| 314 | 22,7 | 86  | 500 | 37,1 | 451 | 100 |
| 315 | 37,5 | 127 | 512 | 35,2 | 453 | 126 |
| 316 | 24,9 | 113 | 528 | 33,1 | 474 | 134 |

## Продовження додатку Б

| А   | 1    | 2   | 3   | 4    | 5   | 6   |
|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|
| 317 | 22,7 | 222 | 541 | 32,2 | 482 | 163 |
| 318 | 17,6 | 221 | 546 | 31,3 | 499 | 116 |
| 319 | 18,6 | 198 | 546 | 33,1 | 410 | 113 |
| 320 | 32,3 | 116 | 547 | 30,0 | 461 | 123 |
| 321 | 27,6 | 129 | 548 | 29,6 | 443 | 73  |
| 322 | 21,6 | 137 | 550 | 29,2 | 471 | 77  |
| 323 | 30,1 | 146 | 566 | 31,1 | 511 | 158 |
| 324 | 22,5 | 179 | 570 | 34,5 | 530 | 165 |
| 325 | 30,1 | 151 | 624 | 26,7 | 520 | 172 |
| 326 | 22,5 | 157 | 413 | 23,5 | 536 | 108 |
| 327 | 19,9 | 137 | 513 | 24,5 | 477 | 104 |
| 328 | 26,5 | 142 | 511 | 31,8 | 503 | 129 |
| 329 | 31,8 | 97  | 494 | 31,8 | 482 | 127 |
| 330 | 21,6 | 93  | 412 | 33,8 | 462 | 139 |
| 331 | 24,5 | 84  | 513 | 31,2 | 504 | 117 |
| 332 | 26,8 | 164 | 454 | 32,5 | 472 | 107 |
| 333 | 18,7 | 113 | 841 | 26,7 | 526 | 92  |
| 334 | 28,5 | 89  | 501 | 28,7 | 417 | 100 |
| 335 | 24,5 | 127 | 464 | 39,7 | 561 | 106 |
| 336 | 26,6 | 57  | 541 | 31,5 | 422 | 126 |
| 337 | 32,4 | 97  | 462 | 34,2 | 473 | 115 |
| 338 | 29,7 | 100 | 441 | 32,7 | 432 | 117 |
| 339 | 32,6 | 120 | 416 | 28,5 | 396 | 133 |
| 340 | 23,8 | 123 | 524 | 27,6 | 389 | 127 |
| 341 | 24,7 | 125 | 583 | 29,7 | 381 | 125 |
| 342 | 26,0 | 188 | 403 | 32,5 | 449 | 168 |
| 343 | 29,5 | 116 | 511 | 31,6 | 429 | 170 |
| 344 | 23,3 | 115 | 414 | 36,1 | 439 | 195 |
| 345 | 29,0 | 194 | 794 | 34,2 | 444 | 119 |
| 346 | 19,6 | 107 | 871 | 29,7 | 481 | 194 |
| 347 | 18,9 | 103 | 501 | 39,8 | 385 | 158 |
| 348 | 28,1 | 113 | 443 | 24,8 | 495 | 125 |
| 349 | 40,7 | 111 | 641 | 27,5 | 445 | 113 |
| 350 | 21,1 | 132 | 452 | 29,6 | 415 | 87  |
| 351 | 32,3 | 118 | 573 | 23,6 | 447 | 106 |
| 352 | 23,8 | 105 | 491 | 27,8 | 441 | 101 |

## Продовження додатку Б

| А   | 1    | 2   | 3   | 4    | 5   | 6   |
|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|
| 353 | 27,9 | 125 | 495 | 36,1 | 476 | 109 |
| 354 | 22,7 | 86  | 500 | 37,1 | 451 | 100 |
| 355 | 37,5 | 127 | 512 | 35,2 | 453 | 126 |
| 356 | 24,9 | 113 | 528 | 33,1 | 474 | 134 |
| 357 | 22,7 | 222 | 541 | 32,2 | 482 | 163 |
| 358 | 17,6 | 221 | 546 | 31,3 | 499 | 116 |
| 359 | 18,6 | 198 | 546 | 33,1 | 410 | 113 |
| 360 | 32,3 | 116 | 547 | 30,0 | 461 | 123 |
| 361 | 27,6 | 129 | 548 | 29,6 | 443 | 73  |
| 362 | 21,6 | 137 | 550 | 29,2 | 471 | 77  |
| 363 | 30,1 | 146 | 566 | 31,1 | 511 | 158 |
| 364 | 22,5 | 179 | 570 | 34,5 | 530 | 165 |
| 365 | 30,1 | 151 | 624 | 26,7 | 520 | 172 |
| 366 | 22,5 | 157 | 413 | 23,5 | 536 | 108 |
| 367 | 19,9 | 137 | 513 | 24,5 | 477 | 104 |
| 368 | 26,5 | 142 | 511 | 31,8 | 503 | 129 |
| 369 | 31,8 | 97  | 494 | 31,8 | 482 | 127 |
| 370 | 21,6 | 93  | 412 | 33,8 | 462 | 139 |
| 371 | 24,5 | 84  | 713 | 31,2 | 504 | 117 |
| 372 | 26,8 | 164 | 754 | 32,5 | 472 | 107 |
| 373 | 18,7 | 113 | 641 | 26,7 | 526 | 92  |
| 374 | 28,5 | 89  | 501 | 28,7 | 417 | 100 |
| 375 | 24,5 | 127 | 464 | 39,7 | 561 | 106 |
| 376 | 26,6 | 57  | 541 | 31,5 | 422 | 126 |
| 377 | 32,4 | 97  | 462 | 34,2 | 473 | 115 |
| 378 | 29,7 | 100 | 441 | 32,7 | 432 | 117 |
| 379 | 32,6 | 120 | 416 | 28,5 | 396 | 133 |
| 380 | 23,8 | 123 | 724 | 27,6 | 389 | 127 |
| 381 | 24,7 | 125 | 583 | 29,7 | 381 | 125 |
| 382 | 26,0 | 188 | 403 | 32,5 | 449 | 168 |
| 383 | 29,5 | 116 | 511 | 31,6 | 429 | 170 |
| 384 | 23,3 | 115 | 414 | 36,1 | 439 | 195 |
| 385 | 29,0 | 194 | 694 | 34,2 | 444 | 119 |
| 386 | 19,6 | 107 | 571 | 29,7 | 481 | 194 |
| 387 | 18,9 | 103 | 801 | 39,8 | 385 | 158 |
| 388 | 28,1 | 113 | 443 | 24,8 | 495 | 125 |

## Продовження додатку Б

| А   | 1    | 2   | 3   | 4    | 5   | 6   |
|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|
| 389 | 40,7 | 111 | 741 | 27,5 | 445 | 113 |
| 390 | 21,1 | 132 | 452 | 29,6 | 415 | 87  |
| 391 | 32,3 | 118 | 573 | 23,6 | 447 | 106 |
| 392 | 23,8 | 105 | 491 | 27,8 | 441 | 101 |
| 393 | 18,2 | 85  | 653 | 29,8 | 442 | 127 |
| 394 | 34,8 | 110 | 763 | 30,1 | 526 | 113 |
| 395 | 28,1 | 95  | 424 | 31,1 | 486 | 187 |
| 396 | 26,6 | 137 | 483 | 32,2 | 491 | 144 |
| 397 | 22,8 | 80  | 431 | 27,8 | 370 | 104 |
| 398 | 30,2 | 156 | 523 | 29,5 | 366 | 125 |
| 399 | 20,4 | 150 | 442 | 31,2 | 418 | 138 |
| 400 | 26,6 | 74  | 422 | 32,8 | 416 | 173 |
| 401 | 31,2 | 72  | 572 | 27,8 | 408 | 167 |
| 402 | 42,8 | 118 | 643 | 29,5 | 425 | 143 |
| 403 | 19,2 | 97  | 791 | 31,5 | 282 | 138 |
| 404 | 21,6 | 140 | 582 | 32,7 | 358 | 128 |
| 405 | 26,3 | 101 | 481 | 24,1 | 317 | 116 |
| 406 | 27,8 | 120 | 512 | 28,9 | 293 | 194 |
| 407 | 26,3 | 85  | 524 | 25,1 | 370 | 142 |
| 408 | 24,6 | 161 | 481 | 27,3 | 303 | 124 |
| 409 | 34,7 | 150 | 541 | 29,3 | 394 | 113 |
| 410 | 32,8 | 127 | 702 | 33,1 | 363 | 125 |
| 411 | 33,8 | 114 | 672 | 31,3 | 337 | 186 |
| 412 | 27,4 | 186 | 581 | 35,2 | 456 | 127 |
| 413 | 22,6 | 125 | 422 | 22,7 | 332 | 113 |
| 414 | 31,7 | 128 | 724 | 23,9 | 317 | 222 |
| 415 | 25,9 | 96  | 653 | 24,5 | 467 | 221 |
| 416 | 28,0 | 180 | 542 | 25,6 | 372 | 198 |
| 417 | 25,8 | 107 | 433 | 27,7 | 336 | 110 |
| 418 | 37,5 | 105 | 812 | 28,9 | 365 | 129 |
| 419 | 26,6 | 102 | 615 | 29,7 | 382 | 137 |
| 420 | 37,4 | 65  | 588 | 29,1 | 426 | 166 |
| 421 | 21,5 | 125 | 461 | 27,3 | 295 | 146 |
| 422 | 31,4 | 123 | 531 | 23,1 | 385 | 179 |
| 423 | 26,5 | 162 | 704 | 27,1 | 345 | 151 |
| 424 | 32,3 | 118 | 433 | 25,1 | 292 | 157 |

## Продовження додатку Б

| А   | 1    | 2   | 3   | 4    | 5   | 6   |
|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|
| 425 | 27,6 | 123 | 551 | 27,1 | 313 | 137 |
| 426 | 23,7 | 157 | 404 | 27,8 | 337 | 142 |
| 427 | 18,1 | 142 | 644 | 28,9 | 403 | 192 |
| 428 | 20,0 | 116 | 492 | 29,1 | 375 | 193 |
| 429 | 36,8 | 220 | 472 | 21,7 | 323 | 184 |
| 430 | 26,3 | 140 | 431 | 23,7 | 452 | 164 |
| 431 | 27,8 | 88  | 431 | 27,8 | 392 | 113 |
| 432 | 26,4 | 162 | 559 | 25,7 | 364 | 185 |
| 433 | 24,6 | 104 | 623 | 26,8 | 366 | 127 |
| 434 | 34,7 | 195 | 773 | 27,3 | 374 | 157 |
| 435 | 32,8 | 187 | 554 | 23,2 | 374 | 197 |
| 436 | 33,8 | 91  | 536 | 24,5 | 416 | 100 |
| 437 | 27,4 | 105 | 589 | 25,6 | 366 | 120 |
| 438 | 22,6 | 114 | 720 | 27,8 | 464 | 123 |
| 439 | 31,7 | 167 | 421 | 23,8 | 336 | 125 |
| 440 | 25,9 | 122 | 432 | 21,3 | 384 | 188 |
| 441 | 28,0 | 85  | 566 | 23,8 | 350 | 116 |
| 442 | 25,8 | 91  | 493 | 24,5 | 340 | 115 |
| 443 | 37,5 | 126 | 483 | 26,8 | 465 | 194 |
| 444 | 26,6 | 102 | 480 | 27,4 | 362 | 177 |
| 445 | 37,4 | 125 | 520 | 28,3 | 407 | 126 |
| 446 | 21,5 | 117 | 615 | 30,2 | 340 | 137 |
| 447 | 31,5 | 90  | 521 | 33,4 | 463 | 139 |
| 448 | 26,5 | 100 | 583 | 32,5 | 465 | 157 |
| 449 | 32,2 | 82  | 423 | 22,1 | 395 | 133 |
| 450 | 27,6 | 78  | 554 | 23,6 | 286 | 142 |
| 451 | 34,2 | 120 | 684 | 22,8 | 374 | 167 |
| 452 | 24,8 | 113 | 426 | 34,1 | 355 | 121 |
| 453 | 24,4 | 133 | 532 | 27,1 | 366 | 100 |
| 454 | 23,8 | 142 | 593 | 22,7 | 337 | 112 |
| 455 | 22,7 | 167 | 513 | 22,7 | 407 | 103 |
| 456 | 28,3 | 121 | 404 | 23,8 | 424 | 129 |
| 457 | 29,4 | 100 | 483 | 24,8 | 298 | 137 |
| 458 | 28,6 | 112 | 466 | 25,3 | 393 | 166 |
| 459 | 22,6 | 103 | 496 | 25,2 | 326 | 119 |
| 460 | 26,7 | 129 | 421 | 24,9 | 373 | 116 |

## Продовження додатку Б

| A   | 1    | 2   | 3   | 4    | 5   | 6   |
|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|
| 461 | 28,9 | 137 | 569 | 27,9 | 514 | 126 |
| 462 | 30,1 | 166 | 433 | 31,4 | 367 | 176 |
| 463 | 26,3 | 119 | 673 | 24,4 | 445 | 180 |
| 464 | 29,7 | 116 | 583 | 27,3 | 404 | 161 |
| 465 | 22,0 | 126 | 516 | 24,7 | 403 | 168 |
| 466 | 17,5 | 76  | 547 | 26,1 | 307 | 175 |
| 467 | 15,6 | 80  | 735 | 23,8 | 358 | 111 |
| 468 | 19,5 | 161 | 405 | 29,3 | 346 | 107 |
| 469 | 20,3 | 168 | 403 | 27,8 | 345 | 132 |
| 470 | 21,3 | 175 | 803 | 27,3 | 373 | 130 |
| 471 | 23,4 | 111 | 559 | 26,5 | 345 | 142 |
| 472 | 20,6 | 107 | 487 | 25,4 | 385 | 120 |
| 473 | 18,5 | 132 | 611 | 26,1 | 406 | 110 |
| 474 | 28,4 | 130 | 717 | 27,3 | 328 | 195 |
| 475 | 18,8 | 130 | 515 | 25,3 | 350 | 130 |
| 476 | 26,5 | 142 | 554 | 25,7 | 334 | 109 |
| 477 | 25,0 | 120 | 409 | 26,3 | 300 | 129 |
| 478 | 34,1 | 110 | 483 | 25,3 | 383 | 118 |
| 479 | 34,5 | 95  | 449 | 22,7 | 515 | 120 |
| 480 | 32,8 | 103 | 409 | 23,8 | 395 | 136 |
| 481 | 24,4 | 109 | 512 | 27,8 | 457 | 130 |
| 482 | 28,0 | 129 | 681 | 26,8 | 483 | 128 |
| 483 | 31,2 | 118 | 443 | 24,7 | 382 | 171 |
| 484 | 28,5 | 120 | 553 | 25,3 | 443 | 173 |
| 485 | 24,5 | 136 | 578 | 26,8 | 325 | 196 |
| 486 | 26,4 | 130 | 424 | 32,5 | 395 | 122 |
| 487 | 27,5 | 128 | 520 | 23,8 | 445 | 197 |
| 488 | 26,5 | 71  | 541 | 25,1 | 475 | 161 |
| 489 | 40,6 | 73  | 517 | 21,8 | 445 | 128 |
| 490 | 42,7 | 96  | 493 | 27,3 | 485 | 116 |
| 491 | 30,8 | 122 | 463 | 24,5 | 506 | 190 |
| 492 | 26,8 | 97  | 507 | 23,8 | 421 | 109 |
| 493 | 28,0 | 161 | 608 | 27,8 | 450 | 104 |
| 494 | 15,1 | 128 | 483 | 26,3 | 434 | 130 |
| 495 | 14,3 | 116 | 534 | 27,5 | 400 | 116 |

## Продовження додатку Б

| A   | 1    | 2   | 3   | 4    | 5   | 6   |
|-----|------|-----|-----|------|-----|-----|
| 496 | 14,8 | 90  | 605 | 25,4 | 483 | 190 |
| 497 | 15,2 | 109 | 425 | 21,2 | 615 | 147 |
| 498 | 15,4 | 104 | 503 | 22,3 | 495 | 107 |
| 499 | 15,6 | 130 | 407 | 23,4 | 557 | 128 |
| 500 | 16,5 | 116 | 551 | 26,6 | 583 | 141 |
| 501 | 16,6 | 190 | 404 | 36,6 | 483 | 176 |

## Перша функція нормованого відхилення

(ординати нормальної кривої)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ 

| Цілі і<br>десяткові<br>частки t | Соті частки t |       |      |      |      |       |      |      |      |      |
|---------------------------------|---------------|-------|------|------|------|-------|------|------|------|------|
|                                 | 0             | 1     | 2    | 3    | 4    | 5     | 6    | 7    | 8    | 9    |
| 0,0                             | 0,3989        | 3989* | 3989 | 3988 | 3987 | 3984  | 3982 | 3980 | 3977 | 3973 |
| 0,1                             | 0,3970        | 3965  | 3961 | 3956 | 3951 | 3945  | 3939 | 3932 | 3925 | 3918 |
| 0,2                             | 0,3910        | 3902  | 3894 | 3885 | 3876 | 3867  | 3857 | 3847 | 3838 | 3825 |
| 0,3                             | 0,3814        | 3802  | 3790 | 3778 | 3765 | 3752  | 3739 | 3726 | 3712 | 3697 |
| 0,4                             | 0,3683        | 3668  | 3653 | 3637 | 3651 | 3605  | 3589 | 3572 | 3555 | 3538 |
| 0,5                             | 0,3521        | 3503  | 3485 | 3467 | 3448 | 3429  | 3411 | 3391 | 3373 | 3352 |
| 0,6                             | 0,3332        | 3312  | 3292 | 3271 | 3251 | 3230  | 3209 | 3187 | 3166 | 3144 |
| 0,7                             | 0,3123        | 3101  | 3079 | 3056 | 3034 | 3011  | 2989 | 2966 | 2943 | 2920 |
| 0,8                             | 0,2877        | 2874  | 2850 | 2827 | 2803 | 2780  | 2756 | 2732 | 2709 | 2685 |
| 0,9                             | 0,2661        | 2637  | 2613 | 2589 | 2565 | 2541  | 2516 | 2492 | 2468 | 2444 |
| 1,0                             | 0,2420        | 2396  | 2371 | 2347 | 2323 | 2299  | 2275 | 2251 | 2227 | 2203 |
| 1,1                             | 0,2179        | 2155  | 2131 | 2107 | 2083 | 2059  | 2036 | 2012 | 1989 | 1965 |
| 1,2                             | 0,1942        | 1919  | 1895 | 1872 | 1849 | 1826  | 1784 | 1758 | 1758 | 1736 |
| 1,3                             | 0,1714        | 1691  | 1669 | 1647 | 1626 | 1604  | 1582 | 1561 | 1539 | 1518 |
| 1,4                             | 0,1497        | 1476  | 1456 | 1435 | 1415 | 1394  | 1374 | 1354 | 1334 | 1315 |
| 1,5                             | 0,1295        | 1276  | 1257 | 1238 | 1219 | 1200  | 1182 | 1163 | 1145 | 1127 |
| 1,6                             | 0,1109        | 1092  | 1074 | 1057 | 1040 | 1023  | 1006 | 0989 | 0973 | 0957 |
| 1,7                             | 0,0940        | 0925  | 0909 | 0893 | 0878 | 0863  | 0843 | 0833 | 0818 | 0804 |
| 1,8                             | 0,0790        | 0775  | 0761 | 0748 | 0734 | 0721  | 0707 | 0695 | 0681 | 0669 |
| 1,9                             | 0,0656        | 0655  | 0632 | 0620 | 0608 | 0596  | 0584 | 0573 | 0562 | 0551 |
| 2,0                             | 0,0540        | 0529  | 0519 | 0508 | 0498 | 0488  | 0478 | 0468 | 0459 | 0449 |
| 2,1                             | 0,0440        | 0431  | 0422 | 0413 | 0404 | 03950 | 0387 | 0379 | 0371 | 0363 |
| 2,2                             | 0,0355        | 0347  | 0339 | 0332 | 0325 | 0317  | 0310 | 0303 | 0296 | 0290 |
| 2,3                             | 0,0283        | 0277  | 0270 | 0264 | 0258 | 0252  | 0256 | 0241 | 0235 | 0229 |
| 2,4                             | 0,224         | 0219  | 0213 | 0208 | 0203 | 0198  | 0194 | 0189 | 0182 | 0180 |
| 2,5                             | 0,0175        | 0171  | 0167 | 0162 | 0158 | 0154  | 0151 | 0147 | 0143 | 0139 |
| 2,6                             | 0,0136        | 0132  | 0129 | 0126 | 0122 | 0119  | 0116 | 0113 | 0110 | 0107 |
| 2,7                             | 0,0104        | 0101  | 0099 | 0096 | 0093 | 0091  | 0088 | 0086 | 0084 | 0081 |
| 2,8                             | 0,0079        | 0077  | 0075 | 0073 | 0071 | 0069  | 0067 | 0065 | 0063 | 0061 |
| 2,9                             | 0,0059        | 0058  | 0056 | 0054 | 0053 | 0051  | 0050 | 0048 | 0047 | 0046 |
| 3,0                             | 0,0044        | 0043  | 0042 | 0040 | 0039 | 0037  | 0037 | 0036 | 0035 | 0034 |
| 3,1                             | 0,0033        | 0032  | 0031 | 0030 | 0029 | 0028  | 0027 | 0026 | 0025 | 0024 |
| 3,2                             | 0,0024        | 0023  | 0022 | 0022 | 0021 | 0020  | 0020 | 0019 | 0018 | 0018 |
| 3,3                             | 0,0017        | 0017  | 0016 | 0016 | 0015 | 0015  | 0014 | 0014 | 0013 | 0013 |
| 3,4                             | 0,0012        | 0012  | 0011 | 0011 | 0010 | 0010  | 0010 | 0010 | 0009 | 0009 |
| 3,5                             | 0,0009        | 0008  | 0008 | 0008 | 0008 | 0007  | 0007 | 0007 | 0007 | 0006 |

|     |        |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-----|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 3,6 | 0,0006 | 0006 | 0006 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0004 |
| 3,7 | 0,0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 |
| 3,8 | 0,0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 |
| 3,9 | 0,0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0001 | 0001 | 0001 |
| 4,0 | 0,0001 | 0001 | 0001 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 | 0000 |

<sup>—</sup>  
\* Тут і далі значення дано після коми.

Додаток Г

**Імовірності t-розподілу по Ст'юденту для малих вибірок  
(у межах  $\pm t$ )**

| t   | 5    | 6-7 | 8-10 | 11-25 | 16-25 | 25-35 | $\infty$ |
|-----|------|-----|------|-------|-------|-------|----------|
| 0,1 | 538* | 538 | 539  | 539   | 539   | 539   | 540      |
| 0,2 | 576  | 578 | 578  | 578   | 578   | 578   | 579      |
| 0,3 | 612  | 613 | 615  | 616   | 616   | 616   | 618      |
| 0,4 | 647  | 649 | 651  | 652   | 653   | 654   | 655      |
| 0,5 | 681  | 683 | 685  | 687   | 689   | 689   | 691      |
| 0,6 | 713  | 715 | 718  | 721   | 722   | 724   | 726      |
| 0,7 | 742  | 746 | 749  | 752   | 754   | 756   | 758      |
| 0,8 | 770  | 774 | 778  | 781   | 783   | 785   | 788      |
| 0,9 | 795  | 800 | 804  | 808   | 811   | 813   | 816      |
| 1,0 | 818  | 823 | 828  | 832   | 735   | 838   | 841      |
| 1,1 | 839  | 844 | 850  | 854   | 858   | 860   | 864      |
| 1,2 | 859  | 864 | 870  | 874   | 878   | 881   | 885      |
| 1,3 | 875  | 881 | 887  | 892   | 896   | 889   | 903      |
| 1,4 | 890  | 896 | 902  | 907   | 912   | 917   | 919      |
| 1,5 | 903  | 906 | 916  | 921   | 925   | 928   | 933      |
| 1,6 | 915  | 921 | 928  | 933   | 937   | 940   | 945      |
| 1,7 | 925  | 932 | 938  | 943   | 948   | 951   | 955      |
| 1,8 | 934  | 941 | 947  | 952   | 956   | 959   | 964      |
| 1,9 | 942  | 948 | 955  | 960   | 964   | 967   | 971      |
| 2,0 | 949  | 955 | 962  | 967   | 970   | 973   | 977      |
| 2,1 | 955  | 961 | 967  | 972   | 976   | 978   | 982      |
| 2,2 | 960  | 966 | 972  | 977   | 980   | 982   | 986      |
| 2,3 | 969  | 971 | 977  | 981   | 984   | 986   | 989      |
| 2,4 | 969  | 975 | 986  | 984   | 987   | 989   | 992      |
| 2,5 | 973  | 978 | 983  | 987   | 989   | 991   | 994      |
| 2,6 | 976  | 981 | 986  | 989   | 991   | 993   | 995      |
| 2,7 | 979  | 983 | 988  | 991   | 993   | 995   | 996      |
| 2,8 | 981  | 985 | 990  | 993   | 995   | 996   | 997      |
| 2,9 | 983  | 987 | 991  | 994   | 996   | 997   | 998      |
| 3,0 | 985  | 989 | 993  | 995   | 997   | 997   | 999      |

---

\* Тут і далі значення дано після коми.

## Критичні точки розподілу Ст'юдента (t-розподіл)

| Число ступенів вільності, $\nu$ | Рівень значимості (двостороння критична область)  |       |       |         |       |        |
|---------------------------------|---------------------------------------------------|-------|-------|---------|-------|--------|
|                                 | 0,10                                              | 0,05  | 0,02  | 0,01    | 0,002 | 0,001  |
| 1                               | 6,31                                              | 12,7  | 31,82 | 63,7    | 318,3 | 637,0  |
| 2                               | 2,92                                              | 4,30  | 6,97  | 9,92    | 22,33 | 31,6   |
| 3                               | 2,35                                              | 3,18  | 4,54  | 5,84    | 10,22 | 12,0   |
| 4                               | 2,13                                              | 2,78  | 3,75  | 4,50    | 7,17  | 8,61   |
| 5                               | 2,01                                              | 2,57  | 3,37  | 4,03    | 5,89  | 6,86   |
| 6                               | 1,94                                              | 2,45  | 3,14  | 3,71    | 5,21  | 5,96   |
| 7                               | 1,89                                              | 2,36  | 3,00  | 3,50    | 4,79  | 5,40   |
| 8                               | 1,86                                              | 2,31  | 3,90  | 3,36    | 4,50  | 5,04   |
| 9                               | 1,83                                              | 2,26  | 2,82  | 3,25    | 4,30  | 4,78   |
| 10                              | 1,81                                              | 3,23  | 2,76  | 3,17    | 4,14  | 4,59   |
| 11                              | 1,80                                              | 2,20  | 2,72  | 3,11    | 4,03  | 4,44   |
| 12                              | 1,78                                              | 2,18  | 2,68  | 3,05    | 3,93  | 4,32   |
| 13                              | 1,77                                              | 2,16  | 2,65  | 3,01    | 3,85  | 4,22   |
| 14                              | 1,76                                              | 2,14  | 2,62  | 2,98    | 3,79  | 4,14   |
| 15                              | 1,75                                              | 2,13  | 2,60  | 2,95    | 3,73  | 4,07   |
| 16                              | 1,75                                              | 2,12  | 2,58  | 2,92    | 3,69  | 4,01   |
| 17                              | 1,74                                              | 2,11  | 2,57  | 2,90    | 3,63  | 3,96   |
| 18                              | 1,73                                              | 2,10  | 2,55  | 2,88    | 3,61  | 3,92   |
| 19                              | 1,73                                              | 2,09  | 2,54  | 2,86    | 3,58  | 3,88   |
| 20                              | 1,73                                              | 2,09  | 2,58  | 2,85    | 3,55  | 3,85   |
| 21                              | 1,72                                              | 2,08  | 2,52  | 2,83    | 3,53  | 3,82   |
| 22                              | 1,72                                              | 2,07  | 2,51  | 2,82    | 3,51  | 3,79   |
| 23                              | 1,71                                              | 2,07  | 2,50  | 2,81    | 3,49  | 3,77   |
| 24                              | 1,71                                              | 2,06  | 2,49  | 2,80    | 3,47  | 3,74   |
| 25                              | 1,71                                              | 2,06  | 2,49  | 2,79    | 3,45  | 3,72   |
| 26                              | 1,71                                              | 2,06  | 2,48  | 2,78    | 3,44  | 3,71   |
| 27                              | 1,71                                              | 2,05  | 2,47  | 2,77    | 3,42  | 3,69   |
| 28                              | 1,70                                              | 2,05  | 2,46  | 2,76    | 8,40  | 3,66   |
| 29                              | 1,70                                              | 2,05  | 2,46  | 2,76    | 3,40  | 3,66   |
| 30                              | 1,70                                              | 2,04  | 2,46  | 2,75    | 3,39  | 3,65   |
| 40                              | 1,68                                              | 2,02  | 2,42  | 2,70    | 3,31  | 3,55   |
| 60                              | 1,67                                              | 2,00  | 2,39  | 2,66    | 3,23  | 3,46   |
| 120                             | 1,66                                              | 1,98  | 2,36  | 2,62    | 3,17  | 3,37   |
| $\infty$                        | 1,64                                              | 1,96  | 2,33  | 2,58    | 3,09  | 3,23   |
| Число ступенів вільності, $\nu$ | 0,05                                              | 0,025 | 0,01  | 0,00005 | 0,001 | 0,0005 |
|                                 | Рівень значимості (одностороння критична область) |       |       |         |       |        |

Друга функція нормованого відхилення  $\frac{1}{2}f(t) = \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$

(інтеграл імовірностей)

| Цілі і<br>десяткові<br>частки t | Соті частки t |       |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---------------------------------|---------------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|                                 | 0             | 1     | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
| 0,0                             | 0,0000        | 0040* | 0080 | 0120 | 0159 | 0199 | 0239 | 0279 | 0319 | 0359 |
| 0,1                             | 0,0398        | 0438  | 0478 | 0517 | 0596 | 0636 | 0675 | 0714 | 0714 | 0753 |
| 0,2                             | 0,0793        | 0832  | 0871 | 0909 | 0948 | 0987 | 1026 | 1064 | 1103 | 1141 |
| 0,3                             | 0,1179        | 1217  | 1255 | 1293 | 1331 | 1368 | 1406 | 1443 | 1480 | 1517 |
| 0,4                             | 0,1554        | 1591  | 1628 | 1664 | 1700 | 1736 | 1772 | 1808 | 1844 | 1879 |
| 0,5                             | 0,1915        | 1950  | 1985 | 2019 | 2054 | 2088 | 2123 | 2157 | 2190 | 2224 |
| 0,6                             | 0,2257        | 2291  | 2334 | 2356 | 2389 | 2421 | 2454 | 2486 | 2317 | 2549 |
| 0,7                             | 0,2580        | 2611  | 2642 | 2673 | 2703 | 2734 | 2764 | 2793 | 2823 | 2852 |
| 0,8                             | 0,2881        | 2910  | 2940 | 2967 | 2995 | 3023 | 3051 | 3078 | 3106 | 3133 |
| 0,9                             | 0,3159        | 3186  | 3212 | 3238 | 3264 | 3289 | 3315 | 3340 | 3365 | 3389 |
| 1,0                             | 0,3413        | 3437  | 3461 | 3485 | 3508 | 3531 | 3554 | 3577 | 3599 | 3621 |
| 1,1                             | 0,3643        | 3665  | 3686 | 3703 | 3729 | 3743 | 3770 | 3790 | 3810 | 3830 |
| 1,2                             | 0,3849        | 3869  | 3888 | 3906 | 3925 | 3943 | 3962 | 3980 | 3997 | 4105 |
| 1,3                             | 0,4032        | 4049  | 4066 | 4082 | 4099 | 4115 | 4131 | 4147 | 4162 | 4177 |
| 1,4                             | 0,4192        | 4207  | 4222 | 4236 | 4251 | 4265 | 4279 | 4292 | 4306 | 4319 |
| 1,5                             | 0,4332        | 4345  | 4357 | 4370 | 4382 | 4394 | 4406 | 4418 | 4429 | 4441 |
| 1,6                             | 0,4452        | 4463  | 4474 | 4484 | 4495 | 4505 | 4515 | 4525 | 4535 | 4545 |
| 1,7                             | 0,4554        | 4564  | 4573 | 4582 | 4591 | 5599 | 4608 | 4616 | 4625 | 4633 |
| 1,8                             | 0,4641        | 4648  | 4656 | 4664 | 4671 | 4678 | 4686 | 4693 | 4699 | 4706 |
| 1,9                             | 0,4713        | 4719  | 4726 | 4732 | 4738 | 4744 | 4750 | 5548 | 4761 | 4767 |
| 2,0                             | 0,4772        | 4778  | 4783 | 4788 | 4793 | 4798 | 4803 | 4808 | 4812 | 4817 |
| 2,1                             | 0,4821        | 5826  | 4830 | 4834 | 4838 | 4842 | 4846 | 4850 | 4854 | 4857 |
| 2,2                             | 0,4861        | 4864  | 4868 | 4871 | 4874 | 4878 | 4881 | 4884 | 4887 | 4890 |
| 2,3                             | 0,4893        | 4896  | 4898 | 4901 | 4904 | 4906 | 4609 | 4911 | 4914 | 4916 |
| 2,4                             | 0,4980        | 4920  | 4922 | 4924 | 4927 | 4929 | 4930 | 4932 | 4934 | 4936 |
| 2,5                             | 0,4937        | 4940  | 4941 | 4943 | 4945 | 4946 | 4948 | 4949 | 4951 | 4952 |
| 2,6                             | 0,4953        | 4955  | 4956 | 4957 | 4957 | 4958 | 4960 | 4961 | 4962 | 4964 |
| 2,7                             | 0,4965        | 4966  | 4967 | 4968 | 4969 | 4970 | 4971 | 4972 | 4973 | 4974 |
| 2,8                             | 0,4974        | 4975  | 4976 | 4977 | 4977 | 4978 | 4978 | 4979 | 4980 | 4981 |
| 2,9                             | 0,4981        | 4982  | 4982 | 4983 | 4984 | 4984 | 4985 | 4985 | 4986 | 4986 |
| 3,0                             | 0,4986        | 4987  | 4987 | 4987 | 4989 | 4989 | 4989 | 4989 | 4990 | 4990 |
| 3,1                             | 0,4990        | 4991  | 4991 | 4991 | 4992 | 4992 | 4992 | 4992 | 4993 | 4993 |
| 3,2                             | 0,4993        | 4993  | 4994 | 4994 | 4994 | 4994 | 4994 | 4995 | 4995 | 4995 |
| 3,3                             | 0,4995        | 4995  | 4995 | 4996 | 4996 | 4996 | 4996 | 4996 | 4996 | 4996 |
| 3,4                             | 0,4997        | 4997  | 4997 | 4997 | 4997 | 4997 | 4997 | 4997 | 4997 | 4998 |
| 3,5                             | 0,4998        | 4998  | 4998 | 4998 | 4998 | 4998 | 4998 | 4998 | 4998 | 4998 |

|     |        |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-----|--------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 3,6 | 0,4998 | 4998 | 4998 | 4999 | 4999 | 4999 | 4999 | 4999 | 4999 | 4999 |
| 3,7 | 0,4999 | 4999 | 4999 | 4999 | 4999 | 4999 | 4999 | 4999 | 4999 | 4999 |
| 3,8 | 0,4999 | 4999 | 4999 | 4999 | 4999 | 4999 | 4999 | 4999 | 4999 | 4999 |
| 3,9 | 0,9999 | 4999 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 |
| 4,0 | 0,5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | 5000 | -    | -    | -    | -    |

\* Тут і далі значення дано після коми.

Значення ймовірностей Р ( $\chi^2$ ) для критерію “ $\chi^2$  –квадрат”

| $\chi^2$ | $\nu$        |              |              |              |              |
|----------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
|          | 1/15         | 2/16         | 3/17         | 4/18         | 5/19         |
| 1        | 0,3173 1,000 | 0,6065 1,000 | 0,8013 1,000 | 0,9098 1,000 | 0,9626 1,000 |
| 2        | 0,1574 1,000 | 0,3679 1,000 | 0,5724 1,000 | 0,7318 1,000 | 0,8491 1,000 |
| 3        | 0,0083 1,000 | 0,2231 1,000 | 0,3916 1,000 | 0,5578 1,000 | 0,7000 1,000 |
| 4        | 0455* 998*   | 1353* 999*   | 2615* 999*   | 4060* 000    | 5494* 000*   |
| 5        | 0254 992     | 0821 996     | 1718 998     | 2873 999     | 4159 999     |
| 6        | 0143 980     | 0498 988     | 1116 993     | 1991 996     | 3062 998     |
| 7        | 0081 958     | 0302 973     | 0719 984     | 1359 990     | 2206 994     |
| 8        | 0047 924     | 0183 949     | 0460 967     | 0916 977     | 1562 987     |
| 9        | 0027 878     | 0111 913     | 0293 940     | 0611 960     | 1091 974     |
| 10       | 0016 820     | 0067 867     | 0186 904     | 0404 932     | 6752 954     |
| 11       | 0009 753     | 0041 810     | 0117 857     | 0266 894     | 0514 824     |
| 12       | 0005 679     | 0015 744     | 0074 800     | 0174 847     | 0348 886     |
| 13       | 0003 602     | 0009 673     | 0046 736     | 0113 792     | 0234 839     |
| 14       | 0002 526     | 0006 599     | 0029 667     | 0073 729     | 0156 784     |
| 15       | 0001 451     | 0003 525     | 0018 596     | 0047 662     | 0104 723     |
| 16       | 0001 382     | 0002 453     | 0011 524     | 0030 592     | 0068 657     |
| 17       | 0000 319     | 0001 386     | 0007 454     | 0019 523     | 0045 590     |
| 18       | - 263        | 0001 324     | 0004 389     | 0012 456     | 0029 522     |
| 19       | - 214        | 0000 269     | 0003 329     | 0008 329     | 0019 457     |
| 20       | - 172        | - 220        | 0002 274     | 0005 333     | 0013 395     |
| 21       | - 137        | - 178        | 0001 226     | 0003 279     | 0008 337     |
| 22       | - 108        | - 143        | 0001 185     | 0002 232     | 0005 284     |
| 23       | - 084        | - 114        | 0000 150     | 0001 191     | 0003 237     |
| 24       | - 065        | - 090        | - 119        | 0001 155     | 0002 196     |
| 25       | - 050        | - 070        | - 095        | 0001 125     | 0001 161     |
| 26       | - 038        | - 054        | - 074        | 0000 100     | 0001 130     |
| 27       | - 029        | - 042        | - 053        | - 079        | 0001 105     |
| 28       | - 022        | - 032        | - 045        | - 062        | 0000 083     |
| 29       | - 016        | - 024        | - 034        | - 048        | - 066        |
| 30       | - 012        | - 018        | - 026        | - 037        | - 052        |
|          |              |              |              |              |              |

\* Тут і далі значення дано після коми.

Критичні значення “ $\chi^2$ –квадрат”

| $\nu$ | Рівень імовірності P |      |       | $\nu$ | Рівень імовірності P |       |       |
|-------|----------------------|------|-------|-------|----------------------|-------|-------|
|       | 0,95                 | 0,99 | 0,999 |       | 0,95                 | 0,99  | 0,999 |
| 1     | 3,8                  | 6,6  | 10,8  | 21    | 32,7                 | 39,9  | 46,7  |
| 2     | 6,0                  | 9,2  | 13,8  | 22    | 33,9                 | 40,3  | 48,3  |
| 3     | 7,8                  | 11,3 | 16,9  | 23    | 35,2                 | 41,6  | 49,7  |
| 4     | 9,5                  | 13,3 | 18,5  | 24    | 36,4                 | 43,0  | 51,3  |
| 5     | 11,1                 | 15,1 | 20,5  | 25    | 37,7                 | 44,3  | 52,6  |
| 6     | 12,6                 | 16,8 | 22,5  | 26    | 38,9                 | 45,6  | 54,1  |
| 7     | 14,1                 | 18,5 | 24,3  | 27    | 40,1                 | 47,0  | 55,5  |
| 8     | 15,5                 | 20,1 | 26,1  | 28    | 41,3                 | 48,3  | 56,9  |
| 9     | 16,9                 | 21,7 | 27,9  | 29    | 42,6                 | 49,6  | 58,3  |
| 10    | 18,3                 | 23,2 | 29,6  | 30    | 43,8                 | 50,9  | 59,7  |
| 11    | 19,7                 | 24,7 | 31,3  | 32    | 46,2                 | 53,5  | 62,4  |
| 12    | 21,0                 | 26,2 | 32,9  | 34    | 48,6                 | 56,0  | 65,20 |
| 13    | 22,4                 | 27,7 | 34,5  | 36    | 51,0                 | 58,6  | 67,9  |
| 14    | 23,7                 | 29,1 | 36,1  | 38    | 53,4                 | 61,6  | 70,7  |
| 15    | 25,0                 | 30,6 | 37,7  | 40    | 55,8                 | 63,7  | 73,4  |
| 16    | 26,3                 | 32,0 | 39,3  | 50    | 67,5                 | 76,2  | 86,4  |
| 17    | 27,6                 | 33,4 | 40,8  | 60    | 79,1                 | 88,4  | 99,6  |
| 18    | 28,9                 | 34,8 | 42,3  | 70    | 90,5                 | 100,4 | 112,3 |
| 19    | 30,1                 | 36,2 | 43,8  | 80    | 101,9                | 112,3 | 124,8 |
| 20    | 31,4                 | 37,6 | 45,3  | 90    | 113,1                | 124,1 | 137,1 |

Критичні значення F-критерію при  $P=0,95$ 

| $\nu_1 \nu_2$ | 1    | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 50   |
|---------------|------|------|------|------|------|------|------|
| 9             | 5,12 | 4,26 | 3,86 | 3,63 | 3,48 | 3,37 | 2,8  |
| 10            | 4,96 | 4,10 | 3,71 | 3,48 | 3,33 | 3,22 | -    |
| 11            | 4,84 | 3,98 | 3,59 | 3,36 | 3,20 | 3,09 | 2,5  |
| 12            | 4,75 | 3,88 | 3,49 | 3,26 | 3,11 | 3,00 | -    |
| 13            | 4,67 | 3,80 | 3,41 | 3,18 | 3,02 | 2,92 | 2,32 |
| 14            | 4,60 | 3,74 | 3,34 | 3,11 | 2,96 | 2,85 | -    |
| 15            | 4,54 | 3,68 | 3,29 | 3,06 | 2,90 | 2,79 | 2,18 |
| 16            | 4,49 | 3,63 | 2,24 | 3,01 | 2,85 | 2,47 | -    |
| 17            | 4,45 | 3,59 | 3,20 | 2,96 | 2,81 | 2,70 | 2,08 |
| 18            | 4,41 | 3,56 | 3,16 | 2,93 | 2,77 | 2,66 | -    |
| 19            | 4,33 | 3,52 | 3,13 | 2,90 | 2,74 | 2,63 | 2,08 |
| 20            | 4,35 | 3,49 | 3,10 | 2,87 | 2,71 | 2,90 | -    |
| 21            | 4,32 | 3,47 | 3,07 | 2,84 | 2,68 | 2,57 | 1,93 |
| 22            | 4,30 | 3,44 | 3,05 | 2,82 | 2,66 | 2,55 | -    |
| 23            | 4,28 | 3,42 | 3,03 | 2,80 | 2,64 | 2,53 | 1,88 |
| 24            | 4,26 | 3,40 | 3,01 | 2,78 | 2,62 | 2,51 | -    |
| 25            | 4,24 | 3,38 | 2,99 | 2,76 | 2,60 | 2,49 | 1,84 |
| 26            | 4,22 | 3,37 | 2,98 | 2,74 | 2,59 | 2,47 | -    |
| 27            | 4,21 | 3,35 | 2,96 | 2,73 | 2,57 | 2,46 | 1,80 |
| 28            | 4,20 | 3,34 | 2,95 | 2,71 | 2,56 | 2,44 | -    |
| 29            | 4,18 | 3,38 | 2,93 | 2,70 | 2,54 | 2,43 | 1,77 |
| 30            | 4,17 | 3,32 | 2,92 | 2,69 | 2,53 | 2,42 | -    |
| 35            | 4,11 | 3,26 | 2,86 | 2,63 | 2,48 | 2,36 | -    |
| 40            | 4,08 | 3,23 | 2,84 | 2,61 | 2,45 | 2,34 | -    |
| 50            | 4,03 | 3,18 | 2,79 | 2,56 | 2,40 | 2,29 | -    |
| 60            | 4,00 | 3,15 | 2,76 | 2,52 | 2,37 | 2,25 | -    |
| $\infty$      | 3,84 | 2,99 | 2,60 | 2,37 | 2,21 | 2,09 | -    |

Примітка.  $\nu_1, \nu_2$  - число ступенів вільності варіації відповідно для великої і малої дисперсій.

**Критичні значення F-критерію при P=0,99**

| $\nu_1 \nu_2$ | 1     | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 50   |
|---------------|-------|------|------|------|------|------|------|
| 9             | 10,56 | 8,02 | 6,99 | 6,42 | 6,06 | 5,80 | 4,51 |
| 10            | 10,04 | 7,56 | 6,55 | 5,99 | 5,64 | 5,39 | -    |
| 11            | 9,65  | 7,20 | 6,22 | 5,67 | 5,32 | 5,07 | 3,80 |
| 12            | 9,38  | 6,93 | 5,95 | 5,41 | 5,06 | 4,82 | -    |
| 13            | 9,07  | 6,70 | 5,74 | 5,20 | 4,86 | 4,62 | 3,7  |
| 14            | 8,86  | 6,51 | 5,56 | 5,03 | 4,69 | 4,46 | -    |
| 15            | 8,68  | 6,36 | 5,42 | 4,89 | 4,56 | 4,32 | 3,07 |
| 16            | 8,53  | 6,23 | 5,29 | 4,77 | 4,44 | 4,20 | -    |
| 17            | 8,40  | 6,11 | 5,18 | 4,67 | 4,34 | 4,10 | 2,86 |
| 18            | 8,26  | 6,01 | 5,09 | 4,58 | 4,25 | 4,01 | -    |
| 19            | 8,18  | 5,93 | 5,01 | 4,50 | 4,17 | 3,94 | 2,70 |
| 20            | 8,10  | 5,85 | 4,94 | 4,43 | 4,10 | 3,87 | -    |
| 21            | 8,02  | 5,78 | 4,87 | 4,37 | 4,04 | 3,81 | 2,58 |
| 22            | 7,94  | 5,72 | 4,87 | 4,31 | 3,99 | 3,75 | -    |
| 23            | 7,88  | 5,66 | 4,76 | 4,26 | 3,94 | 3,71 | 2,48 |
| 24            | 7,82  | 5,61 | 4,72 | 4,22 | 3,90 | 3,67 | -    |
| 25            | 7,77  | 5,57 | 4,68 | 4,18 | 3,86 | 3,63 | 2,40 |
| 26            | 7,72  | 5,53 | 4,64 | 4,14 | 3,82 | 3,59 | -    |
| 27            | 7,68  | 5,49 | 4,60 | 4,11 | 3,78 | 3,56 | 2,33 |
| 28            | 7,64  | 5,45 | 4,57 | 4,07 | 3,75 | 3,53 | -    |
| 29            | 7,60  | 5,42 | 4,54 | 4,04 | 3,73 | 3,50 | 2,27 |
| 30            | 7,56  | 5,39 | 4,61 | 4,02 | 3,70 | 3,47 | -    |
| 35            | 7,42  | 5,27 | 4,40 | 3,91 | 3,59 | 3,37 | -    |
| 40            | 7,01  | 5,18 | 4,33 | 3,63 | 3,51 | 8,29 | -    |
| 50            | 7,17  | 5,06 | 4,20 | 3,72 | 3,41 | 3,19 | -    |
| 60            | 7,08  | 4,98 | 4,18 | 3,65 | 3,34 | 3,12 | -    |
| $\infty$      | 6,64  | 4,60 | 3,78 | 3,32 | 3,02 | 2,80 | -    |

Примітка.  $\nu_1, \nu_2$  - число ступенів вільності варіації відповідно для великої і малої дисперсій.

**Критичне значення коефіцієнта кореляції  $r_{yx}$** 

| Кількість одиниць спостереження | Рівень імовірності Р |        |
|---------------------------------|----------------------|--------|
|                                 | 0,95                 | 0,99   |
| 10                              | 0,5760               | 0,7079 |
| 11                              | 0,5529               | 0,6835 |
| 12                              | 0,5324               | 0,6614 |
| 13                              | 0,5139               | 0,6411 |
| 14                              | 0,4973               | 0,6226 |
| 15                              | 0,4821               | 0,6055 |
| 16                              | 0,4683               | 0,5897 |
| 17                              | 0,4555               | 0,5751 |
| 18                              | 0,4438               | 0,5614 |
| 19                              | 0,4329               | 0,5487 |
| 20                              | 0,4227               | 0,5368 |
| 25                              | 0,3809               | 0,4869 |
| 30                              | 0,3494               | 0,4487 |
| 35                              | 0,3246               | 0,4182 |
| 40                              | 0,3014               | 0,3932 |
| 45                              | 0,2875               | 0,3721 |
| 50                              | 0,2732               | 0,3541 |
| 60                              | 0,2500               | 0,3248 |
| 70                              | 0,2319               | 0,3017 |
| 80                              | 0,2172               | 0,2830 |
| 90                              | 0,2030               | 0,2673 |
| 100                             | 0,1946               | 0,2540 |

## Вихідна інформація до індивідуальних завдань

| №№<br>п/п | Площа<br>сільськогос-<br>подарських<br>угідь, га | Продуктив-<br>ність<br>праці, тис.<br>грн. | Годинна<br>оплата<br>праці, грн. | Рівень<br>рентабель-<br>ності<br>виробницт-<br>ва, % | Прибуток,<br>тис. грн. | Отримано<br>валової<br>продукції<br>на 100 га,<br>тис. грн. | Рівень<br>механізації<br>виробничих<br>процесів,<br>% | Фондо-<br>озброєність<br>, тис. грн. |
|-----------|--------------------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------------------|------------------------------------------------------|------------------------|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|--------------------------------------|
| А         | 1                                                | 2                                          | 3                                | 4                                                    | 5                      | 6                                                           | 7                                                     | 8                                    |
| 1         | 2684                                             | 26,3                                       | 6,12                             | 21                                                   | 174,34                 | 15,39                                                       | 5,95                                                  | 39,15                                |
| 2         | 2387                                             | 19,9                                       | 4,95                             | 16                                                   | 154,95                 | 15,41                                                       | 14,67                                                 | 36,88                                |
| 3         | 2970                                             | 26,3                                       | 5,41                             | 25                                                   | 169,61                 | 17,51                                                       | 32,7                                                  | 43,06                                |
| 4         | 2813                                             | 27,5                                       | 5,75                             | 19                                                   | 201,35                 | 13,97                                                       | 29,05                                                 | 39,22                                |
| 5         | 2892                                             | 25,1                                       | 5,29                             | 21                                                   | 202,35                 | 14,29                                                       | 13,62                                                 | 41,54                                |
| 6         | 2204                                             | 21,9                                       | 5,33                             | 22                                                   | 190,24                 | 11,58                                                       | 6,45                                                  | 30,26                                |
| 7         | 2592                                             | 23,0                                       | 6,15                             | 19                                                   | 175,04                 | 14,81                                                       | 59,87                                                 | 38,34                                |
| 8         | 2543                                             | 20,9                                       | 4,18                             | 18                                                   | 197,45                 | 12,88                                                       | 14,98                                                 | 42,07                                |
| 9         | 2240                                             | 22,4                                       | 3,88                             | 26                                                   | 136,22                 | 16,45                                                       | 47,18                                                 | 41,72                                |
| 10        | 2026                                             | 11,2                                       | 5,64                             | 16                                                   | 180,53                 | 11,22                                                       | 39,70                                                 | 26,53                                |
| 11        | 2741                                             | 23,6                                       | 5,46                             | 18                                                   | 194,52                 | 14,09                                                       | 40,69                                                 | 37,64                                |
| 12        | 2974                                             | 24,5                                       | 6,41                             | 14                                                   | 215,43                 | 13,80                                                       | 22,56                                                 | 37,49                                |
| 13        | 3443                                             | 18,7                                       | 5,71                             | 24                                                   | 133,00                 | 25,89                                                       | 60,61                                                 | 51,82                                |
| 14        | 3318                                             | 27,7                                       | 5,92                             | 14                                                   | 224,07                 | 14,81                                                       | 21,66                                                 | 40,58                                |
| 15        | 3108                                             | 26,3                                       | 5,74                             | 15                                                   | 230,63                 | 13,70                                                       | 20,86                                                 | 38,47                                |
| 16        | 2933                                             | 16,1                                       | 3,98                             | 18                                                   | 235,01                 | 12,48                                                       | 10,87                                                 | 41,40                                |

## Продовження додатку М

| A  | 1    | 2    | 3    | 4  | 5      | 6     | 7     | 8     |
|----|------|------|------|----|--------|-------|-------|-------|
| 17 | 2359 | 21,1 | 5,96 | 17 | 217,19 | 10,80 | 35,53 | 34,38 |
| 18 | 3102 | 16,0 | 4,52 | 15 | 186,93 | 16,59 | 51,05 | 46,67 |
| 19 | 2812 | 14,6 | 6,19 | 18 | 161,78 | 17,38 | 37,97 | 41,60 |
| 20 | 1958 | 15,3 | 7,74 | 24 | 161,82 | 12,10 | 42,44 | 33,54 |
| 21 | 2267 | 16,0 | 5,08 | 17 | 174,33 | 13,00 | 39,73 | 40,2  |
| 22 | 2520 | 10,4 | 7,33 | 28 | 179,65 | 14,02 | 44,89 | 40,02 |
| 23 | 2002 | 18,9 | 5,63 | 14 | 201,18 | 5,95  | 26,82 | 38,45 |
| 24 | 2210 | 14,1 | 6,77 | 18 | 183,3  | 12,06 | 67,74 | 36,62 |
| 25 | 2231 | 17,6 | 6,47 | 18 | 253,95 | 8,78  | 19,79 | 35,94 |
| 26 | 2245 | 19,2 | 6,48 | 16 | 265,13 | 8,47  | 15,69 | 37,14 |
| 27 | 2042 | 24,3 | 6,17 | 17 | 206,22 | 9,90  | 19,43 | 31,60 |
| 28 | 2087 | 24,8 | 7,58 | 20 | 192,93 | 10,82 | 17,95 | 31,35 |
| 29 | 2185 | 24,5 | 6,32 | 18 | 192,53 | 11,35 | 23,19 | 33,61 |
| 30 | 2604 | 22,7 | 6,20 | 16 | 265,06 | 9,82  | 22,54 | 39,37 |
| 31 | 2495 | 23,9 | 7,63 | 23 | 209,23 | 11,93 | 31,80 | 35,04 |
| 32 | 2130 | 23,7 | 7,27 | 20 | 181,08 | 11,76 | 16,99 | 35,60 |
| 33 | 2025 | 23,6 | 6,16 | 19 | 181,82 | 11,14 | 16,86 | 34,35 |
| 34 | 1986 | 22,9 | 6,54 | 19 | 253,74 | 7,83  | 19,73 | 30,00 |
| 35 | 2180 | 20,2 | 5,83 | 16 | 184,65 | 11,81 | 50,15 | 40,56 |
| 36 | 2516 | 30,1 | 5,97 | 22 | 192,91 | 13,04 | 37,25 | 38,36 |
| 37 | 2386 | 26,5 | 5,82 | 20 | 176,47 | 13,52 | 25,81 | 38,85 |
| 38 | 2227 | 28,9 | 6,90 | 21 | 196,84 | 11,31 | 12,06 | 38,93 |
| 39 | 2066 | 21,9 | 5,98 | 17 | 209,94 | 9,98  | 65,32 | 37,20 |

## Продовження додатку М

| A  | 1    | 2    | 3    | 4  | 5      | 6     | 7     | 8     |
|----|------|------|------|----|--------|-------|-------|-------|
| 40 | 2248 | 21,4 | 4,61 | 17 | 206,55 | 10,88 | 14,57 | 42,66 |
| 41 | 2394 | 21,9 | 5,43 | 19 | 207,01 | 11,56 | 29,60 | 38,54 |
| 42 | 2350 | 16,9 | 5,96 | 16 | 358,96 | 6,57  | 22,63 | 33,74 |
| 43 | 2294 | 14,6 | 6,70 | 16 | 202,17 | 11,35 | 0,39  | 37,55 |
| 44 | 1859 | 21,2 | 5,54 | 20 | 172,95 | 10,75 | 10,64 | 36,24 |
| 45 | 1734 | 18,2 | 6,05 | 21 | 156,18 | 11,11 | 28,89 | 25,91 |
| 46 | 2102 | 19,4 | 6,70 | 23 | 188,30 | 11,17 | 23,16 | 26,74 |
| 47 | 2264 | 14,3 | 7,60 | 17 | 186,71 | 12,13 | 7,19  | 29,66 |
| 48 | 2825 | 21,9 | 6,33 | 24 | 186,80 | 15,13 | 20,93 | 44,18 |
| 49 | 2341 | 19,6 | 7,96 | 18 | 192,35 | 12,17 | 2,12  | 30,83 |
| 50 | 2127 | 21,8 | 7,22 | 19 | 172,88 | 12,31 | 14,44 | 31,70 |
| 51 | 2630 | 21,3 | 6,53 | 15 | 197,88 | 13,29 | 28,81 | 43,04 |
| 52 | 2517 | 22,0 | 7,55 | 23 | 201,53 | 12,49 | 73,20 | 36,68 |
| 53 | 2181 | 25,1 | 5,70 | 18 | 176,91 | 12,33 | 13,34 | 36,42 |
| 54 | 2526 | 20,7 | 7,66 | 17 | 222,56 | 11,35 | 8,29  | 38,00 |
| 55 | 2476 | 10,1 | 6,12 | 22 | 226,83 | 10,91 | 12,35 | 46,16 |
| 56 | 2195 | 18,8 | 5,56 | 19 | 185,28 | 11,85 | 32,04 | 31,17 |
| 57 | 2211 | 14,5 | 5,14 | 22 | 232,17 | 9,52  | 35,06 | 37,22 |
| 58 | 2412 | 15,8 | 6,34 | 15 | 211,14 | 11,42 | 5,58  | 35,03 |
| 59 | 2822 | 17,8 | 4,91 | 20 | 130,25 | 21,66 | 47,30 | 42,10 |
| 60 | 2298 | 22,3 | 6,10 | 23 | 148,45 | 15,48 | 62,77 | 33,19 |
| 61 | 2498 | 22,3 | 7,53 | 19 | 190,11 | 13,14 | 21,10 | 31,49 |
| 62 | 2670 | 21,3 | 4,54 | 20 | 171,64 | 15,55 | 16,25 | 38,08 |

## Продовження додатку М

| A  | 1    | 2    | 3    | 4  | 5      | 6     | 7     | 8     |
|----|------|------|------|----|--------|-------|-------|-------|
| 63 | 2482 | 23,8 | 6,58 | 20 | 165,79 | 14,98 | 15,83 | 38,71 |
| 64 | 2500 | 19,1 | 4,48 | 20 | 210,83 | 11,86 | 28,63 | 32,10 |
| 65 | 2570 | 18,1 | 5,04 | 17 | 178,73 | 14,38 | 35,27 | 40,52 |
| 66 | 3119 | 24,5 | 4,97 | 16 | 192,72 | 16,18 | 37,67 | 44,50 |
| 67 | 3126 | 23,1 | 5,00 | 17 | 210,42 | 14,86 | 50,68 | 46,26 |
| 68 | 3181 | 22,2 | 6,68 | 15 | 230,62 | 13,79 | 9,27  | 41,97 |
| 69 | 2470 | 26,8 | 6,18 | 17 | 194,24 | 12,73 | 39,47 | 37,54 |
| 70 | 3068 | 23,8 | 6,32 | 17 | 209,15 | 14,64 | 6,72  | 40,18 |
| 71 | 2952 | 27,4 | 5,84 | 14 | 182,24 | 16,20 | 66,03 | 36,17 |
| 72 | 2946 | 27,1 | 6,15 | 18 | 196,72 | 14,98 | 45,91 | 38,18 |
| 73 | 2878 | 21,7 | 5,30 | 17 | 180,84 | 15,92 | 34,97 | 36,54 |
| 74 | 2829 | 26,7 | 5,70 | 18 | 195,48 | 14,47 | 11,90 | 37,84 |
| 75 | 1625 | 23,1 | 7,28 | 35 | 147,66 | 11,01 | 47,92 | 29,13 |
| 76 | 2064 | 16,5 | 5,41 | 18 | 192,13 | 10,74 | 8,97  | 37,11 |
| 77 | 2720 | 27,0 | 6,77 | 14 | 208,21 | 13,06 | 18,78 | 40,77 |
| 78 | 2766 | 34,6 | 6,72 | 20 | 207,48 | 13,33 | 11,45 | 37,04 |
| 79 | 2672 | 29,9 | 6,47 | 21 | 182,76 | 14,62 | 51,65 | 48,56 |
| 80 | 2847 | 26,2 | 6,71 | 17 | 199,53 | 14,27 | 47,41 | 40,28 |
| 81 | 2963 | 21,9 | 5,71 | 17 | 202,33 | 14,65 | 8,70  | 45,25 |
| 82 | 2472 | 25,3 | 6,05 | 18 | 205,23 | 12,04 | 56,52 | 39,02 |
| 83 | 2484 | 26,7 | 6,30 | 17 | 203,60 | 12,20 | 38,10 | 34,95 |
| 84 | 2559 | 23,9 | 5,39 | 20 | 182,20 | 14,04 | 33,54 | 37,94 |
| 85 | 2615 | 25,4 | 7,53 | 16 | 194,74 | 13,43 | 14,42 | 43,11 |

## Продовження додатку М

| A   | 1    | 2    | 3     | 4  | 5      | 6     | 7     | 8     |
|-----|------|------|-------|----|--------|-------|-------|-------|
| 86  | 2621 | 25,4 | 5,66  | 19 | 189,62 | 13,82 | 29,60 | 38,88 |
| 87  | 2650 | 25,7 | 6,10  | 27 | 129,59 | 20,45 | 49,40 | 42,60 |
| 88  | 3199 | 26,5 | 6,67  | 17 | 214,28 | 14,93 | 47,74 | 42,87 |
| 89  | 3137 | 24,7 | 7,00  | 14 | 185,24 | 16,93 | 50,60 | 45,59 |
| 90  | 3090 | 26,5 | 6,38  | 21 | 191,71 | 16,12 | 43,66 | 45,74 |
| 91  | 3018 | 28,9 | 6,11  | 18 | 208,64 | 14,47 | 19,06 | 41,53 |
| 92  | 2103 | 21,0 | 5,34  | 20 | 196,94 | 10,68 | 29,76 | 36,52 |
| 93  | 2500 | 17,4 | 37,47 | 19 | 198,98 | 13,86 | 8,58  | 35,62 |
| 94  | 2575 | 17,7 | 5,26  | 16 | 21,71  | 12,05 | 24,04 | 36,59 |
| 95  | 2198 | 20,8 | 5,49  | 21 | 191,97 | 11,45 | 14,02 | 38,71 |
| 96  | 2409 | 19,2 | 5,77  | 20 | 182,96 | 13,17 | 16,01 | 40,33 |
| 97  | 2246 | 21,4 | 5,43  | 18 | 195,21 | 11,50 | 18,70 | 41,50 |
| 98  | 2502 | 19,3 | 6,80  | 22 | 185,72 | 13,48 | 22,52 | 36,12 |
| 99  | 2209 | 22,1 | 5,24  | 27 | 153,50 | 14,39 | 32,49 | 35,60 |
| 100 | 2416 | 20,3 | 5,22  | 18 | 197,80 | 12,22 | 20,96 | 36,81 |

Функція нормованого відхилення (функція Лапласа)  $f(t)=P(|t| \leq t_r)$ 

| Цілі і<br>десяткові<br>частки $t$ | Соті частки $t$ |       |      |      |      |      |      |      |      |      |
|-----------------------------------|-----------------|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|
|                                   | 0               | 1     | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
| 0,0                               | 0,0000          | 0080* | 0160 | 0239 | 0319 | 0399 | 0478 | 0558 | 0638 | 0717 |
| 0,1                               | 0,0797          | 0876  | 0955 | 1034 | 1113 | 1192 | 1271 | 1350 | 1428 | 1507 |
| 0,2                               | 0,1585          | 1663  | 1741 | 1819 | 1897 | 1974 | 2051 | 2128 | 2205 | 2282 |
| 0,3                               | 0,2358          | 2434  | 2510 | 2536 | 2661 | 2737 | 2812 | 2866 | 2960 | 3035 |
| 0,4                               | 0,2108          | 3182  | 3255 | 3228 | 3401 | 3473 | 3545 | 3616 | 3688 | 3759 |
| 0,5                               | 0,3829          | 3899  | 3969 | 4039 | 4108 | 4177 | 4245 | 4313 | 4381 | 4448 |
| 0,6                               | 0,4515          | 4581  | 4647 | 4713 | 4778 | 4843 | 4907 | 4971 | 5035 | 5098 |
| 0,7                               | 0,5161          | 5223  | 5285 | 5346 | 5407 | 5467 | 5527 | 5587 | 5646 | 5705 |
| 0,8                               | 0,5763          | 5821  | 5878 | 5935 | 5991 | 6047 | 6102 | 6157 | 6211 | 6265 |
| 0,9                               | 0,6319          | 6372  | 6424 | 6476 | 6528 | 6579 | 6629 | 6779 | 6779 | 6778 |
| 1,0                               | 0,6827          | 6875  | 6923 | 6970 | 7017 | 7063 | 7109 | 7154 | 7199 | 7243 |
| 1,1                               | 0,7287          | 7330  | 7373 | 7415 | 7457 | 7499 | 7540 | 7580 | 7620 | 7660 |
| 1,2                               | 0,7699          | 7737  | 7775 | 7813 | 7850 | 7887 | 7923 | 7959 | 7994 | 8029 |
| 1,3                               | 0,8064          | 8098  | 8132 | 8165 | 8198 | 8230 | 8262 | 8293 | 8324 | 8355 |
| 1,4                               | 0,8385          | 8415  | 8444 | 8473 | 8501 | 8529 | 8557 | 8554 | 8611 | 8638 |
| 1,5                               | 0,8664          | 8600  | 8715 | 8740 | 8764 | 8789 | 8812 | 8836 | 8859 | 8882 |
| 1,6                               | 0,8904          | 8926  | 8948 | 8969 | 8990 | 9011 | 9031 | 9051 | 9070 | 9090 |
| 1,7                               | 0,9109          | 9127  | 9146 | 9164 | 9181 | 9199 | 9216 | 9233 | 9249 | 9265 |
| 1,8                               | 0,9281          | 9297  | 9312 | 9327 | 9342 | 9357 | 9371 | 9385 | 9399 | 9412 |
| 1,9                               | 0,9426          | 9439  | 9451 | 9464 | 9476 | 9488 | 9500 | 9512 | 9523 | 9534 |
| 2,0                               | 0,9545          | 9556  | 9566 | 9576 | 9596 | 9696 | 9625 | 9516 | 9625 | 9534 |
| 2,1                               | 0,9643          | 9651  | 9660 | 9668 | 9676 | 9684 | 9692 | 9700 | 9707 | 9715 |
| 2,2                               | 0,9722          | 9729  | 9736 | 9743 | 9749 | 9756 | 9762 | 9768 | 9774 | 9780 |
| 2,3                               | 0,9786          | 9791  | 9797 | 9802 | 9807 | 9812 | 9817 | 9822 | 9827 | 9832 |
| 2,4                               | 0,9836          | 9841  | 9845 | 9849 | 9853 | 9857 | 9861 | 9865 | 9868 | 9872 |
| 2,5                               | 0,9876          | 9879  | 9883 | 9886 | 9882 | 9892 | 9895 | 9908 | 9904 | 9904 |
| 2,6                               | 0,9907          | 9910  | 9912 | 9915 | 9917 | 9920 | 9922 | 9924 | 9926 | 9928 |
| 2,7                               | 0,9931          | 9933  | 9935 | 9937 | 9939 | 9940 | 9942 | 9944 | 9946 | 9974 |
| 2,8                               | 0,9949          | 9951  | 9952 | 9953 | 9955 | 9956 | 9958 | 9959 | 9960 | 9961 |
| 2,9                               | 0,9963          | 9964  | 9965 | 9966 | 9967 | 9968 | 9969 | 9970 | 9971 | 9972 |
| 3,0                               | 0,9973          | 9974  | 9975 | 9976 | 9976 | 9977 | 9978 | 9979 | 9979 | 9980 |
| 3,1                               | 0,9981          | 9981  | 9982 | 9982 | 9982 | 9983 | 9984 | 9985 | 9985 | 9986 |
| 3,5                               | 0,9995          | 9996  | 9996 | 9996 | 9996 | 9996 | 9996 | 9996 | 9997 | 9997 |
| 3,6                               | 0,9997          | 9997  | 9997 | 9997 | 9997 | 9997 | 9997 | 9997 | 9998 | 9998 |
| 3,7                               | 0,9998          | 9998  | 9998 | 9998 | 9998 | 9998 | 9998 | 9998 | 9998 | 9998 |
| 3,8                               | 0,9999          | 9999  | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 |
| ...                               | ...             | ...   | ...  | ...  | ...  | ...  | ...  | ...  | ...  | ...  |
| 4,0                               | 0,9999          | 9999  | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 | 9999 |

\* Тут і далі значення дано після коми.