

• ”

• ”

• •

192 ()

621.926
691.421.2

. . , ,

. . ,

. . , ,

. . , ,

. . , ,

.

. . .

(8 30 2024 .)

. . , . .

() , 192

. , 2024.185 .

, , , ,

. ,

, .

. , .

192 ()

- " " , ,

ЗМІСТ

ЗМІСТ	3
1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ	5
1.1. Коротка характеристика основних стадій технологічного процесу	5
1.2. Класифікація основних процесів	12
2. ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ, ПРОЦЕСІВ I	16
2.1. Основні принципи системного аналізу	16
2.2. Метод подібності як основа дослідження	24
2.3. Теореми подібності. Метод аналізу розмірностей	27
2.4. Моделювання як метод наукового дослідження. Основні принципи моделювання	34
2.5. Загальні принципи аналізу і розрахунку процесів. Ізоморфність рівнянь переносу	38
3. МЕХАНІЧНІ ПРОЦЕСИ I	42
3.1. Процеси подрібнення в промисловості будівельних матеріалів. Класифікація подрібнювачів	42
3.2. Основні закони подрібнення	46
3.3. Теоретична та істинна міцність матеріалу	50
3.4. Фізико-хімічна активація процесу подрібнення	64
3.5. Кінетика подрібнення і розмелення	65
3.6. Методи механічної класифікації грубозернистих і дисперсних матеріалів	69
4. ГІДРОМЕХАНІЧНІ ПРОЦЕСИ I	80
4.1. Загальні положення	80
4.2. Гідростатика. Диференціальні рівняння рівноваги Ейлера	83
4.3. Основне рівняння гідростатики і його практичне застосування	84
4.4. Гідродинаміка. Основні визначення	86
4.5. Ламінарний і турбулентний рух рідини	87
4.6. Розподіл швидкостей і витрата рідини в потоці	89
4.7. Рівняння нерозривності потоку	92
4.8. Диференціальні рівняння Ейлера і Нав'є-Стокса	95
4.9. Рівняння Бернуллі	99
4.10. Гідравлічні опори в трубопроводах	101
4.11. Зовнішня задача гідродинаміки	107

4.12. Осадження частинок під дією сили тяжіння	110
4.13. Змішана задача гідродинаміки	112
4.14. Гідродинаміка зваженого шару	114
4.15. Плівкова текучість рідини і барботаж	116
4.16. Потік неньютонівських рідин.....	118
4.17. Пневмо- та гідротранспорт	125
5. ТЕПЛОВІ ПРОЦЕСИ I	139
5.1 Основи теплопередачі	139
5.2. Теплообмін при зміні агрегатного стану.....	148
5.3. Зовнішній і внутрішній теплообмін.....	155
5.4 Рушійна сила теплових процесів	158
5.5. Класифікація установок для теплової обробки будівельних матеріалів.....	161
6. ОСНОВИ МАСОПЕРЕДАЧІ	165
6.1. Класифікація масообмінних процесів	165
6.2. Механізм і рушійна сила масообмінних процесів.....	166
6.3. Основні закони масопередачі	173
6.4. Масопередача у твердій фазі. Переміщення вологи в капілярно-пористих тілах	177
Список літератури	184

1. ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

1.1. Коротка характеристика основних стадій технологічного процесу

Промисловість нашої країни включає в себе ряд взаємопов'язаних галузей, що охоплюють як сферу матеріального виробництва, так і невиробничу сферу діяльності людей.

Галузь промисловості – це сукупність підприємств, спеціалізованих на випуску однорідної продукції. Основними ознаками, за якими підприємства об'єднуються в галузі промисловості, є насамперед єдність призначення продукції, що випускається і спільність (більша або менша) використовуваної сировини та матеріалів, а також подібність технологічних процесів.

Промисловість будівельних матеріалів охоплює різні за своїм характером виробництва. Деякі з них за вказаними ознаками мають між собою мало спільного. Проте всі ці виробництва об'єднують призначення продукції, що випускається - застосування її в будівництві.

Технологія – це наука про методи і способи переробки сировини в предмети споживання. Технологія будівельних матеріалів як прикладна наука базується на наукових даних фізики, хімії, механіки та інших природничих наук.

Будь-який технологічний процес являє собою сукупність взаємопов'язаних основних, допоміжних і обслуговуючих процесів.

Основним технологічним процесом є такий, в результаті якого предмети праці перетворюються на готову продукцію, характерну для даного підприємства. Процес виробництва якого-небудь будівельного матеріалу складається з окремих *стадій* або *етапів*, які, в свою чергу, поділяються на ряд технологічних операцій, що виконуються для даного виробництва в суворо визначеній послідовності.

Технологічна операція складається з окремих елементів, що представляють собою закінчену трудову дію, і характеризується незмінністю об'єкта обробки, робочого місця і виконавців. Залежно від ступеня технологічного оснащення процесу операції можуть бути ручні, машинні, автоматичні та апаратні. *Ручні операції* виконуються з використанням простого та механізованого інструменту. *Машинні операції* здійснюються за допомогою машин при безперервній участі робітників. *Автоматичні операції* протікають без участі робітника або тільки під його наглядом. *Апаратні операції* (машинні і автоматичні) характеризуються виконанням технологічного процесу в спеціальних агрегатах. Участь робітника в цьому випадку зводиться до перевірки дотримання технологічних режимів, а також до виконання завантажувальних та розвантажувальних робіт.

Пояснимо наведену класифікацію на прикладі виробництва залізобетонних плит перекриття конвеєрним способом. Технологія їх виготовлення складається з окремих операцій, що включають приготування бетонної суміші (технологічні операції з дозування і завантаження компонентів у бетонозмішувач, безпосередньо перемішування їх, вивантаження), формування виробів (операції з підготовки форми, укладання в неї арматури і бетону, ущільнення бетону), тепловологу обробку (операція по завантаженню виробів в камеру, пропарювання їх і вивантаження), додаткові процеси (наприклад, доведення плит). Такі операції, як очищення і змащення форм, укладання арматури, розпалубка виробів, зачищення дрібних сколів готових виробів у прийнятій технології, є, як правило, ручними. На більшості наших заводів дозування і перемішування компонентів бетону, формування виробів є механізованими операціями, що виконуються при постійній участі робітників. На провідних підприємствах ці ж операції, а також теплова обробка виробів автоматизовані і протікають лише під наглядом оператора.

Всі перераховані механізми і автоматичні операції є апаратними, оскільки протікають на спеціалізованих установках і в агрегатах, призначених для виконання тієї чи іншої операції.

Допоміжні процеси характеризуються отриманням продукції, що не є основною для даного підприємства (ремонт обладнання і оснащення, виробництво електроенергії, пара і т. д.).

Обслуговуючі процеси створюють умови для здійснення основних і допоміжних процесів (внутрішньозаводське транспортування, система технічного контролю і т. п.).

Незважаючи на все різноманіття випуску окремих видів будівельних матеріалів, в їх технології можна виділити ряд основних загальних технологічних операцій, характерних для виробництва більшості виробів. Але деякі з операції можуть бути відсутніми, навіть при виробництві одного і того ж матеріалу, але за різною технологією. Однак загальна послідовність окремих стадій технологічного процесу для переважної більшості будівельних матеріалів зберігається без істотних змін.

Послідовність основних операцій у промисловості будівельних матеріалів представлена на схемі.

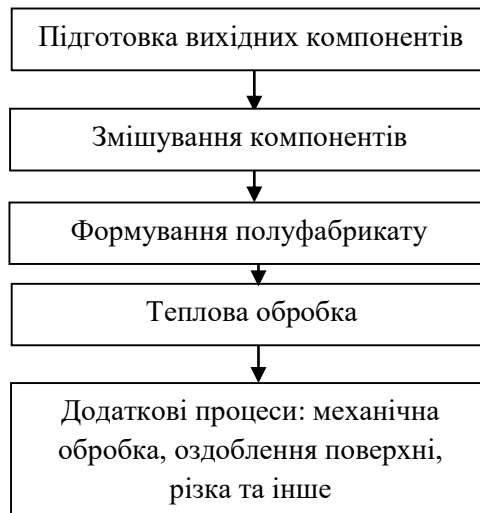


Рис. 1.1 Схема виготовлення будівельних матеріалів

Розглянемо зазначену послідовність операцій на прикладі виготовлення абсолютно різнотипної продукції – лицьової керамічної цегли та залізобетонного настилу перекриття.

Підготовчі операції при виготовленні цегли пов’язані з попередньою обробкою глиняної сировини. Надходить з кар’єру глина зазвичай непридатна для формувань кераміки, тому її попередня підготовка полягає в руйнуванні природної структури, видаленні кам’янистих включень і подрібненні. Залежно від прийнятого способу підготовки глини і її початкової (кар’єрної) вологості глину попередньо висушують або звожують. На залізобетонні заводи сировина (щебінь, пісок, цемент), як правило, надходить вже в готовому вигляді. Попередня підготовка їх зводиться лише до підігріву заповнювачів у зимовий час, а іноді до помелу цементу. На деяких підприємствах пісок, видобутий гідравлічним способом, попередньо підсушують.

Операція зі змішування компонентів при виготовленні цегли часто поєднується з підготовчими операціями з подрібнення глини. При цьому в глину вводять опріснюючі, пластифікуючі і вигораючі добавки. Тип добавок і їх кількість визначаються необхідними технологічними властивостями маси. Перемішування може бути самостійною технологічною операцією, не пов’язаною з попередньою підготовкою кар’єрних глин. При виробництві залізобетонних виробів ретельне перемішування компонентів – щебню, піску, цементу, води і різних добавок – необхідна і відповідна операція. За інших однакових умов добра гомогенізація суміші визначає якість одержуваного виробу.

Формування має на меті одержати виріб заданої форми при необхідній щільності. Для більшості будівельних матеріалів простежується чітка залежність $R_{ст} = f(\rho)$, де $R_{ст}$ – межа міцності при стиску; ρ – густина.

Наприклад, при однаковому фазовому складі черепка залежність міцності цегли $R_{ст}$ від його коефіцієнта щільності $k_{щ}$ виражається

формулою (за М.І.Роговим) $R_{ст} = R_0 k^3$, де R_0 – межа міцності при стиску абсолютно щільного черепка; $k_{щ}$ – коефіцієнт щільності, $k_{щ} = \rho / \rho_0$; ρ і ρ_0 – відповідно об’ємна густина та дійсна густина керамічного черепка. Для щільних бетонів ця залежність представлена графічно на рисунку 1.2. Згідно з графіком, зменшення коефіцієнта ущільнення $k_{ущ}$ з 0,98 до 0,95 знижує міцність бетону майже на 20%. ($k_{ущ} = \rho_{\phi} / \rho_T$, де ρ_{ϕ} – фактична густина ущільненого бетону; ρ_T – теоретична густина, розрахована по витраті матеріалів на 1 м³ бетону).

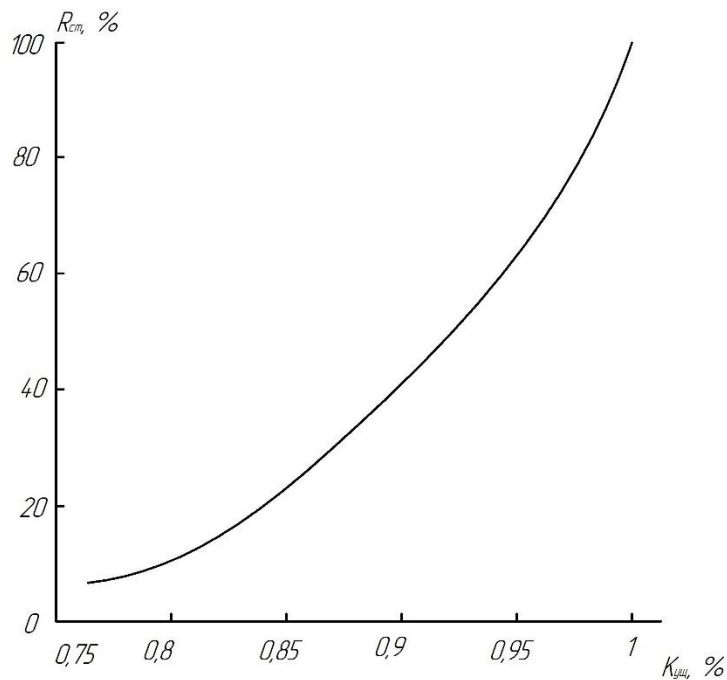


Рис.1.2 Залежність міцності бетону від ступеня ущільнення

У розглянутому прикладі міцність є важливою, але не єдиною характеристикою матеріалу. Для цегли, наприклад, водопоглинання, що характеризує відкриту пористість, повинно бути не менше 6% і не більше 12–14%, а морозостійкість (також залежить від пористості) – не менше 25 циклів.

Оскільки необхідне водопоглинання і мінімальна вологість формувальної маси – величини одного порядку, при формуванні цегли слід прагнути отримати масу максимальної щільності. Для залізобетонних настилів перекриття подібних обмежень по максимальній щільності немає, тому при їх формуванні також слід прагнути отримати вироби якомога більш високої щільності.

Теплова обробка цегли розділяється на два етапи: сушка і випал. Після формування вироби з глини зазвичай мають вологість вище допустимої при випалюванні. Завданням сушки є видалення зайвої води в можливо короткі терміни без порушення цілісності сирцю. Інтенсивність сушіння залежить як від властивостей матеріалу – його структури, характеру зв’язку вологи з

матеріалом, міцності і теплофізичних властивостей, так і від параметрів теплоносія – його температури, відносної вологості і швидкості переміщення щодо поверхні, що висушується.

Оптимальний режим повинен забезпечити отримання виробів із заданою вологістю і без дефектів в можливо короткі терміни і з найменшими витратами енергії.

При випалюванні відбувається видалення залишкової вологи, вигорання органічних домішок, дегідратація глинистих мінералів, модифікаційні перетворення кремнезему, розкладання карбонатів, реакції в твердому стані, поява рідкої фази, спікання черепка та ін.

В результаті випалення керамічні вироби здобувають необхідні властивості – міцність, водо- і морозостійкість та ін. Дефекти випалу незворотні і тому в значній мірі визначають якість готової продукції – її сорт і розмір браку.

Зазвичай на практиці ступінь спікання керамічного черепка характеризують водопоглинанням (рис. 1.3.). Оскільки водопоглинання лицьової керамічної цегли повинно бути не менше 6%, випал сирцю ведуть при температурі 950 – 1100 °С в залежності від виду використаної сировини. Режими випалу характеризуються зміною температури при випалюванні (температурний режим) і газовим середовищем в печі в часі (газовий режим). Оптимальні температурний і газовий режими для періодів нагріву, витримки та охолодження встановлюють дослідним шляхом. Відомо, що для забезпечення дисоціації карбонатів при випалюванні в перший період необхідно створювати сильно окислювальне середовище (надлишок кисню до 10%), а в кінці випалу для забезпечення більш повного спікання – відновне середовище при надлишку кисню до 1%. Середовище вважається нейтральним при надлишку кисню 1,5– 2%, окисленою – 2 – 3% і більше.

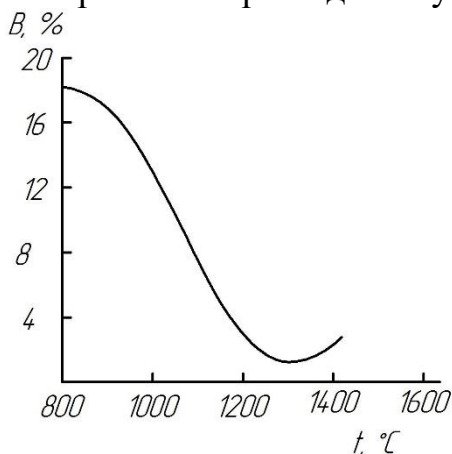


Рис. 1.3. Залежність водопоглинання B керамічного черепка від температури t^0 випалу

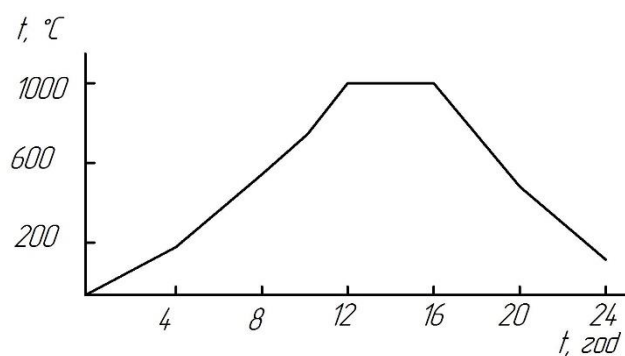


Рис. 1.4. Крива випалу цегли в тунельній печі

На рисунку 1.4 представлена характерна температурна крива випалювання цегли в тунельній печі. Наприкінці зони випалу на кривій вказаний температурна ділянка при $t_{const} = t_{max}$. Витримка при кінцевій температурі випалу забезпечує вирівнювання температур по перерізу виробу. Вона необхідна для завершення процесу спікання. У цей період небезпечні як місцеві перегріву, які викликають розм'якшення і деформацію виробів, так і недостатній прогрів, наслідком якого є недопал окремих ділянок садки або одиничного виробу. У період охолодження при температурі 600 – 500 °С спад кривої сповільнюється. Це викликано модифікаційними перетвореннями кварцу, які при швидкому охолодженні можуть викликати появу у виробі дрібних тріщин.

Теплову обробку бетону здійснюють пропарюванням при нормальному або підвищеному тиску (автоклавування), електропрогріванням або інфрачервоним прогріванням. При розглянутій нами технології теплову обробку настилів, як правило, виробляють при нормальному тиску в тунельних (щілинних) пропарювальних камерах, де в якості джерела теплоти використовується або насичений водяний пар, або ТЕНи. В обох випадках середовище повинно мати високу відносну вологість, що запобігає можливість пересушування бетону. Теплова обробка має на меті прискорити фізико-хімічні процеси твердіння мінерального в'язучого.

Під час цієї операції в бетоні протікають конструктивні та деструктивні процеси. Перші, з підвищенням температури, виражаються у прискоренні хімічних реакцій взаємодії в'язучого з водою. У результаті в короткі терміни виникають ті ж цементуючі новоутворення, що і при нормальному твердінні, однак в більш тривалий період – через 7-10 діб. Деструктивні процеси розвиваються в бетоні в результаті змін температури і вологості виробів у процесі теплової обробки.

Якщо прогриваючим середовищем є пар, то в період підйому температури він конденсується на поверхні виробу, збільшуючи вологість зовнішніх шарів. У результаті в цей період у виробі виникають температурні і вологісні градієнти, що викликають переміщення вологи всередині виробу. При охолодженні зовнішні шари виробу швидше охолоджуються і втрачають вологу, ніж внутрішні шари. У цей період відбувається міграція вологи від центру до поверхні, що сприяє утворенню в бетоні спрямованої капілярної пористості і шкідливо відбивається на ряді його властивостей.

В обох випадках – при нагріванні і охолодженні – наявність градієнтів температури і вологості може призвести до утворення тріщин і порушення контактів між цементним каменем і заповнювачем. Тому оптимальним режимом пропарювання вважається той, при якому в як найкоротші терміни можна отримати вироби із заданою міцністю при мінімальних порушеннях у структурі бетону.

Тривалість і максимальна температура основного періоду (ізотермічної витримки) визначається видом в'язучої речовини і водоцементним відношенням (рис. 1.5).

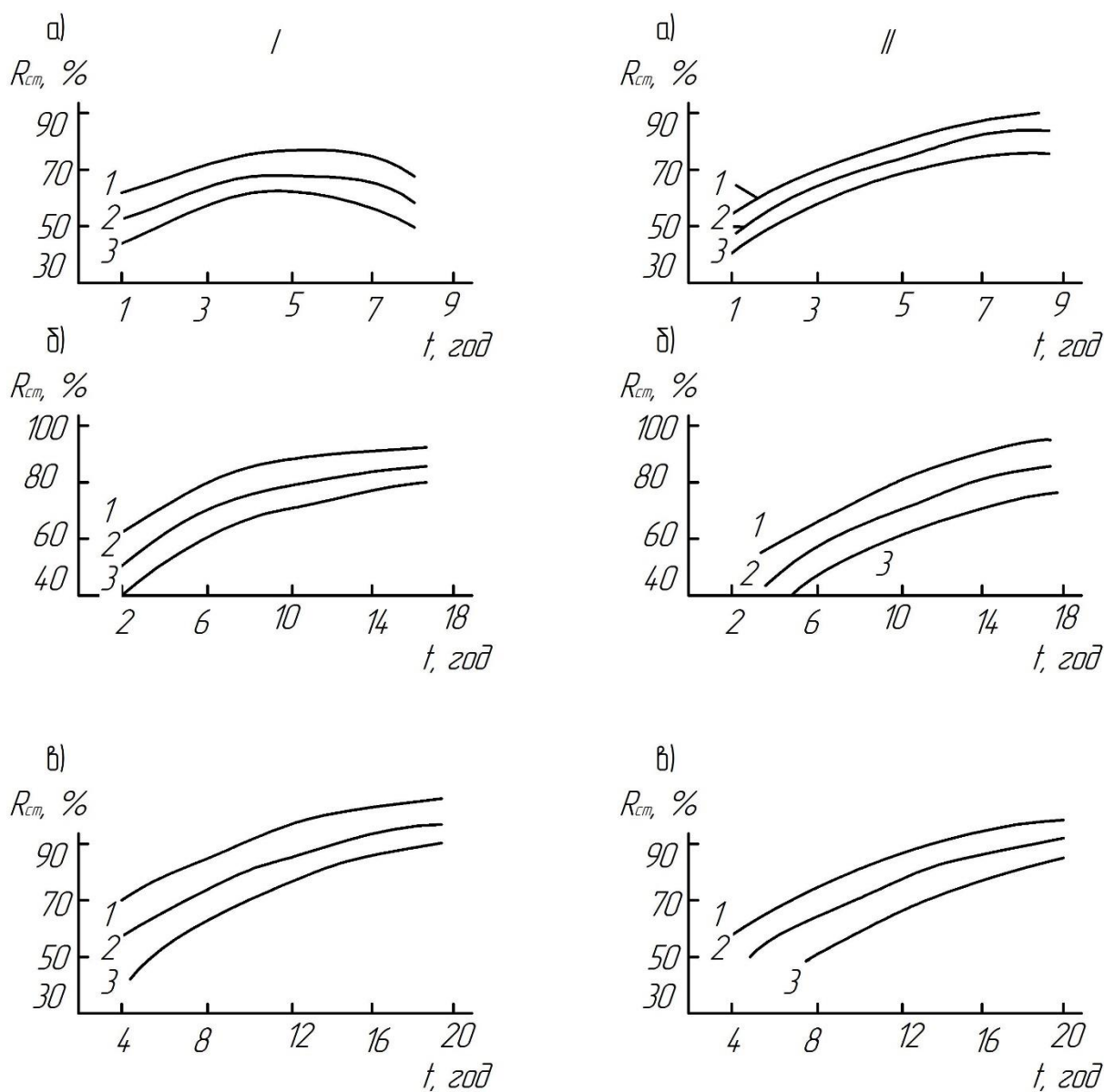


Рис. 1.5 Інтенсивність приросту міцності бетону $R_{ст}$ (% від R_{28} нормального твердіння) при ізотермічному прогріві: I – бетон на портландцементі; II – теж саме, тільки на шлакопортландцементі: а) прогрів при 100°C ; б) теж саме, при 80°C ; в) теж саме, при 60°C : 1 – В/Ц=0,4; 2 – В/Ц=0,5; 3 – В/Ц=0,6

Додаткові операції при виробництві цегли в основному полягають у відбракуванні виробів – часткової вибірки недопалу або перепалу, а також виробів, що мають порушення фактури. Для залізобетонних настилів до цієї технологічної операції належать операції з оздоблення поверхні, закладенні раковин, сколів і т. д.

Перелік основних технологічних операцій характерний і для виробництва інших видів будматеріалів, – наприклад для виробів з пластмас, деревини і т. д.

На закінчення необхідно підкреслити: вибір технологічних режимів окремих операцій специфічний не лише для кожного конкретного виду виробу, а й часто зумовлюється попередніми операціями. Він також залежить як від властивостей самого матеріалу на даній стадії переробки, так і властивостей навколишнього середовища, наприклад, високе водоцементне відношення і великий вологовміст суміші зумовлює вибір змішуючого агрегату (бетономішувач гравітаційної дії), призначення м'яких режимів теплової обробки при подовженому періоді ізотермічної витримки. Наявність на підприємстві пропарювальних камер, де тепловологісна обробка здійснюється в середовищі насиченим водяною парою при температурі 100°C, обмежує застосування звичайного і швидкотверднучого портландцементів і дає можливість застосовувати дешевші шлако- або пуцоланові портландцементи.

1.2. Класифікація основних процесів

Класифікація основних процесів в технології будівельних матеріалів може бути проведена на основі різних ознак.

Далі наведено види процесів в залежності від швидкості їх протікання.

Механічні процеси, основою яких є механічний вплив на вихідні матеріали, описаний законами механіки твердих тіл. До механічних процесів відносяться подрібнення, класифікація (сортування), змішування і транспортування твердих компонентів. Ці процеси застосовуються в основному для підготовки сировини і в деяких випадках при кінцевій обробці готового продукту (шліфування облицювального природного каменю).

Гідромеханічні процеси, швидкість яких визначається законами гідродинаміки – наукою про рух рідин і газів. Рушійною силою процесу є гідростатичний і гідродинамічний тиск. До гідромеханічних процесів відносяться переміщення і перемішування рідин і газів, розділення рідких неоднорідних систем під дією сил тяжіння і відцентрових сил (відстоювання і центрифугування), а також рух твердих тіл в рідині або газі (наприклад, приготування литих керамічних мас, рух димових газів у сушарках, центрифугування бетонної суміші, сушка в киплячому шарі і завислому стані (останні приклади можна віднести і до теплових і масообмінних процесів).

У загальному випадку віднесення тієї чи іншої технологічної операції до елементарного процесу залежить від його цілеспрямованості. Оскільки процес сушіння полягає в дифузійному видаленні вологи, його включають в клас масообмінних процесів. Однак швидкість осадження часток

підкорюється законам гідродинаміки, що необхідно враховувати при розрахунках і конструюванні апаратів для сушіння в киплячому шарі або в завислому стані.

Теплові та масообмінні процеси, швидкість яких визначається законами теплопередачі – науки про способи поширення теплоти, і законами молекулярної дифузії. В технології будівельних матеріалів ці процеси, як правило, протікають одночасно. Типовим прикладом таких процесів є сушка. Як вже вказувалося, видалення вологи з матеріалу підкоряється законам масообміну. Однак з метою прискорення цього процесу матеріал зазвичай нагрівають. Швидкість же передачі теплоти від гріючого агенту (теплоносія) до поверхні матеріалу і швидкість поширення теплоти в середовищі самого матеріалу визначаються законами теплопередачі. Швидкість самих теплових процесів значною мірою залежить від гідродинамічних умов (швидкостей і режимів течії гріючого агенту), при яких здійснюється перенесення теплоти. Тому, хоча сушка і відноситься до масообмінних процесів, при конструюванні сушильних установок доводиться враховувати закони гідродинаміки і теплопередачі.

Хімічні процеси, що протікають зі швидкістю, яка визначається законами хімічної кінетики. Отримання багатьох будівельних матеріалів пов'язано з різними хімічними перетвореннями вихідних компонентів. Такі, наприклад, реакції полімеризації і поліконденсації в технології органічних будівельних матеріалів, реакції гідратації при твердінні цементу. Ці процеси вивчаються в спеціальних курсах і в даному випадку не розглядаються. В окремих розділах курсу розглядається лише вплив ряду фізико-хімічних і хімічних процесів на протікання механічних, гідромеханічних і масообмінних процесів і на окремі стадії технологічного процесу.

Наприклад, поверхневі явища, утворення структур в дисперсних системах, явища тиксотропії і т. д. впливають як на швидкість протікання елементарних процесів, так і на вибір технологічних режимів окремих операцій технології.

За способом організації основні процеси в технології будівельних матеріалів підрозділяються на періодичні і безперервні. Історично, як правило, періодичні процеси передують безперервним. Найчастіше це пояснюється малими масштабами виробництва.

Періодичні процеси проводяться в установках, які характеризуються тим, що всі стадії процесу протікають в одному місці, але в різний час. Прикладом може служити автоклавна обробка бетону – типовий хімічний процес, пов'язаний з гідратацією в'язучого, ускладнений масообмінними (початковим зволоженням з подальшим випаровуванням вологи в кінці процесу) і теплообмінними процесами (нагріванням і охолодженням матеріалу). Технологія автоклавної обробки складається з наступних стадій: завантаження автоклава, підйому температури з одночасним підйомом тиску в автоклаві, ізотермічної витримки, охолодження і вивантаження.

Вироби під час автоклавування знаходяться на місці і в різні часові періоди піддаються різним температурним обробкам. По закінченні автоклавування всі технологічні операції повторюються.

Таким чином, періодичні процеси характеризуються несталим станом в часі, тобто в будь-якій точці маси оброблюваного матеріалу або в будь-якому перетині апарату окремі фізичні величини або параметри (концентрація гідратованих мінералів цементного клінкеру в розчині, температура матеріалу і середовища автоклава, тиск в автоклаві, теплоємність матеріалу та ін.), що характеризують процес і стан речовини, що піддається переробці, змінюються в часі.

Безперервні процеси характеризуються єдністю часу протікання окремих стадій процесу, але здійснюваних в різних місцях установки або в різних установках, які виконують одну технологічну операцію. Внаслідок встановленого стану в будь-якій точці маси оброблюваного матеріалу при будь-якому перетині безперервно діючого апарату фізичні величини або параметри протягом усього часу протікання процесу залишаються незмінними. Характерним прикладом такого процесу може служити тепловологісна обробка бетону в щільних пропарювальних камерах. Як і в першому прикладі, процес хімічний, ускладнений масообмінним і тепловим процесами. У будь-який період часу характеристика середовища і оброблюваної маси в певній точці установки залишаються практично постійною (при правильній організації технологічного процесу).

Безперервні процеси мають значні переваги перед періодичними:

- велику продуктивність;
- можливість спеціалізації апаратури для кожної стадії процесу;
- стабілізації процесу в часі;
- поліпшення якості готового продукту або напівфабрикату;
- можливість здійснення повної механізації і автоматизації, що дозволяє скоротити, а в багатьох випадках і взагалі виключити застосування ручної праці.

Тому в даний час у всіх технічних галузях прагнуть перейти від періодичних до безперервних виробничих процесів.

Періодичні та безперервні процеси характеризуються тривалістю (t) і періодом (T). *Тривалість процесу* – час, що необхідний для завершення всіх стадій процесу, починаючи від моменту завантаження і закінчуючи вивантаженням готового продукту або напівфабрикату. *Період процесу* – час від початку завантаження вихідного матеріалу даної партії до початку завантаження матеріалу наступної партії. Частка від розподілу тривалості процесу на період процесу (t/T) носить назву ступеню безперервності процесу. Для періодичного – період процесу $T > 0$ і ступінь безперервності $t/T \leq 1$. Для безперервного – період процесу $T \rightarrow 0$ і ступінь безперервності $\rightarrow \infty$.

Пояснимо ці положення наступним прикладом. Нехай однакові залізобетонні вироби одного й того ж складу бетону пропарюються в першому випадку – в тунельній камері періодичної дії, в другому – в тунельній камері безперервної дії, при чому температура і вологість середовища в обох випадках однакові. Час витримки виробів в камерах (t_1 і t_2) визначається швидкістю хімічних реакцій компонентів цементного клінкеру і межею темпу нагріву та охолодження виробів. Для отримання виробів однакової якості (в даному випадку однакової міцності) час тепловологої обробки має бути однаковим, тобто $t_1 = t_2$. Тоді для періодичної камери тривалість процесу

$$t_{\Pi} = t_1 + t'_3 + t'_B \quad (1.1)$$

де t'_3 і t'_B – час, необхідний для завантаження і вивантаження камери. Період процесу

$$T_{\Pi} = t_1 + t'_3 + t'_B \quad (1.2)$$

тобто $t_{\Pi} = T_{\Pi}$ і ступінь безперервності

$$\frac{t_{\Pi}}{T_{\Pi}} = 1. \quad (1.3)$$

На практиці ступінь безперервності періодичної камери менше 1, оскільки потрібно додатковий час на закривання і відкривання дверей камери, а іноді і на її чистку. Для камери безперервної дії $t_{\Pi} = t_2 + t''_3 + t''_B$, тобто $t_{\Pi} \rightarrow t_2$ і $T_{\Pi} \rightarrow 0$, тоді $\frac{t_{\Pi}}{T_{\Pi}} \rightarrow \infty$.

Комбіновані процеси являють собою або безперервний процес, окремі стадії якого проводяться періодично, або такий періодичний процес, одна або кілька стадій якого проводяться безперервно. Ці процеси зустрічаються і в технології будівельних матеріалів.

Різниця між періодичними і безперервними процесами стосується тільки способу організації самого процесу та його апаратного оформлення. Фізико-хімічна сутність процесу незмінна і не залежить від конструкції агрегату. Так, у розглянутому прикладі призначення процесу – прискорення гідралічного твердіння мінерального в'язучого – не залежить від того, в якому апараті воно відбувається: в тунельній пропарювальній камері періодичної дії або в тунельній пропарювальній камері безперервної дії.

2. ОСНОВИ МОДЕЛЮВАННЯ СИСТЕМ, ПРОЦЕСІВ І

2.1. Основні принципи системного аналізу

Науково-технічний прогрес заснований на тісному взаємозв'язку теорії і експерименту. Чим швидше розвивається теорія і чим більше накопичується наукова інформація, тим швидше повинні розвиватися експериментальні методи і тим більш тонкими і узагальнюючими вони повинні бути. Експеримент був і залишається істотним інструментом пізнання. Для інженера експеримент не тільки полегшує підхід до вивчення тієї чи іншої проблеми, але і є засобом конкретного вирішення технічних завдань.

Головне в науковому дослідженні полягає не тільки в збиранні фактів та їх узагальненні, а й у виявленні причин здійснення цих фактів, їх природи, зв'язку і залежності від інших фактів і явищ. Тому кожна власна методика досліджень в конкретній галузі техніки повинна обов'язково передбачати вивчення процесів в статичі (граничних станах), кінетиці (виявлення характеру рушійних сил) і динаміці (зміна параметрів у часі під дією рушійних сил). Спільне вивчення статичі процесів, їх кінетики та динаміки дає можливість встановити взаємозв'язок між попереднім і наступним ступенями процесу, встановити причини, які спонукають розвиток як окремих стадій, так і процесу в цілому.

Сучасний підхід до вирішення технологічних завдань заснований на принципах системного аналізу. Згідно з цими принципами технологічний процес розглядається як складна система, що складається з елементів різних рівнів деталізації, починаючи від молекулярного і закінчуючи окремим процесом.

Сутність системи неможливо зрозуміти, розглядаючи тільки властивості окремих елементів; для неї ще суттєвим є як спосіб взаємодії елементів між собою, так і взаємодію елементів або системи в цілому з навколишнім середовищем. Аналіз елементарних процесів не дає ще можливості судити про яку-небудь стадію технологічного процесу в цілому, точно так само, як і аналіз окремих стадій процесу без виявлення взаємозв'язку між ними і з навколишнім середовищем, не дає можливості судити про весь технологічний процес.

При аналізі технологічного виробництва (цеху, заводу, комбінату) прийнято виділяти кілька рівнів ієрархії, між якими існують відносини співвідпорядкованості. На першому рівні знаходяться елементарні процеси технології (хімічні, масообмінні, теплові, механічні, гідромеханічні), а на вищих – елементи, які можуть бути виділені по якихось ознаках, наприклад по адміністративно-господарських чи виробничих (цехи, виробництва, підприємства і т. д.). При аналізі окремого процесу в якості елементів або ступенях ієрархії можуть виступати явища на макро- і мікрорівнях, що в

сукупності визначають цільову функцію процесу, наприклад хімічне перетворення, теплообмін і т. д. Основна ідея системного аналізу якраз і полягає в застосуванні загальних принципів поділу (декомпозиції) системи на окремі елементи і встановлення зв'язків між ними, у визначенні мети дослідження та визначення етапів для досягнення цієї мети.

Предметом вивчення даного курсу є наступні системи:

- елементарні процеси;
- основні стадії технологічного процесу, як правило, представляють собою сукупність декількох елементарних процесів;
- технологічний процес виробництва матеріалів в цілому,
- сам результат виробництва – будівельний матеріал як система.

Системний підхід до дослідження технологічних процесів має мету отримання оцінок функціонування процесу на будь-якому рівні декомпозиції і здійснюється в кілька етапів. Окремий елемент системи залежно від поставленої мети може розглядатися як окрема система з більш деталізованими рівнями декомпозиції.

Академік В.В. Кафаров виділяє чотири основні етапи системного дослідження процесу.

1. Змістовний і якісний аналізи об'єкта виробляються для виявлення рівнів декомпозиції, окремих елементів і зв'язків між ними. Встановлення рівнів ієрархії, вибір елементів здійснюються виходячи із загальної мети дослідження та ступеня вивченості процесу.

2. Формалізація наявних знань про елементи і їх взаємодії і представлення цих знань робиться у вигляді математичних моделей. Джерелом знань зазвичай служать фундаментальні закони та експериментальні дані. Створюючи математичну модель дослідник формалізує розглянутий процес, представляючи його у вигляді математичного зв'язку між вхідними та вихідними параметрами. Точність відтворення сутності розглянутого процесу на моделі буде залежати від ступеня вивченості його.

3. Математичне моделювання як метод дослідження (класифікація моделей і загальні принципи моделювання викладені нижче) в даний час набув широкого поширення. Його застосування безпосередньо пов'язано з ЕОМ. Поєднуючи переваги теоретичних і експериментальних методів дослідження, – математичне моделювання дозволяє не тільки досліджувати явища, недоступні цим методам (в силу складності математичного опису або неможливості технічної реалізації), але й узагальнювати результати на основі багаторазового використання моделі і робити прогнози про можливу поведінку процесу при зміні визначальних параметрів. Математичне моделювання – це відтворення реально протікаючих явищ на моделі. Адекватність, тобто відповідність результатів моделювання з експериментальними даними, отриманими на реальному об'єкті, визначається рівнем знань про процес і обґрунтованістю прийнятих

припущень. Математична модель являє собою сукупність математичного опису та алгоритму рішення (рис. 2.1). Алгоритм повинен бути доведений до конкретної реалізації, тобто до отримання кількісного зв'язку між параметрами в результаті виконання програми на комп'ютері.

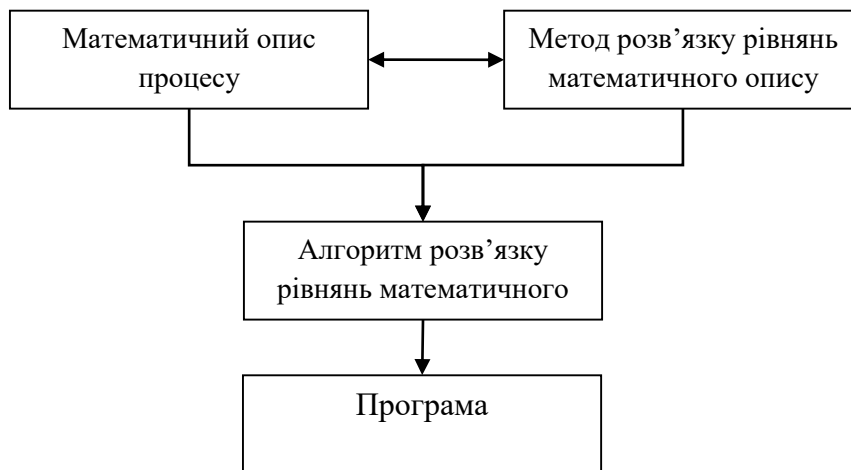


Рис. 2.1 Структура математичної моделі.

4. Ідентифікація математичних моделей елементів полягає у визначенні невідомих параметрів та оцінці параметрів стану об'єкта.

Явища, що визначають процеси хімічного перетворення, дифузійного, конвективного і турбулентного перенесення речовини, розподілу матеріальних і теплових потоків за своєю природою, є імовірнісними. Детерміновані фундаментальні закони відображають лише загальний характер явища при сукупності обмежень і припущень. І в той же час, будучи основним апаратом при побудові математичних моделей процесу, для вирішення конкретного завдання вони потребують кількісної оцінки ймовірності звернення акту взаємодії на мікро- і макрорівнях.

Отримати більш реальні характеристики процесу можна лише після проведення корекції параметрів моделі виходячи з заданого критерію, за експериментальними даними. Ідентифікація математичної моделі є однією з основних задач моделювання технологічних процесів, і її рішення, особливо для нелінійних систем, практично неможливо без застосування ЕОМ.

Отже, розглядаючи технологічний процес як складну систему, необхідно враховувати взаємодію її з зовнішнім середовищем і внутрішні взаємодії окремих елементів системи. На рис. 2.2 представлена схема зовнішніх зв'язків системи (прямокутник – символ системи, що аналізують). Зовнішні впливи, що діють на систему, – входи, або фактори, – позначені через h , x , z . Результати функціонування системи, тобто впливу системи на зовнішній світ, – виходи, або відгуки (мається на увазі відгук системи на взаємодію факторів), – позначені через y . Залежно від конкретних завдань зазвичай до виходів відносять такі показники, як

продуктивність, якісні показники продукту, економічні показники функціонування системи і т. д.

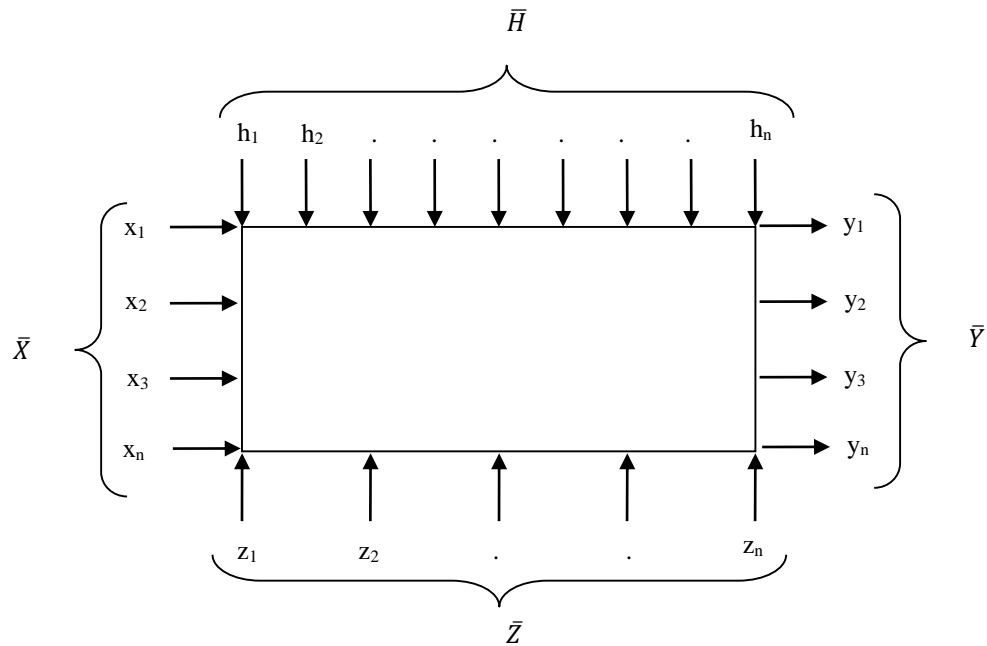


Рис. 2.2 Схема зовнішніх зв'язків систем:

$h_1, h_2, \dots, h_n; x_1, x_2, \dots, x_n; z_1, z_2, \dots, z_n; y_1, y_2, \dots, y_n$ – зовнішні зв'язки; $\bar{H}, \bar{X}, \bar{Z}, \bar{Y}$ – їх вектори; $\bar{H}, \bar{X}, \bar{Z}$ – входи; \bar{Y} – виходи; \bar{H}, \bar{X} – контрольовані; \bar{Z} – неконтрольовані; \bar{H} – контрольовані та регульовані; \bar{H} – контрольовані не регульовані

Часто для стислості сукупність факторів $h_1, h_2, \dots, h_n; x_1, x_2, \dots, x_n; z_1, z_2, \dots, z_n; y_1, y_2, \dots, y_n$; позначають відповідно через $\bar{H}, \bar{X}, \bar{Z}, \bar{Y}$ і називають векторами факторів h, x, z, y . Нехай з трьох ($\bar{H}, \bar{X}, \bar{Z}$) входів \bar{H} , і \bar{X} , контрольовані, тобто вплив на систему ми контролюємо (вимірюємо) у процесі її функціонування. При цьому чинники \bar{X} – контрольовані, але не регульовані, тобто відомі (вимірювані), але не змінювані довільно. Нерегульованість частини входів може бути пов'язана з труднощами регулювання. Наприклад, практично неможливо змінити співвідношення діаметру і довжини сушильного барабана в процесі його роботи. Однак це було б вкрай бажано при зміні, наприклад, розміру і вологості висушеного матеріалу, для забезпечення максимальної продуктивності. Іноді організувати регулювання технічно можливо, але це настільки ускладнює систему управління процесом, що воліють залишати нерегульованими ті з факторів, які впливають слабкіше інших.

Контрольовані й регульовані входи (вектор \bar{H}) – це той вплив, який змінюють, щоб керувати системою. Тому їх звичайно називають керуючими факторами або управліннями.

І нарешті, неконтрольовані фактори (вектор \bar{Z}) – вплив на систему, що знаходиться поза нашим контролем. Причини не контролюваності факторів можуть бути різні:

1) об'єкт може бути погано вивчений, тому невідомо, що даний фактор суттєво впливає на функціонування системи;

2) ми можемо просто не вміти контролювати який-небудь фактор, хоча і знаємо, що він суттєво впливає на роботу системи. Найбільш характерний приклад цьому – індивідуальність і душевний стан людини, що працює з системою. Наприклад, бетонозмішувальне відділення заводу оснащено автоматизованими дозаторами компонентів бетонної суміші із звуковою або світловою сигналізацією про вихід з ладу системи дозування. Оператор або за своєї індивідуальності, або за сьогоднішнім душевним станом не зміг своєчасно зреагувати на сповіщення системи. Результат – випадкове порушення складу бетонної суміші, що несе за собою зміну одного з вихідних параметрів вектора \bar{Y} – якісних характеристик виробу (бетону);

3) найбільш поширена причина, по якій не контролюється безліч вхідних впливів: кожен вплив з цієї множини занадто слабкий, щоб його варто було контролювати. З іншого боку, впливів так багато, що всі їх контролювати практично неможливо, а сукупність впливів може виявитися досить відчутною. Цей вплив носить випадковий характер не контролюючи входи \bar{Z} , неможливо передбачити, як вони вплинуть на вихідні чинники системи в той чи інший момент. Зазвичай вплив – неконтрольованих факторів називають шумом, його облік необхідний в більшості технологічних завдань. Джерело шуму може бути закладено і всередині системи, але він все одно відбивається на виходах системи. Вплив шуму на виробництві проявляється в випадкових збуреннях режиму, в експериментальних дослідженнях – у випадкових помилках дослідів.

Математичний опис функціонування системи в загальному вигляді представляють системою рівнянь типу

$$y_i = f_i(\bar{H}, \bar{X}, \bar{Z}) \quad (2.1)$$

Принципово кожне з рівнянь визначає залежність i -го виходу від усіх вхідних впливів. Оскільки фактори \bar{Z} не відомі, встановити вид функції f_i неможливо. Тоді вдаються до такого прийому: з великою чи меншою мірою наближення систему рівнянь (2.1) представляють у вигляді

$$y_i = \varphi_i(\bar{H}, \bar{X}) + \psi_i(\bar{Z}) \quad (2.2)$$

з наступним встановленням виду функції φ_i та оцінки шуму – ψ_i .

Часто під математичною моделлю розуміють саме сукупність функцій φ_i , (\bar{H}, \bar{X}) , виділяючи оцінку шуму в окрему задачу (про яку треба завжди пам'ятати, особливо при відповідальних підходах до вирішення конкретних завдань), тобто

$$y_i = \varphi_i(\overline{H}, \overline{X}). \quad (2.3)$$

Виходячи з узагальненої технологічної схеми виробництва будівельного матеріалу (див. розділ 1), можна представити схему зовнішніх зв'язків технологічного процесу як систему з деталізацією за основними технологічними операціями. Ця схема представляє з'єднання як би окремих блоків (див. рис. 2.2), розташованих у технологічній послідовності окремих операцій, при цьому відгуки попереднього блоку представляють входи наступного. Вихід попереднього блоку може бути як керованим, так і некерованим входом подальшого блоку. Зазвичай система спрощується винятком вектора \overline{Z} , тобто математична модель представляється системою рівнянь типу (2.3).

Вид цієї функції можна отримати з двох різних підходів.

1. Структурний підхід. Для створення математичної моделі системи досліджують складові системи елементи і характер їх взаємодії. Стосовно до технологічного процесу це означає розшифрування його механізму не тільки на стадії блоків за рисунком 2.3, але і на більш низькому рівні – не вище елементарних процесів. Наприклад, для процесу виробництва збірного залізобетону така модель на фізичній мові містить перш за все уявлення про механізми реакції гідратації, характеру руху потоків, процесах перенесення теплоти та речовини і про їх взаємний вплив. Записавши цю схему мовою математики, отримують в загальному вигляді систему рівнянь (описують процес), в яку входять деякі поки що не відомі коефіцієнти (тепло- і масопереносу, константи швидкості реакцій і т. д.), які називають параметрами моделі. Їх встановлюють експериментально. На жаль, в технології будівельних матеріалів таких рівнянь в повному обсязі поки ще немає.

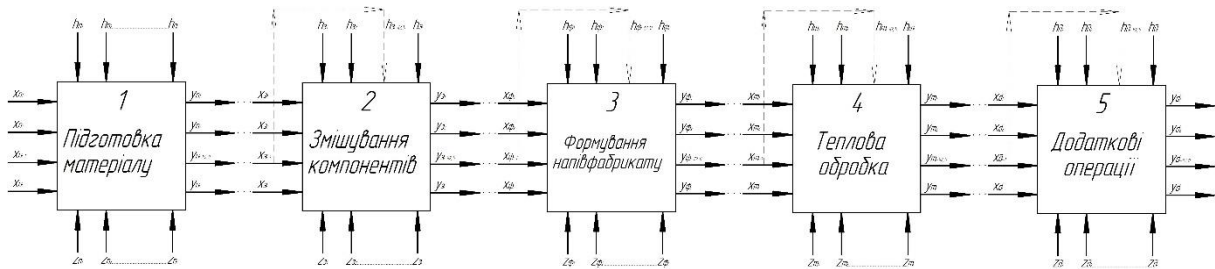


Рис. 2.3 Блок-схема зовнішніх зв'язків технологічного процесу виробництва будівельних матеріалів

2. Емпіричний підхід (або метод чорного ящика) полягає в наступному. Припустимо, що внутрішні взаємозв'язки розглядають системи, приховані від нас (вони як би укладені в чорний ящик).

Але це зовсім не означає, що про систему нічого неможливо дізнатися і головне що нею не можна управляти. У такої системи є важливі контакти – входи і виходи, якими можна скористатися для аналізу та управління нею. Для нього потрібно змінити значення входів і встановити, як при цьому будуть змінюватися вихідні параметри. Встановлення кожної такої

залежності є не що інше, як експеримент. Провівши певну кількість експериментів, результати їх можна описати емпіричним рівнянням (або системою рівнянь), яке і буде математичною моделлю системи.

Довгий час в науці панувало переконання, що істинним науковим є лише структурний підхід, а підхід емпіричний – це щось неповноцінне, другорядне допоміжне, щось таке, що придатне лише в практичних завданнях, а також на початковому етапі наукового дослідження; істинна ж наука починається з встановлення механізму, з розшифрування структури. Одним з плідних положень кібернетики є твердження того, що в багатьох завданнях метод чорного ящика може виявитися основним способом дослідження, що це повноправний науковий метод і що в кожному конкретному випадку треба оцінити переваги і недоліки обох підходів.

Необхідно підкреслити, що в будь-якому реальному випадку є елементи того чи іншого підходу.

Як би добре не був вивчений об'єкт дослідження, в досить важких випадках його реальний опис не можна побудувати на чисто теоретичній основі. Якись параметри завжди доведеться визначати дослідним шляхом. Мало того, досвідом доведеться і перевіряти відповідність між побудованою моделлю і оригіналом, тобто адекватність моделі. У той же час будь-який емпіричний опис обов'язково відображає механізм досліджуваного процесу. Тому в практичних завданнях при розгляді системи застосовуються як фундаментальні рівняння (структурний підхід), так і експериментально виведені залежності (емпіричний підхід).

Основною перевагою емпіричного методу є простота. Особливо істотно вона позначається при вивченні складних процесів. Наприклад, розглянемо бетон як систему. Зовнішні зв'язки цієї (як і всякої іншої) системи складаються з контрольованих і регульованих входів – склад, ряд технологічних параметрів (час перемішування і вібрування суміші, температура і тривалість обробки їх і т. д.), контрольованих, але не регульованих входів – активність цементу, зерновий склад заповнювачів (що надійшло на завод, то практично і треба використовувати), деякі технологічні параметри (наприклад, амплітуда коливань бетонної суміші), ряд експлуатаційних впливів (наприклад, температурні умови служби бетону), випадкові входи – хімічна забрудненість сировини, більшість експлуатаційних впливів і т. п.

Відгуками цієї системи, як правило, є міцнісні, деформативні, теплофізичні характеристики матеріалу і його довговічність. В даний час ми багато чого знаємо про вплив вхідних на вихідні чинники, наприклад $R_6 = \varphi\left(R_c; \frac{B}{C}\right)$; $R_6 = f(t, t^0)$; $R_{Мрз} = \psi\left(R_6; \frac{B}{C}; c\right)$ і т. д., де R_6 і R_c – відповідно міцність бетону та цементу; B/C – водоцементне відношення; $R_{Мрз}$ – морозостійкість бетону; t і t^0 – відповідно тривалість і температура твердіння бетону; c – об'ємна концентрація цементного тіста в бетоні.

Всі ці залежності отримані в результаті експерименту. Загальний механізм процесу створення матеріалу і узагальнені залежності його властивостей від основних факторів, по суті, перебувають на стадії якісного опису. Можливості кількісної оцінки на основі фундаментальних рівнянь фізики, хімії, термодинаміки в даний час лише намічаються на базі характеристик, що пов'язують склад – структуру – властивості.

Якби ми виходили з можливостей тільки структурного підходу, то і сьогодні навряд чи б мали не тільки такі унікальні споруди, як Братська і Ронгунська ГЕС, а й просто житло, кінотеатри та інші цивільні споруди.

Головна слабкість експериментального підходу – мала надійність екстраполяції. У межах зміни змінних, вивчених в досліді, прогнозування поведінки процесу (інтерполяція) звичайно може проводитися досить точно. Але закон зміни функцій відгуку за вивченими межами нам не відомий, і можна допустити серйозну помилку, вважаючи, що процес як і раніше обов'язково буде підкорятися виведеним нами емпіричним рівнянням. Наприклад, при виробництві фенолформальдегідного пінопласту швидкість поліконденсації залежить від температури. Якщо експеримент проводять в інтервалі температур 120 - 170°C, то екстраполяція цих результатів за температурні межі 180 - 200°C призведе до абсурдних результатів, оскільки при цих температурах реакція поліконденсації не тільки не прискориться, а й навпаки, відбудеться деструкція полімеру. Зрозуміло, ситуація спрощена: в настільки явних випадках емпіричний підхід навряд чи варто застосовувати. Але приклад не настільки вже безглуздий. Саме температурні залежності дуже часто погано піддаються екстраполяції.

У практиці експериментальних досліджень одним з найважливіших випадків екстраполяції є масштабування: передбачення того, як зміняться параметри процесу при переході від малої моделі до великого оригіналу. На основі емпіричних залежностей ця задача, як правило, вирішується набагато гірше, ніж при структурному підході.

Головна перевага даних, отриманих на основі структурного підходу, – це їх велика ймовірність правильного прогнозування. Знаючи механізм якого процесу, ми можемо з великим ступенем вірогідності передбачати його поведінку в найрізноманітніших умовах.

Слабке місце підходу – важкість створення гарної теорії складних процесів.

Об'єкти, що представляють для нас значний інтерес, тривалий у часі, структура яких не занадто складна, доцільно досліджувати на базі структурного підходу. Так, для найважливішої технологічної операції при виробництві керамічних матеріалів – сушки, потрібно якомога детальніше дослідити механізм, створити математичні моделі, що відображають всі деталі структури. Той же підхід оптимальний для порівняно простих процесів. У той же час деякі процеси, наприклад перемішування

компонентів якого-небудь нового матеріалу, для чого запропоновано новий тип змішувача, не варто і намагатися описати з цих позицій: процес настільки складний, що, поки ми розшифруємо його кінетику, або матеріал, або сам змішувач морально застаріє. Тут краще швидко навчитися керувати процесом, вважаючи його чорним ящиком.

Якщо процес і важливий, і складний, буває корисно розбити його вивчення на етапи:

– на першому – вивчати його емпірично, що полегшує швидке освоєння;

– на другому – проводити поглиблене вивчення механізму, яке дозволить поліпшити результати, отримані раніше.

Саме цим шляхом і йдуть дослідники, які розробляють загальну технологію виготовлення бетону.

2.2. Метод подібності як основа дослідження

Різноманіття матеріального світу вимагає застосування найрізноманітніших способів його вивчення. Одним з основних прийомів розробки загальних теоретичних положень є узагальнення.

Узагальнення – є засіб переходу від пізнання окремих явищ до пізнання загальних. Воно полягає в дослідженні таких властивостей і явищ матеріального світу, які характеризують не одиничне явище, а цілий клас однорідних у даному відношенні явищ. Узагальнення має величезне значення в теорії подібності для виділення з класу однорідних явищ групи подібних між собою явищ. Вивчивши одне з подібних явищ, результати дослідження можна поширити на всю групу подібних явищ даного класу.

Теорія подібності – є вчення про методи наукового узагальнення експерименту. Вона відповідає на питання, як потрібно поставити дослід і обробити отримані дані, щоб їх можна було поширити на всі подібні явища.

Будь-яке явище природи являє собою систему матеріальних тіл, яка за рахунок протікання в ній різних процесів зазнає певну зміну стану.

Подібними явищами називають системи тіл, геометрично подібні один одному, в яких протікають процеси однакової природи і в яких однойменні величини, що характеризують явища, відносяться між собою як постійні числа. Принцип виділення групи подібних явищ з класу однорідних можна зрозуміти на простому прикладі. З класу однорідних апаратів (припустимо, барабанних сушарок) виділяють групу подібних апаратів (рис. 2.5), що відрізняються тільки масштабом. Якщо апарат і його модель геометрично подібні, то $L_2 = cL_1$ і $D_2 = cD_1$, тобто для даної пари апаратів величина масштабного множника $c = \text{const}$.

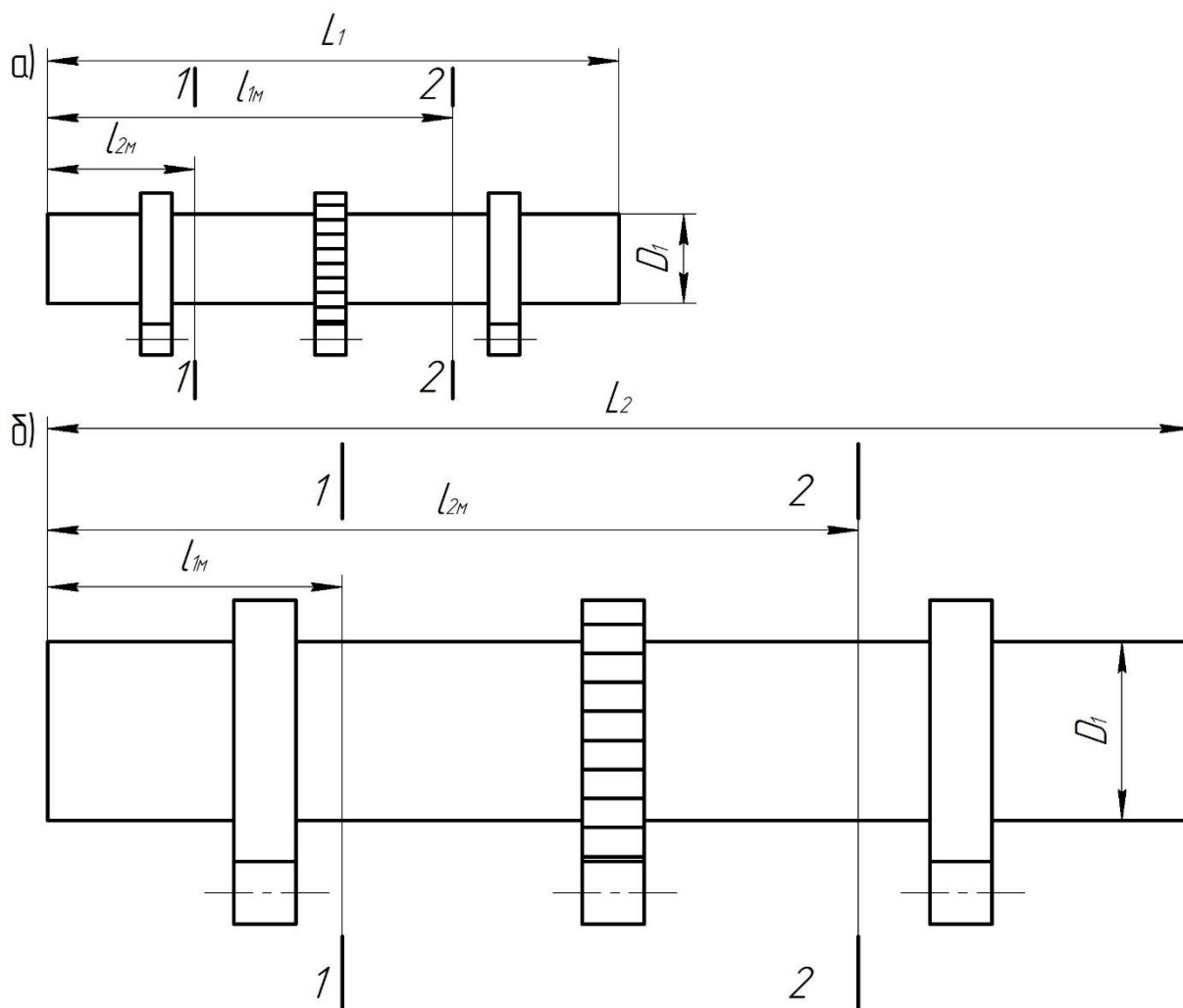


Рис. 2.4 Геометрична подібність барабанних сушилок:
а – модель; б – промисловий апарат

При вивченні процесу в модельній сушарці, наприклад в перерізах 1–1 і 2–2 на відстані l від завантажувального кінця барабана, геометричну подібність точок моделі та промислового апарату визначає рівність $l_{1м} = cl_{1п}$ і $l_{2м} = cl_{2п}$.

При огляді будь-яких подібних технологічних процесів мають на увазі їх фізичну подібність, тобто подібність всіх фізичних величин, що характеризують дані процеси. Два подібних процеси з групи однорідних відрізняються тільки масштабом фізичних величин, тому для кожної з них (наприклад, швидкості V , сили P , теплоємності c , часу t тощо) існує свій множник, за допомогою якого фізичні величини одного процесу $(v_1; F_1; c_1; t_1)$ можна виразити через подібні величини другого процесу $(v_2; F_2; c_2; t_2)$. Процеси, що відрізняються фізичним змістом, характеризуються різними фізичними величинами. У наведених прикладах v є однією з величин, що характеризує кінематичну подібність, F – динамічне, c – теплове, t – тимчасове і т. д.

Виділяючи з конкретного класу групу подібних процесів, розрізняють подібність між собою механічних процесів, теплопередачі, фізико-хімічних процесів тощо. Якщо складний технологічний процес складається з різнорідних взаємопов'язаних явищ (наприклад, виготовлення погонажних виробів із синтетичних смол в екструдерах є сукупністю механічного, гідравлічного та теплового процесів), то розглядаються умови подібності кожного з явищ у їх взаємодії і розвитку у часі.

Математичне формулювання поняття подібності можна подати у вигляді наступної системи рівнянь:

$$\frac{l_2}{l_1} = c_l; \frac{v_2}{v_1} = c_v; \frac{F_2}{F_1} = c_F; \frac{t_2}{t_1} = c_t \text{ і т. д.} \quad (2.4)$$

Коефіцієнти c_l, c_v, c_F, c_t і т. д. називаються константами подібності. Для одного роду величин вони мають своє конкретне числове значення, але різні для величин різного найменування: $c_l \neq c_v \neq c_F \neq c_t$.

У загальному вигляді перехід від X_1, \dots, X_i одного явища до X'_1, \dots, X'_i іншого, йому подібного явища може бути виражений рівнянням

$$X_i = c_{xi} X'_i, \quad (2.5)$$

де $1 < i < n$. Це перше основне рівняння теорії подібності.

Подібність явищ можна виразити й іншим способом – за допомогою *інваріантів подібності*. Для розглянутого прикладу геометричної подібності можна записати

$$\frac{L_1}{D_1} = \frac{L_2}{D_2} = i_L = const, \quad (2.6)$$

де i_L – інваріант геометричної подібності, що представляє собою безрозмірне відношення двох розмірів малого барабана, рівне відношенню подібних розмірів подібного йому виробничого барабана.

Інваріанти подібності представляють собою вираз величин у відносних одиницях. У наведеному прикладі один розмір (довжина) подібних апаратів виражений у відносних одиницях. В якості масштабу прийнятий їх інший розмір (діаметр).

Слід розрізняти поняття константа подібності і інваріант подібності. Константа зберігає постійне значення в усіх точках системи, але вона змінюється, коли одна пара подібних явищ замінюється іншою парою тієї ж групи. Інваріант подоби, навпаки, різний для різних точок системи (порівняйте $L_1/D_1 = L_2/D_2 = i_L$; $l_{1м}/D_1 = l_{1п}/D_2 = i_{l_1}$; $l_{2м}/D_1 = l_{2п}/D_2 = i_{l_2}$; але $i_L \neq i_{l_1} \neq i_{l_2}$), оскільки він зображує одну з величин цієї системи, що має різне числове значення в різних точках системи: але він не змінюється при переході від одного явища до іншого, подібного йому, тобто зберігає одне і те ж значення в подібних точках всіх груп подібних явищ.

Відзначимо ще одну важливу властивість констант подібності: вхідні в них однойменні величини можуть взаємно замінюватись, тобто відношення

самих величин можна замінити відношеннями збільшень цих же величин. Наприклад:

$$c_t = \frac{t_2}{t_1} = \frac{t'_2}{t'_1} = \frac{(t_2 - t'_2)}{t_1 - t'_1} = \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{dt_2}{dt_1}. \quad (2.7)$$

2.3. Теорема подібності. Метод аналізу розмірностей

Застосування тих чи інших методів подібності для вирішення конкретних практичних завдань визначається попередніми знаннями про процеси, якими володіє дослідник перед початком експерименту. Зазвичай використовують три основні теореми подібності, так звану π -теорему і метод аналізу розмірностей.

Перша теорема подібності (за Ньютоном): подібні між собою явища мають чисельно однакові критерії подібності. Покажемо це на прикладі руху тіл. Нехай у двох подібних системах відбувається подібний рух тіл, що описується другим законом Ньютона

$$F = m \left(\frac{dv}{dt} \right),$$

де F – сила; m – маса; v – швидкість; t – час. Тоді для першої та другої систем

$$F_1 = m_1 \left(\frac{dv_1}{dt_1} \right); F_2 = m_2 \left(\frac{dv_2}{dt_2} \right).$$

У подібних системах фізичні величини однієї системи можна виразити через фізичні величини другої системи, застосувавши константи подібності. Отже, $F_1 = c_F F_2$; $v_1 = c_v v_2$; $t_1 = c_t t_2$; $m_1 = c_m m_2$.

Розділивши вхідні вирази одне на інше, отримаємо

$$\frac{F_1}{F_2} = \left(\frac{m_1}{m_2} \right) \left(\frac{dv_1}{dv_2} \right) \left(\frac{dt_2}{dt_1} \right). \quad (2.8)$$

Так як відношення самих величин можна замінити відношенням приросту, то

$$dv_1 = c_v dv_2 \text{ і } dt_1 = c_t dt_2 \quad (2.9)$$

Підставивши значення (2.9) у вираз (2.8) і виразивши через константи подібності, маємо

$$c_F = c_m c_v / c_t. \quad (2.10)$$

Перетворюючи вираз (2.7) шляхом ділення обох частин на c_F , можна записати

$$c_F c_t / c_m c_v = 1. \quad (2.11)$$

Комплекс констант подібності $c_F c_t / c_m c_v$ називають індикатором подібності і позначають буквою j . З рівняння (2.11) слідує наступний висновок: при виборі числових значень констант подібності для групи

подібних явищ необхідно дотримуватись умови $j = 1$, тобто вибір значень констант подібності не довільний.

Спираючись на вищевикладені міркування, М.В. Кірпи́чев дав таке формулювання першої теореми подібності: **у подібних явищах індикатори подібності рівні одиниці.**

Помноживши обидві частини рівняння (2.8) на $F_2 t_1 / (m_1 v_1)$ і виходячи з формули (2.9), отримаємо

$$\frac{F_1 t_1}{m_1 v_1} = \frac{F_2 t_2}{m_2 v_2}. \quad (2.12)$$

Таким чином, для групи подібних явищ одного класу (в розглянутому прикладі для двох подібних явищ) числова рівність величин Ft/mv зберігається, тобто $Ft/mv = inv$ (інваріантно, незмінно) = *idem* (одне і те ж).

На честь Ньютона цей комплекс фізичних величин позначений через Ne (Newton): $Ne \equiv Ft/(mv)$, тобто Ne тотожно дорівнює Ft/mv . Знак «тотожність» показує, що записано позначення комплексу Ne , а не функція його від величин F, t, m, v .

З вказаного випливає, що для групи подібних процесів, описуваних рівнянням другого закону Ньютона, справедлива рівність: $Ne_1 = Ne_2 = Ne_3 = \dots = Ne_n = idem$.

Комплекс Ne називається *критерієм подібності*, так як ознакою подібності групи процесів одного класу є рівність цих критеріїв. Критерії подібності представляють собою безрозмірні узагальнені характеристики процесу, складені з розмірних фізичних величин. Так само як і вихідне фізичне рівняння, виведений з нього критерій подібності має певний фізичний зміст. У наведеному прикладі Ne характеризує ставлення діючої на частку сили до сили інерції. Певний фізичний зміст кожного критерію подібності відрізняє його від довільно підібраних безрозмірних комплексів з випадкових фізичних величин. З фізичних рівнянь, що відображають явище різних класів, отримують критерії подібності різних процесів – теплових, гідравлічних, механічних, хімічних та ін.

Рівняння складніші, ніж розглянуте вище, дають відразу кілька критеріїв, які характеризують різні сторони процесу. t

Отримання критеріїв з вихідних рівнянь називається подібним перетворенням. Показаний тут спосіб перетворення шляхом введення констант подібності не єдиний.

Друга теорема подібності (Федермана–Бекінгема): **кількісні результати дослідів треба представляти у вигляді рівнянь, що виражають залежність між критеріями подібності досліджуваного процесу.** Критерій подібності K_1 , що містить цікаву дослідникам величину, повинен бути виражений як функція інших критеріїв $K_2, K_3, K_4, \dots, K_n$, що відображають різні сторони процесу:

$$K_1 = f(K_2, K_3, K_4, \dots, K_n). \quad (2.13)$$

Друга теорема подібності може бути записана у вигляді диференціального рівняння

$$f_1(K_2, K_3, K_4, \dots, K_n) = 0. \quad (2.14)$$

Такі рівняння називаються *рівняннями узагальнених змінних (узагальненими)* або критеріальними рівняннями. Таким чином, друга теорема подібності містить відповідь на питання, як слід обробляти отримані експериментальні дані або в якій формі може бути отримано рішення системи диференціальних рівнянь, що описують процес, за допомогою методів теорії подібності.

Слід зазначити, що критерії подібності, що входять в залежність типу (2.14), не рівноцінні. Критерії подібності, складені з фізичних величин, що входять в початкові і граничні умови, точніше, в умови однозначності, – називаються визначальними. Критерії, складені з фізичних величин, які не є необхідними для однозначної характеристики даного процесу і, в свою чергу, залежать від цих умов, називаються обумовленими. У виразі (2.13) K_1 є визначеним критерієм, решта – визначальними.

Який з критеріїв є визначеним, залежить від формулювання завдання. Нехай подібні явища однозначно описуються критерієм Ньютона і геометричним критерієм (припустимо, $L/D = \Gamma$, як у розглянутому випадку з сушильним барабаном), тобто $f_1(Ne, \Gamma) = 0$. Якщо за умовами завдання треба визначити L , а величини, що входять в критерій Ne , відомі, то визначеним буде геометричний критерій і рівняння (2.13) буде мати вигляд

$$\Gamma = f(Ne). \quad (2.15)$$

Критерії подібності, складені з різнорідних фізичних величин (подібно критерієм Ньютона), називаються критеріями *комплексами*; критерії, складені з однойменних величин (наприклад, L/D , де L – довжина сушильного барабана і D – його діаметр), називаються критеріями симплекс або параметричними. У загальному випадку вид функції (2.13) заздалегідь невідомий і визначається емпірично при обробці експериментальних даних.

Незалежно від волі людини розвиток природи слідує законам геометричних прогресій, логарифмів і ймовірнісних процесів, а логарифмічна залежність частіше інших визначає багато процесів фізичного і більш загального характеру. Тому результати дослідів при обробці набувають зазвичай форму або ступеневу

$$K_1 = cK_2^m K_3^n K_4^p \dots, \quad (2.16)$$

або експонентну (для кінетики процесів):

$$K_1 = K_0 \exp(-t/\theta) \text{ (затухаючий процес)} \quad (2.17)$$

$$K_1 = K_0 [1 - \exp(-t/\theta)] \text{ (наростаючий процес)} \quad (2.18)$$

де $c, m, n, p \dots$ – постійні, знайдені при обробці дослідів;

K_0 – початкове значення критерію K_1 при $t = 0$ (або кінцеве при $t = \infty$);

t – час від початку процесу;

θ – постійна часу процесу, що залежить від умов його проведення і також виражається через критерій подібності.

У практиці важливою особливістю методу подібності є те, що вихідна система диференціальних фізичних рівнянь не вирішується аналітично, а використовується для визначення виду і числа критеріїв у функції (2.13).

Третя теорема подібності (Кірпичєва - Гухмана) зворотня першій: **подібні ті явища або системи, які описуються однаковими рівняннями зв'язку та умови однозначності яких подібні.** Подібність умови однозначності забезпечується рівністю визначальних критеріїв подібності в разі, якщо явища чи процеси якісно аналогічні. Якісно однаковими будуть процеси, математичний опис яких однаковий.

Таким чином, третя теорема подібності формулює необхідні і достатні умови для подібності явищ або процесів. Вона може бути сформульована й так: **явища подібні, якщо їх визначальні критерії чисельно рівні.**

Вимога умов однозначності при критеріальному узагальненні має той же зміст, що і встановлення єдиності (однозначності) аналітичного рішення фізичних диференціальних рівнянь. Диференціальне рівняння описує широке коло явищ даного класу, основою яких є загальний закон фізики.

Інженера ж цікавить конкретне явище даного класу, що спостерігається в умовах роботи певного апарату. Тому з безлічі можливих рішень вихідного рівняння (або системи рівнянь) треба вибрати одне, що відповідає досліджуваному явищу, тобто отримати однозначне рішення. Для цього в умови завдання вводять додаткові умови однозначності (крайові умови), що не містяться у вихідній системі рівнянь і обмежують рішення єдиним конкретним випадком. Крайні умови включають :

а) відомості про геометричні властивості системи (конфігурація і розміри робочого об'єму апарата);

б) дані про фізичні властивості продуктів і матеріалів, що становлять досліджувану систему (теплопровідність, теплоємність стінок апарату, в'язкість, щільність робочих середовищ та ін.);

в) дані про стан системи на її кордонах (граничні, або просторові, крайні умови) і про взаємодію з навколишнім середовищем (інтенсивність тепловіддачі або масовіддачі, розподіл температур або концентрацій на поверхні та ін.);

г) дані про стан системи в початковий і кінцевий моменти часу процесу (тимчасові умови).

Вихідна система фізичних рівнянь спільно з крайніми умовами однозначно визначає конкретне явище даного класу.

Теорія подібності об'єднує сильні сторони аналітичного та експериментального методів дослідження. Аналітичний метод дає вихідний опис явищ у формі складних диференціальних рівнянь, що встановлюють взаємозв'язок між величинами при постановці завдання; рішення їх у вигляді залежності між кінцевими величинами зазвичай не досягається через складність завдання.

Тому чисто аналітичне дослідження часто залишається тільки принциповою можливістю, що не реалізовується і не доводиться до практичного інженерного рішення. Чисто експериментальний метод при всій вірогідності результатів без вихідних (навіть не вирішених) рівнянь також не привів би до позитивного результату, так як для вирішення будь-якої інженерної задачі довелося б ставити величезну кількість дослідів, відшукуючи бажаний результат ціною численних «сліпих проб», навмання.

Теорія подібності призводить до експериментального вирішення завдання, основою якого є фізичні закони у вигляді вихідних рівнянь процесу, причому перехід до узагальнених змінним істотно полегшує і прискорює це рішення.

Кожне критеріальне рівняння, незважаючи на емпіричний спосіб його отримання в явній формі, має певний фізичний зміст, бо воно є рівнянням подібності і відображенням законів природи, виражених вихідною системою фізичних рівнянь. Це – неповне, наближене відображення, що враховує лише найважливіші визначальні чинники процесу, виявлені на даному ступені його дослідження.

При проведенні експериментальних досліджень зазвичай вдається встановити функціональний зв'язок між небагатьма, основними та критеріями подібності, що істотно змінюються в процесі. Кожен з критеріїв узагальненого рівняння відображає одну яку-небудь з основних сторін процесу, а все критеріальне рівняння – весь процес в цілому.

Критерії подібності слід виводити не тільки з основного фізичного рівняння процесу, а й з рівнянь умов однозначності. Подібність умов однозначності на границях системи і в часі процесу викличе, як наслідок, фізичну подібність процесів у всій системі.

Подібність умов однозначності виражається в співпадінні для подібних процесів числових значень критеріїв K_2, K_3, K_4 у виразі (2.16) і однаковою мірою впливу цих критеріїв (тобто в рівності показників ступенів відповідних критеріїв). Результатом подібності умов однозначності буде однакокий вид функції і збіг числових значень шуканого критерію K_1 для двох і ряду подібних процесів.

π –Теорема: всяке рівняння, що зв'язує між собою N фізичних величин, розмірності яких виражаються через n основних одиниць, може бути перетворено в рівняння, що зв'язує π безрозмірних критеріїв подібності, де

$$\pi = N - n \quad (2.19)$$

У деяких випадках через складність явища або процесу не вдається скласти його повний математичний опис у вигляді системи диференціальних рівнянь, а можливо лише в узагальненому вигляді уявити залежність між фізичними величинами та геометричними параметрами, що характеризують процес. Вид такої залежності можна знайти на основі аналізу розмірностей фізичних величин, що увійшли до рівняння. Цей

метод, введений в інженерну практику Бріджменом, базується на так званій π -теоремі Бекінгема, що є окремим випадком другої теореми подібності.

π -Теорема має велике значення при проведенні експериментального дослідження, дозволяючи знаходити зв'язок не між окремими фізичними змінними, а між деякими їх безрозмірними співвідношеннями (K), складеними за певними законами. При цьому число змінних зменшується на число використаних основних одиниць вимірювання (1, 2, 3 і більше), що істотно спрощує умови проведення експерименту. Так, якщо явище, що розглядається описується в загальному вигляді рівнянням

$$f_1(\alpha, \beta, \gamma, \delta, \theta) = 0, \quad (2.20)$$

що зв'язує п'ять яких-небудь фізичних величин, які виражаються трьома основними одиницями виміру, то $N = 5$ і $n = 3$, тоді функціональна залежність (2.20) може бути представлена у вигляді функції між деякими двома безрозмірними комплексами K_1 і K_2 :

$$f_1(K_1; K_2) = \text{або } K_1 = \varphi(K_2). \quad (2.21)$$

Метод аналізу розмірностей дозволяє висловити загальну функціональну залежність для будь-якого досліджуваного процесу у вигляді рівняння зв'язку між строго певним числом безрозмірних комплексів, які з фізичних величин з певною розмірністю, вираженої за допомогою основних одиниць вимірювання. Цей метод базується на двох припущеннях:

1) відомо заздалегідь (з практичних даних), від яких саме параметрів процесу і змінних залежить розглянута фізична величина;

2) зв'язок між усіма істотними для досліджуваного процесу фізичними величинами виражається у вигляді степеневого многочлена.

У найпростішому випадку в рівняння зв'язку підставляються розмірності вхідних у нього фізичних величин і досягається розмірна однорідність. Дотримання розмірної однорідності забезпечує незалежність рівняння від одиниць вимірювання змінних, тобто його інваріантність. Розглянемо використання методу аналізу розмірностей на наступному прикладі. Нехай якийсь процес у загальному вигляді описується рівнянням (2.20), причому розмірності всіх п'яти величин виражаються одиницями довжини L (м), часу T (с) і маси M (кг).

Нехай, як це часто виявляється можливим при описі процесів, функція загального вигляду (2.20) може бути наближено представлена у вигляді степеневі залежності між величинами $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \theta$:

$$\alpha = \chi \beta^y \gamma^z \delta^m \theta^n, \quad (2.22)$$

де χ, y, z, m, n – невідомі числові коефіцієнти.

Виразимо розмірності величин $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \theta$ в одиницях довжини, часу і маси:

$$\begin{aligned} [\alpha] &= [L^{a_1} T^{b_1} M^{c_1}]; & [\delta] &= [L^{a_4} T^{b_4} M^{c_4}]; \\ [\beta] &= [L^{a_2} T^{b_2} M^{c_2}]; & [\theta] &= [L^{a_5} T^{b_5} M^{c_5}]; \\ [\gamma] &= [L^{a_3} T^{b_3} M^{c_3}]; \end{aligned}$$

У цих виразах розмірностей показники степеню при L , T , M – деякі певні числові величини.

Враховуючи, що розмірності обох частин рівняння (2.22) однакові, а χ – безрозмірний коефіцієнт, замінимо в ньому всі величини їх розмірностями

$$[\alpha] = [\beta]^y [\gamma]^z [\delta]^m [\theta]^n \quad (2.23)$$

або при підстановці конкретного виразу розмірності кожної величини $L^{a_1} T^{b_1} M^{c_1} = (L^{a_2} T^{b_2} M^{c_2})^y (L^{a_3} T^{b_3} M^{c_3})^z (L^{a_4} T^{b_4} M^{c_4})^m (L^{a_5} T^{b_5} M^{c_5})^n$.

Розкриваючи дужки в правій частині цього рівняння і групуючи однорідні члени, отримаємо

$$L^{a_1} T^{b_1} M^{c_1} = L^{a_2 y + a_3 z + a_4 m + a_5 n} T^{b_2 y + b_3 z + b_4 m + b_5 n} M^{c_2 y + c_3 z + c_4 m + c_5 n}.$$

Показники степенів при однакових основних одиницях в обох частинах рівняння повинні бути рівні. Тому

$$\begin{aligned} a_1 &= a_2 y + a_3 z + a_4 m + a_5 n; \\ b_1 &= b_2 y + b_3 z + b_4 m + b_5 n; \\ c_1 &= c_2 y + c_3 z + c_4 m + c_5 n; \end{aligned} \quad (2.24)$$

В цій системі з трьох рівнянь є чотири невідомих: y , z , m , n . Будь-які три з них завжди можна виразити через четверту. Наприклад, виразивши z , m і n через y , знайдемо

$$z = Ay + B, \quad m = Cy + D, \quad n = Ey + F,$$

де A , B , C , D , E і F – визначені числові величини, значення яких визначаються з системи рівнянь (2.24) за значеннями всіх числових величин a , b і c .

Підставляючи значення z , m і n в рівняння (2.22), отримаємо

$$\alpha = \chi \beta^y \gamma^{Ay+B} \delta^{Cy+D} \theta^{Ey+F},$$

або

$$\alpha = \chi \beta^y \gamma^{Ay} \gamma^B \delta^{Cy} \delta^D \theta^{Ey} \theta^F.$$

Розділивши обидві частини останнього рівняння на $\gamma^B \delta^D \theta^F$, отримаємо

$$\frac{\alpha}{\gamma^B \delta^D \theta^F} = \chi (\beta \gamma^A \delta^C \theta^E)^y. \quad (2.25)$$

У цьому рівнянні відповідно до π -теореми зв'язок між п'ятьма вихідними величинами α , β , γ , δ і θ може бути представлений у вигляді узагальненої залежності між двома безрозмірними комплексами цих величин

$$K_1 = \frac{\alpha}{\gamma^B \delta^D \theta^F}; \quad K_2 = \beta \gamma^A \delta^C \theta^E.$$

Тоді в критеріальній формі вираз (2.25) можна представити як

$$K_1 = \chi K_2^y. \quad (2.26)$$

Для знаходження конкретного виду рівняння (2.26) потрібно визначити числові значення невідомих величин – коефіцієнта χ і показника степеня y .

Це може бути зроблено шляхом експериментального дослідження на дослідній установці (моделі) і обробки результатів експериментів у вигляді залежності між безрозмірними комплексами K_1 і K_2 . В результаті отримують розрахункову залежність між безрозмірними комплексами, придатну для цілої групи подібних процесів, але у вивчених межах зміни величин K_1 і K_2 .

Для користування методом аналізу розмірностей необхідно заздалегідь знати, які змінні повинні входити в залежність загального вигляду типу залежності (2.20). Якщо при складанні такої вихідної залежності не врахувати тих чи інших параметрів, які впливають на процес, то це може привести до серйозних помилок при отриманні кінцевого розрахункового рівняння, що є недоліком методу аналізу розмірностей.

2.4. Моделювання як метод наукового дослідження. Основні принципи моделювання

Шлях від науково-дослідної лабораторії до промислового підприємства довгий і складний.

Розробка нового технологічного процесу, проведена в лабораторних умовах, може дати лише принципову схему майбутнього виробництва. Отримані дослідним шляхом дані перевіряються на так званих пілотних (модельних) установках з метою визначення питомих витратних коефіцієнтів, розрахункових констант і виходів продуктів, а також підбору апаратів, машин, конструкційних матеріалів. Однак така схема ще більше ускладнюється при збільшенні масштабів виробництва та необхідності створення високопродуктивних агрегатів великих одиничних потужностей.

Привабливим представляється відмовитися від багатоступінчастої перевірки результатів лабораторного експерименту і відразу видавати необхідні для проектування промислового апарату дані. Для цього необхідно:

1) знати основні кінематичні закономірності процесу та їх математичний опис;

2) наявність надійної теорії масштабування.

Глибоке дослідження механізму основних процесів технології з метою їх математичного опису являє собою важке завдання, оскільки, крім вичерпної інформації про вплив великої кількості різних факторів, необхідно мати точні методи їх теоретичного узагальнення. Отже, тільки єдність експериментального і теоретичного методів дослідження дозволить досягти найкращого ефекту при створенні та експлуатації сучасного підприємства будівельної індустрії.

Теорія моделювання розвивається зараз у двох напрямках:

1) по шляху вивчення сучасних складних технологічних процесів за допомогою моделей з аналізом впливу окремих фізичних параметрів і лінійних розмірів (фізичне моделювання);

2) по шляху дослідження математичної моделі процесу за допомогою електронно-обчислювальних машин (математичне моделювання).

Обидва напрямки ведуть до однієї загальної мети – створення точного методу теоретичного та експериментального дослідження складних, високошвидкісних технологічних процесів, що проводяться при екстремальних значеннях температури і тиску, при великому числі взаємодіючих фаз. Точне моделювання повинно також враховувати велике число внутрішніх зв'язків окремих параметрів, які впливають на кінетику процесу, і вплив, що ускладнює протікаючі хімічні реакції або імовірнісні характеристики.

Особливе значення займають питання моделювання, пов'язані з масштабним переходом від модельних апаратів до апаратів великої одиничної потужності. Ефективність моделювання дозволить збільшити ступінь надійності при проектуванні нових або удосконаленні діючих підприємств. Моделювання як науковий метод лежить в основі кібернетики – науки про управління складними процесами з метою підвищення продуктивності праці.

Під *моделюванням* розуміють метод дослідження, при якому замість процесу (або явища), що нас безпосередньо цікавить, який протікає в якомусь об'єкті (оригіналі), вивчається відповідний процес на іншому об'єкті (моделі).

Результат моделювання полягає у передбаченні поведінки оригіналу в робочих умовах виробництва на підставі розрахунку необхідних параметрів оригіналу за вимірними параметрами моделі.

Методи моделювання засновані на подібності різних об'єктів. Сучасний етап технічного прогресу характеризується зростаючою складністю впроваджуваних у виробництво процесів і темпами їх впровадження. Внаслідок цього значно ускладнюються завдання наукових розробок, а їх результати і технічні нововведення швидко старіють. У цих умовах вирішальне значення набуває фактор часу. Моделювання в ряді випадків різко скорочує терміни освоєння нових процесів і дозволяє досягти мети більш простими засобами.

До моделювання висуваються наступні основні вимоги:

а) досліді на моделі повинні проводитися швидше і бути більш простими, зручними, економічними і безпечними, ніж досліді на оригіналі;

б) повинні бути відомі *алгоритми*, за якими проводиться розрахунок параметрів оригіналу на основі випробування моделі;

в) структура, пристрій і призначення моделі повинні відповідати основним цілям моделювання, так як жодна модель принципово не здатна

повністю відобразити оригінал і будь-яке моделювання носить наближений характер.

Класифікувати моделі можна різними способами, які визначаються постановкою завдання. Стосовно до технології будівельних матеріалів проф. В.А. Вознесенський пропонує класифікувати моделі за ознаками, представленими на рисунку 2.6.

До моделей детермінованих систем відносяться такі, в яких всі елементи взаємодіють точно передбачуваним способом, а випадкові фактори (\bar{Z}) практично не впливають на перебіг процесу.

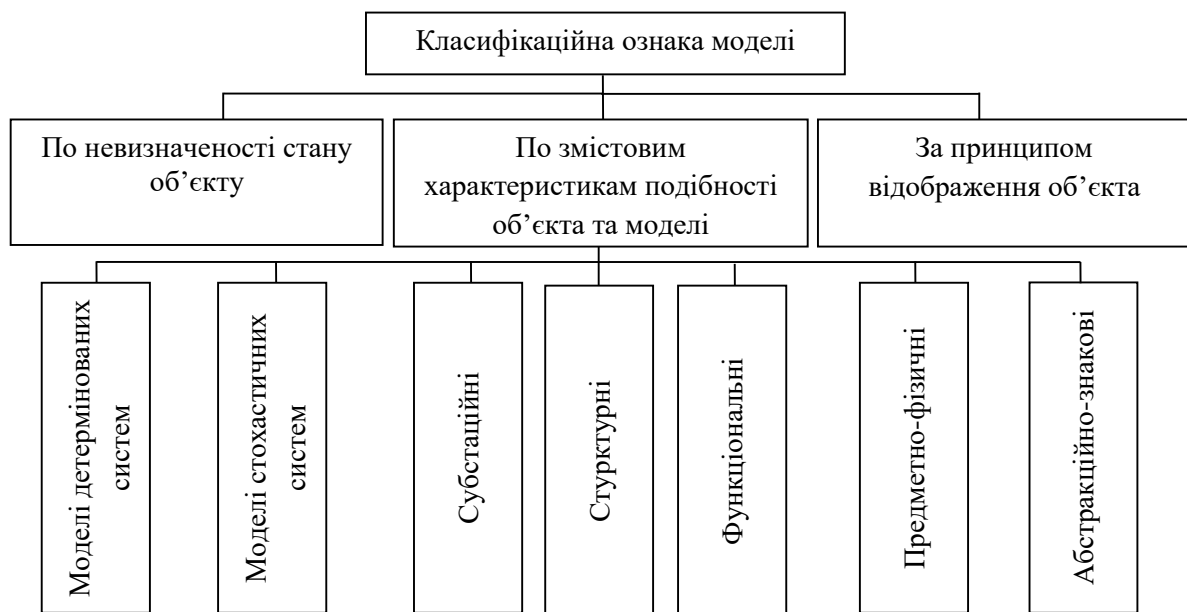


Рис. 2.5. Класифікація моделей

На відміну від них моделі *стохастичних систем* підпорядковуються імовірнісним законам, на поведінку окремих елементів яких суттєво впливають випадкові входи. Наприклад, передача теплоти через огорожу визначається рівнянням

$$Q = k\Delta t^0 Ft,$$

де k – сумарний коефіцієнт теплопередачі, що залежить від теплопровідності стінки, її товщини і коефіцієнтів тепловіддачі. Останні багато в чому залежать від швидкості руху середовища відносно стінки (стосовно зовнішніх огорожень будівель – від швидкості вітру, яка встановлюється на основі імовірнісних методів обробки багаторічних метеорологічних даних).

Субстанціональні моделі будують таким чином, щоб їх матеріал за своїми властивостями був подібний матеріалу об'єкта. Наприклад, для визначень реальної міцності бетону в панелі з неї випилують зразок, який потім випробовують на міцність.

Структурні моделі імітують структуру або спосіб взаємодії елементів об'єкта між собою. У нашій промисловості такі моделі зазвичай будують для виявлення оптимальних транспортних зв'язків між, наприклад, ДБК і будівництвами, ДБК та постачальниками сировини.

Функціональні моделі імітують одну або кілька основних (визначальних) функцій об'єкта. Наприклад, відомо, що жорсткість бетонної суміші

$$Ж = f(c, B/C_{\text{іст}}),$$

де c – концентрація цементного тіста в бетоні. Виявивши дослідним шляхом вид функції f , отримують функціональну модель жорсткості бетонної суміші.

До *предметно-фізичних* відносяться моделі, що зберігають в основному природу явища. Прикладом може бути визначення міцності бетону панелі випилюванням з неї зразків.

Математичні моделі, що широко застосовуються в даний час, є окремим випадком абстрактно-знакових моделей. Вони відображають взаємозв'язок елементів у системі у вигляді спеціальних символів.

У промисловості під моделюванням найчастіше розуміють експериментальний метод, пов'язаний з проведенням дослідів на фізичних матеріальних моделях і поширенням результатів на оригінал. Нерідко при проведенні заводських дослідів моделлю служить сам промисловий апарат, що полегшує завдання масштабного переходу від моделі до оригіналу. Однак у цьому випадку можливості варіювання параметрів процесу обмежені і моделювання з «активного» стає «пасивним», ґрунтуючись лише на факторах, що спостерігаються промисловому процесі. При цьому іноді випадають з поля зору деякі фактори, дія яких може не проявлятися в умовах спостережуваного процесу. Тому в багатьох випадках фізичного моделювання доцільно один оригінал моделювати за допомогою різних спрощених моделей, що відображають тільки окремі риси оригіналу («ступеневе» моделювання). Такі моделі одного і того ж об'єкта або його частин можуть бути несхожі один на одного.

Проте досліди з моделями, в тому числі і математичними, що не замінюють інші методи дослідження, особливо досліди зі справжніми машинами і апаратами. Досліди на моделях і в натурі слугують для взаємного розвитку і вдосконалення. Вони доповнюють один одного. Ступеневе моделювання вимагає великої витрати коштів і часу. В сучасних умовах воно не завжди допустимо і замінюється математичним моделюванням на ЕОМ. Як видно, сутність моделювання полягає у відтворенні досліджуваного процесу в зручному і обґрунтованому масштабі.

2.5. Загальні принципи аналізу і розрахунку процесів. Ізоморфність рівнянь переносу

У будь-якому технологічному процесі бере участь деяка сукупність матеріальних тіл. Технолога насамперед цікавлять ті тіла, які є об'єктами переробки. Зміна властивостей об'єктів переробки відбувається в результаті їх взаємодії з іншими тілами.

Матеріальні тіла, зміна властивостей яких є метою даного процесу, прийнято виділяти з усієї сукупності взаємодіючих тіл і розглядати як систему, стосовно якої всі інші тіла є навколишнім середовищем.

Зміна властивостей системи відбувається в результаті процесів переносу маси і енергії між окремими її частинами і навколишнім середовищем. Перенесення речовини і енергії відбувається молекулярно і конвективно. Перенесення за рахунок руху мікрочастинок (електронів, іонів, молекул) називають *молекулярним переносом*. У твердих тілах молекулярний перенос проявляється у вигляді коливального руху частинок або переміщення вільних електронів; в газах і рідинах – у вигляді хаотичного теплового руху мікрочастинок. При виведенні системи з положення рівноваги з'являється спрямований потік речовини та енергії. Перенесення речовини і енергії рухомим середовищем називають *конвективним переносом*. Молекулярне перенесення визначається мікроструктурою середовища, тобто її властивостями. Конвективний перенос обумовлюється рухом середовища як цілого і залежить від властивостей цього руху – розподілом швидкостей в просторі і в часі.

При практичних розрахунках процесів і апаратів зазвичай вирішуються такі основні завдання:

- 1) визначення умов рівноважного стану системи;
- 2) обчислення витрат вихідних матеріалів і кількості одержуваного готового продукту або напівфабрикату (складання матеріального балансу);
- 3) визначення необхідних витрат енергії для здійснення процесу (складання енергетичного балансу);
- 4) встановлення оптимальних режимів роботи апаратів і встановлення їх основних розмірів.

Черговість постановки цих завдань і визначає зміст і послідовність інженерних розрахунків.

Початковим етапом є розрахунок і аналіз статички процесу, тобто визначення умов рівноваги системи. Системи, що знаходяться в стані рівноваги, не змінюють свого стану в часі. Для виведення такої системи з рівноваги необхідно прикласти до неї зовнішню силу. Визначення напрямку протікання процесу в рівноважних системах під дією зовнішньої сили спирається на два основні положення термодинаміки – принцип Ле-Шательє і правило фаз Гіббса.

Відповідно до першого принципу, напрямок сил, що виникають у системі, виведеної зі стану рівноваги, протилежно напрямку виникаючої сили. Розглядаючи конкретні процеси на основі принципу Ле-Шательє, можна встановити, які параметри потрібно змінювати для зміни стану системи в потрібному для виробництва напрямку.

Правило фаз Гіббса виражає залежність між кількістю компонентів системи k , фаз f і її ступенів вільності S :

$$S = k - f + 2. \quad (2.27)$$

Правило фаз дозволяє встановити кількість змінних, що визначають рівновагу системи, які можуть бути обрані довільно.

Матеріальний баланс заснований на використанні закону збереження маси. У загальному вигляді для будь-якої установки можна записати:

$$G_{\text{вх}} + G_y = G_{\text{вих}} + G_o, \quad (2.28)$$

де $G_{\text{вх}}$, G_y , $G_{\text{вих}}$, G_o – відповідно кількість матеріалу, що надійшов в установку, наявного в установці, який покинув установку, що залишився в установці.

Матеріальний баланс може бути *загальним* (сумарним), якщо він відноситься до всієї установки і в нього включені всі речовини, що беруть участь в процесі, або *приватним*, якщо він складений тільки по відношенню до одного компонента або до частини установки. Приватні матеріальні баланси, що охоплюють частину установки, можуть бути віднесені як до всіх компонентів системи, так і до одного з них. У всіх випадках сума приватних матеріальних балансів дорівнює загальному матеріальному балансу.

Коли в системі протікають хімічні реакції, при складанні приватних матеріальних балансів слід мати на увазі можливі зміни кількості відповідного компонента. Втрати матеріалу в процесі виробництва можуть бути викликані не тільки хімічними реакціями, а й випарами вологи та іншими чисто механічними втратами (наприклад, втрати з теплоносієм). Тоді рівняння матеріального балансу має вигляд

$$G_{\text{вх}} + G_y = G_{\text{вих}} + G_o + G_{\text{п}}. \quad (2.29)$$

Енергетичний баланс складають на основі закону збереження енергії, згідно з яким кількість енергії, введеної в процес, дорівнює кількості енергії, яка виділилась. Розглянемо це положення на прикладі складання теплового балансу. Нехай:

Q_1 – кількість теплоти, введеної в процес з матеріалом;

Q_2 – кількість теплоти, підведеної ззовні (наприклад, теплоносієм при пропарюванню бетону);

Q_3 – кількість теплоти, що виділяється при проведенні процесу за рахунок хімічної реакції (екзотермії цементу);

Q_4 – кількість теплоти, що виводиться з процесу з готовою продукцією;

Q_5 – кількість теплоти, що виділяється в навколишнє середовище.

Тоді за законом збереження енергії:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 = Q_4 + Q_5. \quad (2.30)$$

Зазвичай при розгляді процесів теплової обробки (а в загальному випадку будь-яких процесів, що відбуваються з втратою енергії) обумовленою величиною є витрата теплоти (енергії), що підводиться ззовні:

$$Q_2 = Q_4 + Q_5 - Q_1 - Q_3. \quad (2.31)$$

Енергетичні баланси дають можливість оцінити коефіцієнт корисної дії установок η , який являє собою відношення корисно витраченої енергії (теплоти) $E_{\text{кор}}$, ($Q_{\text{кор}}$) до всієї витраченої енергії $E(Q)$ на проведення процесу. Коефіцієнт корисної дії $\eta = E_{\text{кор}}/E$ завжди менше одиниці.

Для аналізу і розрахунку процесів окрім даних матеріального та енергетичного балансів слід знати інтенсивність протікання процесів. Для інтенсифікації будь-якого виробництва необхідно, щоб технологічні процеси проходили з можливо більшою швидкістю. При розгляді гідродинамічних, тепло– і масообмінних процесів було відмічено, що їх кінетичні рівняння аналогічні («потрійна аналогія»).

Для теплових процесів кінетичне рівняння

$$\left(\frac{dQ}{dt}\right)/A' = k\Delta t^0 = \Delta t^0/R, \quad (2.32)$$

де Q – кількість теплоти; A' – поверхня теплообміну; t – час; k – коефіцієнт теплопередачі; Δt^0 – різниця температур в початковій і кінцевій точках перенесення теплоти; R – термічний опір, $R = 1/k$.

Для масообмінних процесів кінетичне рівняння

$$\left(\frac{dm}{dt}\right)/A'' = k'\Delta c = \Delta c/R', \quad (2.33)$$

де m – маса речовини; A'' – площа поверхні масообміну; t – час; k' – коефіцієнт провідності маси; Δc – різниця концентрацій в визначених точках; R' – опір масопередачі, $R' = 1/k'$.

Для гідродинамічних процесів, наприклад для витрати рідини, кінетичне рівняння

$$\left(\frac{dV}{dt}\right)/S = k_r\Delta p = \Delta p/R_r, \quad (2.34)$$

де V – об'єм протікаючої рідини; S – площа перерізу потоку; t – час; k_r – коефіцієнт провідності середовища (аналогічно k і k'); Δp – різниця тисків на початку і в кінці потоку; R_r – гідравлічний опір трубопроводу, $R_r = 1/k_r$.

Таким чином, всі розглянуті кінетичні рівняння можуть бути приведені до єдиного вигляду

$$\frac{M}{At} = k\Delta, \quad (2.35)$$

де M – результат процесу, наприклад кількість перенесеної речовини або теплоти; A – деяка величина, до якої віднесено результат процесу (в розглянутих прикладах площа поверхні масообміну, площа перерізу потоку,

площа теплообміну); t – час протікання процесу; k – коефіцієнт швидкості процесу (коефіцієнт теплопередачі, масопередачі і т. д.); Δ – рушійна сила процесу (різниця тисків, температур, концентрацій і т. д.).

Величина $M/(At)$ носить назву інтенсивності процесу. Вона завжди пропорційна рушійній силі процесу Δ і обернено пропорційна опору R . З рівняння (2.35) випливає, що для збільшення інтенсивності процесу необхідно збільшити рушійну силу або зменшити опір.

3. МЕХАНІЧНІ ПРОЦЕСИ І

3.1. Процеси подрібнення в промисловості будівельних матеріалів.

Класифікація подрібнювачів

До механічних відносяться такі процеси, основою яких є механічна дія на вхідні матеріали, що описуються законами механіки твердих тіл. В технології будівельних матеріалів до них відносяться подрібнення, сортування, змішування і транспортування твердих компонентів. Ці процеси широко застосовуються в практиці багатьох галузей промисловості і, зокрема, в промисловості будівельних матеріалів.

Як правило, сировину для виробництва будівельних матеріалів піддають попередній обробці. Сировину для більшості видів матеріалів тільки подрібнюють – щебінь, пісок, деякі в'язучі, глини. Іноді після подрібнення глини випалюють і потім знову подрібнюють. Зазвичай грубе подрібнення називають дробленням, а тонке і надтонке – помелом.

Залежно від крупності кінцевого продукту в промисловості будівельних матеріалів розрізняють:

Таблиця 3.1
Характеристика зв'язків в кристалічній решітці твердих тіл

Дроблення	Розмір шматків, мм	Помел	Розмір зерен, мм
Крупне	100 – 350	Грубий	5 – 0,1
Середнє	40 – 100	Тонкий	0,1 – 0,05
Дрібне	5 – 40	Надтонкий	Менше 0,05

Подрібнення природної і штучної сировини і розділення її по крупності на фракції є одним з основних процесів технології будівельних матеріалів. Він має найважливіше значення для забезпечення високої якості виробів у зв'язку з вирішальним впливом зернового складу мас на їх здатність до ущільнення (чи, навпаки, до того, що розущільнює, наприклад, в технології отримання пористих матеріалів) при формуванні, протіканні фізико-хімічних процесів тверднення та спікання. Крім того, подрібнення впливає на деякі важливі властивості готового продукту, наприклад термостійкість кераміки.

Теорія подрібнення включає коло питань і проблем, пов'язаних з дослідженням шляхів і можливостей вдосконалення існуючих і створення нових методів подрібнення і відповідних подрібнювачів. Метою цих досліджень є зниження вартості подрібнення, зменшення питомих витрат енергії, зносу і металоємності подрібнювачів, збільшення їх довговічності і зручності експлуатації. Враховуючи, що вартість основної маси сировини

для виробництва будівельних матеріалів порівняно висока, техніко-економічний чинник грає особливу роль в теорії подрібнювачів.

Головним з перерахованих завдань є необхідність отримання подрібненої сировини, що задовольняє вимогам, пред'явлених технологом. Основні з них: а) отримання продукту заданого зернового складу; б) необхідна питома поверхня; в) оптимальна конфігурація зерен; г) необхідна міцність.

Класифікація машин і механізмів, в тому числі й подрібнювачів, має точно визначати сферу їх застосування. Чим більше факторів враховується класифікацією, тим вище точність у визначенні місця машини серед інших машин і тим досконаліше прийнята класифікація. На сьогодні єдиної класифікації подрібнювачів немає. Існує цілий ряд класифікацій, що враховують яку-небудь одну ознаку. Наприклад, найбільш поширеною є класифікація подрібнювачів, в основу якої покладена дисперсність подрібненого матеріалу: дробарки – для крупного, середнього і дрібного дроблення, млини – для грубого, тонкого і надтонкого помелу. Така класифікація не може вважатися задовільною передусім тому, що не дозволяє технологів провести порівняльну оцінку подрібнювачів за переліченими вище основними вимогами, що пред'являються до подрібненого продукту. Так, за наявності великої кількості подрібнювачів і необхідності вибору одного з них для даного конкретного випадку (припустимо, для тонкого помелу цементу), технолог керується не класифікацією, приведеною вище, а виготовляє його по наявним експлуатаційним даним, спираючись на свою суб'єктивну інженерну інтуїцію. А як бути, коли частина даних відсутня, або стоїть питання про застосування нової, по деяким даним, прогресивної конструкції? В цьому випадку невизначеність прийнятого рішення посилюється ще більше.

Не існує єдиної думки і в оцінці такого важливого показника, як твердість і міцність подрібненого матеріалу. В одних випадках твердість оцінюється за шкалою Маоса, в інших – по значеннях граничної напруги при одновісному стискуванні. Наприклад, у одних авторів до м'яких порід відносяться матеріали з $R_{ст}=10$ МПа, середніх порід – 10-50 МПа і твердих порід – більше 50 МПа. У інших поняття слабких, середніх і міцних порід означає міцність відповідно 20-120, 120-240 і 240-400 МПа. Такі широкі коливання говорять про те, що класифікація за дисперсністю не враховує міцнісних характеристик подрібнюваного матеріалу.

Аналогічні класифікації за тією або іншою зовнішньою ознакою, органічно не пов'язаною з енергетикою, конструкцією, сферою застосування і якістю вихідного продукту, є довільними і можуть бути побудовані в різних варіантах. Наприклад, прийняте розділення дробарок на щоківі, конусні, валкові, молоткові і роторні говорить лише про їх конструкцію і ніяк не може допомогти технологу в обґрунтуванні вибору типу дробарки. Створення єдиної класифікації питання складне, що вимагає

спільного рішення як механіками, так і технологами, але вкрай необхідне. Подрібнення матеріалів здійснюється декількома методами – роздавлюванням, розколюванням, ударом, зломом і стиранням (рис. 3.1).

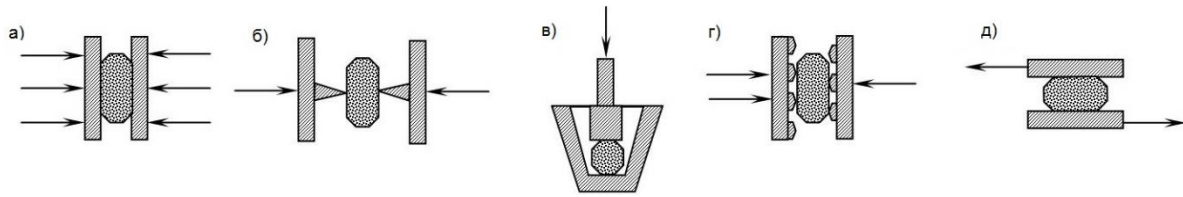


Рис. 3.1 Методи подрібнення:

a – роздавлювання; *б* – розколювання; *в* – удар; *г* – злам; *д* – стирання

Роздавлювання матеріалу настає після переходу напруги за межу міцності на стиск. *Розколювання* шматків відбувається в результаті їх розклинювання і подальшого розриву внаслідок виникнення в них напруги від розтягу. *Ударне дроблення* – результат дії динамічних навантажень з виникненням в матеріалі стискаючих, розтягуючих, згинальних і зсувних напружень. *Злам* шматка відбувається в результаті його згину. При стиранні – зовнішні шари шматка піддаються деформації зрушення і поступово зрізуються ковзаючими робочими поверхнями подрібнювача внаслідок переходу дотичної напруги за межу міцності.

Залежно від фізико-механічних властивостей матеріалів обирають наступні методи подрібнення:

Таблиця 3.2

Теоретична міцність деяких матеріалів

Матеріал	Метод
Міцний та крихкий	Роздавлювання, удар, злам
Міцний та в'язкий	Роздавлювання, стираність
Крихкий, середньої міцності	Удар, розколювання, стираність
В'язкий, середньої міцності	Стираність, удар, розколювання

Принципові схеми подрібнювачів показані на рисунку 3.2. У щоккових дробарках матеріал подрібнюється роздавлюванням, розколюванням і частковим стиранням в просторі між щоками при їх періодичному зближенні. Конусні дробарки ґрунтуються на принципі зламу, роздавлювання і часткового стирання між двома конусами, що обертаються ексцентрично по відношенню один до одного. У валкових дробарках матеріал роздавлюється між валками, що обертаються назустріч один одному. При різних швидкостях валків має значення і стирання матеріалу. Подрібнення матеріалу в шнекових дробарках відбувається за рахунок зрізу і часткового стирання шматка робочим органом агрегату. У молоткових дробарках матеріал подрібнюється ударом молотків, а також стиранням.

Кульові млини застосовуються в основному для тонкого і надтонкого помелу матеріалу. Подрібнення шматків відбувається у обертаючому або вібруючому барабані, за допомогою завантажених в нього тіл, що перемелюють ударом і стиранням часток матеріалу перемелюючими тілами та один з одним. У промисловості будівельних матеріалів бігуни застосовують для дрібного дроблення або грубого помелу глини, шамоту, кварцу, коли разом з подрібненням матеріалу необхідно забезпечити ущільнення, стирання, спільний помел і змішування матеріалів. Подрібнення відбувається за рахунок роздавлювання і стирання часток матеріалу масивними катками, що переміщуються по дну чаші, на якому знаходиться матеріал. Дезінтегратори і аеробільні млини відносяться до апаратів ударної дії, в яких матеріал подрібнюється ударами робочих органів, що обертаються, по частинкам матеріалу, повторним зіткненням часток з відбивними елементами, а також між собою. Особливістю аеробільних млинів є те, що розвантаження матеріалу відбувається потоком повітря, що подається в робочу камеру агрегату. Струменеві млини призначені для надтонкого подрібнення матеріалу. Помел відбувається в результаті тертя і зіткнення часток матеріалу одну об іншу, а також об стінки камери при русі матеріалу в повітряному потоці великої швидкості.

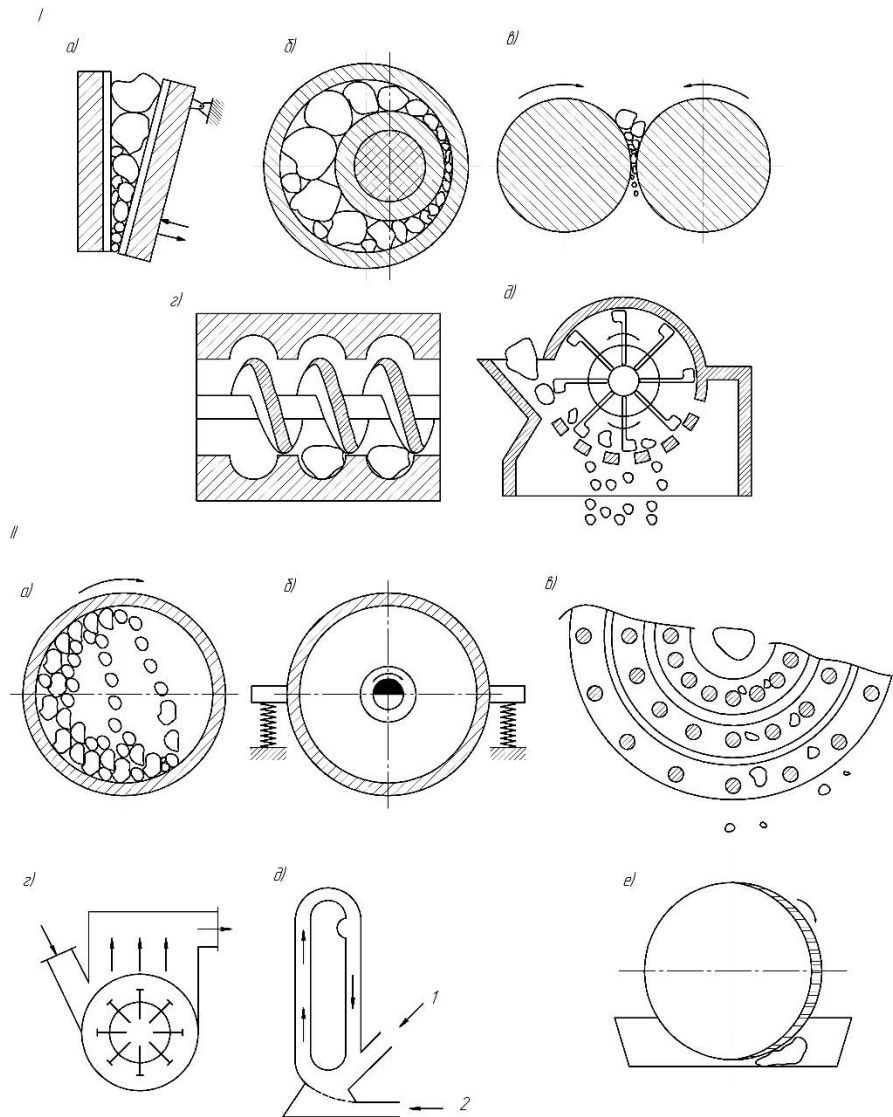


Рис. 3.2 Принципіальні схеми подрібнення:

I – дробарки: *a* – шокова, *б* – конусна, *в* – валкова, *г* – шнекова, *д* – молоткова; *II* – млин: *a* – кульовий, *б* – кульовий вібраційний, *в* – дезінтегратор, *г* – аераційний, *д* – променева, *е* – бігуни; *1* – матеріал, *2* – повітря

3.2. Основні закони подрібнення

Процеси подрібнення відрізняються своєю складністю і знаходяться залежно від таких чинників, як форма, розміри і зерновий склад початкового і отриманого матеріалу, його фізико-механічних властивостей – однорідності, наявності дефектів (тріщинуватості), міцності, твердості, вологості, в'язкості та інших, конструктивних особливостей подрібнювача, що визначають кінематику подрібнюваної частки. Складність явищ, що спостерігаються при подрібненні, практично відкидає створення єдиного універсального закону подрібнення.

Існує декілька рівнянь, в тій чи іншій степені пояснення витрат енергії на подрібнення.

П. Ріттенгер в 1867 році висунув гіпотезу, згідно якої **робота, витрачена на подрібнення, прямо пропорційна знову отриманій чистій поверхні подрібнюваного матеріалу:**

$$W = k_R A, \quad (3.1)$$

де W – витрачена робота; k – коефіцієнт пропорційності; A – знову утворена поверхня.

Якщо позначити розмір початкових зерен d_1 , а подрібнених d_2 то збільшення поверхні одиниці об'єму матеріалу складе $A = 1/d_2 - 1/d_1$ і рівняння 3.1 набере вигляду $W = k_R(1/d_2 - 1/d_1)$.

Позначаючи ступінь подрібнення $i = d_1/d_2$, отримаємо $W = k_R(i - 1)/d_1$.

Для двох послідовних стадій подрібнення від d_1 до d_2 і від d_2 до d_3 при відповідно ступенях подрібнення i_1 і i_2

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{k_R[(i_1 - 1)/d_1]}{k_R[(i_2 - 1)/d_2]} = \frac{1}{i_1} \cdot \frac{i_1 - 1}{i_2 - 1}$$

Отже, відношення робіт подрібнення на двох послідовних стадіях визначається тільки ступенями подрібнення. При $i_1 = i_2 = i$, $W_1/W_2 = 1/i$.

При значних ступенях подрібнення (наприклад, при тонкому помелі цементу) i_1 і $i_2 \gg 1$, тоді $W_1/W_2 \approx i_1 d_2 / (i_2 d_1) = 1/i_2$.

У 1874 р. В. А. Кірпічевим, а потім в 1885 р. Ф. Кіком була сформульована друга гіпотеза, згідно якої **робота, що витрачається на подрібнення, пропорційна об'ємам подрібнюваного і подрібненого матеріалу.**

З теорії пружності відомо, що робота внутрішніх сил пружності дорівнює (за відсутності втрат) роботі зовнішніх сил, що викликали дану пружну деформацію тіла, тобто $W = \sigma^2 V / (2E)$, де σ – напруження, що виникає при деформації; V – об'єм деформованого тіла; E – модуль пружності (модуль Юнга). Позначивши $\sigma^2 / (2E) = k_K$, отримаємо

$$W = k_K V. \quad (3.2)$$

Ф. Бонд в 1952 р. запропонував рівняння, за яким **робота, необхідна для подрібнення матеріалу від d_1 до d_2 , дорівнює різниці кількості сумарної енергії, необхідної для приведення матеріалу від теоретично нескінченного розміру до d_1 і до d_2 .** Іншими словами, **робота при подрібненні пропорційна середньо геометричному між об'ємом і знову чистою поверхнею**

$$W = k_R \sqrt{VA}. \quad (3.3)$$

Теорія Бонда припускає, що передана тілу при стиску енергія спочатку розподіляється за його об'ємом і, отже, пропорційна d^3 , але з моменту утворення тріщини енергія концентрується на поверхні по її краям і тоді вона пропорційна d^2 .

Виражаючи рівняння (3.1),(3.2) і (3.3) через діаметр подрібнюваного шматка, можна отримати $W = k_R D^2$ – по Риттенгеру; $W = k_B D^{2,5}$ – по Бонду; $W = k_K D^3$ – по Кірпічеву–Кіку.

По Ребіндеру, робота руйнування твердого тіла складається з роботи пружних і пластичних деформацій в об'ємі тіла ΔV , пропорційна цьому об'єму і дорівнює $k\Delta V$ і роботи утворення вільної поверхневої енергії знову утвореної поверхні $\sigma\Delta A$. Таким чином, сумарна робота руйнування

$$W = \sigma\Delta A + k\Delta V . \quad (3.4)$$

Аналізуючи рівняння Ребіндера, можна отримати формули Ріттенгера і Кірпічева–Кіка. Насправді, при помолі, коли спостерігається висока ступінь подрібнення, роботою деформації об'єму внаслідок її відносно невеликих значень можна нехтувати і рівняння 3.4 перетвориться на рівняння 3.1. При великому подрібненні з малим ступенем подрібнення можна нехтувати роботою, що витрачається на утворення нової поверхні внаслідок її незначної величини і рівняння 3.4 переходить в рівняння 3.2.

Оскільки на сьогодні немає досить надійних обґрунтувань щодо вибору коефіцієнтів, що входять в рівняння, формула Ребіндера не отримала широкого застосування.

У 1956 р. Рунквіст запропонував узагальнену гіпотезу, за якої робота, що витрачається на подрібнення одного шматка з певною мірою подрібнення рівна $W = k_{Ru} D^{4-m}$, де $m=1\dots 2$, а k_{Ru} – в межах $k_R \dots k_B \dots k_K$.

Методи вирішення задачі щодо витрати енергії на подрібнення, запропоновані Ріттенгером і Кірпічевим–Кіком, ґрунтовані на певному фізичному тлумаченні процесу. Методи Бонда і Рунквіста такого тлумачення не дають. Не можна уявити собі фізичної картини, яка характеризує квадратним коренем добутку поверхні на об'єм тіла. Незрозуміла і фізична модель, коли робота подрібнення пропорційна лінійному розміру в якій-небудь дробовій степені.

Щоб застосувати ту або іншу закономірність, необхідно знати фізичну суть процесів, що відбуваються при руйнуванні. При будь-якому виді деформацій процес руйнування можна представити в наступному вигляді. Зовнішні сили викликають накопичення внутрішньої енергії пружних деформацій. Напруження в шматку зростає, поки в якому-небудь місці внаслідок концентрації напруги, викликані місцевими дефектами, воно не перевищить межі міцності. Починається розвиток тріщини, що супроводжується перерозподілом енергії пружних деформацій, частина яких перетворюється на енергію знову утворених поверхонь. Вона і є корисною енергією подрібнення. Інша енергія витрачається головним чином на пружні деформації стиску і розсіюється у вигляді теплоти і інших видів енергії.

Перераховані гіпотези не в змозі оцінити різноманіття явищ, що відбуваються при подрібненні, хоча дають в деяких випадках задовільні результати. Так, для середнього подрібнення роботу можна розрахувати з

достатньою точністю за формулою Бонда. Проте, розглядаючи приведені формули, можна зробити важливі якісні висновки, що добре узгоджуються з практикою. Наприклад, ґрунтуючись на рівнянні Кіка, можна провести наступні міркування.

Нехай після n -кратного руйнування тіла отримаємо a_0^n частин розміром d з шматка діаметром D . Для отримання таких частин об'ємна ступінь подрібнення $D^3/d^3 = i^3 = a_0^n$, звідки $3lgi = n lga_0$ або $n = 3lgi/lga_0$.

Оскільки при кожному прийомі руйнування теоретично витрачається одна і та ж робота, а для руйнування тіла розміром D до частин розміром d потрібно n прийомів, то загальна робота руйнування:

$$W = \frac{\sigma^2 D^3}{2E} \cdot \frac{3lgi}{lga_n}. \quad (3.5)$$

Формула (3.5) показує, що витрата енергії зі збільшенням ступеню одноразового подрібнення (i) зростає.

Підтвердимо це прикладом. Оскільки тіло при руйнуванні ділиться мінімум на дві частини ($a = 2$), то, очевидно, максимальна робота

$$W_{max} = \frac{\sigma^2 D^3}{2E} \cdot \frac{3lgi}{lg2} \cong 5 \frac{\sigma^2 D^3}{E} lgi.$$

Нехай при подрібненні $i = 4$, тоді $W_{i=4} = 3\sigma^2 D^3/E$, а при помелі при $i = 100$ то $W_{i=100} = 10\sigma^2 D^3/E$.

Отже, теоретично при помелі витрата енергії в 3-4 рази більша, ніж при середньому подрібненні. За практичними даними витрата на помел дійсно вища, ніж на подрібненні, але не в 3-4 рази, а в 15-20 разів. Ця розбіжність пояснюється, по-перше, "зміцненням" частин по мірі зменшення їх розміру (див. п 3.3) і, по-друге, гальмівною дією переподрібненого матеріалу. Формула 3.5 показує, що сучасні машини для помелу менш досконалі, ніж дробарки. Вона також вказує на технологічний прийом, що дозволяє зменшити потужність установок для помелу. З неї виходить, що недоцільно в одній камері вести процес з високим ступенем подрібнення. Економно вести його в декількох, послідовно встановлених камерах з обов'язковим проміжним відбором фракцій, що не потребують подальшого подрібнення.

Співставлення різних гіпотез, що характеризують зв'язок між роботою подрібнення та розмірами початкових шматків, показано на діаграмі Хуккі (рис. 3.3). Згідно з діаграмою витрата енергії на отримання 1 тони щебеню фракції 5-40 (що найчастіше застосовується при виробництві збірного залізобетону) складає приблизно 0,4 кВт·год; на отримання 1 тони меленого піску питоною поверхнею близько 1800 см²/г (при виробництві ніздрюватого бетону) – 2 кВт·год; на отримання 1 тони цементу питоною поверхнею 2800 ... 3000 см²/г – 7 кВт·год. Дані, отримані за кривою Хуккі, досить добре кореспондуються з розрахунками, приведеними вище. Практичні ж витрати енергії значно вищі і складають для помелу цементу 35-45 кВт·год/т, піску 10-15 кВт·год, подрібнення щебеню 0,6-1 кВт·год/т.

Усе це говорить про відносність кількісних розрахунків, проведених згідно гіпотез Ріттенгера, Кірпічева–Кіка і Бонда, проте правильно висвітлюючи якісну характеристику процесів подрібнення.

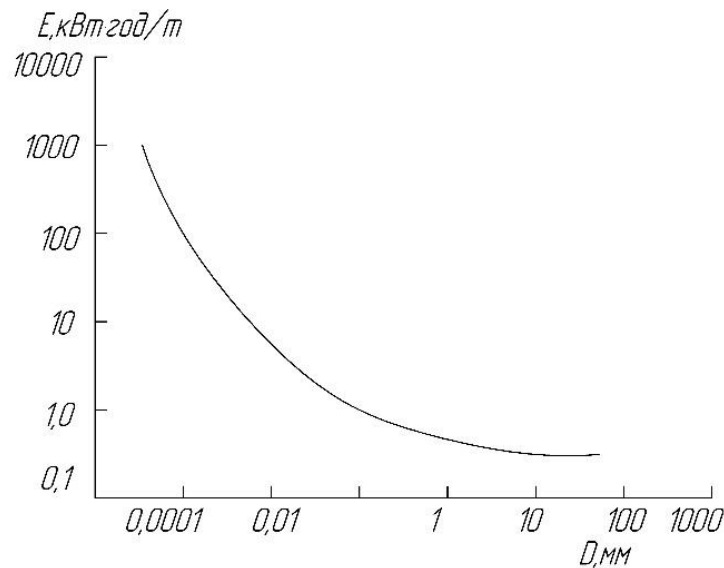


Рис. 3.3 Залежність питомої витрати E на подрібнення від кінцевої крупності D матеріалу (по Р.Т. Хуккі)

3.3. Теоретична та істинна міцність матеріалу

Інженерна практика показала, що руйнування будь-яких матеріалів залежить від різних локальних ушкоджень або дефектів, наявних в зразку або конструкції. Проте залишалось відкритим питання, наскільки істотно знижується міцність через наявність в матеріалі тих або інших дефектів.

На властивості будівельних матеріалів, у тому числі і на міцність, вирішальний вплив чинить їх будова. Під будовою мається на увазі взаємне поєднання і розподіл кристалічної, скловидної (аморфної) і газової (тобто пори) фаз, їх фізико-хімічна природа і кількісне співвідношення. Особливості будови будь-якого будівельного матеріалу оцінюють його мікро- та макроструктурою. Мікроструктура встановлює природу кристалічних фаз, характер їх будови і поєднання із скловидною фазою і порами. Макроструктура визначає об'єм пор, їх розміри, будову, форму, взаємне розташування в матеріалі.

У більшості випадків властивості неорганічних матеріалів обумовлюються особливістю фазового складу і характером будови фаз. Під фазовим складом мають на увазі природу і характер будови кристалічних фаз і їх поєднання в кількісному співвідношенні із скловидною фазою.

Для матеріалів органічного походження чинником, що визначає основні властивості, є наявність аморфної фази та характер її зв'язків з кристалічними і скловидними фазами (наповнювачами). Для щільних

матеріалів властивості визначаються в основному мікроструктурою, а для пористих – макроструктурою.

Міцність реальних матеріалів слід порівнювати з твердими тілами, що мають ідеальну структуру, міцність яких може бути визначена розрахунком (теоретична міцність).

Теоретична міцність представляє собою те критичне напруження, яке потрібно квазістатично (повільно) прикласти до ідеального бездефектного матеріалу при досить низьких температурах, щоб отримати безповоротну дисоціацію матеріалу. Міцність твердих тіл в результаті обумовлена силами взаємодії між атомами і іонами, що складають тіло.

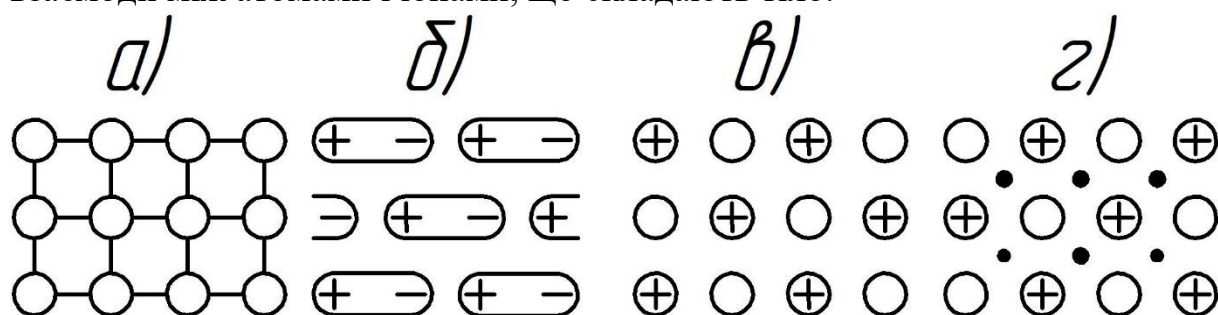


Рис. 3.4. Основні типи структур: а) атомна структура; б) молекулярна структура; в) іонна структура; г) металічна структура

Тверді тіла, як правило, мають кристалічну будову, в якій елементи – атоми, іони, молекули – розташовані у вузлах кристалічної решітки, що утворюють просторову структуру правильної геометричної форми, що повторюється. Тверді тіла не кристалічної будови (скла, пластмаси та інші) мають лише ближній порядок. Залежно від природи сил, що утримують атоми, іони і молекули, біля центрів рівноваги зазвичай розглядають чотири типи кристалічних структур: атомні, молекулярні, іонні і металеві (рис. 3.4, а...г). У вузлах іонних кристалів розміщуються протилежно заряджені іони, кожен з яких знаходиться в абсолютно однаковому відношенні до усіх іонів протилежного знаку, що оточують його. Іони взаємодіють між собою згідно закону Кулона. Тяжінню різнойменно заряджених часток перешкоджають сили відштовхування між однойменно зарядженими електронними оболонками. Останні проявляються на малих відстанях і дуже швидко збільшуються зі зменшенням цієї відстані.

На рисунку 3.5 приведений графік енергії зв'язку для іонних кристалів. Крива ϵ результуючої енергії зв'язку має характерний вигляд з мінімумом (потенційна яма) при $r = r_0$. Саме цей мінімум і пояснює втримання елементів твердого тіла біля центрів рівноваги на відстані r_0 між іонами в молекулі. При $r = r_0$ сила тяжіння дорівнює силі відштовхування, а результуюча сила взаємодії часток дорівнює нулю.

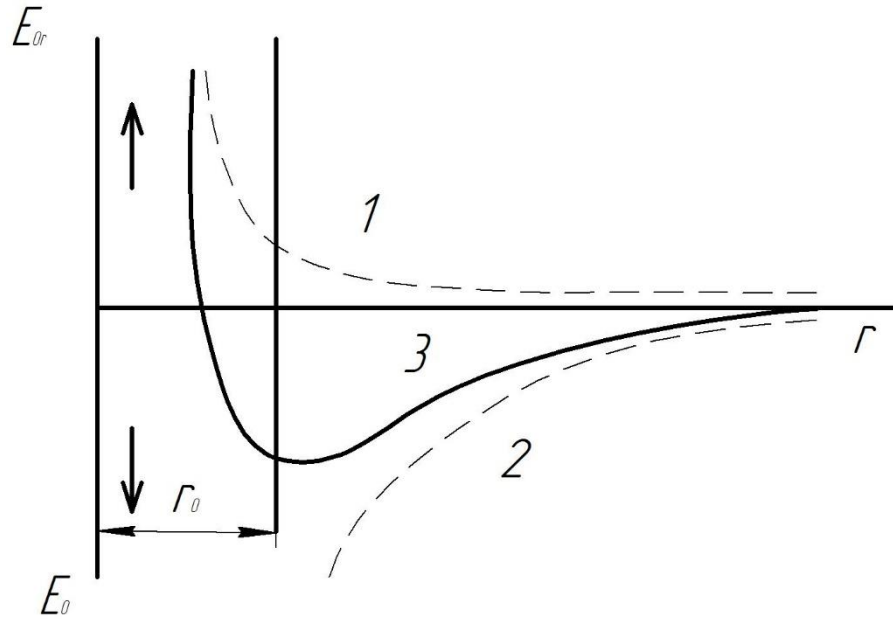


Рис. 3.5 Схема енергії зв'язку тяжіння та відштовхування:
 1 – енергія відштовхування; 2 – енергія тяжіння; 3 – результативна енергія;
 r_0 – рівноважна відстань

Енергію тяжіння ($E_{\text{п}}$) можна розрахувати відповідно закону Кулона

$$E_{\text{т}} = -e^2 / (4\pi\epsilon_0 r), \quad (3.6)$$

де e – заряд іона; ϵ_0 – електрична стала; r – відстань між іонами.

Сила тяжіння

$$F_{\text{т}} = \frac{-\delta E}{\delta r} = \frac{-e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

Енергія відштовхування по Борну

$$E_{\text{від}} = \frac{B}{r^n}, \quad (3.7)$$

де B і n – сталі;

Сила відштовхування

$$F_{\text{від}} = -\frac{\delta E_{\text{від}}}{\delta r} = \frac{nB}{r^{n+1}}.$$

Результуюча енергія взаємодії іонів

$$E = E_{\text{т}} + E_{\text{від}} = \frac{B}{r^n} - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (3.8)$$

Іонний зв'язок характерний для кристалічних решіток солей типу NaCl, KCl, NaBr та ін.

При атомному зв'язку електрони належать одночасно двом ядрам молекул типу H_2 , O_2 , N_2 . Якщо сили всіх електронів спрямовані в протилежні сторони (антипаралельні), то виникають сили тяжіння і енергія зв'язку згідно Лондону може бути обрахована за рівнянням

$$E_s = 2E_0 + \frac{(K + W)}{(1 + S^2)}, \quad (3.9)$$

де $2E_0$ – сумарна енергія двох ізольованих атомів; K – електростатична (кулонівська) енергія зв'язку; S – інтеграл неортогональності, що змінюється від 0 до 1.

Атомний (валентний, обмінний) зв'язок характерний для силікатних матеріалів і більшості гірських порід. Характер графіку енергії зв'язку за рівнянням 3.9 аналогічний представленому на рисунку 3.5, однак при більшій величині потенційної ями.

Металева структура характеризується відносно малим зв'язком зовнішніх валентних електронів в атомах металів з ядром. У рідкому і твердому стані речовини атоми розташовуються настільки близько один від одного, що валентні електрони набувають здатність залишати свої атоми і вільно розташовуватись всередині решітки (позначені точками на рисунку 3.4). Зв'язок в решітках металу виникає в результаті взаємодії позитивних іонів з електронним газом. Електрони, знаходячись між іонами, намагаються стягнути їх, прагнучи урівноважити сили відштовхування, що діють між позитивно зарядженими іонами.

Зі зменшенням відстані між іонами збільшується щільність електронного газу і, як наслідок, зростає сила тяжіння. З іншого боку, зі зменшенням відстані між позитивно зарядженими іонами збільшуються сили відштовхування, які прагнуть віддалити іони один від одного. Решітки стають стійкими на такій відстані між іонами, коли сили тяжіння і відштовхування урівноважуються.

Металевий зв'язок подібний з валентним. В основі цих зв'язків лежить узагальнення зовнішніх валентних електронів, але при валентному зв'язку беруть участь пари електронів від пари найближчих сусідніх атомів, а в металевому зв'язку беруть участь всі атоми кристала, тоді як вільні електрони рухаються не у своїх атомах, а всередині всієї решітки.

Найбільш загальним видом зв'язку, що виникає між будь-якими атомами і молекулами, є сили Ван-дер-Ваальса. Вони виникають між електрично нейтральними системами і системами, що не мають електричного моменту.

Розрізняють три види Ван-дер-Ваальсової взаємодії між молекулами: орієнтаційне – у випадку дипольної молекули; індукційне – при виникненні наведених електричних моментів; дисперсійне, що виникає між нейтральними молекулами при синхронному русі електронів і антипаралельної спрямованості спінів.

Різновидом орієнтаційної ван-дер-ваальсової взаємодії є водневий зв'язок, що має енергію зв'язку більше, ніж інші види молекулярного зв'язку.

Характер взаємодії між молекулами при зв'язках Ван-дер-Ваальса, у тому числі і при водневих, відповідає рисунку 3.5, хоча величина потенційної ями значно менша. Таким чином, характер кривих,

представлених на цьому графіку, відбиває характер взаємодії між частками твердого тіла при усіх видах зв'язку.

У таблиці 3.1 приведена порівняльна характеристика різних видів зв'язку.

Таблиця 3.1

Характеристика зв'язків в кристалічній решітці твердих тіл

Тип зв'язку	Речовина	Енергія зв'язку, кДж/моль	Теоретична орієнтовна міцність, МПа
Іонна	NaCl	754	38000
Атомна	Алмаз	712	36000
	SiC	1387	60000
Металева	Na	109	5500
Молекулярна	CH ₄	10	500
	Лід (водневий)	5	2500

Для багатьох твердих тіл зі складною структурою при відомій міцності зв'язку двох ізольованих атомів перехід від енергії парної взаємодії до енергії атома в твердому тілі складний, тому проведення досить чітких розрахунків теоретичної міцності доки неможливе.

Орован запропонував теоретичну міцність розраховувати за формулою

$$\sigma_T = \left(\frac{E \alpha_{\text{пов}}}{r_0} \right)^{1/2}, \quad (3.10)$$

де E – модуль пружності Юнга; $\alpha_{\text{пов}}$ – вільна поверхнева енергія твердого тіла; r_0 – рівноважна відстань між атомами.

Розрахована по цій формулі теоретична міцність деяких матеріалів наведена в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2

Теоретична міцність деяких матеріалів

Речовина	Модуль Юнга, МПа	Вільна поверхнева енергія, (Дж/см ²) · 10 ⁻³	Теоретична міцність, МПа
Мідь	196000	1,65	40000
Залізо	265000	2,0	77500
Алмаз	1230000	5,4	209000
Графіт	10200	0,07	1430
Кремній	192000	1,2	32600
Силікатне скло	74000	0,56	16300

Усі приведені вище міркування стосувались ідеальних матеріалів. Реальні ж композиційні матеріали мають різного роду дефекти, пов'язані з дефектами кристалічної решітки і мікротріщинами Гріффітса (див. нижче).

Дефекти в кристалах підрозділяються на точкові (нульвимірні), одновимірні і двовимірні.

Розрізняють точкові дефекти енергетичні, електронні і атомні. Енергетичні дефекти (фоони) – тимчасові спотворення регулярності решітки кристала, викликані тепловим рухом або дією різних видів радіації – світлового, рентгенівського та інших випромінювань. До електронних дефектів належать: надмірні електрони, нестача електронів (незаповнені валентні зв'язки в кристалі – дірки) і парні дефекти (екситони), що складаються з електрона і дірки, пов'язані між собою кулонівськими силами. На рисунку 3.6 показані три види атомних дефектів. Вони проявляються у вигляді вакантних вузлів (дефекти Шоттки) (рис 3.6, а), у вигляді зміщення атома з вузла в міжвузля (дефекти Френкеля) (рис. 3.6, в).

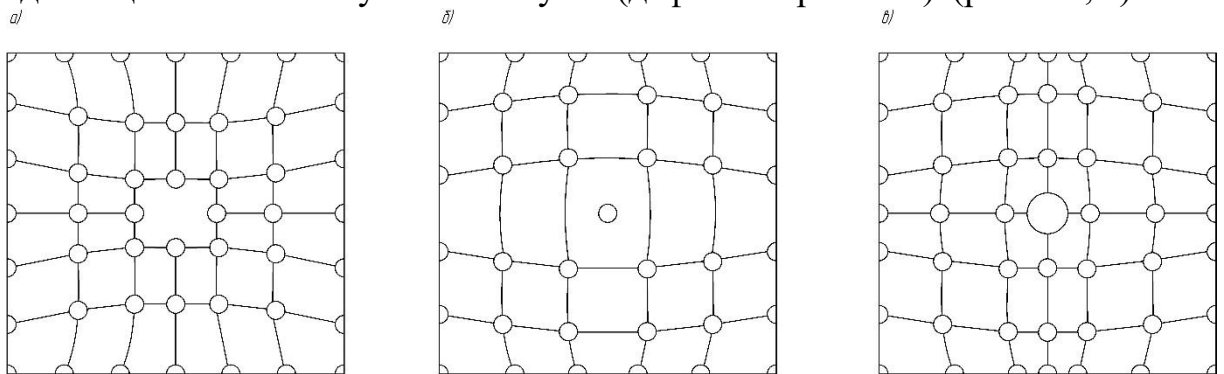


Рис. 3.6 Атомні дефекти кристалічної решітки

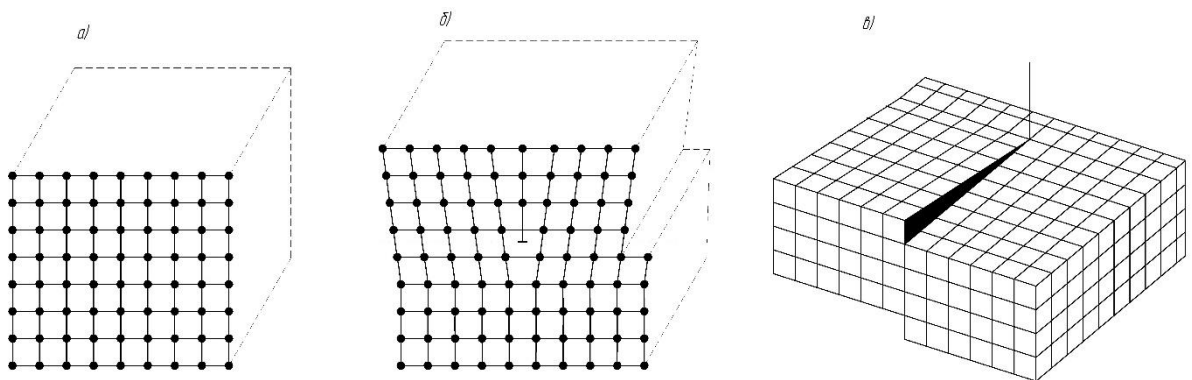


Рис. 3.7 Схема дислокації:

а – кристал ідеальної структури; б – теж саме, з крайовою дислокацією; в – теж саме, з гвинтовою дислокацією; \perp – ядро дислокації

До одновимірних (лінійних) дефектів відносяться дислокації. Простими випадками дислокацій є крайова і гвинтова. На рисунку 3.7(а) зображена будова ідеального кристалу у вигляді сімейства паралельних один одному атомних площин. Якщо одна з них обривається усередині кристала, то місце її обриву утворює крайову дислокацію. Спотворення решіток, максимальне поблизу дислокації, швидко розходить у міру віддалення від неї (рис. 3.7, б). У разі гвинтової дислокації немає відриву всередині кристала якої-небудь з атомних площин, але самі атомні площини

є системою, подібною до гвинтових сходів. По суті, це одна атомна площина, закручена по гвинтовій лінії. Гвинтова дислокація може бути представлена у вигляді дезорієнтації блоків (рис. 3.7, в). Ділянка, що межує з віссю дислокації, представлена у вигляді двох блоків, один з яких як би зісковзнув на один період по відношенню до сусіднього блоку. Як і у разі крайової дислокації, найбільші спотворення решіток знаходяться поблизу осі дислокації. Область найбільших спотворень решіток називається ядром дислокації. Будь-яка конкретна дислокація може бути представлена як поєднання крайової та гвинтової дислокацій.

До двовимірних (площинних) дефектів відносяться межі між зернами кристалів, ряди лінійних дислокацій. Сама поверхня кристала може розглядатися як двовимірний дефект.

Точкові дефекти типу вакансій є в кожному кристалі, вони постійно зароджуються і зникають під дією теплових флуктуацій. За формулою Больцмана рівноважна концентрація вакансій n_v в кристалі при даній температурі T визначається як

$$n_v = n e^{-E_v/(RT)}, \quad (3.11)$$

де n – число атомів в одиниці об'єму кристала; E_v – енергія утворення вакансій; R – стала Больцмана.

Для більшості кристалів $E_v = 1$ еВ. При кімнатній температурі $RT \approx 0,025$ еВ, отже, $\frac{n_v}{n} \approx e^{-1/0,025} \approx 10^{-14}$.

При підвищенні температури відносна концентрація вакансій швидко зростає і при $T = 600$ К вона досягає 10^{-5} , а при $T = 900$ К – 10^{-2} .

Подібні міркування можна провести і відносно концентрації впроваджень з урахуванням того, що енергія утворення дефектів Френкеля складає 3-5 еВ.

Навіть якщо відносна концентрація атомних дефектів і невелика, то зміни фізичних властивостей кристала у зв'язку з ними можуть бути величезними.

Дислокації, будучи протяжними дефектами кристала, охоплюють значно більше вузлів, чим атомні дефекти. Енергія дислокації оцінюється величиною близько $4 \cdot 10^{-19}$ Дж на 1 м довжини дислокації. Така велика енергія, необхідна для створення дислокацій, робить їх практично атермічними, тобто не залежними від температури. На відміну від вакансій можливість появи дислокацій від теплових флуктуацій зникаюче мала для усього інтервалу температур кристалічного стану речовини.

У реальному кристалі дислокації виникають в процесі його зростання з розчину або розплав. Вивчення структури реальних кристалів показує, що їх внутрішня будова відрізняється від будови ідеальних кристалів. Реальні кристали складаються з блоків правильної будови, розташованих лише приблизно паралельно один одному. Прийнято говорити, що реальні кристали мають мозаїчну структуру. Розміри блоків коливаються від 10^{-4} до

10^{-6} см. На рисунку 3.8 показані два блоки, що ростуть один назустріч одному і розгорнутих по відношенню один до одного на кут φ . При зрощенні кристалічна решітка в площині зіткнення матиме різну орієнтацію. Отже, виникне перехідний шар, в якому решітки з орієнтацією одного блоку переходять до орієнтації іншого блоку.

Джерелом дислокацій в недеформованому кристалі можуть бути також скупчення вакансій (рис. 3.9).

Зсувоутворення в кристалі, що розвивається під дією зовнішньої сили, є рух дислокацій по площинах ковзання і вихід їх на поверхню кристала. Якби зсувоутворення відбувалося тільки за рахунок виходу дислокацій, вже наявних в кристалі, то пластична деформація призводила б до виснаження дислокацій і переходу кристала у більш досконалий стан.

Досвід показує, що із зростанням деформації спотворення решіток росте, отже, росте і щільність дислокацій. Наприклад, у відпалених металах, щільність дислокацій складає 10^7 - 10^8 см⁻². Після холодної обробки (прокату, волочіння) щільність дислокацій збільшується до 10^{11} - 10^{12} см⁻². У цих дислокаціях концентрується майже вся енергія, поглинена металом при пластичній деформації.

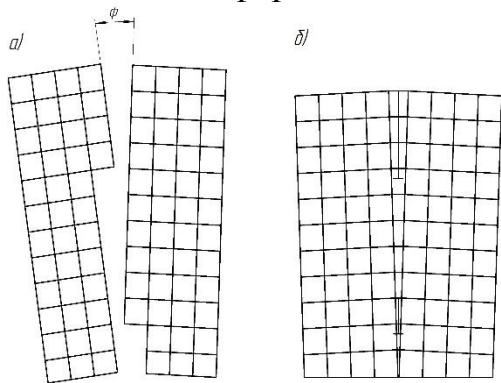


Рис. 3.8 Утворення дислокації на межі блоків:

а – блоки, що зростають у напрямку один до одного; φ – кут між ними; б – дислокації, що виникли при зростанні блоків

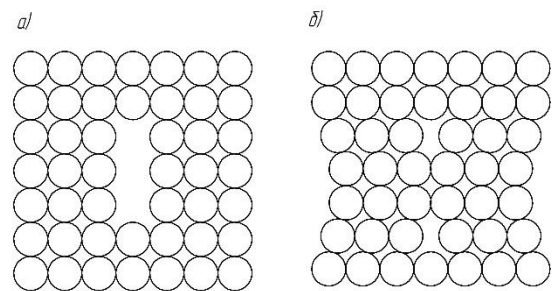


Рис. 3.9 Утворення дислокації через скупчення вакансій:

а – скупчення вакансій в кристалі; б – дислокації, що виникли з цього скупчення

З іншого боку, відомо, що у міру розвитку пластичної деформації і зростання кількості дефектів кристал зміцнюється. Суть цього зміцнення полягає у взаємодії дислокацій один з одним і з іншими дефектами решіток, що призводить до ускладнення переміщення їх в решітках кристала. Дислокація, спричиняючи пружне викривлення решіток, створює навколо себе силове поле, що характеризується в кожній точці певними дотичними і нормальними напруженнями. При попаданні в нього іншої дислокації виникають сили, що прагнуть або зблизити, або відштовхнути дислокації один від одного. Якщо дислокації розташовані в одній площині, то однойменні дислокації відштовхуються, різнойменні – притягуються один

до одного. У міру накопичення дислокацій в даній площині ковзання збільшується опір зсуву і кристал зміцнюється.

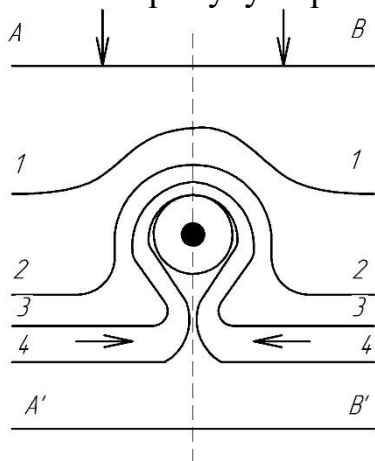


Рис. 3.10 Схема прокодження лінійної дислокації через перешкоди: AB – початкова форма лінійної дислокації; 1, 2, 3, 4 – поступове викривлення дислокації по мірі проходження перешкод D ; $A'B'$ – випрямлення дислокації після проходження перешкод

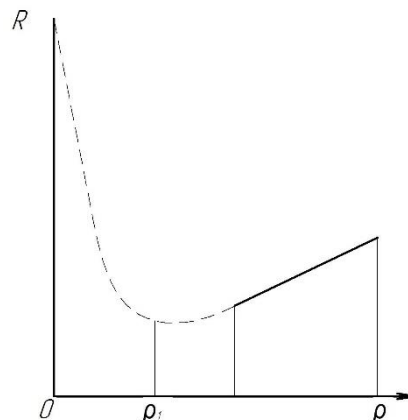


Рис. 3.11 Залежність опору деформації R від числа дефектів ρ в одиниці об'єму

Припустимо, що дислокація при своєму переміщенні зустрічає яку-небудь перешкоду D (рис. 3.10) (сторонній атом, перетин іншої дислокації і т. ін.). При наближенні до перешкоди дислокація поступово викривляється і утворює петлю, що огинає його. За перешкодою петля замикається і дислокація знову стає прямолінійною. Огинання дислокацією перешкоди пов'язане зі збільшенням її довжини і різким спотворенням решітки, що вимагає витрати додаткової роботи. Сутність зміцнення кристала при виникненні дефектів і полягає в тому, що на ділянці подолання дефекту дислокація отримує значно більший опір переміщенню, ніж в неспотворених областях решітки. Особливо сильну гальмівну дію чинять границі блоків, зерен і відособлені включення, що містяться в решітці.

Явища зміцнення при холодній деформації (наклеп), при введенні домішкових атомів (легування), штучне формування в сплавах відособлених включень (загартування) знаходять широке практичне застосування.

З усього сказаного виходить, що дефекти решіток чинять на опір кристала деформації подвійний вплив: сприяючи утворенню дислокацій, вони послабляють кристал; а перешкоджаючи вільному переміщенню дислокацій, зміцнюють його.

На рисунку 3.11 показаний вплив кількості дефектів на міцність кристала. Точка ρ_1 відповідає такій щільності дислокацій, при якій опір кристала деформаціям мінімальний. Збільшення числа дефектів викликає

підвищення міцності внаслідок збільшення опору переміщення дислокацій. Методи зміцнення (наклеп, легування, теплообробка), що застосовуються в наш час, відповідають правій похилій гілці кривої. Методи зміцнення, що відповідають лівій гілці, призводять до отримання бездефектних кристалів. Вже зараз отримані тонкі ниткоподібні кристали із структурою, що наближається до ідеальної. Так, у ниткоподібних кристалів заліза межа міцності дорівнює 13360 МПа (у звичайному стані близько 300 МПа), у міді – 3020 (260 МПа), у цинку – 2250 МПа (180 МПа). Пружна деформація ниткоподібних кристалів досягає декількох відсотків, тоді як у звичайних не перевищує сотих доль відсотка.

Вище були наведені наближені методи підрахунку теоретичної міцності кристалічних матеріалів.

Істинна міцність реальних матеріалів на 3-4 порядки нижче теоретичної і, наприклад, для кераміки складає 10-102 МПа. Таке велике зниження міцності не можна пояснити зменшенням робочої площі поперечного перерізу зразка за рахунок пор, каверн, оскільки при послабленні міцності, припустимо в 103 рази, каверни повинні були б займати 99,9% площі поперечного перерізу зразка.

Наявністю різних дефектів кристалічної решітки, як показано вище, так само не можна пояснити таку велику різницю в теоретичній і реальній міцності.

Гріффітс показав, що різниця між теоретичною і дійсною міцністю твердих тіл є наслідком вмісту в них дрібних тріщин, у яких спостерігається сильна концентрація напружень. Основна ідея, використана Гріффітсом, полягає в тому, що під дією прикладеного розтягуючого напруження на краях мікротріщин виникає локальне перенапруження σ^* (рис. 3.12), яке у багато разів перевищує середнє напруження σ , розраховане на весь переріз зразка.

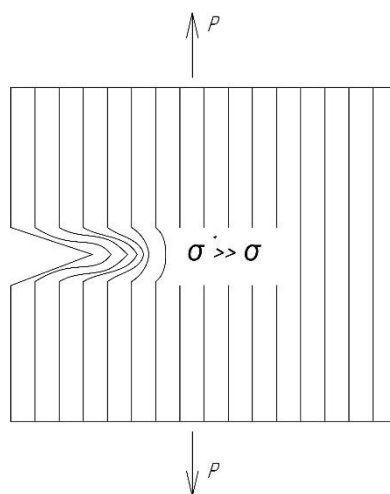


Рис. 3.12 Схема концентрації напружень у вершині тріщини

Якщо перенапруження у вершині найбільш небезпечної тріщини досягає теоретичної міцності σ_T , то відбувається катастрофічне (зі

швидкістю, близькою до швидкості звуку) розростання тріщини і зразок розділяється на частини. Прикладене середнє напруження у цей момент відповідає критичному σ_k . При перенапруженнях, що менше теоретичної міцності, тріщина не росте і матеріал не руйнується. Коефіцієнт концентрації напружень у вершині мікротріщини дорівнює $\beta = \sigma^*/\sigma$. Він залежить від форми, розмірів, орієнтації мікротріщини по відношенню до напрямку розтягування. Тому критична напруга не є константою матеріалу. Різні зразки мають різні по розмірах найбільш небезпечні мікротріщини.

При обґрунтуванні формули для розрахунку критичної напруги Гріффітс виходив з наступних положень:

а) руйнування крихкого матеріалу атермічно, тобто не залежить від температури;

б) зростання мікротріщини може відбуватися у тому випадку, якщо зменшення пружної енергії в зразку (за рахунок розвантаження матеріалу навколо зростаючої мікротріщини) дорівнює (чи більше) збільшенню вільної поверхневої енергії, що виникає при утворенні нових поверхонь (тобто дотримана умова – $d\alpha = d\varepsilon$, де $d\alpha$ – зменшення вільної поверхневої енергії, $d\varepsilon$ – збільшення пружної енергії);

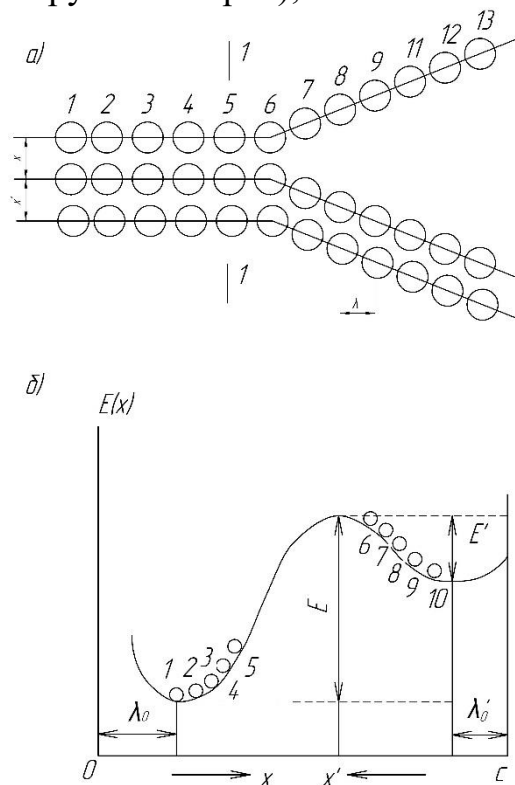


Рис. 3.13 Молекулярна модель мікротріщини а і зміна потенціальної енергії б

в) довжина мікротріщини набагато менше поперечного перерізу зразка і напруження в перерізі тріщини практично співпадає з середнім напруженням, розрахованим на номінальну міцність.

Ґрунтуючись на цих положеннях, Гріффітс визначив критичну напругу

$$\sigma_k = \sqrt{2\alpha E/l_0}, \quad (3.12)$$

де α – вільна поверхнева енергія пружного тіла; E – модуль пружності; l_0 – глибина початкової крайової мікротріщини.

По сучасних переконаннях теорія Гріффітса має ряд недоліків. Основні з них:

1) розрахунок критичного напруження з рівності зміни пружної енергії і зміни вільної поверхневої енергії ($-d\alpha = d\varepsilon$) принципово невірний, оскільки за законом збереження енергії $-d\alpha = d\varepsilon + dQ$, тобто повинні враховуватися механічні втрати енергії при руйнуванні крихких тіл;

2) теорія Гріффітса не враховує тимчасову залежність міцності;

3) не враховується молекулярна структура.

Для пояснення останнього положення розглянемо молекулярну модель мікротріщини і механізм її зростання в крихкому твердому тілі. На межі переходу від суцільності до вільної поверхні (рис. 3.13, лінія 1 – 1) відбувається розрив зв'язку між атомами. Атоми 1-5 ще знаходяться в об'ємі тіла, а 6-10 – на вільній поверхні. За рахунок теплового руху і флуктуацій атоми у вершині тріщини час від часу здобувають достатню кінетичну енергію для розриву або ж для відновлення розірваного між ними зв'язку. Цей процес супроводжується витратою енергії на подолання потенційних бар'єрів E і E' . Кінетичні енергії часток є енергіями активації процесів розриву або відновлення хімічних зв'язків. Різниця $E - E'$ – є потенційна поверхнева енергія, яку з деяким наближенням можна розглядати як функцію відстані між частками в напрямку розтягу, тобто $f(x) - f(x')$.

У ненавантаженому тілі $x = \lambda_0$ і $x' = \lambda'_0$, що відповідає рівноважній міжатомній відстані в поверхневому шарі. Максимум на потенційній кривій виникає внаслідок того, що на процес розриву зв'язків впливають найближчі сусіди наступних атомних шарів. У розвантаженому матеріалі вірогідність знаходження часток в зоні x більша, ніж в зоні x' . Після розвантаження тріщина змикається аж до дефекту, на якому вона утворилася. У навантаженому матеріалі розтягуюче напруження сприяє розриву зв'язків і перешкоджає їх відновленню, отже, для розриву зв'язків потрібно меншу, а для відновлення більшу кінетичну енергію, ніж в ненавантаженому стані. При великих напруженнях вірогіднішим стає розрив зв'язків і мікротріщина зростає. Напруження $\sigma = \sigma_0$, при якому вірогідність розриву і відновлення зв'язків рівні, вважається безпечним.

Таким чином, за сучасними переконаннями існують два механізми руйнування. На першій стадії тріщини обумовлюються термофлуктуацією, на другій – зростання тріщини визначається в основному пружними властивостями твердого тіла і запасом енергії в ньому.

Подальший розвиток теорії Гріффітса проходив у напрямку уточнення чинників, що викликають виникнення та розвиток мікротріщин, як головної причини, що пояснює початок руйнування реальних матеріалів.

І атермічна теорія Гріффітса, і сучасна молекулярна теорія руйнування однозначно говорять про те, що початок руйнування реального матеріалу пов'язаний з наявністю мікротріщин на його поверхні. Відповіді однозначно про причини їх утворення не можна. Цих причин може бути декілька. Ось основні з них:

1) механічні ушкодження поверхні в процесі технології отримання готового матеріалу;

2) відмінність коефіцієнтів термічного розширення окремих фаз полікристалічного матеріалу;

3) хімічна корозія поверхні як в процесі виробництва матеріалу, так і в період його служби;

4) злиття дислокацій в процесі пластичної деформації матеріалу.

Дійсно, процес отримання готового матеріалу завжди пов'язаний з його первинною механічною переробкою. Для сировинних матеріалів – це кар'єрні роботи по їх добуванню, подальше подрібнення і класифікація, для формованих матеріалів – це процес перемішування початкових компонентів і їх формування. На усіх цих стадіях поверхні первинних початкових компонентів зазнають значних механічних дій, що призводять до утворення не лише мікро-, а часто і макротріщин. Тут ведеться не про технологічні тріщини виробів, а про дефекти на поверхні окремих компонентів.

Більшість будівельних матеріалів в процесі виготовлення піддаються термічній обробці. Різниця в коефіцієнтах термічного розширення може бути також причиною утворення поверхневих тріщин. І знову-таки йдеться не про технологічні термічні тріщини, що виникають, припустимо, між зернами шамота і глини, а про тріщини в самому шамоті або глині, як матеріалах, що мають багатофазову будову.

Відомо, що свіжа незахищена поверхня багатьох мінералів має підвищену хімічну активність. Адсорбція цією поверхнею сторонніх іонів або молекул іншої речовини може призвести до хімічної корозії і часткового руйнування поверхневого шару. Наприклад, руйнування кварцу розпочинається з руйнування зв'язків Si – O з утворенням поверхневих тріщини в структурі самого кристала. При цьому на поверхні тріщини утворюються іони Si і O – з ненасиченими валентними зв'язками. Така поверхня має високу енергію і дуже реакційноздатна, на ній відразу ж адсорбуються атоми кисню з навколишнього повітря, що призводить до зниження поверхневої енергії.

На дислокаційних причинах утворення тріщин слід зупинитися дещо детальніше. Нехай кристал не має дефектів типу дислокацій. Припустимо, що ми хотіли зрушити верхню половинку кристала по відношенню до нижньої на одну міжатомну відстань (рис. 3.14, а). Для цього доведеться «перекотити» один через одного усі ряди атомів, розташовані в площині зрушення.

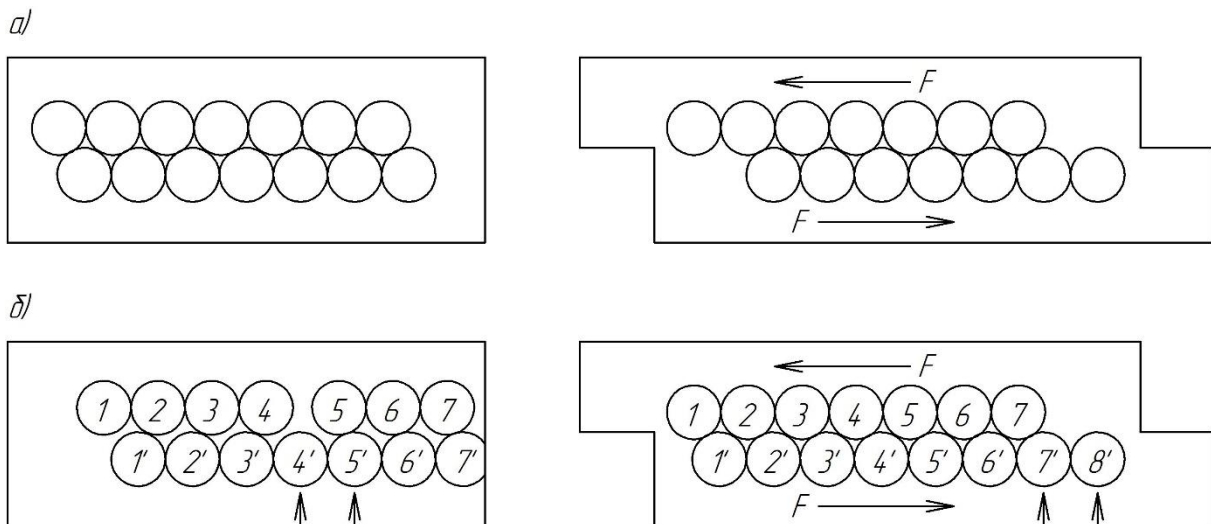


Рис. 3.14 Схема зсуву ідеального кристалу *a* і кристалу, що має дислокацію *б*

Абсолютно інакше йде справа при дії сили зрушення на кристал, що має дислокацію (рис. 3.14, б). Для простоти припустимо, що дислокація захоплює мінімальне число рядів, а ще краще, є точковим дефектом типу Френкеля. Тоді можна сказати, що наявність дислокації зводиться до того, що між двома рядами верхньої (розтягнутої) площини є лінійна порожнеча. У нижній (стислій) площині, що примикає до межі розділу блоків, є зайвий ряд атомів. Використання цього ряду призводить до того, що два ряди атомів, що знаходяться під порожнечею, надмірно стиснуті.

У якийсь початковий момент порожнеча була між атомами 4 і 5, а атоми 4' і 5' стислі. При дії сили F ряди 5 і 6 зсунуті в порожнечу. Що ж сталося? Вся дислокація зрушилася вправо, і її рух триватиме так само, доки дислокація не вийде за межі кристала. Результатом буде зрушення на один ряд атомів, тобто такий самий, як і при зрушенні ідеального кристала. Не потрібно доводити, що в другому випадку зусилля зсуву значно менше. В першому випадку потрібно здолати взаємодію усього ряду атомів, в другому – тільки частини атомів. Переміщення декількох дислокацій, що знаходяться в одній площині, може привести до їх злиття і, як наслідок, до утворення зародка тріщини.

Пояснимо це наступним прикладом. Нехай кристал має декілька дислокацій в площині зрушення, а площина закінчується впровадженням стороннього атома, сили зв'язку якого з сусідніми атомами кристалічної решітки значно більші, ніж атомарні зв'язки самого кристала. І тоді пересування першої дислокації закінчиться не виходом її з кристала, а пересуванням атомів до упору до стороннього атома. Зрушення атомів другої і третьої дислокації приведе до ущільнення атомів лівої частини кристала і підсумовування порожнеч в правій. Але таких дислокацій в реальному кристалі може бути багато. Сума усіх порожнеч окремих

дислокацій може перетворитися на тріщину на поверхні кристала. Враховуючи, що такими упорами в реальних кристалах є не лише сторонні атоми, але і межі кристалів, дефекти Шотки і т. ін., то вільному переміщенню дислокацій є багато перешкод. Наявність таких перешкод може привести як до зміцнення кристалічної решітки (про що говорилося вище), так і до появи поверхневих тріщин. Все залежить від розподілу таких упорів в кристалі, співвідношенні доданої сили, з напрямом дислокаційних ліній, розподілу самих дислокацій.

Таким чином, первинні механічні ушкодження поверхні, відмінності коефіцієнтів термічного розширення окремих твердих фаз структури, хімічна корозія і наявність дислокацій є причинами появи тріщин.

Наявність же самих тріщин, як було показано, призводить до зниження міцності матеріалу і, як наслідок, зменшення зусиль для його подрібнення.

3.4. Фізико-хімічна активація процесу подрібнення

Подрібнення твердих тіл можна значно активізувати, використовуючи ефект адсорбційного пониження міцності. Цей ефект уперше був встановлений П. А. Ребіндером і знайшов широке практичне застосування.

Усі тверді тіла мають поверхневі і внутрішні дефекти. При завантаженні тіла, у яку виникають пружні і пластичні деформації, розвиваються вже наявні дефекти і виникають нові. Руйнування тіл полегшується, якщо яким-небудь чином сприяти розвитку цих дефектів. Адсорбційне пониження міцності і полягає в розвитку різноманітних дефектів при менших напруженнях. Схематично найдрібніші тріщини на поверхні матеріалу можна розглядати як клиновидні щілини.

У гирлі (тобто на поверхні матеріалу) обидві сторони щілини мають усі властивості поверхні з властивою їй поверхневою енергією α . У міру видалення в глибину мікросщілини вільна поверхнева енергія зменшується від α до нуля в кінці тріщини.

Наявність мікротріщин дозволяє оточуючому середовищу проникати в поверхневий шар матеріалу. Якщо оточуюче середовище – рідина, то вона утворює в тріщинах щонайтонші плівки, що мають значний надлишок вільної енергії, що зростає зі зменшенням товщини плівки. Щоб зменшити вільну енергію, плівка рідини прагне "товщати" в мікротріщині, тобто чинить розклинюючий тиск (за Дерягіним) на стінки тріщини. Цей тиск максимальний в самому кінці тріщини, до якого може проникнути рідина. Розклинюючий тиск рідини дуже значний (для води близько 250 МПа в найбільш вузьких місцях тріщини) і визначається енергією змочування цієї рідини поверхні даного тіла ($\alpha_{\text{ж}}$). Капілярний тиск $P_{\text{к}}$, що характеризує всмоктуючу силу,

$$P_{\text{к}} = 2\alpha_{\text{ж}} \frac{\cos\theta}{r},$$

де θ – крайовий кут змочування; r – ширина щілини.

В той же час кінетика всмоктування залежить від в'язкості рідини η

$$\frac{dl}{dt} = [r^2 \rho / (8\eta)] [P_k / (\rho l) - g \sin \varphi],$$

де l – довжина стовпа рідини в капілярі; t – час всмоктування; ρ – густина рідини; φ – кут нахилу капіляра до горизонту.

Звідси витікає, що для посилення ефекту розклинюючої дії потрібна значна витримка для досить повного всмоктування рідини в дуже вузькі мікрощілини, де її дія особливо ефективна.

Руйнування твердого тіла під впливом цієї рідини можна інтенсифікувати, додаючи поверхнево-активні речовини (ПАР). ПАР підвищує енергію змочування тіла рідиною. Молекули ПАР мігрують по адсорбуючій поверхні твердого тіла, проникаючи в мікрощілини і покриваючи її стінки рівномірним адсорбційним шаром (зазвичай мономолекулярним). Глибина проникнення ПАР обмежується розміром адсорбованих молекул. Рушійна сила втягування адсорбційних шарів в тріщини

$$P_a = \alpha_0 - \alpha_r,$$

де α_0 – поверхнева енергія твердого тіла; α_r – те ж, покритого молекулами ПАР.

Адсорбційні ефекти специфічні і залежать від мінералогічного складу породи. Для кожного мінералу існують найбільш ефективні ПАР, знижуючи міцність з вагомо вузькими коливаннями оптимальних концентрацій. Наприклад, для кварцу ефективні $AlCl_3$, $NaCl$, $MgCl_2$ і нафтове мило; для карбонатних порід (вапняків, доломітів) – лужні електроліти; для глинистих порід – хлористий натрій.

Рідина в процесі подрібнення дисоціює, а продукти дисоціації, які у момент їх утворення дуже активні, здатні утворювати міцні з'єднання з поверхнею подрібнюваного матеріалу.

3.5. Кінетика подрібнення і розмелення

Під кінетикою подрібнення розуміють закономірності перебігу процесу в часі. Розглядаючи вище закони подрібнення, було зазначено, що зі збільшенням ступеня подрібнення робота на проведення цього процесу збільшується, або, іншими словами, зменшується швидкість подрібнення і збільшується час на отримання продукту необхідної дисперсності.

Для різних агрегатів та виду подрібнювального матеріалу виведений ряд емпіричних формул, що пов'язують час подрібнення з дисперсністю подрібнювального продукту. Ці формули носять назву кінетичних рівнянь. Наприклад, для помелу кварцу в вібротліні константа швидкості подрібнення

$$K_t = \ln \frac{s_m}{s_m - s}, \quad (3.13)$$

де s_m – питома поверхня гранично подрібненого порошку з частинками розміром $x < x_m$; x_m – граничний розмір часток, що не можуть бути подрібнені за даного режиму, s – питома поверхня подрібненого матеріалу.

Константи швидкості подрібнення K_t корелюються деякими фізичними властивостями подрібнюваного матеріалу. Більшим значенням цієї константи відповідає менше значення ударної в'язкості, менші коефіцієнти термічного розширення, більші значення модуля зсуву. Вказані співвідношення свідчать про те, що більш крихкі матеріали мають більші швидкості подрібнення.

Для процесів помелу В. В. Товаровим і В. П. Романдіним запропоновано рівняння:

$$\frac{R_t}{R_0} = 10^{-kt^m}, \quad (3.14)$$

де R_t і R_0 – сумарний залишок на ситі відповідно перед початком подрібнення і до моменту часу $t, \%$; m і k – постійні; t – час подрібнення.

В. В. Товаров показав, що між питомою поверхнею і питомою витратою електроенергії є залежність типу Ріттінгера:

$$\Delta s = f(E). \quad (3.15)$$

З графіків, побудованих за результатами дослідів В. В. Товарова при помелі шлаку, піску, клінкеру і вапняку (рис. 3.15), випливає, що при малій зміні питомої поверхні її приріст Δs майже пропорційний витраченої енергії E (гіпотеза Ріттінгера). При значному збільшенні питомої поверхні закон прямої пропорційності порушується і поверхня зростає значно менше, ніж робота.

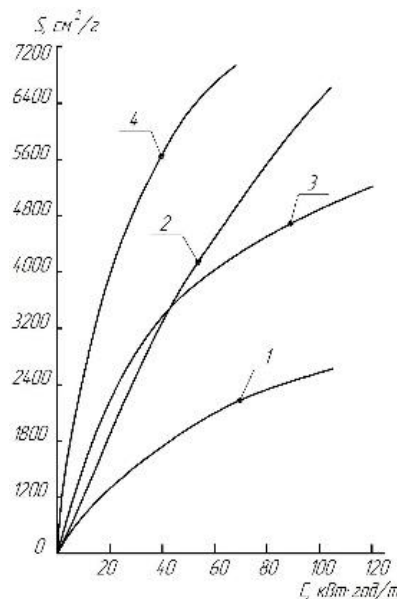


Рис. 3.15 Залежність питомої витрати електроенергії E від питомої поверхні s готового продукту: 1 – доменний шлак; 2 – кварцевий пісок; 3 – клінкер; 4 – вапняк

Аналіз теоретичних і експериментальних робіт показав, що для цих цілей застосовна формула В. А. Олевського

$$\Delta s = K_0 E \lg \frac{C}{E}, \quad (3.16)$$

де Δs – приріст питомої поверхні; E – питома витрата електроенергії; K_0 і C – постійні, що залежать від фізико-механічних властивостей матеріалу та особливостей помелу.

В якості технічної характеристики кінетики подрібнення для практичних цілей часто застосовують коефіцієнт розмелюваності сировини.

Коефіцієнтом розмелюваності є відношення питомої продуктивності подрібнювача по досліджуваному q_M і по еталонному q_e матеріалам

$$k = \frac{q_M}{q_e} \quad (3.17)$$

Питома продуктивність подрібнювача

$$q_M = \frac{m}{(Vt)} \quad (3.18)$$

де m – маса матеріалу; V – об'єм подрібнювача; t – тривалість подрібнення до контрольної крупності.

Призначення процесу подрібнення в технології будівельних матеріалів різниться в залежності від розмірів кінцевого продукту. Дроблення пов'язане із отриманням кінцевого продукту відносно великих розмірів, які визначаються суто механічними особливостями сумішей – можливістю отримання найбільш щільного скелета. Помел, окрім цієї мети, переслідує ще і збільшення швидкості протікання різних хімічних процесів.

Вживання тонкомолотого матеріалу в промисловості будівельних матеріалів пов'язане з тим, що при високому рівні дисперсності твердої фази різко збільшується швидкість хімічних процесів в будь-яких системах: гетерогенних, одно- і багатокомпонентних. Пояснюється це не лише величезним розвитком реакційної поверхні, але і підвищенням її питомої реакційної здатності.

Наприклад, залежність розчинності твердої фази від розміру часток виражається рівнянням

$$\ln \frac{S_r}{S_\infty} = \frac{2\alpha_{T,T} V}{RT}, \quad (3.19)$$

де S_r – розчинність частки з радіусом r ; S_∞ – розчинність частки з плоскою поверхнею; $\alpha_{T,T}$ – поверхнева енергія на межі поділу тверде тіло – газ; V – молярний об'єм твердої фази, $V = \frac{\mu}{\rho}$; (μ – молекулярна маса; ρ – щільність; R – молярна газова стала; T – абсолютна температура.

Згідно із законом Фіка, збільшується і швидкість розчинення

$$\frac{dV}{dt} = -DA \left(\frac{dc}{dx} \right), \quad (3.20)$$

де V – об’єм твердої фази, що перейшла в розчин; t – час; D – коефіцієнт дифузії; A – поверхня взаємодії твердої фази з розчинником; c – концентрація твердої фази в зоні розчинення; x – товщина зони розчинення.

Для дисперсних часток характерний також пониження температури фазових перетворень

$$\frac{(T_{\infty} - T_r)}{T_{\infty}} = \frac{2\alpha_M}{(Q_{\rho}r)}, \quad (3.21)$$

де T_{∞} і T_r – температури фазового перетворення крупних і тонких часток; Q – теплота перетворення.

Висока хімічна активність тонкоподрібненої твердої фази пояснюється як аморфізацією поверхневого шару зерен, так і утворенням на поверхні вільних радикалів.

З приведених вище міркувань про підвищення реакційної здатності тонкодисперсних часток витікає, що в практичній діяльності технологу завжди необхідно враховувати економічний чинник. Адже навіть незначний домел, наприклад, цементного клінкеру або кварцового піску виходячи із загальних закономірностей кінетики подрібнення різко збільшує витрати енергії. На рис. 3.16 приведені криві приросту міцності цементу від його питомої поверхні. Порівнюючи криву 2 (рис. 3.16) з кривою 3 (рис. 3.15), неважко підрахувати, що збільшення активності цементу з 50 до 70 МПа (на 40%) спричинить збільшення енерговитрат приблизно з 20 до 50 кВт · год, тобто в 2,5 разу. Що на даному етапі технічного розвитку вигідніше, представляється вирішувати спільно технологу та економісту.

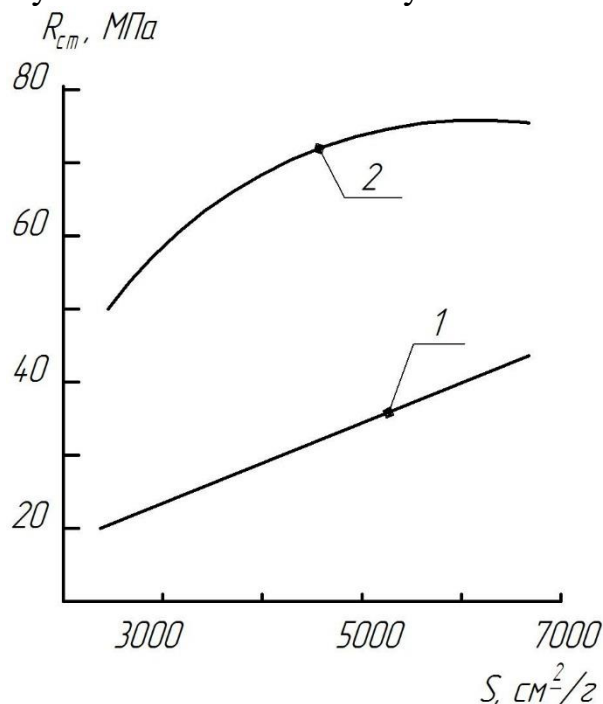


Рис. 3.16 Залежність міцності $R_{ст}$ портландцементу від питомої поверхні s : 1 – через 1 добу; 2 – через 28 діб

3.6. Методи механічної класифікації грубозернистих і дисперсних матеріалів

Розділення твердих зернистих матеріалів на класи за крупністю шматків або зерен називається *класифікацією*. Відомо два основні види класифікації: механічна – розділення на ситах і гідравлічна, заснована на різній швидкості осадження зерен різної величини у водному або повітряному середовищі.

Процес розділення сипких матеріалів на класи по величині шляхом просіювання через сита називається *грохоченням*.

Незалежно від методу розділення, класифікація переслідує дві мети. При багатостадійному подрібненні відокремлюють зерна, що досягли заданих розмірів, і піддають подальшому подрібненню лише крупніші зерна. Готовий же продукт розділяють на вузчі фракції для того, щоб забезпечити отримання щільного скелета шляхом підбору необхідних фракцій.

При розсіванні на кожному ситі утворюються два продукти – верхній, такий, що не пройшов через сито, і нижній. При розсіванні матеріалу через m сит, кількість фракцій рівна $m + 1$. Фракції зазвичай позначають по розмірах отворів двох сусідніх сит: одне – те, через яке пройшов матеріал, інше – на якому він затримався.

Існують три основні схеми розсівання:

- 1) з послідовним виділенням фракцій від великих до дрібних;
- 2) те ж саме, від дрібних до великих;
- 3) комбінований.

При використанні першої схеми крупність шматків зменшується, отже, зменшується знос полотен сит, підвищується точність розсівання. Проте видалення дрібних фракцій на останніх рівнях розсівання значно збільшує запилення, особливо при класифікації дисперсних матеріалів. Вживання другої схеми виключає цей недолік, але збільшує знос полотен і знижує точність розсівання. На рис. 3.17 показані принципові схеми розсівання. Одиночними цифрами позначені розміри отворів сит, інтервалами – граничні розміри фракцій.

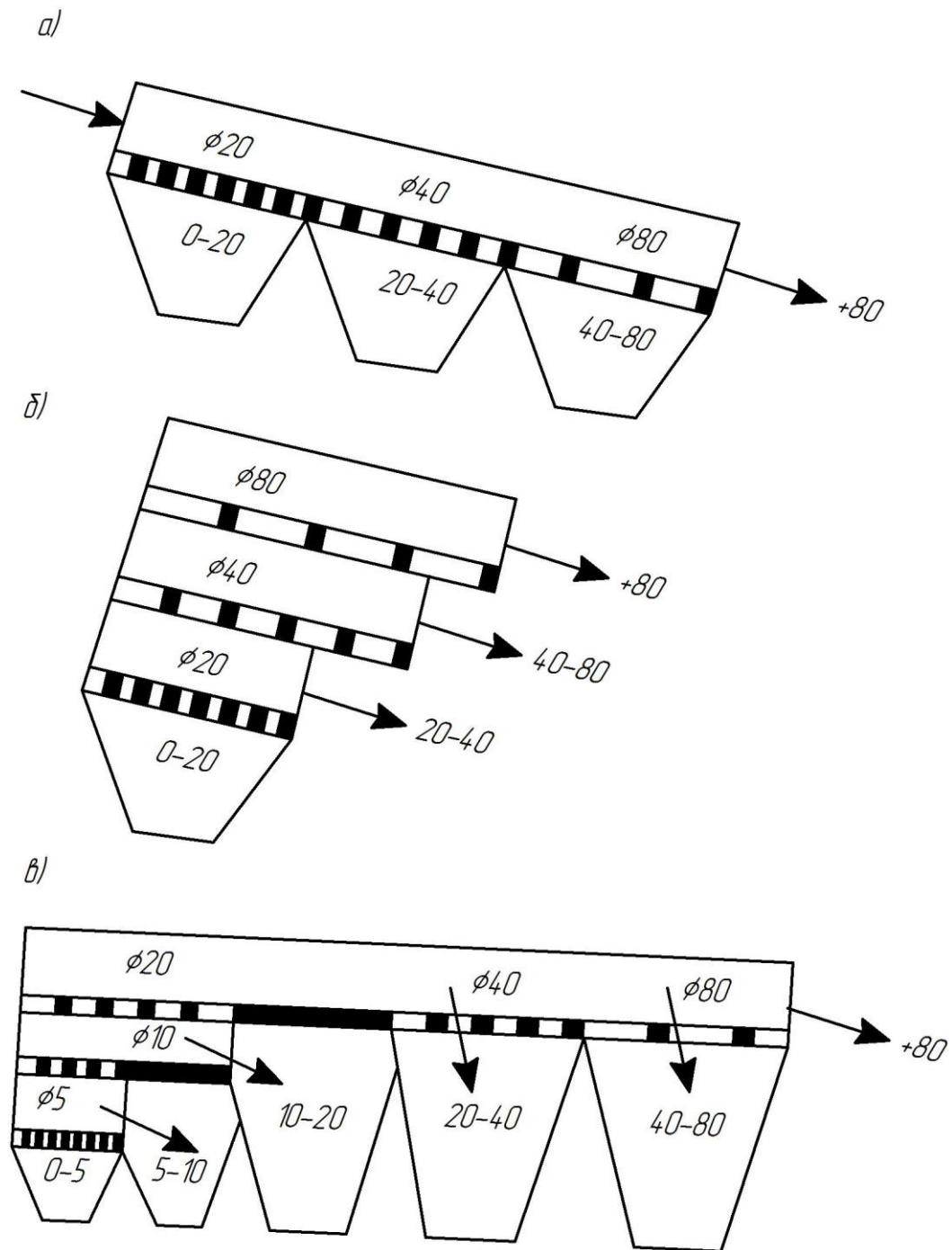


Рис. 3.17 Принципіальні схеми розсіву: а – від дрібного до крупного; б – від крупного до дрібного; в – комбінова

Перш ніж розглядати самі методи розділення матеріалів, необхідно встановити характеристики, за якими матеріал класифікується по крупності.

Розподіл шматків матеріалу по класах крупності характеризує зерновий склад вихідної сировини і продуктів збагачення. Як приклад в таблиці 3.3 приведений зерновий склад піску.

Таблиця 3.3

Розміри отворів сит, мм	Залишки, %	
	Часткові	Повні
2,5	8	8
1,25	15	23
0,63	42	65
0,315	22	87
0,14	13	100

Криві, що графічно змальовують зерновий склад матеріалу, називаються характеристиками крупності. Розрізняють характеристики окремі, сумарні і криві розподілу. Окрема характеристика відображує процентний вихід окремих класів крупності і має вигляд гістограми-діаграми з серії прямокутників. Основами їх служать відрізки між розмірами сит, що обмежують даний клас, а заввишки – відрізки, що характеризують вихід окремих класів у відсотках (рис. 3.18). Якщо на осі абсцис з відповідним інтервалом відкласти порядковий номер сита (розмір сита), на осі ординат – процентні залишки на цих ситах, то отримують криву розподілу.

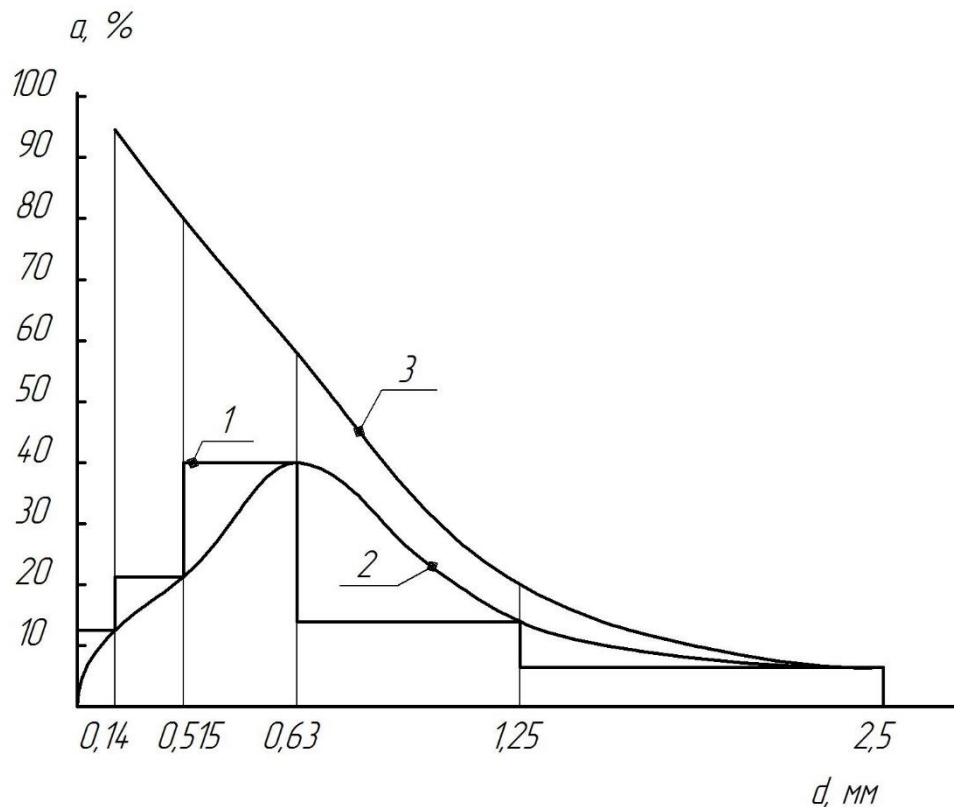


Рис. 3.18 Характеристика крупності матеріалу (за даними таблиці 3.3):
1 – гістограма за частковими залишками; 2 – крива розподілу за частковими залишками; 3 – кумулятивна крива (повні залишки)

Сумарні (кумулятивні) криві будують за даними повних залишків, підсумовуючи їх по наростаючих підсумках. У промисловості будівельних матеріалів прийнята побудова окремих і сумарних кривих розподілу по залишках на ситах починаючи з найдрібніших, тобто «по плюсу». У інших галузях часто застосовують побудову кривих по проходженню через певні сита починаючи з найбільших («по мінусу»).

Вихід окремого вузького класу по сумарній характеристиці можна знайти як різницю ординат верхньої і нижньої меж даного класу. Наприклад, окремий залишок на ситі 0,63, визначений по кривій 3 рисунок 3.18, складе різницю між повним залишком на ситах 0,63 і 1,25, тобто $65 - 23 = 42\%$.

Відомий ряд формул, що відображують функціональну залежність між виходом окремих класів γ і їх крупністю d , або між повним залишком a і крупністю. Наприклад, для дрібних класів продуктів дроблення і помелу С. Е. Андрєєвим запропонована розрахункова формула

$$(100 - a) = 100 \left(\frac{d}{d_{max}} \right)^k, \quad (3.22)$$

де a – повний залишок на ситі з отворами d , %; d_{max} – розмір максимального сита, на якому залишок дорівнює нулю; k – показник, що характеризує ступінь кривизни кумулятивної кривої $k = 0,7 \dots 1$.

Формула справедлива для сумарної характеристики «по мінусу».

Широке вживання для оцінки великої матеріалу отримала формула Розіна – Раммлера.

$$\frac{100}{a} = e^{md^n}, \quad (3.23)$$

де a – сумарний залишок на ситі d , %; m і n – постійні коефіцієнта, характерні для даного матеріалу.

Зазвичай розмір зерна матеріалу характеризується номінальним (умовним) діаметром. За цю величину при ситовому аналізі приймають діаметр круглого (або сторону квадратного) отвору сита, що визначає розміри найбільших шматків, що проходять через нього. Тоді інтервал окремих фракцій можна характеризувати різницею сусідніх умовних діаметрів. Проте частіше величину зерен характеризують не інтервалом фракцій, а середніми розмірами фракцій, які обчислюються по-різному; при цьому результати будуть неоднакові.

Якщо зерно можна виміряти по трьох основних напрямках – довжині l , ширині b , товщині t , то його розмір оцінюють за середнім розміром, наприклад $d_1 = b$ по середньоарифметичному з двох найбільших розмірів $d_2 = \frac{(l+t)}{2}$ або з трьох розмірів $d_3 = \frac{(l+t+b)}{3}$; по середньому геометричному з двох $d_4 = \sqrt{lb}$ або трьох розмірів $d_5 = \sqrt{lb t}$; по середньогармонічному з двох $d_6 = \frac{2lb}{(l+b)}$ або трьох розмірів $d_7 = \frac{3lb t}{(l+b+t)}$. Ці і будь-які інші способи розрахунку вихідних даних найменші по d_7 і найбільші по d_2 .

Якщо більший умовний діаметр позначити через D , менший – через d , а відношення $\frac{D}{d} = n$, то значення середнього розміру зерен даної фракції будуть: середнє арифметичне $d_2 = 0,5(n + 1)d$; середнє геометричне $d_4 = \sqrt{nd}$ середнє гармонійне $d_6 = \frac{2nd}{(n+1)}$.

Отримані таким чином розміри будуть тим більше розрізнятися, чим більше n . Приклад такого розрахунку представлений в таблиці. 3.4.

Таблиця 3.4

Співставлення значень середнього діаметра фракції в залежності від методу розрахунку

Метод розрахунку середнього	D/d при n			
	1,5	2	3	8
Арифметичного	1,25	1,5	2,00	4,5
Геометричного	1,23	1,41	1,73	2,83
Гармонічного	1,20	1,33	1,5	1,78

Оскільки в залізобетонній промисловості, наприклад, прийнятий крок сит близько 2 (по щебеню – 5; 10; 20; 40; 80; по піску – 5; 2,5; 1,25; 0,63; 0,315; 0,14), отже помилка в підрахунку d_{cp} окремих вузьких фракцій може сягати 17%, причому вона буде тим більше, чим менше d_{cp} .

Термін «середній діаметр» інколи застосовують для всього продукту, що складається з суміші часток різних вузьких класів. На практиці часто використовують середньоарифметичний по масі часток (середньозважений) діаметр, що обраховується за формулою

$$d_{cp} = \frac{\sum \gamma d_i}{\sum \gamma}, \quad (3.24),$$

або в розгорнутому виді

$$d_{cp} = \frac{\gamma_1 d_1 + \gamma_2 d_2 + \gamma_3 d_3 + \dots + \gamma_n d_n}{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \dots + \gamma_n} \quad (3.25)$$

де γ – окремі залишки на ситах %; d_i – діаметр, що приймається за середній для даного вузького класу, мм.

Можна також користуватися середньо гармонічним за ваговим виходом, який підраховується по формулі

$$d_{cp} = \frac{\sum \gamma}{\sum \frac{\gamma}{d_i}}, \quad (3.26)$$

або у розгорнутому вигляді

$$d_{cp} = \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \dots + \gamma_n}{\frac{\gamma_1}{d_1} + \frac{\gamma_2}{d_2} + \frac{\gamma_3}{d_3} + \dots + \frac{\gamma_n}{d_n}}. \quad (3.27)$$

Так, середні діаметри, підраховані для даних таблиць 3.3 по формулах (3.25) і (3.27), відповідно складуть 1,12 мм і 0,695 мм, при цьому різниця обчислень складає 61%.

Аналіз таблиці 3.4 показує, що різниця в методах середньо гармонічного підрахунку із збільшенням відношення $\frac{D}{d}$ значно менше, ніж при визначенні середньоарифметичного. Звідси витікає, що метод середньоарифметичного розрахунку може бути використаний лише для вузьких класів крупності. При переході до ширших класів (збільшення $\frac{D}{d}$) і тим більше при підрахунку $d_{\text{ср}}$ для всього продукту слід користуватися середньо гармонійним.

Отже, основне завдання розсіву – відділення зерен заданої фракції. Граничним є випадок, коли у виділеній фракції не міститься зерен, які повинні були б пройти через сито. Це можливо лише в тому випадку, якщо зерно переміщається перпендикулярно площині сита і геометричний центр зерна збігається з центром отвору сита. Практично цей випадок не реалізовується.

Розглянемо умови проходження зерна, через сито (рис. 3.19). Нехай зерно форми, близької до сферичної, рухається по ситовому полотну із швидкістю ϑ . Діаметр отвору сита D у декілька разів більше діаметру зерен d .

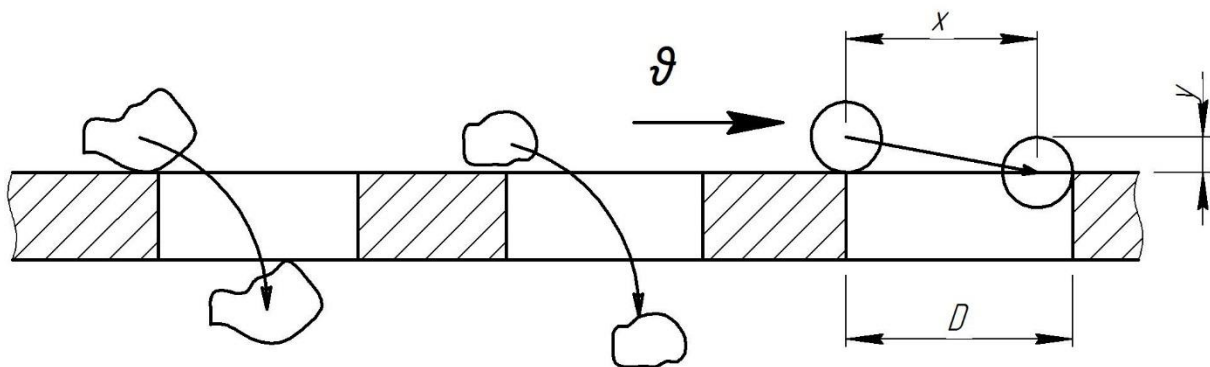


Рис. 3.19 Умови проходження зерна через отвори сита

Якщо прийняти траєкторію руху центру тяжіння зерна при проходженні через отвір параболічною, то його вертикальне переміщення y до часу t можна описати рівнянням параболи:

$$y = \frac{gt^2}{2}. \quad (3.28)$$

Приймаючи $y = 0,5d$ і $x = D - 0,5d = \vartheta t$, відповідною підстановкою у формулу (3.28) отримуємо

$$\vartheta = \frac{(D - 0,5d)}{t} = (D - 0,5d) \sqrt{\frac{g}{d}} \quad (3.29)$$

Таким чином, можливість проходження зерна через отвір сита залежить від ряду умов: співвідношення розмірів зерна і отвору, швидкості руху зерна, форми зерна і перерізу отвору, товщини ситового полотна і його живого перерізу. Зробивши ряд припущень, можна визначити вірогідність проходження зерна через отвори.

Хай зерно падає перпендикулярно сити, отвір сита прямокутний, зерно потрапляє в отвір, не торкаючись стінок (рис. 3.20). За цих умов можливість проходження зерна через отвір визначається нерівністю:

$$P = (D - d)/d \geq 1, \text{ звідки } D \geq 2d. \quad (3.30)$$

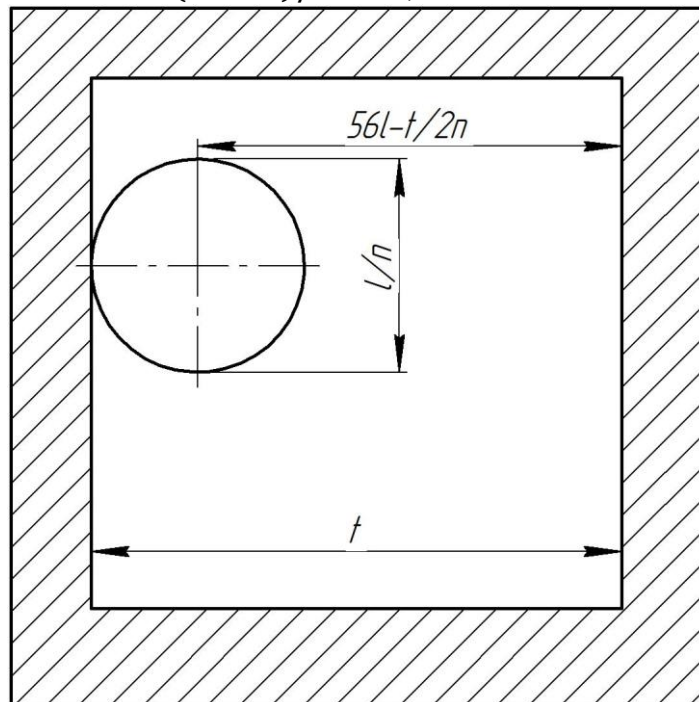


Рис. 3.20 До визначення вірогідності проходження зерна через отвори сита

У таблиці. 3.5 приведена вірогідність проходження зерен через квадратні отвори і вказано число необхідних отворів, яке зерно повинне зустріти, щоб гарантовано пройти через сито.

Таблиця 3.5

Вірогідність проходження зерен через сито		
d/D	Ймовірність P проходження через отвори	Кількість отворів для $P=1$
0,001	0,998	1
0,01	0,98	2
0,05	0,81	2
0,1	0,36	3
0,4	0,25	4

0,5	0,04	25
0,8	0,0025	400
0,95	0,0001	10^4
0,99	0,00001	10^6

З приведених даних виходить, що при $D \geq \frac{d}{0,8}$ є реальна можливість проходження зерна через сито. Трудність проходження зерен при $d \geq 0,8D$ прогресивно зростає по мірі наближення зерна до величини отворів сита. Такі зерна називають «важкими». Точність просіювання зменшується із збільшенням вмісту важких зерен у вихідному матеріалі. З рисунку 3.19 видно, що подовження отворів у напрямку руху матеріалу при збереженні їх ширини повинне полегшити просіювання, особливо пластинчастих і голчатих зерен. При цьому з формули (3.30) виходить, що можливість їх проходження через такі отвори збільшується.

Якість просіювання залежить від ряду чинників, найважливішими з яких є зерновий склад вихідного матеріалу, форма зерен і вологість матеріалу, наявність глинистих домішок, швидкість проходження матеріалу через сито, форма і товщина сит.

Форма зерен значною мірою визначається кристалічною структурою мінералів, від якої залежить наявність площин спайності. Наприклад, глинисті мінерали зазвичай мають форму пластинок, тобто розвинені в двох вимірах. Пластинчаті зерна просіюються важче, оскільки їм властива здатність виноситися у верхні шари матеріалу, що проходить по полотну сита.

Ступінь відхилення форми зерна від кулі, зазвичай, оцінюють коефіцієнтом сферичності ψ , що являє собою відношення поверхні кулі A_K до поверхні рівновеликого по об'єму зерна A_3 :

$$\psi = \frac{A_K}{A_3} \quad (3.31)$$

Якщо, наприклад, зерно має форму куба з ребром a , то відношення поверхні кулі з діаметром d до поверхні куба

$$\psi = \frac{\pi d^2}{6a^3}.$$

При рівновеликості цих зерен по всьому об'єму $a^3 = \frac{\pi d^3}{6}$ звідки $a = d \sqrt[3]{\frac{\pi}{6}}$. Тоді коефіцієнт сферичності куба $\psi = \sqrt[3]{\frac{\pi}{6}} = 0,806$.

За коефіцієнтом сферичності зерна різної геометричної форми можуть наближатися до кулі тим більшою мірою, чим ближче їх розміри у різних напрямках.

Процес грохочення прийнято оцінювати двома показниками: продуктивністю Q – кількістю вихідного матеріалу, що поступає на грохот, за одиницю часу, і ефективністю грохочення E – відношенням маси

матеріалу, що пройшла через сито, до маси матеріалу даної крупності, що міститься у вихідному матеріалі:

$$E = \frac{c - d}{c} 100\%, \quad (3.32)$$

де c – вміст по масі зерен нижнього класу в продукті живлення %; d – те ж, не пройшовших крізь сито %.

При грохоченні істотне значення має вологість матеріалу, особливо при розсіванні на ситах з дрібними отворами. Якщо при грохоченні сухого матеріалу досягається деяка точність відсіву ε , то по міру збільшення вологості вона поступово знижується. На рисунку 3.21 показана залежність точності відсіву дрібниці з роздробленого вапняку від вмісту в ньому води.

Початкова ділянка кривої, приблизно до $W_{кр} = 8\%$, – слабо нахилена пряма. При критичній вологості вапняку крива різко падає, оскільки відбувається залипання отворів грохота. В межах $12\% < W < 40\%$ грохочення практично припиняється – до 70% матеріалу, що підлягає проходженню, залишається на ситі. При подальшому збільшенні вологості настає перехід до мокрого грохочення і ефективність знову підвищується. При мокрому грохоченні ($W > 50\%$) із збільшенням води зрошування ефективність грохочення наближається до 100%.

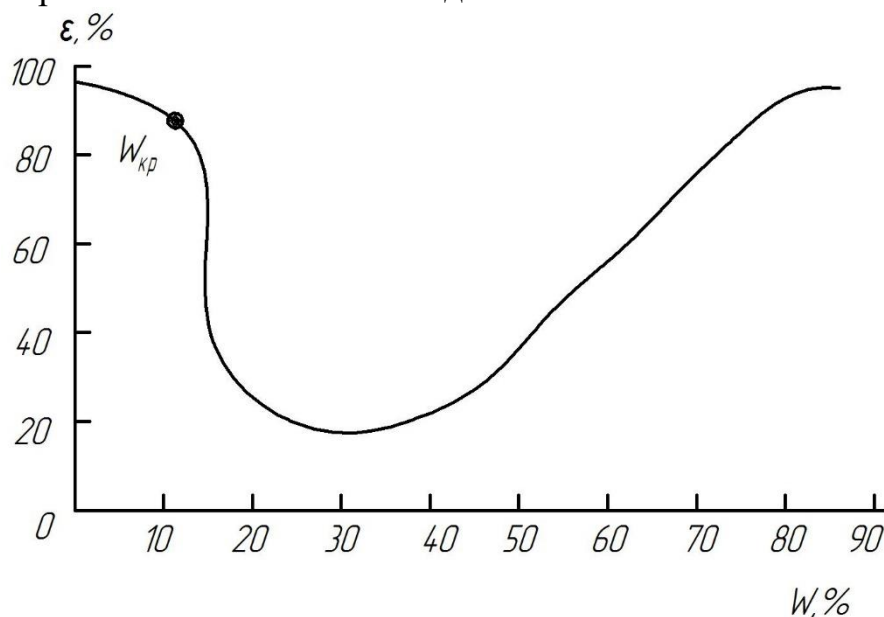


Рис. 3.21 Залежність ефективності грохочення вапняку від його вологості

Кінетичне рівняння грохочення, запропоноване В. А. Перовим, має вигляд.

$$\varepsilon = 1 - e^{-kt^n} \quad (3.33)$$

де ε – точність відсіву, долі одиниці; k і n – параметри, залежні від властивостей матеріалу і умов грохочення.

Із рівняння слідує, що із збільшенням часу ефективність грохочення різко сповільнюється.

При переробці нерудних будівельних матеріалів застосовують наступні види грохочення: *попереднє*, при якому з вихідної маси виділяється негабаритний матеріал, або матеріал, що не вимагає дроблення; *контрольне*, що застосовується для контролю крупності готового продукту і відокремлення відходів, зерна більше заданого розміру повертаються на повторне дроблення; *остаточне* – для розділення продукту на товарні фракції.

Робочою частиною, грохотів є поверхня, що просіює, яка може бути виконана у вигляді сита – плетеної дротяної сітки, решета – сталевого аркуша з отворами або колосникових грат. Останнім часом як поверхня, що просіює, використовують гумові штамповані або литі армовані листи – решета або сітки з гумового шнура – струнні сита. При грохоченні матеріалів, схильних до налипання, грохоти з такою робочою частиною мають вищу продуктивність і ефективність грохочення, оскільки в наслідок збудження додаткових коливань в гумі вони майже не забиваються.

За принципом дії грохоти різних типів аналогічні: просіювання дрібних класів через отвори відбувається в результаті руху матеріалу, що грохочеться відносно поверхні, що просіюються. Грохоти характеризуються наступними конструктивними особливостями:

1) геометричною формою поверхні, що просіює, і конструкцією її елементів;

2) розташуванням робочого органу відносно горизонтальної площини;

3) характером руху, просіюючої поверхні.

За *формою поверхня, що просіює*, виконується плоскою, циліндричною, багатогранною, призматичною («бурат»).

За *розташуванням поверхні, що просіює*, грохоти розділяють на похилі, в яких переміщення матеріалу здійснюється головним чином за рахунок сили тяжіння, і горизонтальні (або слабонахилені), де рух матеріалу обумовлений в основному механічною дією робочого органу – підкиданням або проштовхуванням зерен матеріалу, що грохочуться.

За *характером руху робочого органу* всі грохоти можуть бути (розділені на групи: нерухомі, такі, що коливаються, віброуючі, такі, що обертаються. Характер руху робочої поверхні є основною ознакою для класифікації грохотів. На рисунку 3.22 показані принципові схеми механічних грохотів. У нерухомих грохотах (рис. 3.22, а) матеріал сповзає по робочій поверхні 1 під дією сили тяжіння. Кут колосників до горизонту для сухих матеріалів приймають $\approx 35^\circ$ і збільшують для вологих порід або для порід з глинистими включеннями до 40° . У грохотах (рис. 3.22, б), що коливаються, робоча поверхня 1 здійснює зворотно-поступальні рухи, що передаються їй кривошипно-шатунним механізмом 2, встановленими на валу 3. У віброгрохотах з направленими коливаннями (рис. 3.22, г)

поверхня, що просіює, 1 здійснює коливальні рухи під дією вібратора 2 з подвійними дебалансами, що обертаються назустріч один одному.

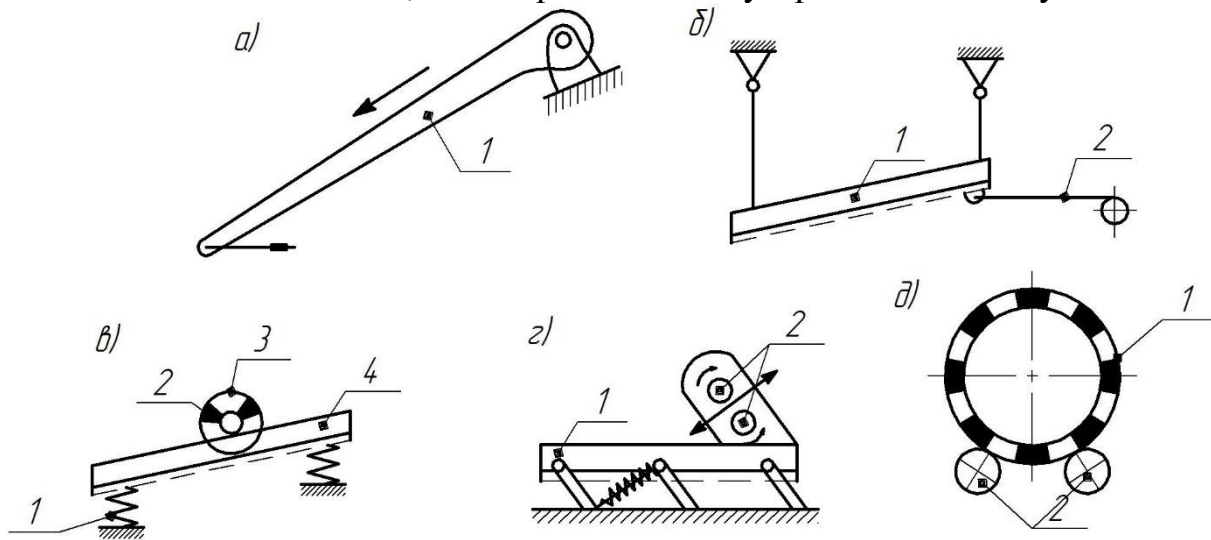


Рис. 3.22 Принципіальні схеми механічних грохотів

Обертаний рух циліндричної робочої поверхні 1 барабанного грохоту (рис. 3.22, д) передають приводні ролики 2. Матеріал, що знаходиться всередині барабана, рухається за складною траєкторією і сортується послідовно від дрібного до крупного. Різновидом барабанного грохоту є сито-бурат, робоча поверхня якого виконана у вигляді багатогранника.

4. ГІДРОМЕХАНІЧНІ ПРОЦЕСИ І

4.1 Загальні положення

Гідромеханіка – це наука про рух рідин і газів. Закони гідромеханіки та їх практичні додатки вивчаються в гідравліці, що складається з двох розділів: гідростатики, що розглядає закони рівноваги і стан спокою, та гідродинаміки, котра розглядає закони руху рідин і газів.

Гідромеханічні процеси за принципом спрямованості можна розділити на ті, що протікають із утворенням неоднорідних систем і їх поділом, а також процеси, пов'язані з переміщенням потоків в трубопроводах і апаратах.

Класифікацію гідромеханічних процесів можна підпорядкувати й іншій класифікаційній ознаці: закономірностям, які характеризують умови руху потоків. Теоретична гідродинаміка розглядає три групи гідромеханічних процесів: процеси, що складають внутрішню задачу гідродинаміки, наприклад, рух потоків по трубах і каналах; процеси, що складають зовнішню задачу, наприклад, рух частинки, осаджуваної під дією сили тяжіння; змішану задачу, наприклад, рух потоку рідини чи газу по каналах, утвореним твердою фазою, тобто обтікання твердих частинок рідиною або газом.

У промисловості будівельних матеріалів багато технологічних операцій (перемішування литих і пластичних сумішей, транспортування їх, а також різних дисперсних матеріалів за допомогою пневмотранспорту, рух теплоносія в печах і сушарках, формування виробів та інше) пов'язані з загальними законами гідродинаміки. Проте вивчення цих законів неможливо без розгляду деяких основних понять гідростатики.

У гідравліці прийнято об'єднувати рідини, гази і пари під єдиним найменуванням – рідина. Пояснюється це тим, що закони руху рідин і газів в інтервалі звичайних інженерних розрахунків однакові.

При виводі основних закономірностей у гідравліці вводять поняття про *ідеальну рідину*, котра на відміну від *реальної (в'язкої) рідини* абсолютно нестискувана під дією навантаження, не змінює густини при зміні температури и не має в'язкості. Реальні рідини діляться на краплинні та пружні. *Краплинні рідини* практично нестискувані зазнають незначних змін об'єму при зміні температури. Їх густина

$$\rho = \frac{m}{V}, \quad (4.1)$$

де m – маса рідини; V – її об'єм.

Об'єм *пружних рідин* (газів, парів) сильно змінюється при зміні температури або тиску. Густина їх може бути розрахована з використанням рівняння стану ідеального газу

$$\rho = \frac{pM}{RT}, \quad (4.2)$$

де p – тиск; M – маса 1 кмоль газу; R – універсальна газова постійна; T – температура.

Рідина чинить тиск на дно і стінки посудини, в якому вона знаходиться, і на поверхню будь-якого зануреного в неї тіла.

Розглянемо площадку ΔA , на яку діє сила ΔP (рис. 4.1). Відношення $\frac{\Delta P}{\Delta A} = p_{cp}$ являє собою «напруження», тобто силу, що припадає на одиницю площі. При рівновазі рідини ΔP є силою стиску і, отже, p_{cp} являє собою середнє для даної площі напруження стиснення, що називається *середнім гідростатичним тиском* на площадці.

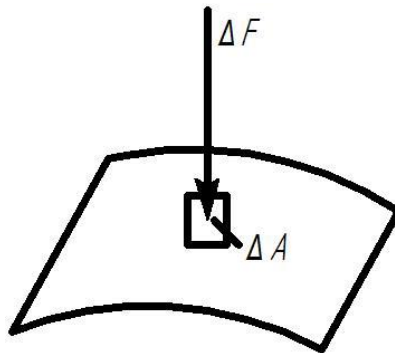


Рис. 4.1 До визначення середнього гідростатичного тиску

Межа цього відношення при $\Delta A \rightarrow 0$ називають *напруженням гідростатичного тиску* або просто *тиском в даній точці*

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta P}{\Delta A} \right). \quad (4.3)$$

Через кожену точку всередині рідини може проходити безліч елементарних площадок, на які по нормалі діє ΔP . Якби ΔP діяла не по нормалі, то її можна було б розкласти на складові - нормальну і паралельну площадці. Остання викликала б переміщення рідини, що неможливо, так як за умовою вона знаходиться в стані спокою.

Тиск у будь-якій точці рідини однаковий в усіх напрямках, інакше б також відбувалося переміщення рідини усередині займаного нею об'єму.

При русі реальної рідини в ній виникають сили внутрішнього тертя, що перешкоджають цьому руху. Властивість рідини чинити опір зсуву називається *в'язкістю*.

Нехай рідина тече вздовж плоскої стінки паралельними їй шарами (рис. 4.2). Внаслідок гальмуючого впливу стінки шари рідини рухатимуться з різними швидкостями, значення яких зростають у міру віддалення від стінки. Розглянемо два шари, котрі рухаються на відстані Δu один від одного. Шар I рухається зі швидкістю v , а шар II – зі швидкістю $v + \Delta v$. За певну одиницю часу внаслідок різниці швидкостей шар II зрушиться по відношенню шару I на величину Δv , що є абсолютним зрушенням шару II

по шару I. Відношення $\frac{\Delta v}{\Delta y}$, характеризує відносний зсув, називається *градієнтом швидкості*. Для того щоб зрушити шар II по шару I, до шару II необхідно прикласти силу F тим більшу, чим більше градієнт швидкості й площа зіткнення цих шарів.

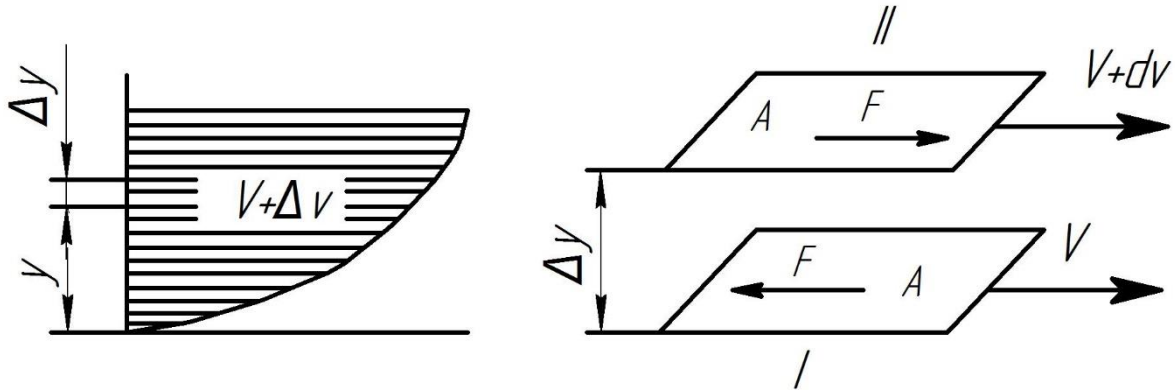


Рис. 4.2 До характеристики в'язкості

Отже, можна записати

$$F = \eta A \left(\frac{\Delta v}{\Delta y} \right), \quad (4.4)$$

де η - коефіцієнт пропорційності.

Виникаюча всередині рідини сила опору R дорівнює прикладеній силі F і спрямована в протилежний бік ($F = -R$). Відношення цієї сили до поверхні зіткнення шарів (A) позначають через τ і називають *напруженням зсуву* ($\tau = \frac{R}{A}$). При малих Δv і Δy їх можна замінити на dv і dy і записати

$$\tau = -\eta \left(\frac{dv}{dy} \right). \quad (4.5)$$

Рівняння (4.5) називають *законом внутрішнього тертя Ньютона*, а коефіцієнт пропорційності η – *динамічним коефіцієнтом в'язкості* (Па · с), *динамічною в'язкістю* або просто *в'язкістю*.

Іноді в'язкість рідин характеризують *кінематичним коефіцієнтом в'язкості* ($\frac{m^2}{c}$), або *кінематичною в'язкістю*:

$$\nu = \frac{\eta}{\rho}, \text{ тоді } \tau = -\rho \nu \left(\frac{dv}{dy} \right) \quad (4.6)$$

Рідини, що підпорядковуються закону внутрішнього тертя Ньютона, часто називають *ньютонівськими*. У промисловій практиці частіше доводиться мати справу з не ньютонівськими рідинами, що володіють аномальними властивостями. До них відносяться всі пасти, суспензії, колоїдні розчини, більшість полімерів (див. п. 4.16).

4.2. Гідростатика. Диференціальні рівняння рівноваги Ейлера

Виберемо всередині спочиває рідини паралелепіпед об'ємом dV з ребрами dx , dy і dz , розташованими паралельно координатним осям ox , oy і oz (рис. 4.3). Складемо рівняння рівноваги цього паралелепіпеда у вигляді рівняння проєкцій сил. Відповідно до основного принципу статки, *сума проєкцій сил, діючих на елементарний об'єм, який знаходиться в рівновазі, дорівнює нулю*.

Розглянемо суму проєкцій на вісь z . На цю вісь проєктуються сили: тяжіння, гідростатичного тиску на нижню грань і на верхню грань.

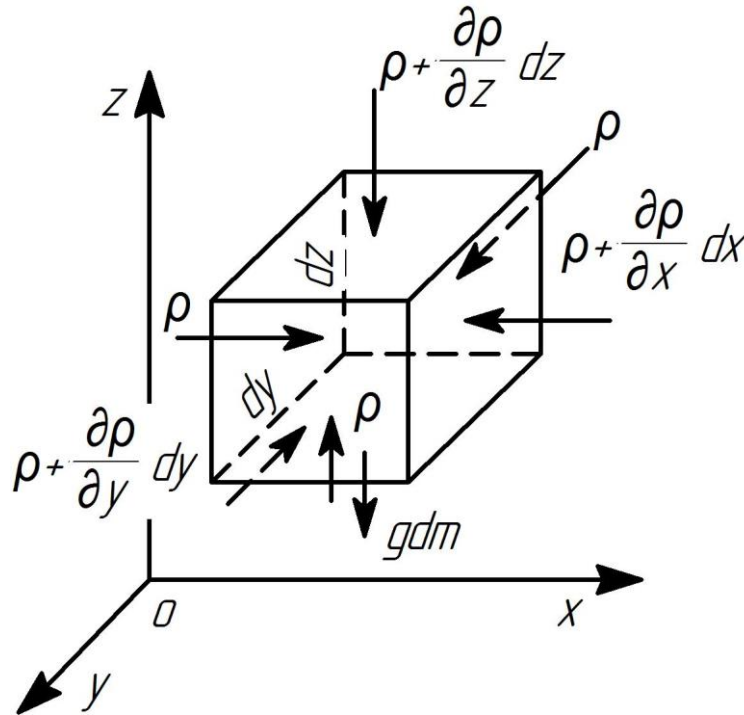


Рис. 4.3 До висновку диференціальних рівнянь рівноваги Ейлера

Сила тяжіння виражається добутком його маси dm на прискорення вільного падіння g , тобто дорівнює gdm . При обраному позитивному напрямку, осі z сила тяжіння буде проєктуватися на цю вісь зі знаком мінус: $-gdm = -g\rho dV = -\rho g dx dy dz$.

Сила гідростатичного тиску діє по нормалі на нижню грань, і її проєкція на вісь z рівна $p dx dy$. Якщо зміна гідростатичного тиску в даній точці в напрямку осі z дорівнює $\frac{\delta p}{\delta z}$, то по всій довжині ребра dz воно складе $\left(\frac{\delta p}{\delta z}\right) dz$. Тоді гідростатичний тиск на верхню грань паралелепіпеда дорівнює $p + \left(\frac{\delta p}{\delta z}\right) dz$ і проєкція сили гідростатичного тиску на вісь z рівна $-\left[p + \left(\frac{\delta p}{\delta z}\right) dz\right] dx dy$.

Сума проєкцій всіх сил на вісь z дорівнює $-\rho g dx dy dz + p dx dy - \left[p + \left(\frac{\delta p}{\delta z} \right) dz \right] dx dy = 0$. Розкривши дужки і зробивши скорочення, отримуємо

$$-\rho g dx dy dz + p dx dy - p dx dy - \left(\frac{\delta p}{\delta z} \right) dx dy dz = 0.$$

Враховуючи, що об'єм паралелепіпеда $dV = dx dy dz \neq 0$, отримуємо $-\rho g - \frac{\delta p}{\delta z} = 0$. За аналогією (за відсутності проєкцій сили тяжіння), проєкції на вісь x і y рівні

$$-\left(\frac{\delta p}{\delta x} \right) dx dy dz = 0; \quad -\left(\frac{\delta p}{\delta y} \right) dx dy dz = 0.$$

Так як $dV = dx dy dz \neq 0$, то $-\frac{\delta p}{\delta x} = 0$ та $\frac{\delta p}{\delta y} = 0$.

Таким чином, умови рівноваги елементарного паралелепіпеда виражаються системою рівнянь:

$$\begin{cases} -\frac{\delta p}{\delta x} = 0; \\ -\frac{\delta p}{\delta y} = 0; \\ -\rho g - \frac{\delta p}{\delta z} = 0, \end{cases} \quad (4.7)$$

які носять назву *диференціальних рівнянь рівноваги Ейлера*.

4.3. Основне рівняння гідростатики і його практичне застосування

З диференціальних рівнянь рівноваги випливає, що тиск в рідині, котрий знаходиться в стані спокою, змінюється тільки по вертикалі. Так як в цій системі рівнянь частинні похідні $\frac{\delta p}{\delta x}$ та $\frac{\delta p}{\delta y}$ рівні нулю, то частинна похідна $\frac{\delta p}{\delta z}$ може бути замінена на $\frac{dp}{dz}$: $-\rho g - \frac{dp}{dz} = 0$. Розділивши обидві частини рівняння на ρg і зробивши ряд перетворень, можна написати $dz + \frac{dp}{\rho g} = 0$.

Для рідини, що не стискається, ρg постійне, тому $d \left[z + \frac{p}{\rho g} \right] = 0$.

Проінтегрувавши, отримуємо

$$z + \frac{p}{\rho g} = const. \quad (4.8)$$

Розглянемо дві частинки рідини, що знаходиться в посудині на відстані z_1 і z_2 від площини $O - O$ (рис. 4.4). На них діють тиски відповідно p_1 і p_2 . На підставі рівняння (4.8) можна записати:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} \quad (4.9)$$

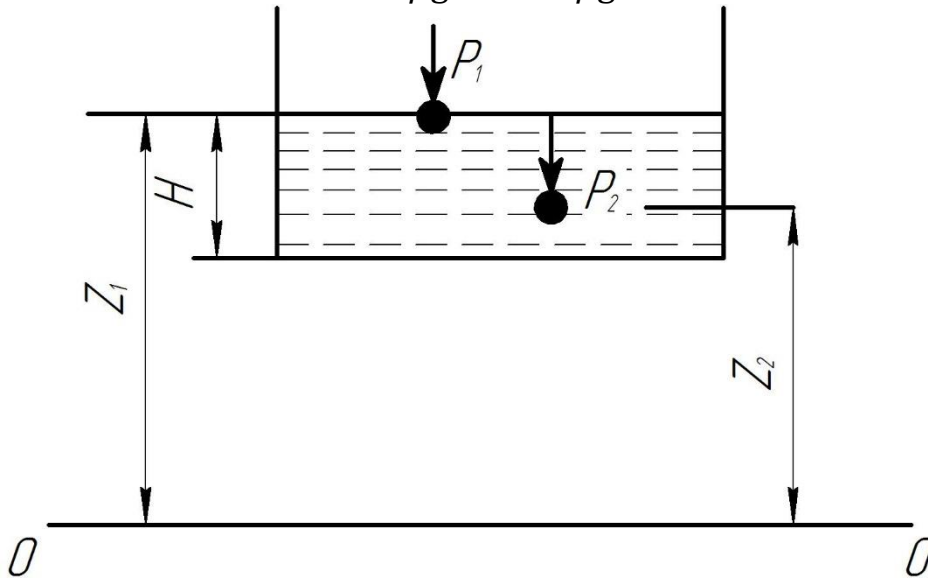


Рис. 4.4 До основного рівняння гідростатики

Рівняння (4.8) або (4.9) є *основним рівнянням гідростатики*. Величину z називають *нівелірною висотою*, а $\frac{p}{\rho g}$ – *статичним, або п'єзометричним напором*. Отже, основне рівняння гідростатики можна сформулювати таким чином: **для кожної точки рідини у стані спокою сума нівелірної висоти і статичного напору постійна.**

Члени основного рівняння гідростатики мають певний енергетичний сенс. Так, z характеризує *питому потенційну енергію положення* даної точки над площиною порівняння і тому називається *геометричним напором*, а $\frac{p}{\rho g}$ – *питому потенційну енергію тиску* в цій точці й називається *статичним напором*. Сума зазначених енергій представляє загальну потенційну енергію, що припадає на одиницю маси рідини.

Отже, основне рівняння гідростатики є окремим випадком закону збереження енергії: **питома потенційна енергія у всіх точках рідини у стані спокою є величина постійна.**

Рівняння (4.9) можна записати у вигляді

$$p_1 + \rho g z_1 = p_2 + \rho g z_2 \text{ або } p_1 = p_2 + \rho g(z_2 - z_1). \quad (4.10)$$

Останнє рівняння представляє закон Паскаля, згідно з яким **тиск, що створюється в будь-якій точці рідини, що не стискається, передається однаково всім точкам її обсягу.**

На використанні основного рівняння гідростатики ґрунтується робота гідравлічних пресів, які використовуються в промисловості будівельних матеріалів, наприклад, при виробництві древо-волокнистих і склопластикових плит, цегли напівсухого пресування та інших матеріалів. Гідравлічні машини (преси) широко використовуються і при випробуванні різного роду будівельних матеріалів. Принципова схема преса показана на рис. 4.5. Якщо до поршня невеликого діаметру d_1 прикласти силу F_1 , то, відповідно до закону Паскаля, тиски в обох циліндрах будуть рівні, а сила, що діє на поршень діаметром d_2 , буде у стільки ж разів більше, у скільки площа поршня d_2 більше площі поршня d_1 , оскільки $F_1 = \frac{\rho \pi d_1^2}{4}$ та $F_2 = \frac{\rho \pi d_2^2}{4}$.

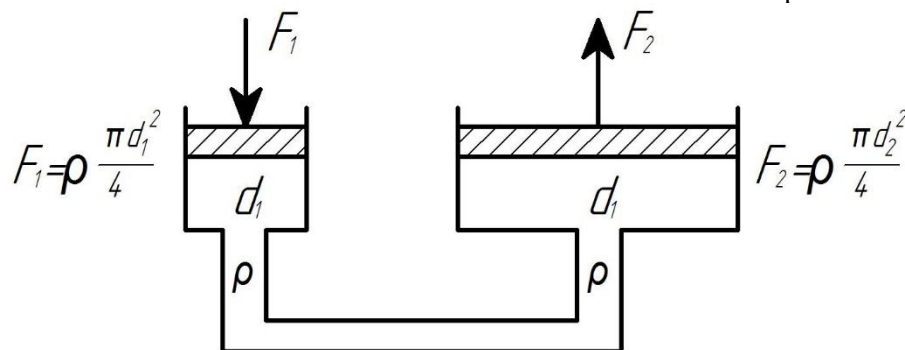


Рис. 4.5 Принципіальна схема гідравлічного преса

Таким способом за допомогою порівняно невеликих зусиль між поршнем з d_2 і плитою створюються значні навантаження стиску.

4.4. Гідродинаміка. Основні визначення

Основним об'єктом вивчення в гідродинаміці є потік рідини, тобто рух маси рідини між обмежувачими поверхнями. Рушійною силою потоку є різниця тиску.

Розрізняють два види руху рідини: сталий і несталий. Сталим називають такий рух, при якому швидкість рідини, в будь-якій точці зайнятого нею простору не змінюється з плином часу. При несталому русі швидкість рідини змінюється за величиною або напрямком з плином часу.

Розглянемо потік рідини в трубі постійного перерізу. *Живим перерізом потоку* називається переріз у межах потоку, нормальний до напрямку руху рідини. Якщо потік займає весь переріз труби, живий переріз потоку збігається з площею поперечного перерізу труби. У різних точках поперечного перерізу труби швидкість часток рідини неоднакова: вона більша біля осі труби і зменшується в міру наближення до стінок внаслідок тертя.

У багатьох практичних випадках підрахунок швидкостей потоку в різних точках перерізу складний, а іноді і неможливий. Тому в інженерних розрахунках використовують не істинні (локальні) швидкості, а деяку

фіктивну середню швидкість v , яка представляє собою відношення об'ємної витрати рідини (V) до площі живого перерізу потоку (S)

$$v = V/S \quad (4.11)$$

або

$$V = vS. \quad (4.12)$$

Масова витрата рідини

$$M = \rho vS, \quad (4.13)$$

де ρ – густина рідини. Масова швидкість рідини

$$W = \rho v. \quad (4.14)$$

Розрізняють безнапірні (вільні) і напірні потоки. Безнапірним називають потік, який має вільну поверхню, наприклад потік води в каналі, річці. Напірний потік, наприклад потік води у водопровідній трубі, не має вільної поверхні й займає весь живий переріз каналу.

Канали, по яких переміщується рідина у виробничих умовах, не завжди мають круглий переріз. При русі рідини по каналах будь-якої форми в якості лінійного розміру його приймають гідравлічний радіус або еквівалентний діаметр.

Під *гідравлічним радіусом* R_r (м) розуміють відношення площі живого перерізу потоку до змоченого периметру провідного каналу

$$R_r = S/P, \quad (4.15)$$

де S – площа живого перерізу рідини, м²; P – змочений периметр каналу, м.

Якщо рідина протікає по круглій трубі при повному її заповненні, то $S = \pi d^2/4$ і $P = \pi d$, отже $R_r = (\pi d^2/4)/(\pi d) = d/4$.

Еквівалентний діаметр дорівнює діаметру гіпотетичного (передбачуваного) трубопроводу круглого перерізу, для якого відношення площі A до змоченого периметру P те ж, що і для даного трубопроводу круглого перерізу, і т.д.

$$d_3 = d = 4R_r = 4A/P. \quad (4.16)$$

Для каналу прямокутного перерізу зі сторонами a і b

$$R_r = ab/(2a + 2b) = ab/[2(a + b)],$$

$$d_3 = 4R_r = 2ab/(a + b). \quad (4.17)$$

Для каналу кільцевого перерізу з діаметрами d_H і d_B

$$d_3 = \frac{4(\pi d_H^2/2 - \pi d_B^2/2)}{\pi d_H + \pi d_B} = \frac{d_H^2 - d_B^2}{d_H + d_B} = d_H - d_B. \quad (4.18)$$

4.5. Ламінарний і турбулентний рух рідини

Експериментально встановлено, що в природі існують два різних види руху потоку – ламінарний (шаруватий, впорядкований), при якому окремі шари рідини ковзають один відносно одного, і турбулентний

(невпорядкований), коли частки рідини рухаються по складним, весь час змінним траєкторіях.

У турбулентному потоці відбуваються пульсації швидкостей, під дією яких частки, що рухаються вздовж лінії потоку, отримують поперечні переміщення, котрі призводять до інтенсивного перемішування. Внаслідок цього витрата енергії на турбулентний рух потоку більша, ніж на ламінарний. Інтенсивність пульсацій служить мірою турбулентності потоку. Пульсаційні швидкості, що є відхиленнями миттєвої швидкості від середнього значення швидкості потоку, можна розкласти на окремі складові Δv_x , Δv_y і Δv_z , які й характеризують турбулентність потоку.

Характерна картина зміни складової вздовж осі потоку (осі x) миттєвої швидкості V в залежності від часу представлена на рисунку 4.6. Згідно нього, середня швидкість потоку

$$\bar{v} = v \pm \Delta v, \quad (4.19)$$

де v – справжня миттєва швидкість частинки в потоці по осі x ; Δv – відхилення миттєвої швидкості.

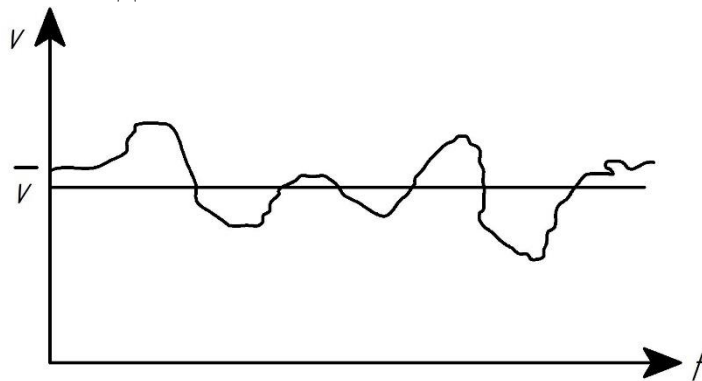


Рис. 4.6 Зміни істинної миттєвої швидкості потоку у часі

Поняття усередненої швидкості \bar{v} не слід плутати з раніше даним поняттям середньої швидкості. Усереднена швидкість являє собою не середню в часі швидкість в даній точці, а середню швидкість потоку для всього поперечного перерізу трубопроводу. Якщо у відхиленнях миттєвих швидкостей наявне однакове число позитивних і негативних значень (тобто $\sum \Delta v_x = 0$, $\sum \Delta v_y = 0$ і $\sum \Delta v_z = 0$), то говорять, що турбулентність потоку ізотропна. При анізотропній турбулентності пульсаційні швидкості різні у всіх напрямках.

Турбулентність можна характеризувати так званою турбулентною відстанню, котра представляє собою максимальну відстань між точками, що рухаються в турбулентному потоці з однаковою швидкістю. Турбулентна відстань постійно змінюється у всьому об'ємі рідини і служить масштабом турбулентності. Максимальне значення воно матиме в центрі потоку, де швидкість найбільша.

Досить важливою характеристикою турбулентного руху є турбулентна в'язкість. Розглянемо дві частинки рідини, що рухаються, в турбулентному

потоці зі швидкостями \bar{v}_{x1} і \bar{v}_{x2} , які відрізняються на $d\bar{v}_x$ і знаходяться на відстані dy . Тоді на підставі рівнянь (4.5) і (4.6) можна записати:

$$\tau_n = -\eta(d\bar{v}_x/dy) = -\nu\rho(d\bar{v}_x/dy).$$

Для ламінарного потоку це дотичне напруження було б єдиним і повністю визначало б в'язкість рідини.

У турбулентному потоці крім руху по осі x дані частинки рухаються і в поперечному напрямку, що викликає виникнення дотичних напружень τ_T (індекс «Т» – турбулентний на відміну від «Н» – ньютонівський).

$$\tau_T = -\eta_T(d\bar{v}_x/dy) = -\nu_T\rho(d\bar{v}_x/dy).$$

Величину називають турбулентною в'язкістю, яка на відміну від звичайної в'язкості, не є властивістю самої рідини, а залежить від параметрів потоку – швидкості рідини, відстані від стінки труби та інше.

Сумарне дотичне напруження в потоці визначається як в'язкістю рідини, так і турбулентністю потоку

$$\tau = \tau_n + \tau_T = -(\eta_n + \eta_T)d\bar{v}_x/dy. \quad (4.20)$$

Турбулентна в'язкість змінюється пропорційно градієнту швидкості від нуля у стінок труби (стінки як би «гасять» поперечне переміщення частинок в потоці) до відносно великих величин у центрі потоку. При великій турбулентності значенням η_n можна знехтувати.

Ґрунтуючись на результатах досліджень, Рейнольд встановив, що режим руху рідини залежить від швидкості потоку, щільності й в'язкості рідини, діаметра труби. Ці величини входять у безрозмірний комплекс – *критерій Рейнольда* $Re = \nu d\rho/\eta$.

Перехід від ламінарного режиму руху до турбулентного відбувається при критичному значенні критерію $Re_{кр}$. Значення $Re_{кр}$ характерно для кожної групи процесів. Наприклад, ламінарний режим при русі потоку в прямій трубі спостерігається при $Re \leq 2300$. Розвинений турбулентний режим настає при $Re > 10^4$. Для руху рідини в змієвиках $Re_{кр} = f(d/D)$, для перемішування $Re_{кр} \cong 50$, осадження – 0,2 і т. д.

4.6. Розподіл швидкостей і витрата рідини в потоці

Рухомий потік рідини в прямій трубі круглого перерізу розіб'ємо на ряд кільцевих шарів, співвісних з трубою (рис. 4.7). Нехай різниця тисків, яка є рушійною силою, така, що швидкість шару, безпосередньо прилеглого до стінки, дорівнює нулю, внаслідок наявності сили тертя за величиною більшою, ніж рушійна сила. Наступні шари будуть рухатися з різними швидкостями, так як між ними є сили тертя. Максимальну швидкість буде мати центральний циліндричний шар. Виділимо в ламінарному потоці рідини, що рухається по трубі радіусом R , циліндричний шар радіусом r і довжиною l . Рушійна сила дорівнює різниці сил тиску P_1 і P_2 , яка

визначається площею живого перерізу потоку і гідростатичним тиском p_1 й p_2 в перерізах 1–1 і 2–2.

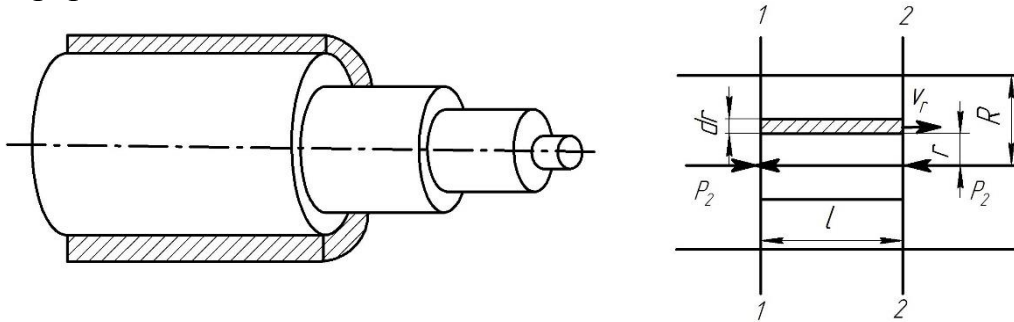


Рис. 4.7 До визначення витрати рідини в ламінарному потоці

Сумарне дотичне напруження в потоці визначається як в'язкістю рідини, так і турбулентністю потоку.

$$P_1 - P_2 = (p_1 - p_2)\pi r^2.$$

Рухомості циліндра чинить опір сила тертя, котра відповідно (4.4) рівна

$$F = -\eta A(dv_r/dr),$$

де v_r – швидкість руху циліндра; r – відстань від осі до твірної циліндра; $A = 2\pi r l$ – зовнішня поверхня циліндра; η – в'язкість рідини.

При устаткованому русі

$$(p_1 - p_2)\pi r^2 = -\eta 2\pi r l (dv_r/dr).$$

Після перетворення і поділу змінних отримаємо:

$$\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} r dr = - \int_{v_r}^0 dv_r.$$

Інтегруючи цей вираз для всього об'єму рідини при зміні r до R і v_r до 0 , отримаємо

$$\int_r^R \frac{p_1 - p_2}{2\eta l} r dr = - \int_{v_r}^0 dv_r.$$

Вирішуючи, отримаємо

$$\frac{p_1 - p_2}{2\eta l} \left(\frac{R^2}{2} - \frac{r^2}{2} \right) = v_r \text{ або } v_r = \frac{p_1 - p_2}{2\eta l} (R^2 - r^2). \quad (4.21)$$

Очевидно, що максимальне значення швидкості буде при $r = 0$

$$v_{\max} = (p_1 - p_2)R^2 / (2\eta l). \quad (4.22)$$

Розділивши (4.21) на (4.22), отримаємо

$$v_r / v_{\max} = (R^2 - r^2) / R^2 = 1 - r^2 / R^2, \quad (4.23)$$

звідки

$$v_r = v_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right),$$

Отже, при ламінарному русі розподіл швидкостей у трубі параболічне. Рівняння (4.23) являє собою закон Стокса. Площа кільцевого перерізу dA

(див. рис. 4.7) з внутрішнім радіусом r і зовнішнім $r + dr$ дорівнює $2\pi r dr$. Тоді об'ємна витрата рідини через цей переріз складе

$$dV = v_r dA = v_r \cdot 2\pi r dr. \quad (4.24)$$

Підставляючи значення v_r з рівняння (4.21), отримаємо

$$dV = \frac{p_1 - p_2}{2\eta l} (R^2 - r^2) 2\pi r dr.$$

Загальну витрату рідини через весь переріз отримаємо інтегруванням останнього виразу

$$\int dV = \int_0^R \frac{p_1 - p_2}{2\eta l} (R^2 - r^2) 2\pi r dr \text{ або}$$

$$V = \frac{p_1 - p_2}{2\eta l} 2\pi \left(\int_0^R R^2 r dr - \int_0^R r^3 dr \right) = \frac{p_1 - p_2}{8\eta l} \pi R^4. \quad (4.25)$$

Позначивши $(p_1 - p_2) = \Delta p$ і $d = 2R$, отримаємо рівняння Пуазейля для витрати рідини при ламінарному русі по круглій трубі

$$V = \pi d^4 \Delta p / (128\eta l). \quad (4.26)$$

Порівнюючи формули (4.12) і (4.25), можна отримати вираз для середньої швидкості потоку

$$V = vA = v \pi R^2 \text{ і } V = \frac{p_1 - p_2}{8\eta l} \pi R^4,$$

тоді

$$v = \left(\frac{p_1 - p_2}{8\eta l} \pi R^4 \right) / (\pi R^2) = \frac{p_1 - p_2}{8\eta l} \pi R^2. \quad (4.27)$$

Розділивши (4.21) на (4.22), отримаємо

$$v/v_{\max} = \left(\frac{p_1 - p_2}{8\eta l} R^2 \right) / \left(\frac{p_1 - p_2}{4\eta l} \pi R^2 \right),$$

звідси

$$v = v_{\max} / 2 \quad (4.28)$$

або, підставляючи у вираз (4.25) значення v з (4.28), отримаємо

$$v_r = 2v(1 - r^2/R^2). \quad (4.29)$$

Таким чином, при ламінарному русі рідини в прямолінійній круглій трубі середня швидкість рідини дорівнює половині швидкості по осі труби.

Розглядаючи епюри швидкості потоків при ламінарному і турбулентному русі (рис. 4.8), можна відзначити їх різний характер.

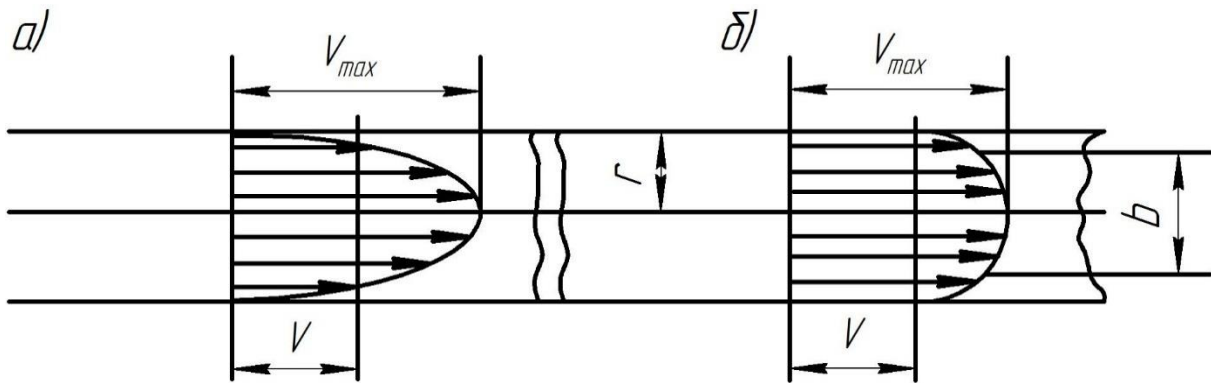


Рис. 4.8 Розподілення швидкостей при ламінарному а та турбулентному б режимах (в – ядро потоку)

При турбулентному потоці через хаотичний рух частинок відбувається вирівнювання швидкостей: крива епюри швидкостей має більш широкую вершину, ніж при ламінарному потоці. Досвід показує, що середня швидкість турбулентного потоку значно більша половини максимальної, причому їх співвідношення $v/v_{\max} = f(Re)$. Наприклад, при $Re=10^4$ середня швидкість $v \approx 0,8v_{\max}$, а при $Re=10^8$ $v \approx 0,8v_{\max}$. У турбулентному потоці умовно розрізняють центральну зону з розвиненим турбулентним рухом, названу *ядром потоку*, і прикордонний шар, де відбувається перехід від турбулентного руху до ламінарного.

У самої стінки труби, де сили в'язкості мають переважаючий вплив на характер руху рідини, режим потоку в основному стає ламінарним. Ламінарний підшар у турбулентному потоці має дуже малу товщину, котра зменшується із зростанням турбулентності. Однак явища, що відбуваються в ньому, чинять значний вплив на величину опору при русі рідини, на протікання процесів тепло- та масообміну.

4.7. Рівняння нерозривності потоку

Для виведення рівняння нерозривності (суцільності потоку) виділимо всередині потоку елементарний паралелепіпед $dV = dx dy dz$ з ребрами, паралельними осям координат (рис. 4.9). Якщо складова швидкості потоку вздовж осі x на грані $ABCD$ дорівнює v_x , то відповідно до рівняння $M = \rho v S$ масова витрата рідини, що проходить через цю грань, дорівнює $\rho v_x dy dz$, а за час dt

$$M_x = \rho v_x dy dz dt.$$

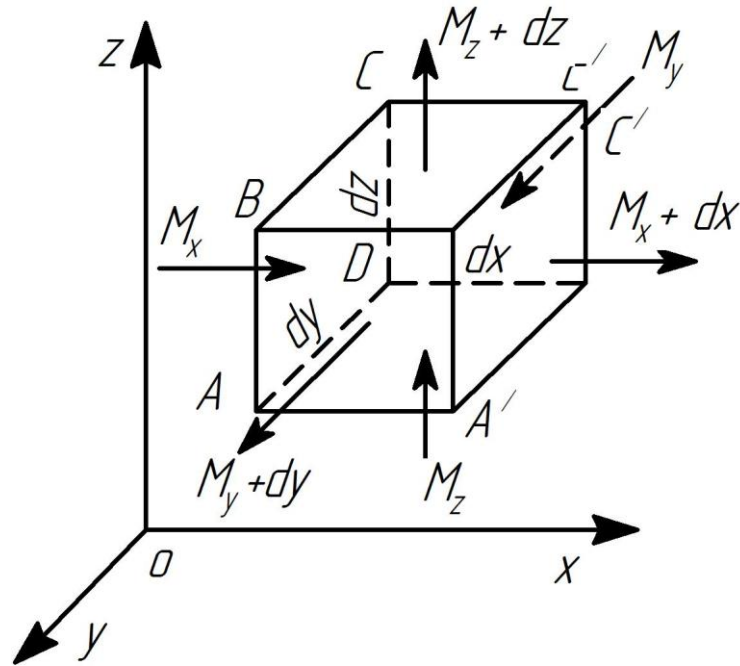


Рис. 4.9 До висновку диференціального рівняння нерозривності потоку

На грані $A'B'C'D'$ швидкість і густина рідини можуть відрізнитися від відповідних величин на $(dv_x/dx)dx$ і $(d\rho/dx)dx$. Отже, через цю грань за час dt масова витрата рідини складе

$$M_{x+dx} = \left[\rho v_x + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} dx \right] dydzdt,$$

Якщо складові швидкостей по осях y і z дорівнюють v_y і v_z то за аналогією з (4.30) приріст масових витрат по цих осях складе

$$dM_y = -\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} dx dy dz dt, \quad (4.31)$$

$$dM_z = -\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} dx dy dz dt, \quad (4.32)$$

Загальний приріст масової витрати рідини в паралелепіпеді за час dt дорівнює сумі приростів по осях

$$dM = -[\partial(\rho v_x)/\partial x + \partial(\rho v_y)/\partial y + \partial(\rho v_z)/\partial z] dx dy dz dt. \quad (4.33)$$

Зміна масової витрати по входу і виходу рідини з паралелепіпеда можливо тільки за рахунок ущільнення рідини, тобто зміни густини за час dt .

$$dM = \frac{d\rho}{dt} dx dy dz dt. \quad (4.34)$$

Вирішуючи спільно (4.33) і (4.34), отримаємо

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0. \quad (4.35)$$

Рівняння (4.35) є диференціальним рівнянням нерозривності потоку для несталого руху стисненої рідини.

У сталому потоці густина не змінюється в часі ($d\rho/dt = 0$) і рівняння (4.35) матиме вигляд

$$\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z} = 0. \quad (4.36)$$

Для крапельних рідин, які практично не стискаються, а також для газів при ізотермічному процесі $\rho = \text{const}$, отже,

$$\partial v_x / \partial x + \partial v_y / \partial y + \partial v_z / \partial z = 0. \quad (4.37)$$

Рівняння (4.37) є диференціальним рівнянням нерозривності сталого потоку рідини, котра не стискається. Ліва частина цього рівняння, що являє собою суму зміни швидкості по осях координат, називається дивергенцією вектора швидкості ($\text{div } v$), тоді

$$(\text{div } v) = 0. \quad (4.38)$$

Вирази (4.40) і (4.41) є рівнянням нерозривності для сталого потоку в інтегральній формі.

Таким чином, при сталому русі через кожний поперечний переріз трубопроводу при його повному заповненні в одиницю часу проходить одна і та ж кількість рідини. Рівняння (4.39) ... (4.41) є окремим випадком закону збереження маси і виражають матеріальний баланс потоку .

Інтегруючи вираз (4.36), отримаємо рівняння нерозривності потоку в інтегральній формі.

Якби площа перерізу трубопроводу залишалася постійною, то для усталеного руху по осі x інтегрування (4.36) стало

$$\rho v = \text{const},$$

де v – середня швидкість рідини.

При змінній площі перерізу інтегрування

$$\rho v S = \text{const}.$$

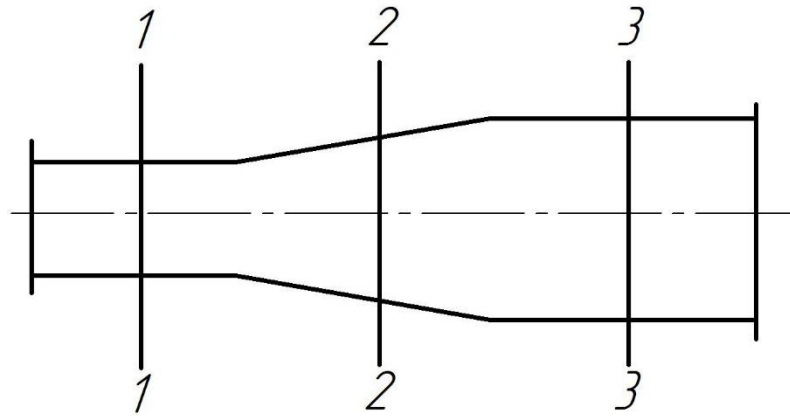


Рис. 4.10 До висновку рівняння сталості витрат

Для перерізів 1–3 (рис. 4.10) можна записати:

$$\rho_1 v_1 S_1 = \rho_2 v_2 S_2 = \rho_3 v_3 S_3 \quad (4.39)$$

або $M_1 = M_2 = M_3$.

Для краплинної рідини $\rho = \text{const}$, отже,

$$v_1 S_1 = v_2 S_2 = v_3 S_3 \quad (4.40)$$

$$i \quad V_1 = V_2 = V_3. \quad (4.41)$$

Вираз (4.40) і (4.41) є рівнянням неперервності для неустановленого потоку в інтегральній формі.

Таким чином, при устаткованому русі через кожний поперечний переріз трубопроводу при його повному заповненні за одиницю часу проходить одна й та ж сама кількість рідини. Рівняння (4.39)–(4.41) є частковим випадком закону збереження маси і виражають матеріальний баланс потоку.

4.8. Диференціальні рівняння Ейлера і Нав'є–Стокса

Згідно з основним принципом динаміки, сума проекцій сил, діючих на рухомий об'єм рідини, дорівнює добутку маси рідини на прискорення. Маса рідини в об'ємі елементарного паралелепіпеда (див. рис. 4.3) $dm = dx dy dz$.

При русі рідини зі швидкістю v її прискорення dv/dt , а проекції прискорення на осі координат $\partial v_x/\partial t$; $\partial v_y/\partial t$; $\partial v_z/\partial t$. На елементарний паралелепіпед об'ємом $dV = dx dy dz$ діють сили тяжіння і тиску. Проекції цих сил на осі координат (див.п. 4.2) складають

$$-\frac{\partial \rho}{\partial x} dx dy dz; \quad -\frac{\partial \rho}{\partial y} dx dy dz; \quad -\left(\rho g + \frac{\partial \rho}{\partial z}\right) dx dy dz.$$

У відповідності з основним принципом динаміки, та з другим законом Ньютона ($F = ma$),

$$\left. \begin{aligned} \rho dx dy dz \frac{dv_x}{dt} &= -\frac{\partial \rho}{\partial x} dx dy dz; \\ \rho dx dy dz \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{\partial \rho}{\partial y} dx dy dz; \\ \rho dx dy dz \frac{dv_z}{dt} &= -\left(\rho g + \frac{\partial \rho}{\partial z}\right) dx dy dz. \end{aligned} \right\}$$

Скорочуючи на $dx dy dz$, отримаємо

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{dv_x}{dt} &= -\frac{\partial \rho}{\partial x}; \\ \rho \frac{dv_y}{dt} &= -\frac{\partial \rho}{\partial y}; \\ \rho \frac{dv_z}{dt} &= -\rho g - \frac{\partial \rho}{\partial z}. \end{aligned} \right\} \quad (4.42)$$

Система (4.42) являє собою диференціальні рівняння руху ідеальної рідини Ейлера.

При русі реальної рідини в потоці крім сил тиску і тяжіння діють сили тертя, тому рівняння (4.42) повинні бути доповнені складовими проекцій сил тертя на відповідні осі.

При русі елементарного об'єму крапельної рідини (рис. 4.11) проекція швидкості v_x залежить від відстані до горизонтальної площини відліку. Дотичні напруження виникають на поверхнях dA граней паралелепіпеда. На горизонтальних гранях $dA = dx dy$, причому на грані $ADD'A'$ дотичне напруження дорівнює τ , а на межі $BCC'B'$ воно дорівнює $\tau + (\partial \tau / \partial z) dz$, де $\partial \tau / \partial z$ виражає зміну дотичного напруження вздовж осі z , а $(\partial \tau / \partial z) dz$ – зміна цього напруження вздовж всієї довжини ребра dz .

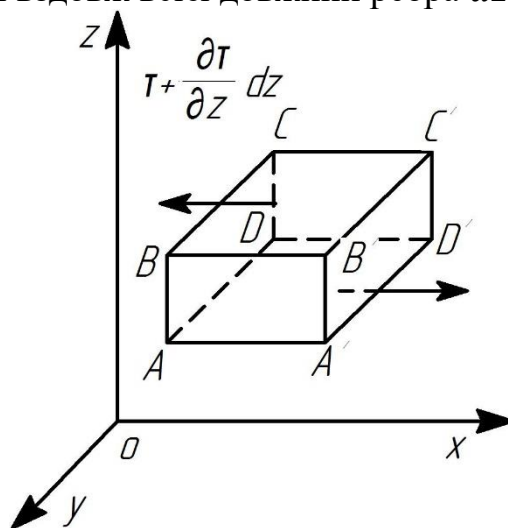


Рис.4.11 До висновку рівняння Нав'є–Стокса

Тоді проекція рівнодіючих сил тертя на вісь x дорівнює

$$\tau dx dy - \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial z} dz \right) dx dy dz = - \frac{\partial \tau}{\partial z} dx dy dz.$$

Підставляючи замість τ його значення, отримаємо

$$\eta \frac{\partial \left(\frac{\partial v_x}{\partial z} \right)}{\partial z} dx dy dz = \eta \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} dx dy dz.$$

Міркуючи аналогічно для осей y і z , можна написати, що проекція рівнодіючих сил тертя на вісь x має такий вигляд:

$$\eta \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) dx dy dz.$$

Суму в дужках називають оператором Лапласа і позначають через $\nabla^2 v_x$.

Таким чином, проекцію рівнодіючої сил тертя на вісь x можна записати $\eta \nabla^2 v_x dx dy dz$.

Аналогічно, проекції рівнодіючої сил тертя по осях y і z будуть дорівнювати $\eta \nabla^2 v_x dx dy dz$ і $\eta \nabla^2 v_z dx dy dz$.

Згідно з другим законом Ньютона, проекції всіх сил – тяжіння, тиску (отриманих при виведенні рівнянь Ейлера) і тертя – повинні бути рівні добутку маси рідини на проекції прискорення на осі координат, тобто

$$\begin{aligned} \rho dx dy dz \frac{dv_x}{dt} &= - \frac{\partial \rho}{\partial x} dx dy dz + \eta \nabla^2 v_x dx dy dz; \\ \rho dx dy dz \frac{dv_y}{dt} &= - \frac{\partial \rho}{\partial y} dx dy dz + \eta \nabla^2 v_y dx dy dz; \\ \rho dx dy dz \frac{dv_z}{dt} &= - \left(\rho g + \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) dx dy dz + \eta \nabla^2 v_z dx dy dz. \end{aligned}$$

Скорочуючи на $dx dy dz$, отримаємо диференціальні рівняння руху Нав'є–Стокса для в'язкої крапельної рідини

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{dv_x}{dt} &= - \frac{\partial \rho}{\partial x} + \eta \nabla^2 v_x; \\ \rho \frac{dv_y}{dt} &= - \frac{\partial \rho}{\partial y} + \eta \nabla^2 v_y; \\ \rho \frac{dv_z}{dt} &= - \rho g - \frac{\partial \rho}{\partial z} + \eta \nabla^2 v_z. \end{aligned} \right\} \quad (4.43)$$

Таким чином, рівняння (4.43) представляє собою окремий випадок рівнянь Нав'є–Стокса. За відсутності сил тертя (тобто в ідеальній рідині) при $\eta = 0$ вираз (4.43) перетворюються на диференціальні рівняння руху Ейлера.

Рівняння Нав'є–Стокса не можуть бути вирішені в загальному вигляді. Отримано рішення лише для деяких окремих випадків одновимірного або двовимірного потоку, наприклад, для текучості в'язкої рідини по прямій трубі (задача Пуазейля), для перебігу між двома плоскими паралельними стінками, при обтіканні нерухомої тонкої пластинки. У більшості важливих для промислової практики випадків застосування цих рівнянь можливе або при ряді спрощуючих припущень, або при перетворенні їх в критеріальні форми.

Як приклад розглянемо диференціальне рівняння руху усталеного одновимірного потоку нестисненої в'язкої рідини, що володіє силою інерції i , що знаходиться під дією сил тяжіння, тиску і тертя:

$$\rho \frac{dv_z}{dt} = -\rho g - \frac{\partial p}{\partial z} + \eta \nabla^2 v_z.$$

У подібних перетвореннях, відношення приростів можна замінити відношеннями їх значень. Отже, можна записати, що

$$\rho \frac{dv}{dt} \approx \rho v/t = \rho v^2/l; \quad (4.44)$$

$$\partial p/dz \approx p/l; \quad (4.45)$$

$$\eta \nabla^2 = \eta \left(\frac{\partial^2 v_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_x}{\partial z^2} \right) \approx \eta v/l^2. \quad (4.46)$$

Якщо в якості масштабу порівняння вибрати силу інерції ($\rho v^2/l$), то відношення сил тяжіння до сили інерції запишеться:

$$\frac{\rho g}{\rho v^2/l} = gl/v^2.$$

Зворотне значення безрозмірного комплексу $\rho l/v^2$ представляє собою критерій Фруда:

$$Fr = v^2/(gl). \quad (4.47)$$

Відношення сил тиску до сил інерції дає критерій Ейлера (якщо замість абсолютного тиску p вести різницю тиску Δp між двома точками рідини)

$$\frac{\Delta p/l}{\rho v^2/l} = \frac{\Delta p}{\rho v^2} = Eu. \quad (4.48)$$

Відношення сили інерції $\rho v^2/l$ до сили тертя дає критерій Рейнольдса

$$\frac{\rho v^2/l}{\eta v/l^2} = \frac{v l \rho}{\eta} = Re. \quad (4.49)$$

Критерій гомохронності характеризує вплив нестационарності руху на швидкість потоку і має вигляд

$$\frac{\rho v^2 / l}{\rho v / t} = \frac{vt}{l} = \text{Ho}. \quad (4.50)$$

Добуток критерію Ейлера на критерій Рейнольдса становить критерій Лагранжа

$$\text{La} = \text{Eu} \cdot \text{Re} = \frac{\Delta p}{\rho v^2} \cdot \frac{vl\rho}{\eta} = \frac{\Delta pl}{\eta v}. \quad (4.51)$$

При порівнянні подібних систем рухомої рідини критерії (4.47) ... (4.50) повинні зберігати одне і те ж значення у всіх подібних точках, тобто

$$\left. \begin{array}{l} \text{Fr} = \text{idem}; \\ \text{Eu} = \text{idem}; \\ \text{Re} = \text{idem}; \\ \text{Ho} = \text{idem}. \end{array} \right\} \quad (4.52)$$

Таким чином, замість диференціального рівняння руху рідини можна записати критеріальне

$$f(\text{Fr}, \text{Eu}, \text{Re}, \text{Ho}) = 0. \quad (4.53)$$

Рівняння (4.53) відображає фізичну і тимчасову подібність. Для повної подібності його необхідно доповнити геометричною подібністю, яка, наприклад, при русі рідини по каналах і трубах буде виражатися геометричним симплексом $l/d = \Gamma$. Отже, при повній подібності загальна критеріальна залежність буде мати вигляд:

$$\varphi(\text{Fr}, \text{Eu}, \text{Re}, \text{Ho}, \Gamma) = 0. \quad (4.54)$$

4.9. Рівняння Бернуллі

Для виведення рівняння Бернуллі перемножимо обидві частини рівнянь Ейлера (4.42) відповідно на dx , dy , dz і розділимо на ρ

$$\left. \begin{array}{l} \frac{dx}{dt} dv_x = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} dx; \\ \frac{dy}{dt} dv_y = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial y} dy; \\ \frac{dz}{dt} dv_z = -gdz - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} dz. \end{array} \right\}$$

При складенні цих рівнянь отримаємо

$$\frac{dx}{dt} dv_x + \frac{dy}{dt} dv_y + \frac{dz}{dt} dv_z = -gdz - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} dx + \frac{\partial \rho}{\partial y} dy + \frac{\partial \rho}{\partial z} dz \right).$$

Відношення dx/dt , dy/dt і dz/dt при сталому русі представляють собою проекції швидкості на відповідні осі, координат і, отже,

$$v_x dv_x + v_y dv_y + v_z dv_z = -gdz - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial x} dx + \frac{\partial \rho}{\partial y} dy + \frac{\partial \rho}{\partial z} dz \right).$$

Ввівши v_x , v_y і v_z під знак диференціала, отримаємо значення лівої частини рівняння

$$\begin{aligned} v_x dv_x + v_y dv_y + v_z dv_z &= d(v_x^2/2) + d(v_y^2/2) + d(v_z^2/2) = \\ &= d[(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)/2] = d(v^2/2), \end{aligned}$$

де v – величина вектора швидкості, складові якої по осях рівні v_x , v_y , v_z .

Сума $\frac{\partial \rho}{\partial x} dx + \frac{\partial \rho}{\partial y} dy + \frac{\partial \rho}{\partial z} dz$ є повним диференціалом тиску dp , отже, можна записати $d(v^2/2) = -dp/\rho - gdz$. Розділивши на g , одержимо $d[v^2/(2g)] + dp/(\rho g) + z = 0$, звідки

$$v^2/(2g) + p/(\rho g) + z = \text{const.} \quad (4.55)$$

Вираз (4.55) є рівнянням Бернуллі для ідеальної рідини. Для будь-яких двох схожих точок потоку можна написати:

$$z_1 + p_1/(\rho g) + v_1^2/(2g) = z_2 + p_2/(\rho g) + v_2^2/(2g). \quad (4.56)$$

Величина $[z + p/(\rho g) + v/(2g)]$ називається повним гідродинамічним напором, де z – геометричний напір (H_G), що представляє питому потенційну енергію положення в даній точці; $p/(\rho g)$ – статичний напір ($H_{ст}$), що характеризує питому потенційну енергію тиску в даній точці; $v^2/(2g)$ – динамічний напір ($H_{дин}$), що представляє собою питому кінетичну енергію в даній точці.

Зі сказаного випливає, що при сталому русі ідеальної рідини сума потенційної і кінетичної енергії рідини для кожного з поперечних перерізів потоку залишається незмінною. Таким чином, рівняння Бернуллі є окремим випадком закону збереження енергії.

При переміщенні реальних рідин внаслідок в'язкості рідини і сил тертя на стінки труби виникають сили, що чинять опір руху рідини, і, отже, $z_1 + p_1/(\rho g) + v_1^2/(2g) > z_2 + p_2/(\rho g) + v_2^2/(2g)$.

На подолання гідравлічного опору, котрий виник витратиться частина енергії потоку, що носить назву втраченого напору $H_{втр}$.

Для збереження балансу енергії при русі реальних рідин у рівнянні (4.56) повинен бути введений додатковий член, який характеризує цю втрачену енергію. Тоді рівняння Бернуллі для реальних рідин матиме вигляд:

$$z_1 + p_1/(\rho g) + v_1^2/(2g) = z_2 + p_2/(\rho g) + v_2^2/(2g) + H_{втр}. \quad (4.57)$$

4.10. Гідравлічні опори в трубопроводах

Розглянемо ділянку труби, заповнену рідиною (рис. 4.12). Якщо рідина знаходиться в стані спокою, то її взаємодія зі стінками труби визначається силою, спрямованою вертикально вниз (вага рідини).

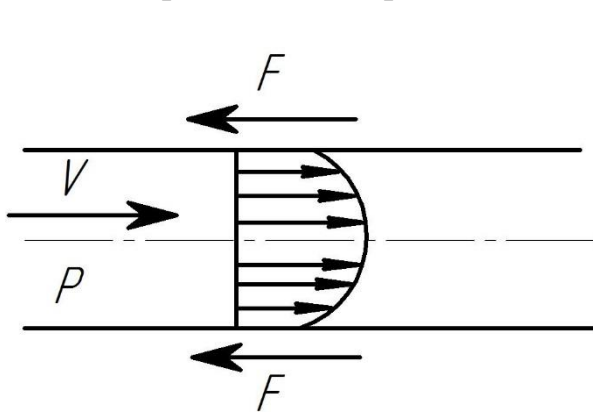


Рис. 4.12 До поняття про втрати тиску на тертя

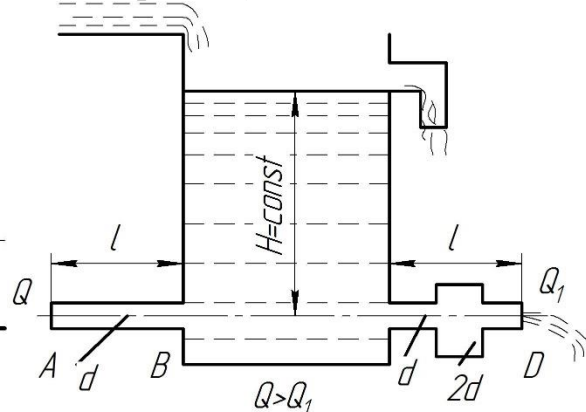


Рис. 4.13 До поняття про місцеві втрати

При переміщенні рідини між стінками і потоком виникають сили опору, обумовлені гальмуванням крайніх шарів об стінки (сили тертя). Завдяки в'язкості рідини це гальмування передається наступним шарам. Рівнодіюча сила опору F спрямована в бік, протилежний руху. Для подолання опору тертя і підтримки поступального руху потоку необхідно затратити додаткову енергію. Енергію або напір, необхідні для подолання сил тертя, називають втратами тиску на тертя або лінійними втратами тиску $H_{\text{тр}}$.

Згідно (4.57),

$$H_{\text{втр}} = (z_1 - z_2) + [p_1/(\rho g) + p_2/(\rho g)] + [v_1^2/(2g) + v_2^2/(2g)].$$

На горизонтальній ділянці труби ($z_1 = z_2$) постійного діаметра при рівномірному русі потоку ($v_1 = v_2$) втрати напору дорівнюють

$$H_{\text{втр}} = \Delta p/(\rho g) = H_{\text{тр}}. \quad (4.58)$$

Як показують дослідження, втрати тиску, що виникають при переміщенні рідини, залежать не тільки від тертя на стінки. Нехай бак (рис. 4.13) наповнений водою, рівень якої постійно підтримується. Бак, який живить рідиною трубу AB довжиною l постійного перерізу d . Витрата рідини дорівнює Q . Якщо трубу AB замінити трубою CD такої ж довжини, але маючи змінний переріз від d до $2d$, то витрата рідини Q_1 зміниться, причому $Q_1 < Q$. Отже, тертя є не єдиною причиною появи втрати тиску; різкі зміни перетину також надають опір руху і призводять до втрати тиску. Існують й інші причини, що спричиняють втрати тиску, наприклад раптова зміна напрямку руху потоку.

Втрати тиску, що виникають у результаті різкої зміни конфігурації границь потоку, називають місцевими втратами $H_{м.с}$, або втратами тиску на місцеві опори. Таким чином, загальні втрати тиску при переміщенні рідини складаються з витрат тиску на тертя і витрат на місцеві опори, тобто

$$H_{втр} = H_{тр} + H_{м.с}. \quad (4.59)$$

Використовуємо метод аналізу розмірностей для визначення втрат тиску на тертя, що виникають при рівномірному русі потоку в трубах. Як відомо, метод аналізу розмірностей дозволяє виразити загальну функціональну залежність для будь-якого досліджуваного процесу у вигляді рівнянь зв'язку між строго визначеним числом безрозмірних комплексів, які з фізичних величин з певною розмірністю, вираженої через основні одиниці виміру. При цьому повинно бути відомо, від яких параметрів процесу і змінних залежать розглянута фізична величина і характер зв'язку (у вигляді ступеневого многочлену) між усіма вагомими для процесу фізичними величинами.

Дослідження показують, що втрати тиску на тертя залежать від діаметра і довжини труби, фізичних властивостей рідини – в'язкості η і щільності ρ , середньої швидкості руху рідини v , шорсткості $n_{ш}$ стінок труби. Тоді необхідну для нас функціональну залежність можна представити у вигляді

$$\Delta p_{тр} = f(\alpha, l, \eta, \rho, v, n_{ш}), \quad (4.60)$$

де $\Delta p_{тр}$ – втрати тиску на тертя, згідно (4.58) дорівнює $H_{тр}\rho g$.

Оскільки втрати на тертя пропорційні довжині ділянки перепишемо (4.60) у вигляді

$$f'(\Delta p_{тр}/l; d, \eta, \rho, v, n_{ш}) = 0. \quad (4.61)$$

Вид функцій f і f' невідомий. Для вимірювання входних до (4.61) шести величин, потрібні три основні одиниці: маса, час, довжина. Тоді по π -теоремі (див. розділ 1), згідно якої рівняння, що зв'язує N фізичних величин, виражених через n основних одиниць, може бути перетворено в рівняння, що зв'язує π безрозмірних критеріїв подібності, при чому $\pi = N - n$, вираз (4.61) можна записати у вигляді

$$f_2(K_1; K_2; K_3) = 0$$

Для визначення безрозмірних комплексів K_1 , K_2 і K_3 виберемо з усіх змінних виразу (4.62) три, що включають основні одиниці виміру, наприклад v , d і ρ .

Рівняння розмірностей, які поєднують вибрані змінні з кожною з інших змінних по черзі, мають такий вигляд:

$$K_1 = d^{x_1} v^{y_1} \rho^{z_1} n_{ш}; \quad (4.63)$$

$$K_2 = d^{x_2} v^{y_2} \rho^{z_2} \eta; \quad (4.64)$$

$$K_3 = d^{x_3} v^{y_3} \rho^{z_3} \Delta p_{тр}/l. \quad (4.65)$$

Умова однорідності розмірностей для K_1 :

$$L^{x_1} (LT^{-1})^{y_1} (ML^{-3})^{z_1} L = L^0 N^0 M^0; \quad (4.66)$$

Показники ступенів при однакових основних одиницях в обох частинах рівняння повинні бути рівні, тому

$$\left. \begin{array}{l} \text{по } L \quad x_1 + y_1 - 3z_1 + 1 = 0; \\ \text{по } T \quad \quad \quad -y_1 = 0; \\ \text{по } M \quad \quad \quad \quad \quad z_1 = 0, \end{array} \right\} \quad (4.67)$$

звідки $x = -1$.

Підставляючи значення x , y , z з (4.67) в (4.65), отримаємо $K_1 = d^{-1} v^0 \rho^0 n_{ш}$, звідки

$$K_1 = n_{ш}/d. \quad (4.68)$$

Аналогічним чином неважко показати, що

$$K_2 = vd\rho/\eta; \quad (4.69)$$

$$K_3 = (d\Delta p_{тр}/l)/(v^2\rho). \quad (4.70)$$

Підставляючи (4.68)...(4.70) в (4.62), отримаємо $f_2[n_{ш}/d; vd\rho/\eta; (\Delta p_{тр}d/l)(v^2\rho)] = 0$.

Вирішуючи відносно до $\Delta p_{тр}$, можна записати

$$\Delta p_{тр} = \frac{lv^2\rho}{d} \varphi(vd\rho/\eta; n_{ш}/d). \quad (4.71)$$

Підставивши в (4.58) значення $\Delta p_{тр}$, отримаємо

$$H_{тр} = \frac{v^2 l}{gd} \varphi(vd\rho/\eta; n_{ш}/d). \quad (4.72)$$

Позначивши $\varphi(vd\rho/\eta; n_{ш}/d) = \lambda/2$, отримаємо

$$H_{тр} = \lambda \frac{l v^2}{d 2g}. \quad (4.73)$$

З (4.73) випливає, що втрати тиску на тертя прямопропорційні, довжині труби і швидкості потоку й обернено пропорційні діаметру труби. Формула (4.73) експериментально була отримана в ХІХ ст. і носить назву формули Дарсі–Вейсбаха. У наведеній формулі λ називають коефіцієнтом гідравлічного тертя.

Значення коефіцієнта гідравлічного тертя можна отримати з формули Пуазейля. Знаючи, що $V = vS = v\pi d^2/4$ і $\Delta p_{тр} = \rho g H_{тр}$, формулу Пуазейля можна записати $v\pi d^2/4 = \pi d^4 \rho g T_{тр}/128$. Помноживши чисельник і знаменник лівої частини на $2v$ і вирішуючи відносно $H_{тр}$, отримаємо

$$H_{\text{тр}} = \frac{2v^2 \pi d^2 \cdot 128 \eta l}{4 \nu \pi d^4 \rho g} = \frac{64 \eta}{d \rho \nu} \cdot \frac{v^2}{2g} \cdot \frac{l}{d}. \quad (4.73')$$

Вирішуючи сумісно (4.73) і (4.73'), отримаємо

$$\lambda_{\text{лам}} \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = \frac{64 \eta}{d \rho \nu} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g},$$

враховуючи, що $64 \eta / (d \rho \nu) = 64 / \text{Re}$, маємо

$$\lambda_{\text{лам}} = 64 / \text{Re}. \quad (4.74)$$

Оскільки рівняння Пуазейля справедливе для ламінарного руху, значення коефіцієнта λ за формулою (4.74) також справедливі тільки для ламінарної текучості рідини.

Внаслідок неможливості рішення в загальному вигляді рівнянь руху Нав'є–Стокса теоретичне визначення коефіцієнта тертя для турбулентного потоку не являється можливим. Його отримують узагальненням результатів експериментів методом теорії подібності.

При повній подібності рівняння руху рідини в критеріальній формі має вигляд $f(\text{Fr}, \text{Eu}, \text{Re}, \text{No}, \Gamma) = 0$, або $\text{Eu} = \varphi(\text{Fr}, \text{Re}, \text{No}, \Gamma)$.

При устаткованому русі критерій гомохронності може бути виключений з рівняння, оскільки він характеризує вплив нестационарності руху на швидкість потоку.

При вимушеному турбулентному русі крапельних рідин вплив власної маси рідини на розподіл швидкостей і перепад тисків дуже незначний. Тому критерієм Фруда, що відображає вплив сили тяжіння, можна знехтувати. Тоді для устанавленого турбулентного руху критеріальне рівняння можна записати у вигляді

$$\text{Eu} = \varphi'(\text{Re}, \Gamma)$$

або приймаючи степеневу залежність,

$$\text{Eu} = A \text{Re}^m \Gamma^q. \quad (4.75)$$

Узагальненням досліджених даних при $\text{Re} = 4 \cdot 10^3 \dots 1 \cdot 10^5$ знайдені числові значення: $A = 0,158$; $m = -0,25$; $q = 1$.

Підставляючи в (4.75) значення Eu , Γ , A , m і q при $\Delta p = \rho g H_{\text{тр}}$, отримаємо

$$\begin{aligned} \rho g H_{\text{тр}} / (\rho v^2) &= 0,158 \text{Re}^{-0,25} (l/d) \\ \text{або} \quad H_{\text{тр}} &= 0,316 \text{Re}^{-0,25} (l/d) (v^2/2). \end{aligned} \quad (4.76)$$

Порівнюючи (4.76) з (4.73), можна написати, що для турбулентного руху потоку в гладких трубах при $\text{Re} = 4 \cdot 10^3 \dots 1 \cdot 10^5$ коефіцієнт тертя виражається в узагальненій залежності

$$\lambda_{\text{тур}} = 0,316/\sqrt[4]{\text{Re}}. \quad (4.77)$$

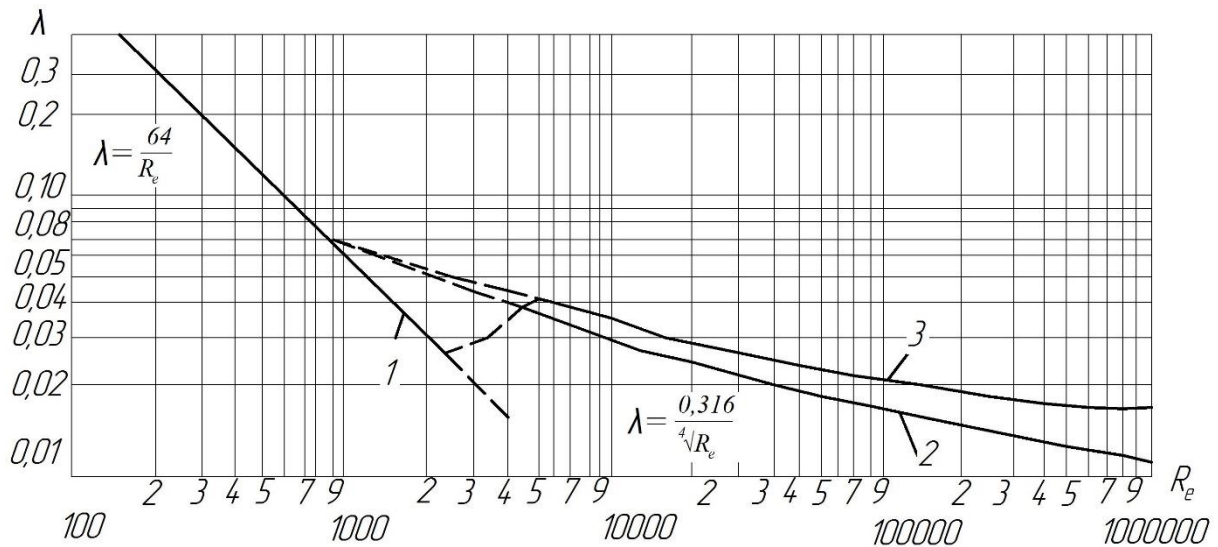


Рис. 4.14 Залежність λ від критерія Re :

1 – гладкі та шерохваті труби; 2 – гладкі труби; 3 – шерохваті труби

При турбулентному потоці коефіцієнт тертя в загальному випадку залежить не тільки від характеру руху рідини, а й від жорсткості стінок труб.

З рис. (4.14) видно, що поблизу значень $Re_{\text{кр}}$ режим руху є нестійким і досить точно визначити не можна, а для шорстких труб значення λ вище, ніж підраховані за формулою (4.77).

Шорсткість кількісно оцінюється величиною абсолютної шорсткості Δ , яка являється середньою висотою виступів на внутрішній поверхні труб. Вплив шорсткості на коефіцієнт тертя λ визначається відношенням між Δ і товщиною ламінарного підшару δ . У початковій області турбулентного руху, коли $\delta > \Delta$, рідина плавно обтікає виступи і їх вплив на λ можна не враховувати.

У цьому випадку труби можна розглядати як гідравлічно гладкі і $\lambda_{\text{тур}}$ розраховують за формулою (4.77). При збільшенні швидкості (або Re) значення δ зменшується і при $\delta \leq \Delta$ коефіцієнт тертя все більше залежить від шорсткості через виникнення вихороподібного руху в районі виступів і, внаслідок цього, додаткових втрат тиску.

Отже, зі збільшенням Re зона гладкого тертя [$\lambda = f(Re)$] переходить спочатку в зону змішаного тертя, а потім у автомобельну (λ не залежить від Re) область, де опір тертя визначається тільки шорсткістю труб. Останню область часто називають областю квадратичного закону опору, оскільки $H_{\text{тр}}$ стає пропорційно квадрату швидкості [див. (4.73)].

Відносна шорсткість ($\varepsilon = \Delta/d$) визначає критичні значення Re , при яких шорсткість починає впливати на $\lambda(Re_{\text{кр}1})$ і λ стає функцією тільки шорсткості труб ($Re_{\text{кр}2}$).

При розрахунку коефіцієнта тертя для всіх зон турбулентного руху можна застосовувати емпіричне рівняння

$$1/\sqrt{\lambda} = -2\lg[\varepsilon/3,7+(6,81/\text{Re})^{0,9}]. \quad (4.78)$$

Для області гладкої течії:

$$1/\sqrt{\lambda} = -2\lg(6,81/\text{Re})^{0,9} = 1,81\lg\text{Re} - 1,5. \quad (4.79)$$

Для автомодельної області в рівнянні (4.78) відкидається другий член в дужках, що виражає залежність λ від Re

$$1/\sqrt{\lambda} = -2\lg \varepsilon/3,7. \quad (4.80)$$

Оскільки загальні втрати тиску згідно (4.59) є сумою втрат на тертя і втрат на місцевий опір, необхідно розглянути розрахунок втрат, що характеризують $H_{\text{м.о.}}$. На місцевих опорах відбувається зміна швидкості потоку за величиною, напрямом або за величиною і напрямком одночасно.

Аналогічно висновку $H_{\text{тр}}$, користуючись методом аналізу розмірностей,

$$H_{\text{м.о.}} = \xi v^2/(2g), \quad (4.81)$$

де ξ – коефіцієнт місцевого опору; v – швидкість потоку після проходження місцевого опору.

При декількох, послідовно розташованих місцевих опорах

$$H_{\text{м.о.}} = \sum \xi v^2/(2g), \quad (4.82)$$

Коефіцієнт місцевих опорів у більшості випадків знаходиться дослідним шляхом.

Таким чином, вираз (4.59) з урахуванням рівнянь (4.73) і (4.82) можна записати у вигляді

$$H_{\text{втр}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{v^2}{2g} + \sum \xi v^2/(2g) = v^2/(2g) \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \xi \right). \quad (4.83)$$

Враховуючи, що $\Delta p = \rho g H_{\text{втр}}$, вираз для втрати тиску можна представити

$$\Delta p = \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \xi \right) \rho v^2/2. \quad (4.84)$$

У практиці інженерних розрахунків при обчисленні втрат тиску на місцевих опорах іноді замість розрахунку по ξ проводять розрахунок тільки для λ , умовно прирівнюючи втрати тиску на місцевих опорах до втрат тиску в деякій гіпотетичній трубі довжиною $l_{\text{екв}}$. Довжину $l_{\text{екв}}$, еквівалентну

даному місцевому опору, виражають добутком діаметру на коефіцієнт n , який визначається дослідом $l_{\text{екв}} = nd$.

Тоді рівняння (4.83) можливо записати

$$H_{\text{пот}} = \lambda \frac{l + \sum l_{\text{екв}}}{d} \frac{v^2}{2g} = \lambda \frac{l + d \sum n}{d} \frac{v^2}{2g} = \lambda \left(\frac{l}{d} + \sum n \right) \frac{v^2}{2g}.$$

Значення коефіцієнтів n зазвичай наводяться в довідковій літературі.

Основні види місцевих втрат напору умовно можна розділити на такі групи: 1) втрати, пов'язані із зміною перерізу провідного каналу, раптові і поступові розширення і звуження трубопроводу; 2) втрати, викликані зміною напрямку, – коліна, косинці, відводи трубопроводів; 3) втрати за рахунок опору різного виду арматури – вентилів, кранів, клапанів і т. д.; 4) втрати, викликані злиттям або відділенням частини потоку, – трійники, хрестовини і т. д.

По суті, всі види місцевих опорів пов'язані із зміною перерізу потоку рідини в провідному каналі. На деякій відстані від місцевого опору потік завдяки силі інерції продовжує зберігати той же напрямок руху, який він набув безпосередньо перед перешкодою. У результаті цього в області перешкоди відбувається відрив потоку від стінок трубопроводу, за перешкодою утворюються місцеві завихрення (на рис. 4.15 ці області заштриховані), які й призводять до втрат тиску.

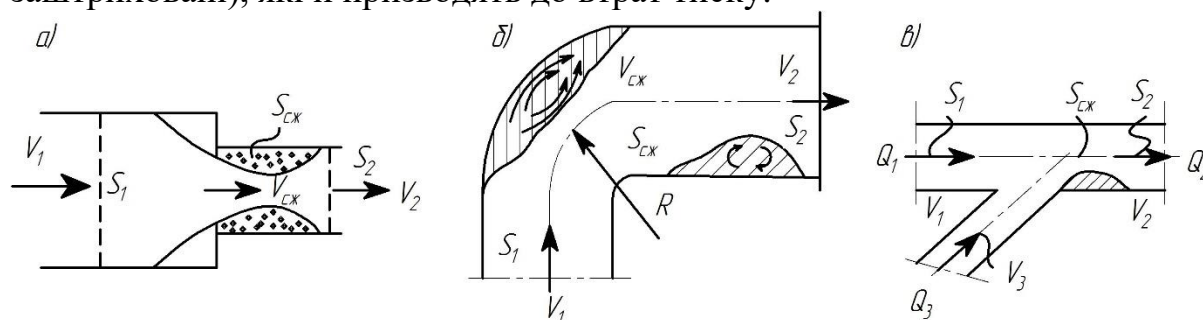


Рис. 4.15 Схема переміщення потоку при зміні перерізу або напрямку потоку:

а – з широкої труби у вузьку; б – при плавному повороті; в – при злитті потоків;
 v_1, S_1, Q_1 – відповідно швидкість, площа перерізу і витрата рідини перед перешкодою;
 v_2, S_2, Q_2 – теж саме, після перешкоди; $v_{\text{ст}}, S_{\text{ст}}$ – швидкість і площа перерізу потоку в момент проходження перешкод; v_3, Q_3 – швидкість і витрата в потоці, що зливається

4.11. Зовнішня задача гідродинаміки

Закони руху твердих тіл у рідині (або обтікання рідиною твердих тіл) мають важливе значення для розрахунку багатьох апаратів, що застосовуються при виробництві будівельних матеріалів. Знання цих законів дозволяє не тільки більш повно представити фізичну сутність явищ, що відбуваються, наприклад, при транспортуванні бетонної суміші по

трубопроводах, перемішуванні різного роду мас, русі частинок при сушінні і випаленні в підвішеному стані, але і більш правильно й економічно сконструювати технологічні агрегати та установки, що застосовуються для цих цілей.

При обтіканні нерухомої частинки потоком рідини виникають гідродинамічні опори, котрі залежать в основному від режиму руху та форми обтікаючих частинок. При невеликих швидкостях і малих розмірах тіл або при високій в'язкості середовища режим руху ламінарний, тіло оточене граничним шаром рідини і плавно обмивається потоком. Втрата тиску в цьому випадку пов'язана головним чином з подоланням опору тертя (рис. 4.16, а). З розвитком турбулентності все більше значення набувають сили інерції.

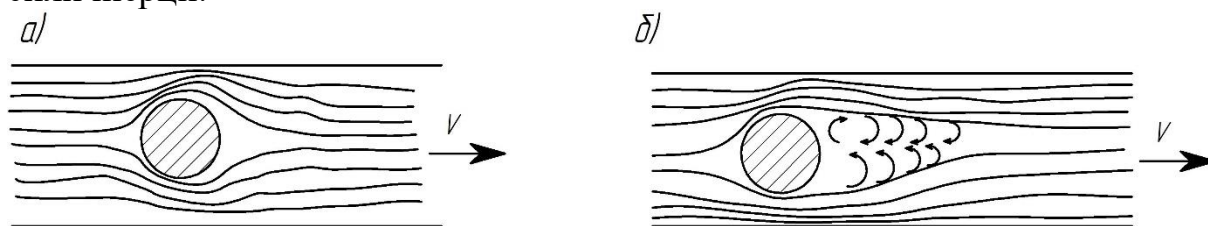


Рис. 4.16 Обтікання рідини твердого тіла:
а – ламінарний режим; б – турбулентний режим

Під дією їх граничний шар відривається від поверхні, що призводить до зниження тиску безпосередньо за тілом, утворюючи в цій області завихрень (рис. 4.16, б). У результаті виникає додаткова сила опору, спрямована назустріч потоку. Оскільки вона залежить від форми тіла, її називають **опором форми**.

З боку ж рухомої рідини на неї діє сила опору, яка дорівнює за величиною доданої сили тиску рідини на тіло. Суму обох опорів називають **опором тиску**.

Починаючи з деяких значень критерій Рейнольдса значення лобового опору стає переважаючим, а опором тертя можна практично знехтувати. Як і у випадку руху рідини по трубах, в даному випадку настає автомобільний (по відношенню до Re) режим.

Опір руху і тертя в загальному випадку існує одночасно, і повний опір, який виникає при відносному русі тіла і рідини, являє собою суму цих опорів. Таким чином,

$$p = p_{\text{давл}} + p_{\text{тр.}} \quad (4.86)$$

Співвідношення між компонентами повного опору в різних випадках різне.

Повний опір визначається за формулою, запропонованої Ньютоном:

$$p = cS\rho v^2/2. \quad (4.87)$$

Вираз (4.87) можна отримати методом аналізу розмірностей.

Нехай основними параметрами при обтіканні рідини твердого тіла є п'ять змінних: швидкість v , густину ρ , в'язкість η , характерний розмір тіла l і сила опору p . Згідно π -теоремі, повинні існувати $5-3=2$ безрозмірних комплекси, що мають наступний вигляд: $K_1 = l^{x_1} v^{y_1} \rho^{z_1} p$; $K_2 = l^{x_2} v^{y_2} \rho^{z_2} \eta$.

Виходячи з умов безрозмірностей комплексів складемо рівняння розмірностей

$$\begin{aligned} L^{x_1} [LT^{-1}]^{y_1} [MLT^{-2}] [ML^{-3}]^{z_1} &= L^0 M^0 T^0; \\ L^{x_2} [LT^{-1}]^{y_2} [ML^{-3}]^{z_2} [ML^{-1}T^{-1}] &= L^0 M^0 T^0. \end{aligned}$$

Прирівнюючи показники степенів для K_1 маємо $x_1 + y_1 - 3z_1 + 1 = 0$; $-y_1 - 2 = 0$; $z_1 + 1 = 0$, звідки $x_1 = -2$; $z_1 = -1$; $y_1 = -2$. Тоді $K_1 = p / (l^2 v^2 \rho)$. Для K_2 маємо $x_2 + y_2 - 3z_2 - 1 = 0$; $-y_2 - 1 = 0$; $z_2 + 1 = 0$, звідки $x_2 = y_2 = z_2 = -1$. Тоді $K_2 = \eta / (l \rho v)$.

Отже, загальне рівняння буде мати вигляд

$$f[p / (l^2 v^2 \rho); \eta / (l \rho v)] = 0.$$

Вирішуючи відносно p , маємо

$$p = \varphi[\eta / (l \rho v)] l^2 v^2 \rho. \quad (4.88)$$

Замінюючи l^2 на S (характерну площу) і беручи $\varphi[\eta / (l \rho v)] = c/2$, отримаємо формулу (4.87). На рисунку 4.17 представлена залежність c від критерія Рейнольдса при русі колоподібних часток діаметром d .

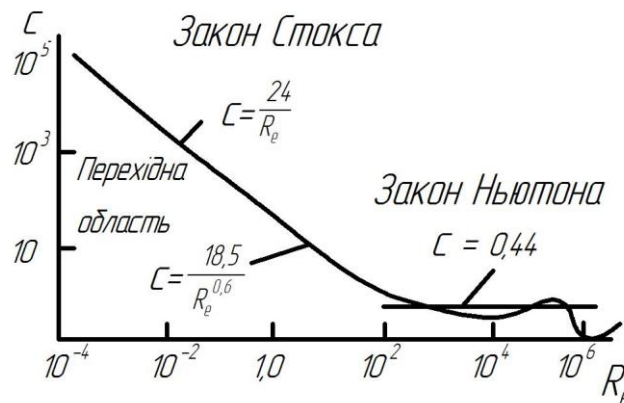


Рис. 4.17 Залежність коефіцієнта опору c від критерія Рейнольдса

З рисунку випливає, що існує три області, кожній з яких відповідає певний характер залежності c від Re .

Ламінарна область (область дії закону Стокса) при $Re \leq 2$

$$c = 24/Re. \quad (4.89)$$

Перехідна область $Re = 2 \dots 500$

$$c = 18,5/Re^{0,6}. \quad (4.90)$$

Автомодельна область $\sim 2 \cdot 10^5 > Re > \sim 500$

$$c = 0,44. \quad (4.91)$$

Підставляємо c в рівняння (4.87) і бачимо, що в ламінарній області сила опору p пропорційна швидкості в першій ступені, тобто $p \sim v$, в перехідній $p \sim v^{1.4}$, в автотельній області $p \sim v^2$.

При обтіканні тіл за формою, що відрізняються від кулі, значення коефіцієнта опору більше і залежать не тільки від критерію Рейнольдса, але і від фактора форми $\psi = A_{\text{ш}}/A$, де $A_{\text{ш}}$ – поверхня кулі, котра має той же об’єм, що і тіло, яке розглядається поверхнею A .

4.12. Осадження частинок під дією сили тяжіння

Закони руху двофазних рідин (рідина + завись твердих тіл) мають велике значення в інженерній практиці. У промисловості будівельних матеріалів завись-несучі потоки, що постійно рухаються застосовують при пневмотранспорті цементу, гідротранспорті бетонної суміші, сушці і випаленні сипучих матеріалів в завислому стані і інших технологічних процесах. Основні питання, що цікавлять інженера, – це визначення необхідної швидкості транспортування і втрат тиску. Особливості завись-несучих потоків в значній мірі, визначаються характером обтіканням твердих частинок потоком рідини чи газу.

Нехай у вертикальній трубі діаметром D (рис. 4.18) рухаються частинки у вигляді кулі діаметром d ($D \gg d$). Потік спрямований знизу вгору. На частинку діє сила тиску потоку P , спрямована знизу вгору, і сила тяжіння. Залежно від співвідношення цих сил частинка може підніматися, опускатися або залишатися нерухомою. Умова рівноваги буде спостерігатися в тому випадку, якщо $P = G$. Це випадок так званого витання частинок.

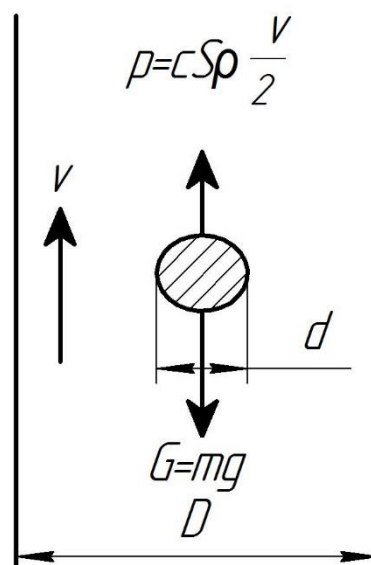


Рис.4.18 Схема діючих сил на частинку, що знаходиться у висхідному потоці

Вага кулі в нерухомому рідкому середовищі

$$G = \frac{1}{6} \pi d^3 (\rho_{\text{ТВ}} - \rho_{\text{Ж}}) g. \quad (4.92)$$

Прирівнюючи силу тиску потоку (рівняння 4.87) до сили тяжіння, отримаємо рівняння рівноваги

$$cS\rho_{\text{Ж}} \frac{v^2}{2} = \frac{\pi d^3}{6} (\rho_{\text{ТВ}} - \rho_{\text{Ж}}) g, \quad (4.93)$$

звідки, швидкість витання частинки (тобто швидкість потоку, при якій частинка буде перебувати в рівновазі):

$$v_{\text{ВИТ}} = \sqrt{4gd(\rho_{\text{ТВ}} - \rho_{\text{Ж}})/(3c\rho_{\text{Ж}})}. \quad (4.94)$$

У випадку повітряних потоків із достатньою для інженерних розрахунків точністю можна прийняти $\rho_{\text{ТВ}} - \rho_{\text{Ж}} \approx \rho_{\text{ТВ}}$, так як густина повітря дуже незначна порівняно з густиною твердого тіла. В цьому випадку формула (4.94) матиме вигляд

$$v_{\text{ВИТ}} = 3,62 \sqrt{\rho_{\text{ТВ}} d / (c\rho_{\text{Ж}})}. \quad (4.95)$$

У реальних завись-несучих потоках необхідно вводити поправку в ці формули для врахування впливу стінок і сусідніх частинок,

$$v_{\text{ВИТ.СТ}} = E_{\text{СТ}} v_{\text{ВИТ}}, \quad (4.96)$$

де $E_{\text{СТ}}$ – коефіцієнт стиснення, що залежить від співвідношення d/D та об'ємної концентрації частинок у потоці; коефіцієнт $E_{\text{СТ}}$ визначається дослідним шляхом.

Таким чином, тіло, що знаходиться в потоці рідини, буде перебувати в стані рівноваги (витати), якщо швидкість витання $v_{\text{ВИТ}}$ дорівнює швидкості руху рідини v . Тіло буде рухатися у напрямку руху рідини, якщо $v_{\text{ВИТ}} < v$, і тіло буде осідати під дією сили тяжіння, якщо $v_{\text{ВИТ}} > v$. У системах пневмотранспорту для надійного переміщення матеріалу швидкість руху повітря зазвичай в 1,5–2 рази перевищує швидкість витання.

Для ламінарної області, підставляючи у вираз (4.94) значення c з (4.95) отримаємо

$$v_{\text{ВИТ}} = d^2 g (\rho_{\text{ТВ}} - \rho_{\text{Ж}}) / (18\eta), \quad (4.97)$$

де η – в'язкість середовища.

Максимальний розмір частинок, осадження яких відбувається за законом Стокса, знаходимо, підставляючи в (4.97) значення $v_{\text{ВИТ}}$ з критерієм Рейнольдса, прийнявши $Re = vd\rho/\eta = 2$, тоді

$$d_{max} = \sqrt[3]{\frac{36\eta^2}{\rho_{ж}g(\rho_{ТВ} - \rho_{ж})}} = 1,56 \sqrt[3]{\frac{\eta^2}{\rho_{ж}(\rho_{ТВ} - \rho_{ж})}}. \quad (4.98)$$

При $Re \leq 10^{-4}$ і коли d стає порівняним з довжиною середнього вільного пробігу молекул λ на швидкість осадження дуже дрібних частинок починає впливати тепловий рух молекул середовища, що веде до відхилень від закону Стокса. Тоді $v_{вит}$ необхідно розділити на поправочний коефіцієнт $K = f(\lambda/d)$.

Розрахунки показують, що при $d \approx 0,1$ мкм пил, який знаходиться в повітрі, не осідає, а спостерігається лише броунівський рух її часток.

4.13. Змішана задача гідродинаміки

У технології будівельних матеріалів рух потоків через шар зернистих або кускових матеріалів зустрічається досить часто. Практично жоден аеродинамічний розрахунок у технології кераміки та в'язучих речовин не може бути проведений без знання законів руху рідини через зернисті шари.

Зернистий шар може бути *монодисперсним* – з частинок однакового розміру або *полідисперсний* – з частинок різних розмірів. Режим руху потоку через такі шари залежить від багатьох факторів. На розподіл швидкостей передусім впливають фізичні властивості потоку і фізичні та геометричні характеристики шару, тобто його структура.

Зернистий шар характеризується:

- 1) пористість шару $\varepsilon = (V - V_0)/V$, де V – загальний об'єм зернистого шару; V_0 – об'єм, зайнятий окремими частинками шару; таким чином, пористість є відношенням об'єму пустот у шарі до загального об'єму шару;
- 2) питомою поверхнею S ($\text{м}^2/\text{м}^3$ або $\text{см}^2/\text{г}$), тобто відношенням площі поверхні всіх частинок до об'єму, що займають шар, або його масу;
- 3) еквівалентним діаметром каналів d_e , їх звилькуватістю;
- 4) швидкістю витання частинок.

Втрати тиску при русі рідини через зернистий шар можуть бути підраховані за формулою, аналогічною втратам тиску на тертя в трубопроводах:

$$\Delta p_{тр} = \lambda \frac{l}{d_e} \frac{\rho v^2}{2}, \quad (4.99)$$

де λ – коефіцієнт, що відображає вплив не тільки опору тертя, але і додаткових місцевих опорів міжзернових каналів, тобто λ є загальним коефіцієнтом опору.

Значні труднощі виникають у визначенні еквівалентного діаметра, який як показано вище, дорівнює $4A/P$. Для визначення поверхні пустот

необхідно об'єм усіх пустот (тобто $V - V_0$) розділити на довжину всіх каналів.

Нехай висота зернистого шару дорівнює h . Враховуючи звилькуватість каналів, середня їх довжина перевищує висоту шару в a_k раз. Якщо поперечний переріз шару A , то пористість шару $V_{cb} = Ah\varepsilon$ і вільний переріз шару $A_{cb} = Ah\varepsilon/(a_k h) = A\varepsilon/a_k$. Периметр вільного перерізу може бути обчислений діленням загальної поверхні каналів на їх середню довжину, тобто $P = Ahs/(a_k h) = As/a_k$. Тоді еквівалентний діаметр каналів зернистого шару

$$d_e = 4\left(\frac{A\varepsilon/a_k}{As/a_k}\right) = \frac{4\varepsilon}{s}, \quad (4.100)$$

тобто еквівалентний діаметр дорівнює чотирьом пористостям шару, поділений на питому поверхню.

Визначити дійсну швидкість $v_{\text{вит}} = v$, що входить в рівняння (4.97), дуже складно. Тому на практиці вдаються до обчислення так званої фіктивної швидкості v_0 , рівної відношенню об'ємної витрати рідини, до всієї площі поперечного перерізу шару. При її підрахунку нехтують кривизною каналів ($a_k = 1$) і вважають, що їх довжина дорівнює товщині шару h . Тоді сумарний переріз каналів складе $Ah\varepsilon/h = A\varepsilon$ і об'ємна витрата рідини дорівнює Asv . Але за визначенням фіктивної швидкості об'ємна витрата Av_0 , звідси $A\varepsilon v = Av_0$ і

$$v = v_0/\varepsilon. \quad (4.101)$$

Фактична швидкість рідини v менша швидкості, підрахованої за виразом (4.101), і відрізняється від неї, тим більше, чим більша a_k . Проте ця відмінність не чинить істотного значення, якщо у виразі (4.99) замість l використовувати висоту шару h .

Підставляючи в формулу (4.99) значення d_e , v і l , отримаємо

$$\Delta p_{\text{тр}} = \lambda \frac{h}{4\varepsilon/s} \frac{\rho(v_0/\varepsilon)^2}{2} = \lambda \frac{hs \rho v_0^2}{4\varepsilon 2\varepsilon^2} = \lambda \frac{hs \rho v_0^2}{4\varepsilon^3 2} \quad (4.102)$$

Як і при русі рідини в трубах, коефіцієнт опору λ залежить від режиму течії, що визначається критерієм Рейнольдса.

Підставляючи у вираз $Re = vd_e\rho/\eta$ значення v і d_e (4.100) і (4.101), отримаємо

$$Re = v_0 4\varepsilon\rho/(\varepsilon s\eta) = 4v_0\rho/(s\eta) = 4W/(s\eta), \quad (4.103)$$

де W – масова швидкість рідини.

Із дослідних даних отримано, що для всіх режимів руху застосоване узагальнене рівняння для розрахунку коефіцієнта опору λ дорівнює

$$\lambda = (133/Re) + 2,34. \quad (4.104)$$

При русі рідини через зернисті шари, турбулентність в потоці розвивається набагато раніше, ніж при русі по трубах, без різкого переходу від одного режиму до іншого. Практично ламінарний режим існує при $Re < 50$. При $Re < 1$ другим доданком можна знехтувати. При $Re > 7000$ спостерігається автомодельна (по відношенню до Re) область турбулентного руху. Тоді $\lambda \approx 2,34 = const$.

Як видно з (4.102), втрата тиску на тертя в значній мірі залежить від порожнистості шару, оскільки ε в рівняння входить у третій степені. Пористість шару залежить від способу завантаження і від співвідношення діаметру зерен та апарату, тобто від d/D . На практиці при вільній засипці частка вільного об'єму змінюється в межах 0,35 ... 0,5.

Визначено, що щільність шару, прилеглого до стінок апарату, менше, ніж у центрі. Це пов'язано з так званим пристінковим ефектом. Чим більше D/d , тим менше пристінковий ефект і тим менша нерівномірність розподілу швидкостей потоку в центрі і в периферійній зоні апарату.

4.14. Гідродинаміка зваженого шару

При малих швидкостях потоку рідини або газу, що проходить через зернистий шар знизу, останній залишається нерухомим, так як потік проходить по міжзернових каналах, тобто фільтрується через шар.

При збільшенні швидкості потоку проміжки між частинками збільшуються – потік ніби піднімає їх. Частинки приходять в рух і переміщуються з газом або рідиною. Утворену суспензію називають завислим або псевдозрідженим шаром, так як маса твердих частинок у результаті безперервного перемішування у висхідному потоці приходять у легкоукладальний стан, нагадуючи киплячу рідину.

Стан та умови існування завислого шару залежать від швидкості висхідного потоку і фізичних властивостей системи – щільності, в'язкості, розмірів часток і т. д. Вище вже говорилося, що залежно від швидкості руху рідини існує три режими, котрі характеризують взаємодію газового потоку і окремого зерна матеріалу (рис. 4.19): шар буде залишатися нерухомим у висхідному потоці, якщо $u_{\text{вит}} > u$ (фільтрація); шар буде знаходитися в стані рівноваги (витання), якщо $u_{\text{вит}} \approx u$ (завислий шар); тверді частинки будуть рухатися в напрямку потоку, якщо $u_{\text{вит}} < u$ (винесення).

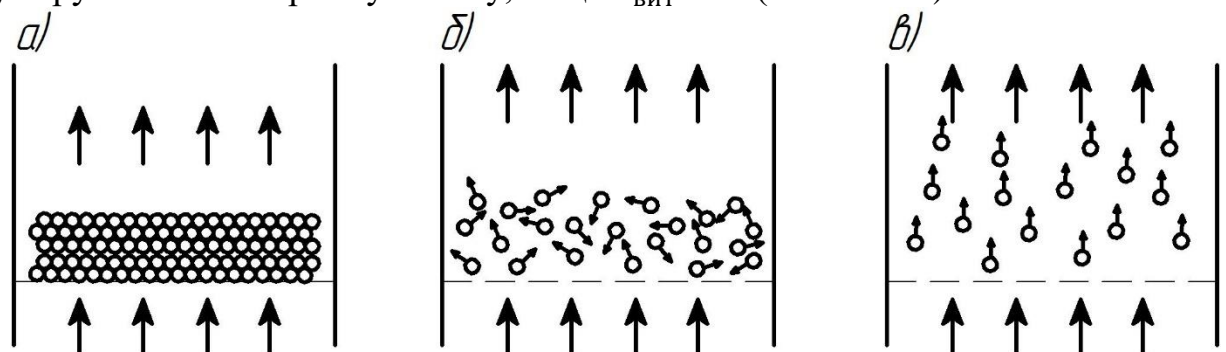


Рис. 4.19 Переміщення рідини через зернистий шар:

a – нерухомий шар; b – киплячий псевдорозріджений шар; v – винос частинок потоком

На рисунку 4.20 представлені типові графіки зміни висоти зернистого шару і перепаду тиску в ньому залежно від фіктивної швидкості.

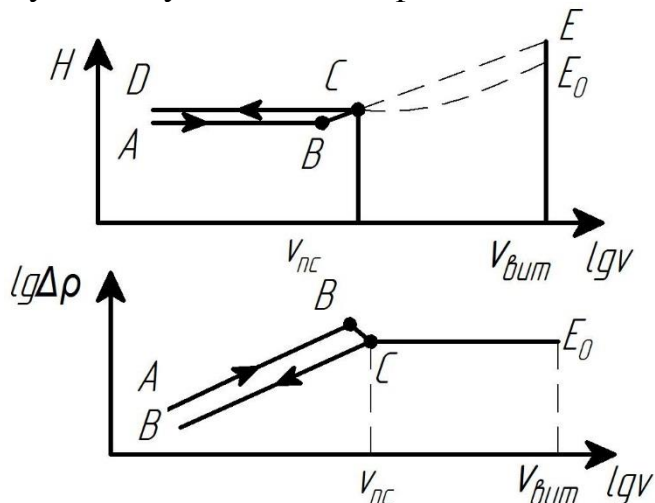


Рис. 4.20 Залежність висоти шару a та його гідравлічного опору b від швидкості потоку

Швидкість, при якій порушується нерухомість шару, і він починає переходити в псевдорозріджений стан, **називають швидкістю псевдорозрідження** (v_{pc}).

При збільшенні v_0 до v_{pc} висота шару практично не змінюється, а гідравлічний опір його зростає. Перепад тисків у шарі, що відповідає точці B (рис. 4.20, б), безпосередньо перед початком псевдорозрідження (точка C) дещо більша необхідного для підтримки шару в завислому стані, що пояснюється дією сил зчеплення між нерухомими частинками. При досягненні потоком швидкості v_{pc} сили зчеплення долаються і перепад тисків стає рівним вазі частинок. Ця умова виконується для всієї області існування псевдорозрідженого шару (лінія CE). При подальшому збільшенні v_0 шар руйнується і починається масове винесення частинок, що відповідає швидкості v_{vit} .

Отже, межі існування псевдорозрідженого шару обмежені швидкостями v_{pc} і v_{vit} . Відношення робочої швидкості v_0 до швидкості початку псевдорозрідження називають числом псевдорозрідження K_v

$$K_v = v_0/v_{pc}. \quad (4.105)$$

На практиці швидкість псевдорозрідження v_{pc} визначають у лабораторних або напівпромислових установках. Результати вимірювань Δp відображують на графіках, подібних рисунку 4.20. Розрахунковим

шляхом v_{nc} може бути наближено визначена за формулами (4.94) – (4.98) з підстановкою відповідних значень для d і l .

У промисловості будівельних матеріалів найчастіше використовують процеси псевдозрідження в системі газ–тверда фаза. Для цієї системи псевдозрідження, як правило, є не однорідним: частина газу рухається через шар у вигляді бульбашок або через один або кілька каналів, по яких відбувається проскакування значної кількості газу.

При великих значеннях K_v рух газу у вигляді бульбашок призводить до неоднорідності псевдозрідженого шару і коливань його висоти (лінії CE та CE_1 на рис. 4.20, *a*), при цьому бульбашки можуть збільшуватися до розмірів всього поперечника апарату. Тоді псевдозріджений шар поділяється газовими пробками на окремі шари, а прорив газу супроводжується викидом твердих частинок. Такий режим роботи називають поршнеvim псевдозрідженням. Він вкрай небажаний, так само як і фонтанування, що є граничним випадком злиття потоків газу, котрі рухаються по декількох каналах, звичайно поблизу осі апарату.

Виникнення поршневого псевдозрідження і фонтанування, крім підвищеної швидкості газу, сприяє для першого випадку – збільшенню розміру часток і зменшенню діаметра апарату, для другого – застосуванню дрібних злиплених частинок, здатних до агломерації.

Оскільки процеси псевдозрідження в даний час не піддаються точному розрахунку, їх промислова організація пов'язана з проведенням великої кількості експериментів і перевірки в напіввиробничих умовах.

4.15. Плівкова текучість рідини і барботаж

У промисловості багато технологічних процесів супроводжуються виділенням пилу. Для знепилювання відпрацьованих газів застосовують мокру очистку, засновану на тісному контакті між запиленим газом і очищеною рідиною.

Для утворення значної поверхні контакту найчастіше вдаються до такого прийому, коли рідину змушують стікати під дією сили тяжіння по вертикальній або похилій стінці, а газ (або пар) направляється знизу вгору. Знайшли застосування і такі апарати, в яких газ проходить через шар рідини, утворюючи окремі струмені, бульбашки, піну та бризки. Такий процес називається барботажем.

Для правильного конструювання апаратів, які діють за цими принципами, а також для вибору оптимального режиму їх експлуатації необхідно знати гідродинаміку цих процесів. При русі тонких плівок рідини по вертикальній або похилій площинах можливі наступні випадки: 1) стікання плівки при контакті з нерухомим газом; 2) стікання плівки назустріч потоку газу, що рухається.

Механізм течії плівки назустріч газовому потоку залежить від швидкості потоку. При малих швидкостях газу (до 3,5 м/с) зустрічний потік не чинить істотного впливу на течію рідини і режим її руху визначається силою тяжіння, в'язкістю рідини і силами, що виникають між стікаючою рідиною і поверхнею стінки. Зі збільшенням швидкості газовий потік гальмує стікання рідини внаслідок збільшення сил тертя газу об рідину. В результаті цього швидкість течії рідини зменшується, а товщина її плівки збільшується, аж до виникнення хвилі. При критичній швидкості газовий потік може викликати зрив рідинної плівки зі стінки або зворотною (інверсійну) течію плівки (рис. 4.21).

Характер течії плівки визначається значенням числа Рейнольдса і швидкістю зустрічного газового потоку.

У промисловості будівельних матеріалів барботування повітрям виконують в основному в двох випадках:

1) при інтенсифікації перемішування рідких мас іноді з одночасним їх підігріванням (в останньому випадку частіше використовують пар); 2) для отримання емульсій і пін.

На рис. 4.22 приведені схеми проходження газу або пари в барботерах різних типів. При барботажі розрізняють два основних види роботи апарату – бульбашковий і струменевий. При малій витраті газу спостерігається бульбашковий режим. Прорив газу через рідину відбувається окремими бульбашками, розміри яких залежать від конструкції барботера, властивостей рідини і швидкості газу.

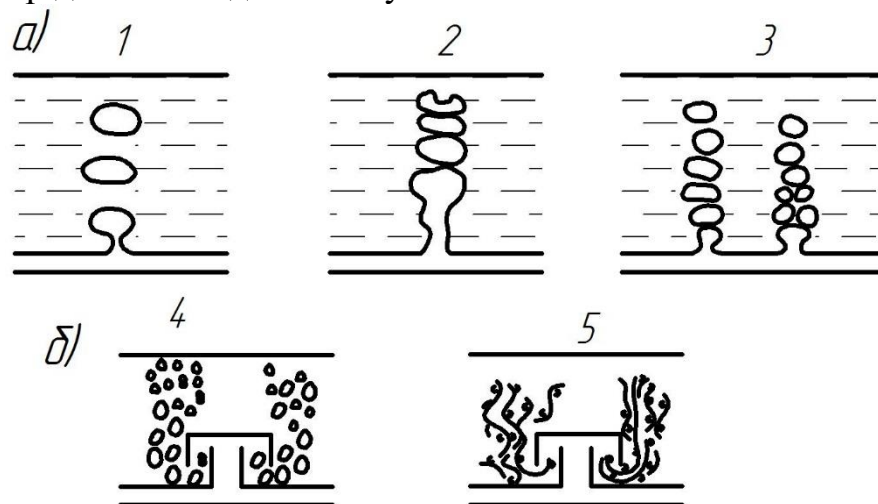


Рис. 4.22 Схеми проходження газу через барботери:

а – вихід бульбашок із одиничних 1,2 або групових отворів 3 при малій 1 і підвищеній 2, 3 швидкості газу; б – теж саме, при ковпачкових барботерах з малою 4 та підвищеною 5 швидкістю

Розмір бульбашки в момент відриву від отвору барботера можливо розрахувати. Прийемо, що d_0 – діаметр отвору, $\rho_{ж}$ і $\rho_{г}$ – густина рідини і газу відповідно, σ – поверхневий натяг.

При виході з отвору бульбашка спочатку збільшується в об'ємі, а потім відривається і спливає, коли підйомна (Архімедова) сила і сила опору відриву рівні, тобто

$$\frac{\pi d^3}{6} g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}}) = \pi d_0 \sigma,$$

звідки

$$d = \sqrt[3]{6d_0\sigma/[g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})]}. \quad (4.106)$$

З рівняння (4.106) випливає, що діаметр бульбашки при вільному русі не залежить від витрати газу, а визначається d_0 і властивості рідини та газу. Зі збільшенням витрати газу зростає лише частота бульбашок.

Коли витрата газу досягає критичного значення ($V_{\text{кр}}$), бульбашки не встигають відірватися одна від одної і рухаються у вигляді ланцюжка, іноді зливаючись одна з одною (явище коалесценції), перетворюючись на окремий струмінь газу. Критична витрата газу

$$V_{\text{кр}} = \frac{\pi d^2}{6} v_{\text{п}} = \frac{\pi v_{\text{п}}}{6} \left[\frac{6d\sigma}{g(\rho_{\text{ж}} - \rho_{\text{г}})} \right],$$

де $v_{\text{п}}$ – швидкість підйому бульбашок, м/с.

4.16. Потік неньютонівських рідин

У попередніх розділах розглядалися закони руху рідин, які підкорюються закону внутрішнього тертя Ньютона $\tau = \eta dv/dy$. В'язкість цих рідин залишається постійною при даній температурі і тиску. На відміну від них в'язкість неньютонівських рідин не постійна, а змінюється в залежності від швидкості зсуву, його тривалості, тобто «передісторії» рідини. В технології будівельних матеріалів до таких рідин відносяться цементні шлами і розчини, бетонна суміш, глиняні шлікери і пасти, розчини полімерів, фарби і т. д. Графіки, що виражають залежність зміни граничного напруження зсуву від градієнта швидкості, носять назву *кривих течії*.

У сучасній теорії неньютонівські рідини поділяють на три класи.

До першого класу відносяться в'язкі або стаціонарні неньютонівські рідини, для яких у рівнянні $\tau = f(dv/dy)$ функція не залежить від часу.

Згідно виду кривих течій розрізняють бінгамовські (рис. 4.23, крива 2), псевдопластичні і дилетантні рідини.

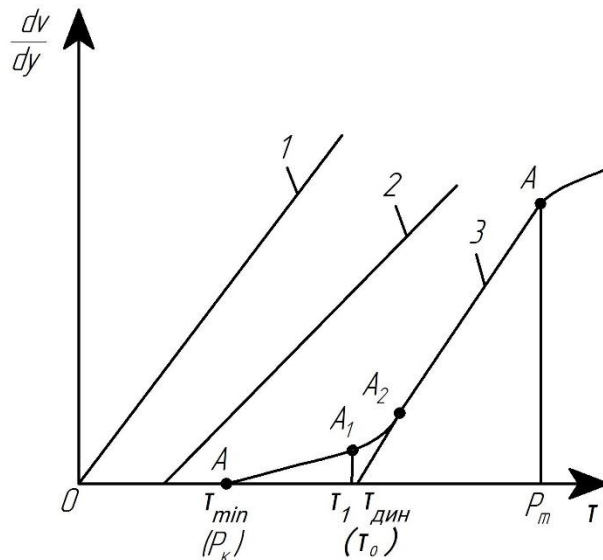


Рис. 4.23 Криві текучості ньютонівської та бінгамовської рідини:
 1 – ньютонівської рідини; 2 – бінгамовська неструктурована рідина; 3 – теж саме, структурована

Текучість бінгамовської рідини починається тільки після додатку $\tau_0 \geq \tau$ (обрахованого за рівнянням Ньютона), який необхідний для руйнування структури, котра утворилась в даній системі. Таку текучість називають пластичною, а критичне (тобто граничне) напруження зсуву τ_0 – межею текучості. При напруженнях, менших τ_0 , бінгамовські рідини поведуться як тверді тіла, а при напруженнях, більших τ_0 – як ньютонівська рідина, тобто залежність τ_0 від dv/dy лінійна.

Вважається, що структура тіла Бінгама під дією граничного напруження зсуву миттєво і повністю руйнується, в результаті чого тіло Бінгама перетворюється в рідину, при знятті напруження структура відновлюється й тіло повертається до твердого стану.

Рівняння кривої текучості носить назву рівняння Шведова–Бінгама

$$\tau = \tau_0 + \eta_{пл} dv/dy, \quad (4.107)$$

де $\eta_{пл}$ – пластична в'язкість постійна й аналогічна в'язкості звичайної рідини.

Для більшості структурованих систем залежність dv/dy від τ не виражається прямою, а представляє собою криву (рис. 4.23, крива 3).

П.А. Ребиндер, М.П. Воларович та інші розрізняють два граничних напруження зсуву: нижня межа текучості – статичне граничне напруження зсуву (τ_{min}), величина якого відповідає початку залишкової деформації (відрізок OA на кривій 3, де точка A – межа пружності), і динамічне граничне напруження зсуву ($\tau_{дин} = \tau_0$), яке відповідає рівнянню Шведова–Бінгама.

Криву текучості структурованої системи можна умовно розбити на чотири області, що характеризують стан системи в процесі навантаження. Область $A-A_1$ – практично пряма лінія, в якій пластична текучість системи

відбувається без помітного руйнування структури при найбільшій постійній пластичній в'язкості (шведовської)

$$\eta_{\text{пл}} = \frac{\tau - \tau_1}{(dv/dy)_{\tau \rightarrow \tau_1}}. \quad (4.108)$$

Порушення структури в цій області настільки незначні, що встигають відновлюватися в самому процесі текучості.

П.А. Ребіндер і Н.В. Михайлов нижню межу текучості називають істинною межею текучості P_K (відповідний статичному граничному напруженню зсуву), який визначається величиною напруження, нижче якого ніякої текучості не спостерігається (пружна область). Звичайними методами область текучості при мало руйнуючій структурі встановити досить важко і при дослідах часто виходить збіг точок τ_1 і τ_{min} .

Крива A_1-A_2 – область пластичної текучості системи з постійним руйнуванням структури. Пластична в'язкість різко падає, внаслідок чого швидкість течії швидко збільшується. Ділянка A_2-A_3 – область гранично зруйнованої структури, вище якої текучість відбувається з найменшою пластичною в'язкістю (бінгамовською)

$$\eta_{\text{пл}}^{\text{min}} = (\tau - \tau_2)/(dv/dy).$$

Перехід від області пластичної текучості системи до області гранично зруйнованої структури динамічно характеризується граничним напруженням зсуву системи. Подальше збільшення напруження системи завершується розривом суцільності структури, яка характеризується межею міцності τ_{max} (P_m).

Псевдопластичні рідини (рис. 4.24, крива 1) починають текти вже при малих значеннях τ . Вони характеризуються тим, що значення в'язкості в кожній конкретній точці кривої залежить від градієнта швидкості. Тому для псевдопластичних рідин говорять про уявну в'язкість, яка являє собою відношення напруження зсуву до градієнту швидкості. Зі збільшенням швидкості зсуву уявна в'язкість цих рідин зменшується.

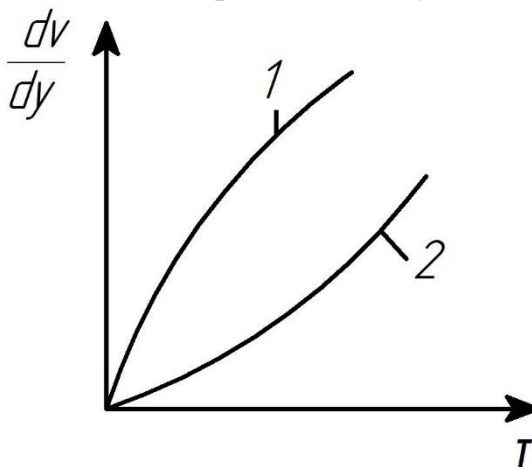


Рис. 4.24 Криві течії псевдопластичних 1 та дилатантних рідин 2

За Оствальдом, дотичне напруження для таких рідин

$$\tau = K(dv/dy)^m, \quad (4.109)$$

де K і m – постійні коефіцієнти, причому $m < 1$.

Коефіцієнт K залежить від консистенції рідини і збільшується з ростом в'язкості.

При нескінченно великому градієнті швидкості крива текучості постійна і переходить у пряму з граничним значенням $\eta_{\text{каж}} = \infty$.

До псевдопластичних рідин відносяться розчини полімерів, целюлози і суспензії з асиметричною структурою частинок.

До дилатантних рідин (рис. 4.24, крива 2) належать суспензії крохмалю, різні клеї з великим відношенням T/\mathcal{J} . На відміну від псевдопластичних ці рідини характеризуються зростанням уявної в'язкості зі збільшенням градієнта швидкості. Текучість їх може бути описана також рівнянням Оствальда (4.109) при $m > 1$.

До другого класу відносяться неньютонівські рідини, характеристики яких залежать від часу (нестаціонарні рідини). Для цих структур уявна в'язкість визначається не тільки градієнтом швидкості зсуву, але і його тривалістю.

Залежно від характеру впливу тривалості зсуву на структуру розрізняють тиксотропні і реопектантні рідини (рис. 4.25). У *тиксотропних рідинах* із збільшенням тривалості впливу напруження зсуву певної величини структура руйнується, в'язкість зменшується, а текучість зростає. Після зняття напруження структура рідини поступово відновлюється зі збільшенням в'язкості. Типовим прикладом тиксотропних рідин є фарби, котрі збільшують в'язкість з часом. У реопектантних рідинах зі збільшенням тривалості впливу напруження зсуву текучість знижується.

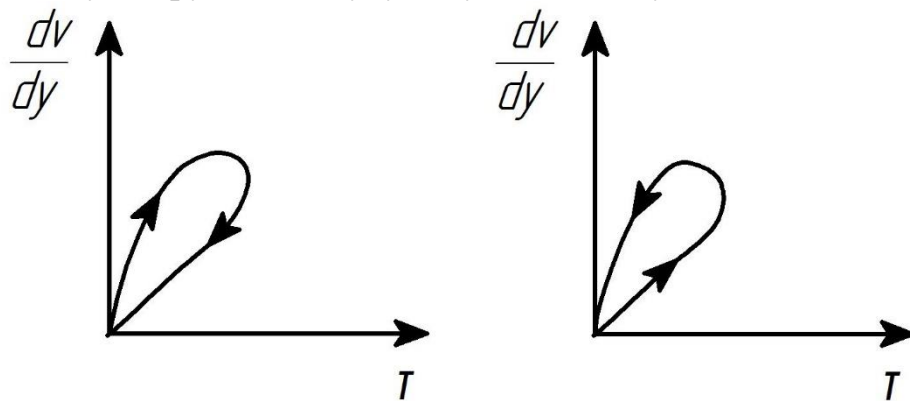


Рис. 4.25 Криві текучості тиксотропних *а* і реопектичних рідин *б*

До цих рідин відносяться суспензії бентонітових глин і деякі колоїдні розчини.

До третього класу належать в'язкопружні або максвеловські рідини. Рідини течуть під дією напруження τ , але після зняття напруження частково відновлюють свою форму. Таким чином, ці структури мають подвійну властивість – в'язку текучість за законом Ньютона і пружне відновлення

форми за законом Гука. Прикладом їх служать деякі смоли і пасти, крохмальні клеї.

У вітчизняній літературі можна зустріти дещо іншу класифікацію неньютонівських рідин.

Згідно класифікації П.А. Ребіндера, за пластично-в'язкими властивостям дисперсні системи можна підрозділити на нормально-в'язкі (ньютонівські; рис. 4.23, крива 1), аномально-в'язкі (псевдопластичні, дилатантні, реопектантні і тиксотропні; рис. 4.24, криві 1, 2 і рис. 4.25, а, б) і пластичні (рис. 4.23, криві 2, 3). Перші дві системи П.А. Ребіндер об'єднує в одну групу і називає рідкоутвореними системами, останню – твердоутвореними системами.

Зміна в'язкості в залежності від напруження зсуву для псевдопластичних, тиксотропних (рідкоутворених) і пластично-в'язких (твердоутворених) систем представлена на рис. 4.26. Для рідкоутворених систем при напруженнях, менших τ_1 в'язкість має найбільшу величину, рівну ньютонівській в'язкості η практично ще не зруйнованої структури. При напруженнях, більших τ_1 в'язкість зменшується до граничного значення η_{min} .

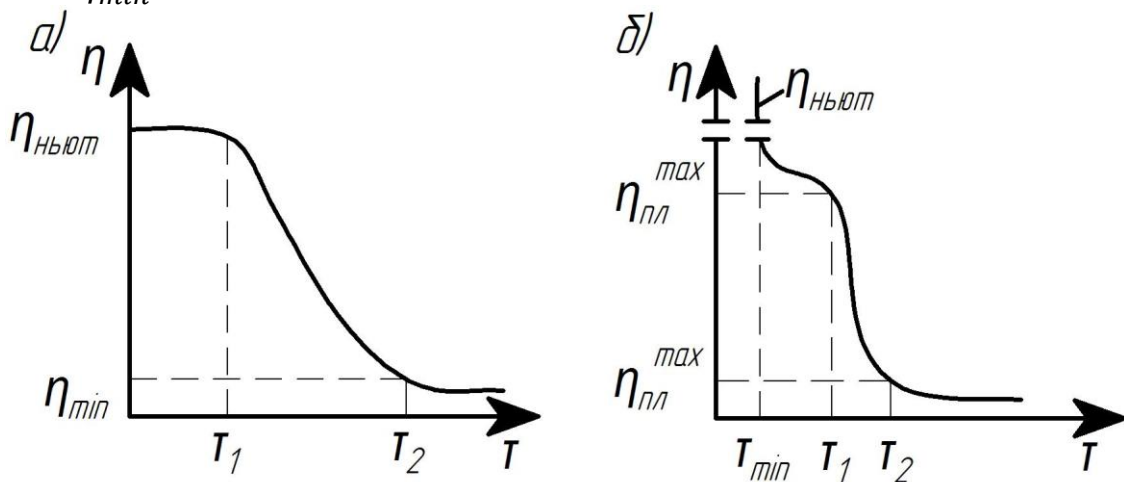


Рис. 4.26 Зміна в'язкості в залежності від напруження зсуву для рідкоутворених а та твердоутворених б систем

Для твердоутворених систем картина ускладнюється.

При напруженнях зсуву, менших τ_{min} , максимальна η (ньютонівська в'язкість) незруйнованої структури нескінченно велика. При подальшому підвищенні напруження зсуву (до умовної межі практично незруйнованої структури) до τ_1 проявляється найбільша пластична в'язкість $\eta_{пл}^{max}$ (шведовська) в області досить невеликих значень напружень зсуву. При подальшому підвищенні напруження зсуву в області постійного руйнування структури (до τ_2) пластична в'язкість постійно зменшується до $\eta_{пл}^{min}$, відповідно до бінгамовської. Подальша текучість гранично зруйнованої структури до напруження зсуву τ_{max} відбувається з відносно постійною в'язкістю $\eta_{пл}^{min}$.

Текучість неньютонівських рідин є предметом вивчення науки про деформацію і текучість – реології. В останні роки значно збільшилася кількість досліджень реологічних характеристик різних гідравлічних систем. Найбільш детально досліджено текучість неньютонівських рідин, характеристики яких не залежать від часу.

Розглянемо текучість цих рідин при ламінарному режимі. Сталий потік неньютонівської рідини в циліндричній трубці при ізотермічному режимі знаходиться під дією тих же сил, що і при текучості ньютонівської рідини.

$$-dv/dy = f(\tau). \quad (4.110)$$

Будемо міркувати так само, як і у випадку текучості ньютонівської рідини (див. рис. 4.7). Виділимо в рухомому потоці рідини радіусу R циліндр довжиною l і радіусом r . Циліндр буде знаходитися в рівновазі, якщо різниця тисків на ділянці l буде дорівнювати силі тертя

$$(p_1 - p_2) = F. \quad (4.111)$$

Різниця тисків визначається площею живого перерізу потоку і гідростатичних тисків на кінцях ділянки, тобто

$$(p_1 - p_2) = \Delta p \pi r^2. \quad (4.112)$$

Сила тертя визначається дотичним напруженням, прикладеним до поверхні циліндра, тобто

$$F = 2\pi r l \tau. \quad (4.113)$$

Тоді умову рівноваги для виділеного циліндра можна записати $\Delta p \pi r^2 - 2\pi r l \tau = 0$, звідки

$$\tau = \Delta p r / (2l). \quad (4.114)$$

Очевидно, що зі збільшенням радіуса виділеного циліндра буде рости і дотичне напруження τ . Максимальним воно буде біля стінки труби.

$$\tau_{\text{ст}} = \Delta p R / (2l), \quad (4.115)$$

тоді

$$\tau = \tau_{\text{ст}} r / R. \quad (4.116)$$

Підставляючи (4.116) в (4.110), отримаємо

$$-dv/dr = f(\tau_{\text{ст}} r / R). \quad (4.117)$$

Проінтегрувавши отримане рівняння, маємо

$$\int_v^0 -dv = \int_r^R f(\tau_{\text{ст}} r / R) dr,$$

звідки

$$v = \int_r^R f(\tau_{\text{ст}} r / R) dr, \quad (4.118)$$

Об'ємна витрата рідини, котра проходить через елементарний об'єм

$$dV = v \cdot 2\pi r dr, \quad (4.119)$$

інтегруючи частинами, отримаємо

$$\int_v^0 dV = \pi \int_0^R v 2r dr = \pi \left[vr^2 - \int_0^R r^2 dv \right]. \quad (4.120)$$

При $r = R$ $v = 0$. Підставивши v з рівняння (4.118), отримаємо

$$V = \pi \int_0^R r^2 f(\tau_{ст} r/R) dr.$$

З рівняння (4.116) $r = R\tau/\tau_{ст}$, тоді

$$V = (\pi R^3/\tau_{ст}^3) \int_0^{\tau_{ст}} \tau^2 f(\tau) d\tau. \quad (4.121)$$

Вираз (4.121) є узагальненим рівнянням витрати для не ньютонівських рідин. Підставляючи значення $f(\tau)$, для різних груп можна отримати рівняння витрати при ламінарному режимі в циліндричній трубі.

Наприклад, для бінгамовських рідин рівняння витрати при ламінарному русі носить назву рівняння Бекінгема і має вигляд

$$V = \frac{\pi r^4 \Delta p}{8\eta_{пл} l} \left[1 - \frac{4}{3} \frac{2l\tau_0}{\Delta p R} + \frac{1}{3} \left(\frac{2l\tau_0}{\Delta p R} \right)^4 \right]. \quad (4.122)$$

З рис. 4.27 видно, що напруження зсуву падає до нуля в центрі труби, де існує зона, у якій швидкість зсуву відсутня. Рідина в цій зоні рухається як твердий поршень.

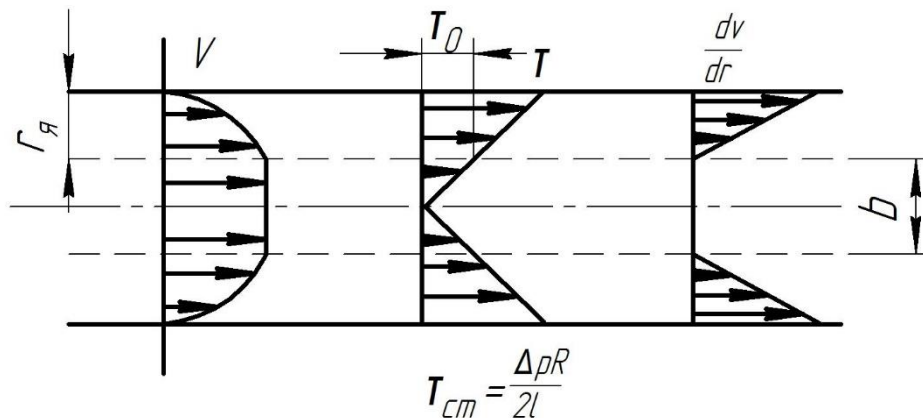


Рис. 4.27 Розподілення швидкостей в потоці бінгамовської рідини при ламінарному режимі: b – ядро потоку

У тих випадках, коли зона ядра потоку мала, в рівнянні Бекінгема можна відкинути останній член. (При $r/R=0,5$ помилка складає 6%, а при $r/R=0,4$ – тільки 2%.)

Тоді наближене рівняння витрат буде мати вигляд

$$V \cong \frac{\pi R^3}{4\eta_{пл}} \left(\frac{\Delta p R}{2l} - \frac{4}{3} \tau_0 \right). \quad (4.123)$$

Для рідин, що підкорюються степеневому закону Оствальда, витрата при ламінарному русі може бути розрахована за формулою

$$V = \frac{m}{3m+1} \pi R^3 \left(\frac{\Delta p R}{2lk} \right)^{1/k}. \quad (4.124)$$

4.17. Пневмо- та гідротранспорт

Область практичного застосування законів руху двофазних систем у промисловості будівельних матеріалів досить широка. Це і методи класифікації сировини в рідких та повітряних середовищах, сушіння та випалювання матеріалів в підвішеному стані, обезпилення газів, пневмо- та гідротранспорт.

Пневмо- і гідротранспорт в останні роки отримав широке застосування. Пневмотранспорт використовують, наприклад, на високомеханізованих підприємствах збірного залізобетону для розвантаження цементу з вагонів, транспортування його в силосні склади і звідти в витратні бункера; на заводах полімерних будівельних матеріалів для транспортування полістиролу; на деревообробних підприємствах – для транспортування тирси.

На підприємствах нерудної промисловості гідротранспорт піску та піщано-гравійної суміші – найбільш ефективний спосіб їх транспортування. На деяких підприємствах збірного залізобетону, на великих будівництвах з великим об'ємом бетонних робіт застосовується гідротранспорт бетонних і розчинних сумішей.

З наведених прикладів випливає, що інженеру-технологу, який працює у будь-якій галузі виробництва будівельних матеріалів, знання основ пневмо- і гідротранспорту необхідно в його практичній діяльності.

Обидва розглянутих типу транспортування підкорюються єдиним законам гідромеханіки, проте кожен з них має свою специфіку, що пояснюється властивостями транспортуючого середовища.

Пневмотранспорт. Для характеристики пневмотранспорту велике значення має напрямок транспортування, концентрація твердої фази і розмір частинок, які транспортуються, тиск в системі. За напрямком транспортування може бути вертикальним, горизонтальним і похилим.

Сипучий матеріал можна транспортувати в системах з високою, середньою і низькою об'ємною концентрацією твердого компоненту.

Концентрація твердої складової потоку до $0,03...0,04 \text{ м}^3/\text{м}^3$ не має помітного впливу на швидкість витання часток, тому її з достатньою для інженерних розрахунків точністю можна визначити за формулою (4.94) або (4.95). Суміші, що мають об'ємну концентрацію твердої фази від $0,03...0,12 \text{ м}^3/\text{м}^3$, зазвичай відносять до потоків середньої концентрації, а вище $0,1...0,12 \text{ м}^3/\text{м}^3$ – до потоків високої концентрації. В обох випадках швидкість витання розраховують за формулою (4.96), де коефіцієнт стиснення $E_{ст}$ встановлюють дослідним шляхом.

За розміром частинок, що транспортуються потоки поділяють на пилоподібні з діаметром частинок менше 1 мм і кускові (гранульовані), з розміром частинок більше 1 мм.

Пневмотранспорт може бути нагнітаючим і всмоктуючим. Рушійною силою нагнітаючого потоку є надлишковий тиск, який створюється на початку транспортної схеми. При всмоктуючому пневмотранспорті в кінці транспортування створюється розрядження і вся система знаходиться у вакуумі. При транспортуванні пилоподібних сумішей остання схема краща, оскільки виключає запилення і забруднення навколишнього середовища.

Для розрахунку пневмотранспорту необхідно знати: характеристику твердої фази – розмір частинок, їх фракційний склад і густину; газової фази – температуру, густину, в'язкість; кількість твердого матеріалу, котру необхідно транспортувати в одиницю часу (вантажопідємність).

Крім цих відомостей повинні бути відомі технологічні особливості процесу, для якого призначений пневмотранспорт. Якщо пневмотранспорт є частиною технологічної установки, то такі параметри, як температура і тиск, а також фізичні і хімічні властивості твердої та газової фаз, потрібно враховувати при виборі способу пневмотранспорту при його розрахунку.

У більшості сипучих матеріалів, які транспортуються пневмотранспортом, тверді частинки мають неоднакові розміри. Розподіл їх за розмірами описується диференціальною або інтегральною кривою розподілу (див. розділ 3). Тому при полідисперсному матеріалі часто обмежуються розрахунком швидкості витання часток з розміром, рівним середньому діаметру. Необхідно мати на увазі, що при високій полідисперсності швидкість витання для часток різного розміру може істотно відрізнятись від швидкості витання, підрахованою за середнім діаметром. Це слід враховувати при виборі швидкості транспортуючого потоку.

Вище зазначалося (див. п. 4.11), що коефіцієнт опору c у формулі (4.87) залежить не тільки від критерію Рейнольдса, але і від фактора форми Φ , часто званим геометричним коефіцієнтом форми. Форма частинки впливає на ступінь турбулізації потоку: чим більше геометричний коефіцієнт форми, тим при менших числах Рейнольдса настає турбулентний режим обтікання. Наприклад, при $\Phi=1,2$ перехід до турбулентного режиму здійснюється при $Re = 500$, аналогічно $\Phi=1,5 - Re=400$, $\Phi=2 - Re=350$.

У таблиці 4.2 наведено геометричні коефіцієнти форми для деяких матеріалів.

Таблиця 4.2

Геометричний коефіцієнт форми часток різних матеріалів

Матеріал	Густина часток, кг/м ³	Переважає форма часток	Геометричний коефіцієнт форми
Вспучений перліт	2280	Круглі та продовгуваті з ніздрюватою поверхнею	1,3...1,5

Вермикуліт: невспучений	2750	Тонкі пластинки	1,9...2,0
вспучений	1000...1200	Пластинки	1,4...1,6
Кварцевий пісок	2650	Кутастий	1,15...1,2

Із наведених даних випливає, що частинки, котрі мають однакову поверхню, але різний геометричний коефіцієнт форми (наприклад, вермикуліт і кварцовий пісок), будуть мати різну $v_{\text{вит}}$. Для часток, які різко відрізняються за формою від сфери, виражати еквівалентний діаметр у вигляді діаметрів сфер, еквівалентних за поверхнею (або об'єму), може виявитися недостатнім. Так, стосовно до часток деревини (тирса) встановлено, що найбільш близький до реального еквівалентний діаметр кулі, аеродинамічно подібного часток неправильної форми. Аеродинамічну подібність у цьому випадку встановлюють з рівності швидкостей витання частинки кулястої і неправильної форми.

Таким чином, в поняття «розмір часток», що є, як зазначалося вище, найважливішою характеристикою транспортованої твердої фази, належить: середній діаметр частинок і значення відхилень від нього як в меншу, так і в більшу сторону; геометричний, а іноді й аеродинамічний коефіцієнти форми.

Часто в технічній літературі швидкість, при якій тверда частинка, що знаходиться на дні горизонтальної труби, починає рухатися, називають швидкістю рушання або швидкістю віяння. Існують дві гіпотези, що пояснюють виникнення підйомної сили, котра змушує тверду частку рухатися. Згідно з першою, наявність піднімальної сили пояснюють здійсненням вихорів при обтіканні частинки, що знаходиться в пристінній області. Виникаюча при цьому, в результаті сили тяжіння, вертикальна складова швидкості поступово зменшується і частинка знову повертається у пристінну область, де вона знову піддається впливу вихорів. Переміщення частинки вздовж труби і відбувається за рахунок таких стрибкоподібних рухів. Відповідно до другої, більш пізньої гіпотези, підйомна сила обумовлюється вертикальними складовими пульсуючих швидкостей (див. п. 4.5).

У горизонтальному напрямку можна транспортувати тверді частинки і при швидкостях, значно менших від швидкостей витання в горизонтальному потоці. У цьому випадку рух зернистого матеріалу по трубопроводу відбувається внаслідок перекочування і волочіння твердих частинок. Для цього необхідно подолати сили тертя між часткою і стінкою. Оскільки сила тертя є добуток маси частинки на коефіцієнт тертя, який менше одиниці, то для перекочування і волочіння частинок в горизонтальному напрямку сила впливу потоку на них може бути меншою за їх масу. Однак швидкість, необхідна для початку горизонтального руху

частинок без перекочування, завжди вище, ніж швидкість витання у вертикальному потоці.

Похили потоки займають проміжне положення.

Істотною характеристикою пневмотранспорту є його коефіцієнт корисної дії. Він являє собою відношення корисної роботи до роботи, витраченої на стиск транспортуючого потоку. В даному випадку корисна робота визначається як добуток ваги твердої фази на довжину транспортування. Для пневмотранспорту з низькою концентрацією твердої фази характерні високі швидкості потоку при невисоких втратах тиску. Потоки з високою концентрацією твердої фази характеризуються, навпаки, низькими швидкостями і порівняно високими перепадами тиску.

Теоретично доведено, що максимальна ефективність вертикального пневмотранспорту досягається або при низькій об'ємній концентрації твердої фази, або при концентрації, що наближається до щільності матеріалу в рихлонасипаному стані. За дослідними даними ККД пневмотранспорту з низькою концентрацією твердого компонента становить 8...10%, з високим – 12...15, а іноді і до 20...22%.

При вертикальному пневмотранспорті сипучого гранульованого грубозернистого матеріалу (більше 1...2 мм) з невисокою концентрацією твердої фази зазвичай вважають, що при сталому режимі (на середніх ділянках транспортної схеми) середня швидкість транспортуючого потоку дорівнює сумі швидкостей руху частинок і їх витання

$$v = v_{\text{ТВ}} + v_{\text{ВИТ}}. \quad (4.125)$$

При пилоподібних потоках з середніми і високими концентраціями твердої фази за практичними даними різниця $v - v_{\text{ТВ}}$ в 3...8 разів більше швидкості витання $v_{\text{ВИТ}}$.

При досить високих концентраціях твердої фази, коли відстань між частинками малі, може статися так, що частина частинок потрапляє в гідродинамічний вихр інших, що летять попереду. При цьому лобовий опір знижується і частинки випадають з потоку – відбувається «завал» транспортованої суміші. Завал також може статися і при невисоких концентраціях пилоподібного матеріалу, схильного до агломерації. У цьому випадку швидкість потоку буває недостатньою для створення висхідного руху досить великих агломератів. У цьому випадку різниця між швидкостями потоку та частинок дорівнює швидкості витання одиночної частинки.

Існує ряд емпіричних формул для визначення швидкостей потоку, при яких відбувається завал $v_{\text{ЗАВ}}$. Загальна функціональна залежність пов'язує $v_{\text{ЗАВ}}$ з масовою концентрацією твердої фази в потоці m , швидкістю руху частинок $v_{\text{ТВ}}$ і швидкістю їх витання $v_{\text{ВИТ}}$

$$v_{\text{ЗАВ}} = f(m; v_{\text{ТВ}}; v_{\text{ВИТ}}). \quad (4.126)$$

При горизонтальному пневмотранспорті у верхній половині пневмопроводу швидкість газу вища, а концентрація твердої фази нижче, ніж на дні трубопроводу. При певних режимах частинки матеріалу в нижній частині можуть бути нерухомими і горизонтальне транспортування буде протікати лише у верхній половині пневмопроводу (рис. 4.28).

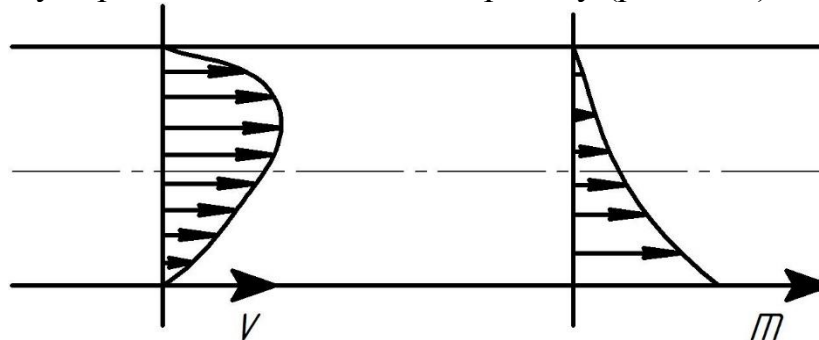


Рис. 4.28 Епюри швидкостей v газового потоку і концентрації m твердої фази при горизонтальному пневмотранспорті

Співвідношення між швидкостями газу та твердого компонента залежить від режиму руху. Швидкість газового потоку, при якому тверді частки транспортуються в горизонтальному напрямку, не осідаючи на дно трубопроводу, називають критичним $v_{кр}$. Вона залежить від густини транспортуючого потоку $\rho_{ж}$ і твердої фази $\rho_{ТВ}$, діаметра частинок d , масової концентрації твердої фази m , діаметра D і довжини трубопроводу L . Функціональна залежність має вигляд

$$v_{кр} = f'(\rho_{ТВ}/\rho_{ж}; d; m; D; L). \quad (4.127)$$

Встановлено зв'язок між швидкістю горизонтального транспортуючого потоку і співвідношенням між нею і швидкістю витання часток у вертикальному потоці. Чим нижче швидкість витання часток у вертикальному потоці, тим більше відношення швидкостей транспортуючого повітря і витання частинок. Цю залежність пояснюють попаданням дрібних частинок в область граничного шару. Для переведення їх у підвішений стан необхідно створити вихори для зриву граничного шару і підйому частинок із дна, що вимагає збільшення середньої швидкості потоку. Частки, розмір яких більше товщини граничного шару, відчувають гідродинамічний вплив потоку навіть при порівняно низьких його швидкостях.

На вхідній ділянці вертикального і горизонтального пневмопроводу режим руху неустаткований; таку ділянку називають розгонною. Часто при високих швидкостях транспортуючого вертикального потоку переріз верхньої частини пневмопідйомника збільшують для зниження швидкості виходу твердих частинок з підйомного стояка; таку ділянку називають гальмівною.

На основній ділянці зі стаціонарним рухом перепад тиску визначається дотичним напруженням між потоком пневмозавислих частинок і стінками

трубопроводу. У разі вертикального пневмотранспорту до цього додається статичний напір, який визначається вагою твердого матеріалу, що знаходиться в підйимальному стояку. Статичний напір самого транспортуючого потоку в порівнянні зі статичним напором твердої фази дуже незначний і зазвичай в інженерних розрахунках не враховується. На ділянках розгону і гальмування до цих втрат додається динамічна втрата напору, обумовлена зміною швидкості несучого потоку. Тоді загальна втрата напору в пневмопроводі може бути представлена наступними рівняннями:

для вертикального пневмотранспорту

$$\Delta p = \Delta p_{\Gamma} + \Delta p_{\text{св}} + \Delta p_{\text{Т}} + \Delta p_{\text{д}} + \Delta p_{\text{н}}; \quad (4.128)$$

для горизонтального пневмотранспорту

$$\Delta p = \Delta p_{\Gamma} + \Delta p_{\text{Т}} + \Delta p_{\text{д}} + \Delta p_{\text{н}}; \quad (4.129)$$

де індекси «Г», «св», «Т», «д» і «н» означають відповідно газ, статична вага твердої фази, твердий матеріал, динамічний напір і опір на ділянці з неустаткованим рухом.

Детальний інженерний розрахунок пневмотранспорту досить складний і наводиться в спеціальній літературі.

На рис. 4.29 наведена принципова схема пневмотранспорту цементу на заводах збірного залізобетону.

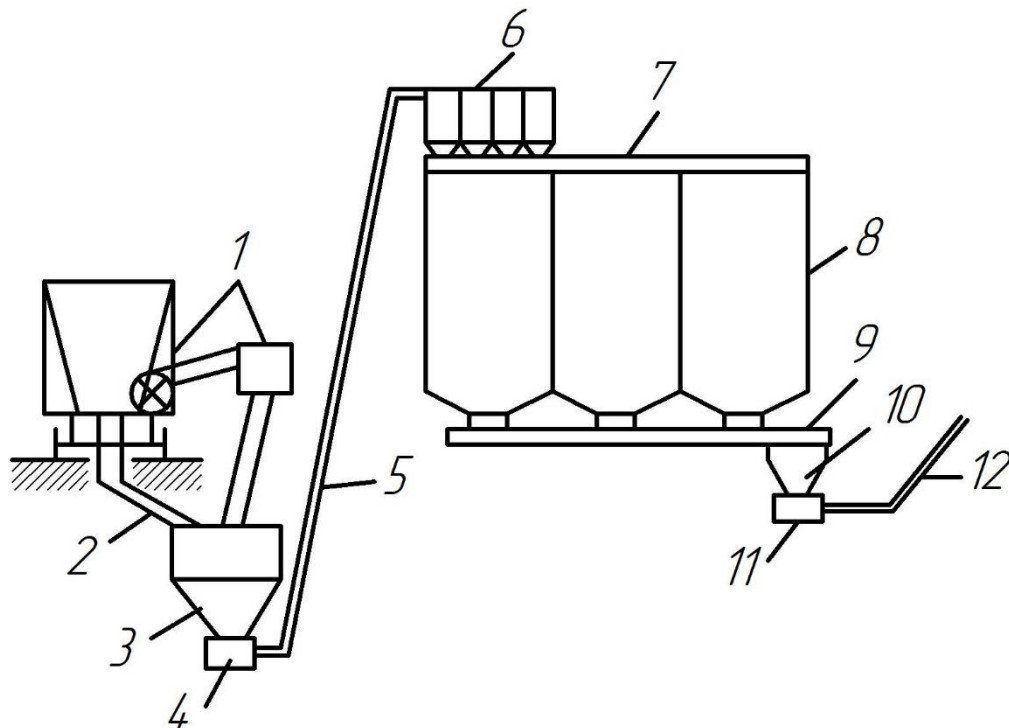


Рис. 4.29 Принципіальна схема пневмотранспорту цементу на заводах ЗБВ:
 1 – вакуум-розвантажувач цементу; 2 – течка; 3, 10 – приймальний бункер; 4, 11 – камерний живильник; 5, 12 – пневмопривід; 6 – осаджувальні пристрої; 7, 9 – еарожолоб; 8 – силосні банки

Цемент, що надійшов на завод у спеціальних вагонах розвантажується вакуум-розвантажувачем 1 і направляється по 2 в бункер 3, звідки двокамерним живильником 4 по трубопроводу 5 через систему осаджувальних пристроїв 6 цемент аерожолобом 7 розподіляється в силосні банки 8. Близько 20% площі похилих днищ силосів обладнані аераційними коробами, призначеними для полегшення розвантаження. Такми же чином обладнанні днища силосів і для гомогенізації різних партій в'язучого, що надійшло на завод. Через протоки по аерожолобу 9 цемент потрапляє в бункер 10, звідки живильником 11 по пневмопроводу 12 подається в бетонозмішувальний вузол заводу.

Витрата стисненого повітря в системі залежить від виду живильника (камерні, пневмогвинтові та інші), відстані транспортування і коливається в межах 0,025...0,04 м³/кг матеріалу при тиску 0,12...0,6 МПа.

Застосування пневмотранспорту цементу економічно доцільно при подачі на висоту більше 20 м. При меншій висоті підйому встановлюють звичайні ковшові елеватори.

Пневмотранспорт пилоподібних матеріалів у аерогравітаційних жолобах (рис. 4.30) базується на здатності псевдозрідженого матеріалу перетікати безперервним потоком у певному напрямку.

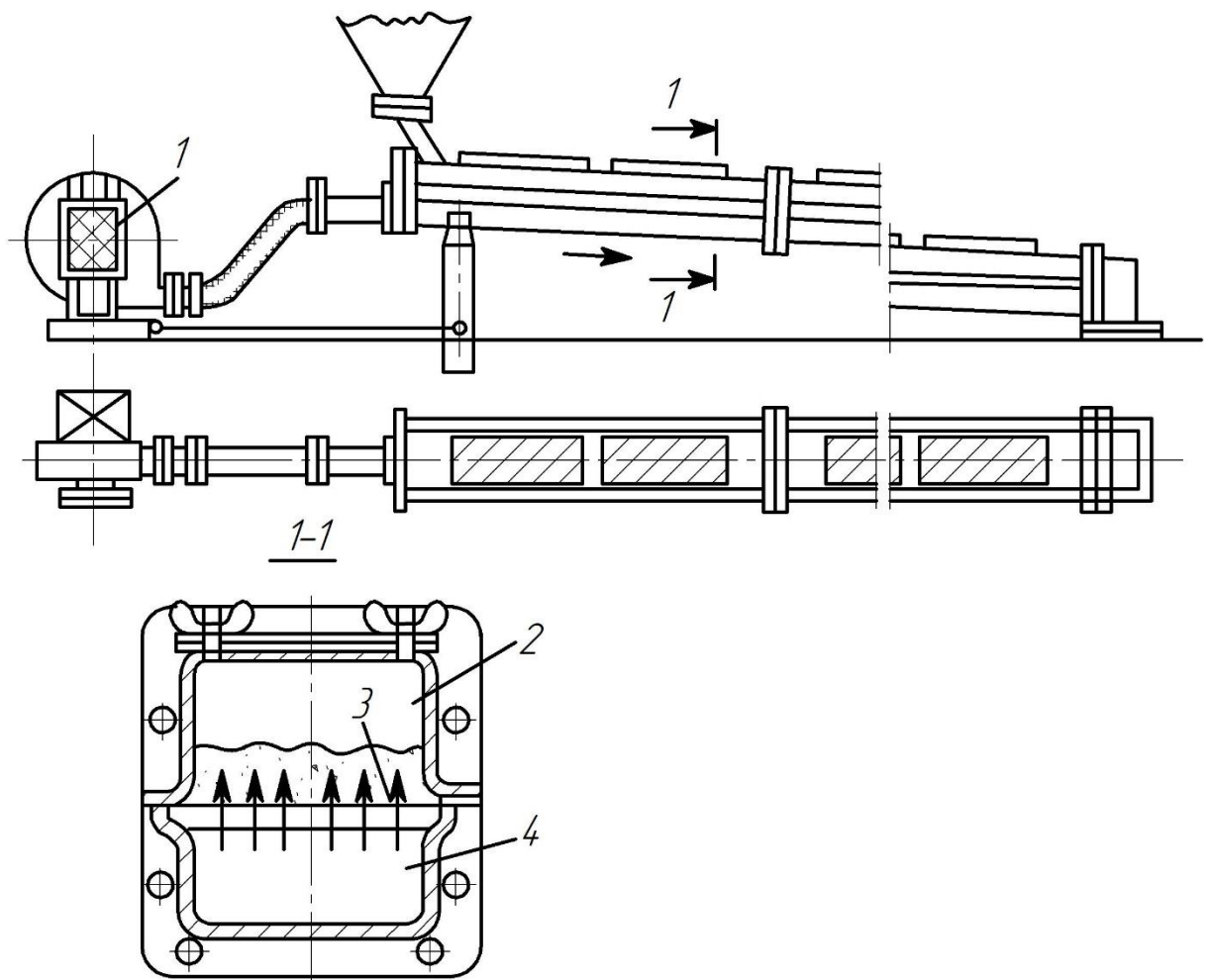


Рис. 4.30 Схема аерожолоба для горизонтального транспортування цементу

Жолоб складається з двох відсіків, розділених горизонтальною пористою перегородкою 3. У нижній відсік 4 надходить газовий потік, який нагнітається вентилятором 1, і через пористу перегородку проникає вгору в транспортний відсік 2, зріджуючи матеріал, що там знаходиться. Жолобу надається невеликий ухил у бік руху псевдозрідженого матеріалу. Перфоровані перегородки виготовляють з керамічних пористих плит, скло- і бавовняних тканин, металевих перфорованих сит і т. д.

Продуктивність пневможолобів прямо пропорційна поверхні і зростає із збільшенням швидкості транспортуючого потоку. Стосовно до пневмотранспорту цементу для визначення швидкості його руху застосовують відому в гідравліці формулу Шезі:

$$v = K\sqrt{Pi}, \quad (4.130)$$

де K – емпіричний коефіцієнт; P – змочений периметр; i – нахил жолоба.

Продуктивність жолобів, яка випускаються вітчизняною промисловістю, складає 25...160 т/год при довжині 10...40 м і потужністю електроприводу 0,6...4,5 кВт. Тиск, необхідний для транспортування, залежить від довжини ринви і становить 2350 ... 2900 Па.

Гідротранспорт. Відповідно до гідротранспорту твердий матеріал за гранулометричним складом поділяють на кусковий розміром частинок більше 2...3 мм, грубодисперсний – 0,15 ... 3 мм і тонкодисперсний – менше 0,15...0,2 мм. Механізм взаємодії твердих частинок грубозернистого матеріалу і зваженого рідинного потоку ідентичний пневмотранспортному потоку. Однак між ними є й істотна відмінність: при гідротранспорті різниця в густині транспортуючого потоку і транспортованого матеріалу значно менша, ніж при пневмотранспорті; велика різниця транспортуючих речовин і за в'язкістю. Обидві ці обставини істотно впливають на характеристики швидкості потоку і втрати напору (а отже, і енерговитрати) в транспортних системах. Так, гідротранспорт можливий при значно менших швидкостях потоку, ніж пневмотранспорт.

По мірі зменшення розміру твердих частинок і підвищення їх концентрації рух обумовлюється не тільки законами гідродинаміки, але і фізико-хімічними процесами на межі розділу твердої і рідкої фаз, у тому числі й утворенням структурних зв'язків. Структурні зв'язки починають виникати при наявності в гідросуміші твердих частинок менше 75... 100 мкм. Створення таких зв'язків значною мірою залежить від молекулярної спорідненості між твердою і рідкою фазами й молекулярною (іонною) взаємодією на границях фаз, яка обумовлюється цією спорідненістю (див. розділ 7).

У технічній літературі за гідротранспортом тонкодисперсні гідросуміші часто називають структурованими рідинами. Текучість їх підкорюється законам текучості неньютонівських рідин (див. п. 4.16).

Структурні гідросуміші можуть бути стабільними і нестабільними. Перші здатні до тривалого зберігання в нерухомому стані без розшаровування. Істотною властивістю їх є низька швидкість осадження твердої фази. Стабільність гідросумішей у потоці вища, ніж у стані спокою. Під час руху навіть нестабільні гідросуміші набувають стабільності. Останнє досягається двома способами: відповідним підбором зернового складу твердої фази і добавкою спеціально підібраних поверхнево-активних речовин. Таким чином, структурні та динамічні характеристики потоку визначаються зерновим складом твердої фази і фізико-хімічною спорідненістю рідини і твердого матеріалу.

У полідисперсних сумішах можуть з'являтися властивості тонко- і грубодисперсних сумішей в залежності від відносного вмісту цих фракцій у суміші і фізико-хімічної спорідненості твердої і рідкої фаз.

При введенні в потік чистої рідини твердої фази симетричне швидкісне поле (див. рис. 4.8 і 4.27) порушується. Уздовж вертикального горизонтального діаметру гідроприводу максимум швидкості при певних умовах переміщається з геометричної осі у верхню половину труби (рис. 4.31, а). Асиметрія швидкісного поля збільшується при зменшенні швидкості потоку, збільшенні густини і концентрації твердої фази. По мірі збільшення цієї асиметрії все більша частина твердого матеріалу зосереджується в нижній половині труби. Так як це викликає зростання опору потоку в приграничній області, то більша частина виваженого потоку проходить по верхній половині труби. Лінія l максимальної швидкості потоку, названа гідродинамічною віссю, розташована вище геометричної осі труби 2 і наближається до осі по мірі збільшення середньої швидкості потоку. Відстань від нижньої стінки горизонтального трубопроводу до гідродинамічної осі іноді називають гідродинамічним радіусом R' . Це поняття не слід плутати з гідравлічним радіусом (див. п. 4.4), який дорівнює відношенню площі живого перерізу потоку до змоченого периметру каналу провідного каналу.

При організації гідротранспорту необхідно враховувати, який матеріал транспортується – дрібнозернистий або грубодисперсний і кусковий. Класифікація матеріалу за крупністю виявляється недостатньою розглядаючи поля швидкостей потоку. Дослідженнями встановлено, що починаючи з певного діаметра частинок зміна швидкості потоку не викликає збільшення ні гідродинамічного радіуса R' , ні гідравлічного опору Δp . Стосовно до гідротранспорту це положення прийнято вважати межею поділу твердої фази на дрібнозернисту і крупнозернисту. Поняття «дрібнозернистий» і «крупнозернистий» являються відносними і залежать від співвідношення між діаметрами частинок і трубопроводу. Згідно з

експериментальними даними, крупнозернистими вважаються суспензії з розміром твердої фази більше 1 мм на трубопроводі діаметром 25 мм, не більше 2 мм при $D=50$ мм, більше 5...7 мм при $D=100$ мм і більше 6...8 мм при $D=200$ мм.

При транспортуванні крупнозернистої суміші також спостерігається асиметрія швидкісного поля по вертикальному діаметру потоку (рис. 4.31, б). Однак на відміну від дрібнозернистих сумішей вона залишається незмінною при зміні швидкості ($R'_1 = R'_2 = \dots = R'_n = const$). Характер кривих, які характеризують швидкісні поля дрібнозернистої та крупнозернистої суспензії, також різний. Градієнт швидкості dv/du дрібнозернистої суспензії, так само як і однорідної рідини, зростає по мірі наближення до стінок труби. В потоках крупнозернистого матеріалу градієнт швидкості по мірі наближення до низу труби спочатку збільшується, а на деякій відстані від дна зменшується (перегин кривої профілю швидкості нижче гідродинамічної осі на рис. 4.31, б).

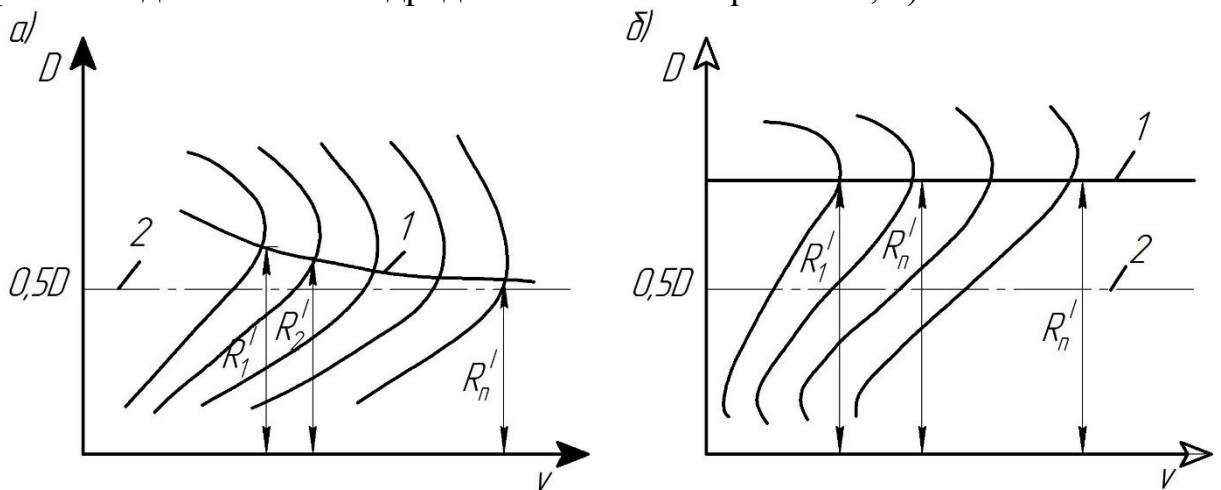


Рис. 4.31 Положення гідродинамічної осі (1) по відношенню до геометричної осі (2) та величини гідродинамічного радіусу (R_1, R'_2, \dots, R'_n) при зміні швидкості завсь несучих потоках:

a – дрібнозерниста завсь; b – крихко зерниста завсь

При горизонтальному гідротранспорті в нижній половині поперечного перерізу труби концентрація твердого матеріалу вище, ніж у верхній. При швидкості нижче певної межі частина матеріалу може осідати на дно трубопроводу. Розрізняють дві критичні швидкості потоку гідросуміші – швидкість сальтації ($v_{кр}^c$) і мінімальну швидкість гідротранспортування ($v_{кр}^T$). Під $v_{кр}^c$ приймають швидкість потоку, при якій частина твердих частинок періодично зупиняються, а потім знову починають ковзати по дну труби; $v_{кр}^T$ – це середня швидкість потоку гідросуміші, при якій не утворюється шар твердих частинок, які ковзають по дну труби в напрямку руху потоку. Звідси випливає, що $v_{кр}^T > v_{кр}^c$. Обидві критичні швидкості

залежать від фізичних властивостей рідини і твердої фази, діаметра трубопроводу й концентрації твердого матеріалу.

При вертикальному гідротранспорті тверді частинки розподіляються по поперечному перерізу труби нерівномірно. Встановлено, що при ламінарному режимі висхідного потоку частинки схильні радіальним переміщенням (ефект Сегре–Зільберберга). Нерівномірність концентрацій твердої фази залежить від цих переміщень і визначається співвідношенням твердої і рідкої фаз, напрямком руху потоку і його швидкістю.

Таким чином, структура потоку при вертикальному гідротранспорті характеризується наявністю ядра потоку з концентрованою рідиною, яка, як встановлено дослідженнями, формується на певній відстані від входу гідросуміші в гідропідйомник. Ділянку, на якій воно формується, називають ділянкою стабілізації. Отже, характеристиками структури потоку є довжина ділянки стабілізації і відношення радіуса ядра потоку R_0 (не плутати з ядром потоку чистої рідини) до радіусу труби R . Відношення R_0/R залежить від швидкості потоку і стає мінімальною при нижній критичній швидкості рідини $v_{кр}^H$, рівній швидкості витання частинок. По мірі збільшення швидкості радіус ядра зростає і при верхній критичній швидкості $v_{кр}^B$, що характеризується рівномірним розподілом твердої фази за перерізом потоку, стає рівним одиниці. На $v_{кр}^B$ впливає діаметр труби: при зменшенні діаметра верхня критична швидкість збільшується. Експериментально встановлено, що ефект Сегре–Зільберберга проявляється тільки при ламінарному русі і при $Re > 2300$ зникає.

Витрата енергії при гідротранспорті (так само, як і при пневмотранспорті), що визначає економіку процесу, залежить від втрати напору. Втрата напору на переміщення чистої рідини збільшується пропорційно квадрату швидкості потоку (див. п. 4.10). У той же час підвищення швидкості сприяє більш рівномірному розподілу твердих частинок в потоці, а також запобігає їх осіданню на дно труби і зіткнень при горизонтальному пневмотранспорті. У зв'язку з цим зменшується витрата енергії на переміщення твердих частинок у загальній втраті напору. Таким чином, у міру збільшення швидкості транспортування основна енергія витрачається на переміщення рідини, що знижує коефіцієнт корисної дії системи.

У міру зменшення швидкості загальна втрата напору знижується з одночасним збільшенням частки втрат на переміщення твердої фази. Після досягнення мінімуму, при якому велика частина частинок осіла на дно, втрата напору знову починає зростати (випадок, мало цікавий для практики гідротранспорту).

Найбільш економічно здійснювати транспортування гідрозважених часток при швидкості потоку, близькому до мінімального. При цьому загальна втрата напору невелика і витрати на переміщення твердого матеріалу максимальні. З практичної точки зору така система організації

гідротранспорту раціональна, коли технолога не дуже цікавить зміна складу суміші в процесі транспортування.

Практичні розрахунки гідротранспорту наводяться в спеціальній літературі.

Викладені вище теоретичні аспекти гідротранспорту справедливі для суспензій малої і середньої концентрації, зокрема при транспортуванні піщаних і гравійно-піщаних сумішей.

Трубопровідний транспорт бетонних і розчинових сумішей має свою специфіку. Подача бетонної суміші від бетонозмішувального вузла до місць укладання по трубах на відстані до 250 м практикується, наприклад, на заводах з касетною технологією. Вона має ряд переваг: при подачі по трубах немає втрат бетону, створюються сприятливі санітарно-гігієнічні умови праці, трубопроводи займають мало місця. Разом з тим трубопровідний транспорт має і свої недоліки: пластичні суміші з осіданням конуса 8 см і вище схильні до розшарування; для жорстких сумішей необхідно підвищена витрата стисненого повітря, установки для їх транспортування менш надійні і нерідко виходять з ладу.

Розрізняють два способи подачі бетонної суміші: порційний і безперервний.

При порційному способі бетонна суміш завантажується в камерний живильник і тиском повітря транспортується по бетонопроводу до місця укладання. Різновидом цього способу є поділ у трубопроводі кожної порції бетону повітряними прошарками. При порційному транспортуванні бетонної суміші на відміну від транспортування одиначної порції різко скорочується витрата повітря. Порційна подача бетонної суміші, що надходить у трубопровід, проводиться наступним чином: лопасті змішувача 1 (рис. 4.32) при обертанні перекидають вихідний отвір нагнітального резервуара 2, на короткий час перешкоджаючи надходженню суміші в бетонопровід 3. Стиснене повітря в нагнітальний резервуар і бетонопровід подається постійно по повітропроводу 4 і 5.

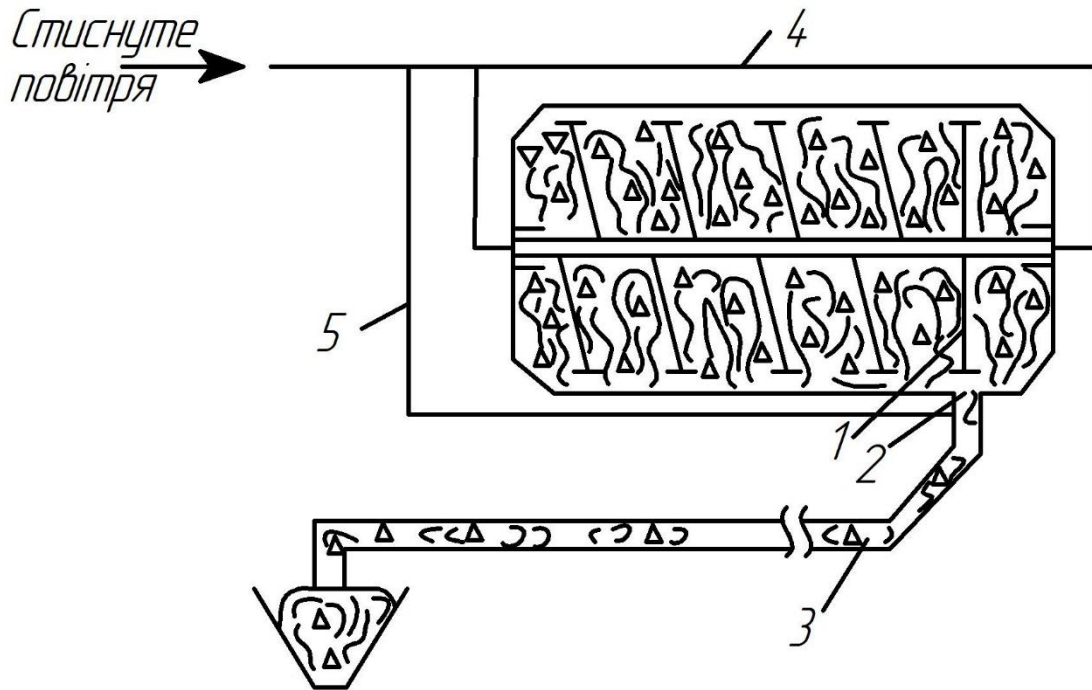


Рис. 4.32 Принципова схема порційного транспортування бетонної суміші:
 1 – лопасті змішувача; 2 – вихідний отвір; 3 – бетонопровід; 4, 5 – повітроводи

При безперервному методі подачі порція бетонної суміші з живильника повітрям витісняється в бетонопроводи, звільняючи живильник для наступної порції. Кожна порція суміші, що видавлюється, просуває по бетонопроводу попередню. При цьому, природно, тиск повітря повинен бути значно вищий, ніж при порційному способі, так як необхідно просунути всю масу бетону, який перебуває в бетонопроводі. Оскільки опір руху залежить від пластично-в'язких характеристик бетонної суміші, такий спосіб транспортування практично можливий тільки для рухомих сумішей, так і на значно меншій відстані. За даними НДіЗБ, гранична довжина суцільного стрижня бетонної суміші $L_{пр}$, яку можна проштовхнути по трубопроводу,

$$L_{пр} = Dp/(4\tau), \quad (4.131)$$

де D – діаметр трубопроводу; p – тиск стисненого повітря; τ – граничне напруження опору зрушенню бетонної суміші по стінці труби.

Розрахунки показують, що для жорстких сумішей з витратою цементу близько 300 кг на 1 м³ бетону і В/Ц=0,6 транспортування суміші при тиску 0,6 МПа (звичайний тиск при порційній подачі) трубопроводом діаметром 100 мм можлива не далі 5 м. Оскільки на виробництві суміш доводиться транспортувати на великі відстані, то такий спосіб при малих тисках для жорстких сумішей непридатний.

З точки зору гідродинаміки, характер руху жорстких і пластичних бетонних сумішей по трубопроводу також різний. Епюра швидкостей високопластичних сумішей, особливо при вібрації трубопроводу, має

опуклий характер з неясково вираженим ядром малого радіуса, кривизна її залежить від пластичності – чим вона вища, тим більш опукла епюра. Жорстка бетонна суміш рухається по трубі без взаємного переміщення шарів (за винятком пристінної зони, що містить тільки розчинну частину), як «тверде тіло». При порційному режимі переміщення таких сумішей по трубопроводу стисненим повітрям аналогічно так званому контейнерному пневмотранспорту. Тому в промисловості збірного залізобетону трубопровідний транспорт бетонної суміші називають пневмотранспортом. Якщо для жорстких сумішей це в якійсь мірі виправдано, то для високопластичних сумішей, які володіють всіма властивостями високов'язкої рідини, така назва навряд чи прийнятна.

5. ТЕПЛОВІ ПРОЦЕСИ I

5.1 Основи теплопередачі

Тепловими називають процеси, швидкість протікання яких визначається швидкістю підведення або відведення теплоти.

У виробництві штучних будівельних матеріалів теплова обробка є необхідним етапом при виготовленні більшості видів виробів. Часто ця операція є кінцевою стадією технологічної переробки, що визначає властивість матеріалу і якість отримуваних виробів. Як правило, теплова обробка ускладнюється масообмінними процесами.

Як вже вказувалося, віднесення процесу, що відбувається в апараті або установці, до того або іншого класу визначається цілеспрямованістю процесу. Наприклад, під час сушки видаляється волога, тобто відбувається масообмінний процес. Проте характер його протікання, зміни параметрів процесу і навіть його швидкість багато в чому визначаються законами теплопередачі, тобто тепловими процесами. З таких найбільш поширених теплових процесів, як нагрівання, охолодження, конденсація і випаровування по суті, тепловими є тільки два перших, інші ж визначаються не лише законами перенесення теплоти, але і законами масообміну.

Теплова енергія передається від тіл, що мають більш високу температуру, тілам з нижчою температурою. Сукупність значень температури в даний момент для усіх точок простору називається *температурним полем*. Якщо температура залежить від часу, то температурне поле називається нестационарним, в іншому випадку – *полем стаціонарним*.

Геометричне місце точок, що мають однакову температуру, утворює ізотермічну поверхню.

Якщо розглянути дві ізотерми (рис. 5.1) з температурою t^0 і $t^0 + \Delta t^0$, то можна відмітити, що найбільш різка зміна температури спостерігається у напрямі нормалі до ізотермічних поверхонь. Границя відношення різниці температур до відстані між ізотермами по нормалі Δx називається *температурним градієнтом*

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta t^0}{\Delta x} \right) = \frac{dt^0}{dx} = \nabla t^0, \quad (5.1)$$

де ∇t^0 – градієнт температур.

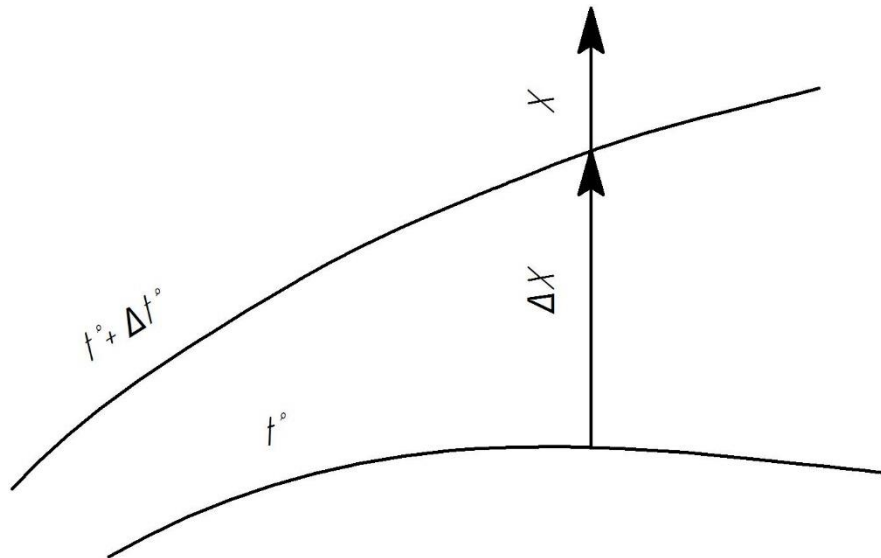


Рис. 5.1 До пояснення температурного градієнту

Позитивний напрям градієнта температур вважається у бік зростання температури. Значення температурного градієнта показує, як швидко змінюється температура на цьому відрізку простору. Теплова енергія поширюється завжди тільки у бік областей з меншою температурою. Кількість перенесеної теплоти за одиницю часу називається *тепловим потоком*. Тепловий потік, віднесений до одиниці поверхні, називається *щільністю теплового потоку*. Напрямок теплового потоку протилежний до напрямку температурного градієнта. Розрізняють три способи передачі теплоти: теплопровідність, конвекція і теплове випромінювання.

Теплопровідність.

Теплопровідність, або кондукція – процес поширення теплоти шляхом безпосереднього зіткнення між частками тіла. Теплопровідністю передається теплота в газах, рідинах і твердих тілах.

Основний закон поширення теплоти теплопровідністю

$$q = -\lambda \nabla t^\circ, \quad (5.2)$$

де q – щільність теплового потоку; λ – коефіцієнт теплопровідності.

Співвідношення (5.2) виражає основний закон теплопровідності Фур'є. Знак мінус в правій частині рівняння показує, що напрями теплового потоку і температурного градієнта протилежні. Коефіцієнт теплопровідності визначає собою кількість теплоти, яка проходить за одиницю часу через одиницю поверхні при різниці температур в 1°C на одиницю довжини. Коефіцієнт теплопровідності є фізичним параметром речовини і залежить від властивостей тіла: структури, щільності, тиску і температури.

Загальна кількість теплоти Q передана теплопровідністю для стаціонарного температурного поля через плоску стінку завтовшки δ з поверхнею A за час t при різниці температур на зовнішніх поверхнях стінки Δt° :

$$Q = qAt = \frac{\lambda}{\delta} \Delta t^\circ At; \quad (5.3)$$

те ж саме, для плоскої багатошарової стінки

$$Q = qAt = \frac{\Delta t^\circ}{\sum_{i=1}^{i=n} \delta_i / \lambda_i} At,$$

те ж саме, для циліндричної багатошарової поверхні

$$Q = \frac{\Delta t^\circ}{\sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{2\pi l \lambda_i} \ln \frac{d_{i+1}}{d_i}} At,$$

де l – довжина циліндра; d – зовнішній діаметр.

Усі наведені вище формули справедливі для стаціонарного теплового режиму, що встановився. При нестационарному режимі кількість переданої теплоти, а відтак і температурне поле змінюються в часі, тобто відбувається нагрівання або охолодження тіл. Наприклад, при тепловологій обробці бетону поширення температури від поверхні до центру виробу в період підйому температури в оточуючому середовищі – типовий нестационарний тепловий процес, де поширення теплоти в тілі бетону, в основному, відбувається за рахунок теплопровідності.

Диференціальне рівняння теплопровідності Фур'є в нерухомому середовищі

$$\delta t^\circ / \delta t = \alpha \nabla^2 t^\circ, \quad (5.4)$$

де α – коефіцієнт температуропровідності, $\alpha = \lambda / (c\rho)$; $\nabla^2 t^\circ$ – оператор Лапласа, $\nabla^2 t^\circ = d^2 t^\circ / dx^2 + d^2 t^\circ / dy^2 + d^2 t^\circ / dz^2$.

У окремому випадку при сталому процесі температура не змінюється в часі і $dt^\circ / dt = 0$. При цьому, оскільки значення α не може дорівнювати нулю, то $\nabla^2 t^\circ = 0$ або

$$d^2 t^\circ / dx^2 + d^2 t^\circ / dy^2 + d^2 t^\circ / dz^2 = 0. \quad (5.5)$$

Рівняння (5.5) є диференціальним рівнянням теплопровідності в нерухомому середовищі при тепловому режимі, що встановився.

Конвекція – процес поширення теплоти переміщенням часток. Щільність теплового потоку, що передається конвекцією, описується рівнянням Ньютона – Ріхмана

$$q = \alpha \Delta t^\circ. \quad (5.6)$$

Коефіцієнт тепловіддачі α показує, яка кількість теплоти віддається одиницею поверхні в навколишнє середовище за одиницю часу при різниці температур в 1°C між тілом, що віддає тепло та тіло, що сприймає його.

Коефіцієнт тепловіддачі не є величиною постійною і для однієї і тієї ж речовини може змінюватися в дуже великих межах. На коефіцієнт тепловіддачі впливають: фізичні властивості рідини або газу (в'язкість, щільність, теплопровідність, теплоємність); швидкість руху рідини або газу (зі збільшенням швидкості руху α зростає); характер руху рідини або газу – ламінарне або турбулентне; форма омиваючої поверхні; міра шорсткості поверхні і т. д.

Таким чином, коефіцієнт тепловіддачі на відміну від коефіцієнта теплопровідності не є фізичним параметром рідини або газу.

При вивченні конвективного теплообміну основним завданням є визначення коефіцієнта тепловіддачі. Визначення його розрахунковими методами пов'язане з великими труднощами, тому знаходять α зазвичай дослідним шляхом. Постановка дослідів, узагальнення їх результатів і з'ясування можливостей використання отриманих закономірностей до інших аналогічних явищ полегшуються положеннями теорії подібності.

Зазвичай α визначають через критерії подібності, які отримують з диференціальних рівнянь теплообміну, що встановлюють залежність між параметрами процесу в диференційній формі.

Рівняння (5.6) справедливе для стаціонарних режимів. У інженерній практиці частіше доводиться мати справу з нестационарними тепловими процесами. Наприклад, при тепловологій обробці бетону в період зростання температури кількість теплоти, переданої поверхні виробу від пароповітряного середовища, постійно змінюється, тобто процес конвективної передачі теплоти є нестационарним.

Диференціальне рівняння конвективного теплообміну (рівняння Фур'є–Кіргофа)

$$\frac{\partial t^\circ}{\partial t} + \frac{\partial t^\circ}{\partial x} v_x + \frac{\partial t^\circ}{\partial y} v_y + \frac{\partial t^\circ}{\partial z} v_z = \alpha \nabla^2 t^\circ. \quad (5.7)$$

Для процесу, що встановився, член $dt^\circ/dt = 0$. Для твердих тіл $v_x = v_y = v_z = 0$ і рівняння перетворюється на диференціальне рівняння теплопровідності.

Критерії теплової подібності можна отримати, провівши подібні перетворення рівняння (5.7). У подібних перетвореннях знаки математичних операторів можуть бути відкинуті, тому

$$\frac{\partial t^\circ}{\partial x} v_x + \frac{\partial t^\circ}{\partial y} v_y + \frac{\partial t^\circ}{\partial z} v_z \sim \frac{t^\circ}{l} v; \quad \alpha \nabla^2 t^\circ \sim \frac{\alpha t^\circ}{l^2}; \quad \frac{\partial t^\circ}{\partial t} \sim \frac{t^\circ}{t}.$$

Якщо в якості масштабу порівняння прийняти кількість теплоти, що передається теплопровідністю, то, розділивши член t°/t на $(\alpha t^\circ)/l^2$ отримують безрозмірний комплекс $l^2/(at)$. Зворотню величину цього комплексу називають *критерієм Фур'є*.

$$F_0 = \alpha t / l^2. \quad (5.8)$$

Необхідна умова подібності змінних процесів теплообміну забезпечується рівністю критеріїв Фур'є в подібних точках теплових потоків. Цей критерій є аналогом критерію Ho при гідродинамічній подібності.

Критерій Пекле, що є мірою співвідношення конвективної і кондуктивної складових при конвективному теплообміні, отримують діленням конвективного члена $t^\circ v / l$ на $\alpha t^\circ / l^2$:

$$Pe = vl / \alpha. \quad (5.9)$$

Помноживши чисельник і знаменник критерію Pe на v , можливо виразити його через критерії Рейнольдса і Прандтля:

$$Pe = \frac{vl}{v} \cdot \frac{v}{\alpha} = (vl\rho/\eta)(\eta c_p/\lambda) = RePr,$$

звідки

$$Pr = \eta c_p / \lambda. \quad (5.10)$$

Критерій Pr є мірою подібності температурних полів і швидкостей і характеризує подібність фізичних властивостей теплоносіїв при конвективному теплообміні. Передача теплоти в приграничному шарі характеризується рівнянням: $-\lambda \nabla t^\circ = \alpha (t_{ct}^\circ - t_p^\circ)$. Провівши подібні перетворення (відкинувши знаки математичних операторів), отримаємо $-\lambda \nabla t^\circ \sim -\lambda t^\circ / l$; $\alpha (t_{ct}^\circ - t_p^\circ) = \alpha \Delta t^\circ \sim \alpha t^\circ$, звідки критерій Нуссельта

$$Nu = \alpha t^\circ / (\lambda t^\circ / l) = \alpha l / \lambda. \quad (5.11)$$

Рівність критеріїв Нуссельта характеризує подібність процесів теплоперенесення на межі між стінкою і потоком рідин.

Оскільки конвективний теплообмін пов'язаний з рухом рідини, необхідними умовами процесів перенесення теплоти є дотримання не лише теплового, але і геометричного і гідродинамічного подібностей. Останнє, як відомо (див. розділ 4), характеризується рівністю критеріїв Re , Fr , Ho , Γ .

Таким чином, узагальнене (критеріальне) рівняння конвективного теплообміну має вигляд $f(Fo, Pr, Re, Nu, Fr, Ho, \Gamma) = 0^*$.

Оскільки шуканий коефіцієнт тепловіддачі входить в критерій Нуссельта, він і є визначальним, тобто

$$Nu = f'(Fo, Pr, Re, Fr, Ho, \Gamma). \quad (5.12)$$

При вимушеному русі рідини, коли вплив критерію Fr малий, у встановленому процесі теплообміну (відсутність критеріїв Ho і Fo), узагальнене рівняння набуває вигляду:

$$Nu = \psi(Pr, Re, \Gamma). \quad (5.13)$$

При природній конвекції критерій Fr виключати не можна. Внаслідок труднощів при визначенні швидкості руху рідини при природній конвекції останній зазвичай замінюють похідним критерієм Архімеда, який дорівнює

$$Ar = (gl^3/v^2)(\Delta\rho/\rho_0). \quad (5.14)$$

Так як $\Delta\rho = \rho_0 - \rho_0(1 - \beta\Delta t^\circ) = \rho_0\beta t^\circ$, то підставляючи в критерій Ar замість $\Delta\rho$ його значення, отримують *критерій Грасгофа*:

$$Gr = gl^3\beta\Delta t^\circ/v^2, \quad (5.15)$$

де l – геометричний розмір (наприклад, висота стінки);

β – коефіцієнт об'ємного розширення рідини; Δt° – різниця температур між рідиною та стінкою.

Критерій Грасгофа є мірою відношення сил тертя до підйимальної сили.

Таким чином, при природній конвекції або вільному русі рідини узагальнене рівняння має вигляд

$$Nu = \Phi(Gr, Pr, \Gamma). \quad (5.16)$$

Променистий теплообмін – процес поширення теплоти у вигляді електромагнітних хвиль. Частина теплової енергії тіла перетворюється на променисту енергію і у вигляді електромагнітних коливань поширюється в просторі із швидкістю світла. Зустрічаючи на своєму шляху тверді, рідкі або газоподібні тіла, теплові промені частково поглинаються, частково відбиваються і в деяких випадках частково проходять крізь ці тіла. Поглинені промені знову перетворюються на теплову енергію. Таке перетворення енергії спостерігається безперервно як для системи, в якій тіла мають різні температури, так і для системи, де температура в усіх тіл однакова. В цьому випадку кількість випромінюваної енергії рівна такій, що поглинається, тобто система знаходиться в тепловій рівновазі.

Загальну кількість теплоти, що випромінюється поверхнею A в одиницю часу, називають *променистим тепловим потоком* Q . Величину променистого теплового потоку, віднесену до одиниці поверхні, називають *поверхневою щільністю* променистого теплового потоку або *випромінювальною здатністю* $E = Q/A$.

Кількість теплоти, переданої променистим теплообміном

$$Q = \alpha_d \Delta t, \quad (5.17)$$

де α_d – коефіцієнт теплообміну випромінюванням,

$$\alpha_d = \varepsilon_n C_0 [(T_1/100)^4 - (T_2/100)^4] / (T_1 - T_2), \quad (5.18)$$

де ε_n – приведена ступінь чорноти випромінюваного і сприймаючого випромінювання тіл; C_0 – коефіцієнт випромінювання абсолютно чорного тіла; T_1 і T_2 – абсолютні температури тіл.

У техніці в процесі передачі теплоти, як правило, беруть участь одночасно два або усі три способи передачі теплоти – теплопровідність, конвекція і випромінювання.

Складним теплообміном називають передачу теплоти одночасно декількома способами. Теплообмін між гарячим та холодним середовищем

через розділювальну тверду стінку є одним із найбільш важливих та часто використовуваним в виробництві будівельних матеріалів.

Наприклад, в багатьох теплообмінних пристроях основним робочим процесом є процес теплообміну між теплоносіями. Такий теплообмін називають теплопередачею.

Для прикладу розглянемо одношарову стінку (рис. 5.2) завтовшки δ . Теплопровідність матеріалу стінки λ . Температури середовищ, що омивають стінку ліворуч і праворуч, t_1° і t_2° . Прийmemo, що $t_1^\circ > t_2^\circ$. Тоді температури поверхонь стінки будуть відповідно $t_{ст1}^\circ > t_{ст2}^\circ$. Необхідно визначити щільність теплового потоку q , що проходить через стінку від гріючого середовища до того, що нагрівається.

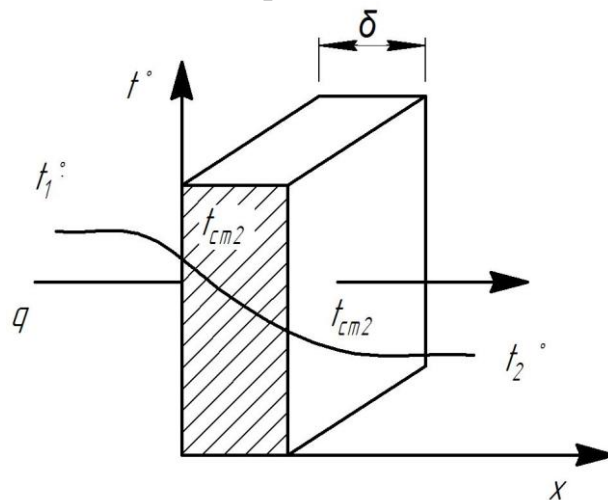


Рис. 5.2 Теплопередача через плоску однорідну стіну

Оскільки даний процес теплопередачі протікає при стаціонарному режимі, то теплота, передана стінці першим теплоносієм (гарячим), передається через неї другому теплоносію (холодному). Користуючись відомими формулами, можна записати:

$$q = \alpha_1(t_1^\circ - t_{ст1}^\circ);$$

$$q = \frac{\lambda}{\delta}(t_{ст1}^\circ - t_{ст2}^\circ);$$

$$q = \alpha_2(t_{ст2}^\circ - t_2^\circ).$$

Визначимо повний температурний напір $t_1^\circ - t_2^\circ$. Для цього з приведених рівностей визначимо спочатку місцеві температурні напори:

$$t_1^\circ - t_{ст1}^\circ = q(1/\alpha_1);$$

$$t_{ст1}^\circ - t_{ст2}^\circ = q(\delta/\lambda);$$

$$t_{ст2}^\circ - t_2^\circ = q(1/\alpha_2).$$

Складаючи ці рівності, отримуємо повний температурний напір $(t_1^\circ - t_2^\circ) = q(1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2)$, звідки визначимо значення щільності теплового потоку:

$$q = (t_1^\circ - t_2^\circ)/(1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2). \quad (5.19)$$

Знаменник рівності (5.19) представляє собою суму термічних опорів, яка складається з термічного опору теплопровідності δ/λ та двох термічних опорів тепловіддачі $1/\alpha_1$ та $1/\alpha_2$. Введемо позначення

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{\delta}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2}}. \quad (5.20)$$

З виразів (5.19) та (5.20) отримуємо

$$q = K(t_1^\circ - t_2^\circ). \quad (5.21)$$

Величину K називають коефіцієнтом теплопередачі [Вт/(м²·°С)], а величину, зворотну коефіцієнту теплопередачі, називають повним термічним опором теплопередачі

$$R = 1/K = 1/\alpha_1 + \delta/\lambda + 1/\alpha_2. \quad (5.22)$$

Розглянемо інший приклад. При високотемпературних теплових процесах – випаленні, спученні, отриманні розплавів та інше – теплота передається обробленому матеріалу одночасно конвекцією і випромінюванням. Якщо позначити щільність теплового потоку q , то $q_1 = q_k + q_l$, де q_k і q_l – частка теплових потоків, переданих конвекцією і випромінюванням. При температурі газу t_Γ° і температурі матеріалу t_M° можна записати:

$$q_k = \alpha_k(t_\Gamma^\circ - t_M^\circ);$$

$$q_l = \varepsilon_\Pi C_0 [(t_\Gamma^\circ/100)^4 - (t_M^\circ/100)^4]/(t_\Gamma^\circ - t_M^\circ).$$

Тоді

$$q = \alpha_k(t_\Gamma^\circ - t_M^\circ) + \varepsilon_\Pi C_0 [(t_\Gamma^\circ/100)^4 - (t_M^\circ/100)^4] = \alpha_{\text{заг}} \Delta t, \quad (5.23)$$

де Δt – різниця температур газу і матеріалу, град; $\alpha_{\text{заг}}$ – сумарний, або ефективний, коефіцієнт тепловіддачі, $\alpha_{\text{заг}} = \alpha_k + \alpha_l$.

У розглянутих прикладах передача теплоти здійснювалася при стаціонарному режимі, проте більшість процесів, пов'язаних з нагріванням і охолодженням матеріалів і виробів, супроводжується нестаціонарним теплообміном.

Задача поширення теплоти в умовах нестаціонарного режиму не може бути вирішене аналітичним шляхом, оскільки неможливо знайти функцію

$t^\circ = f(x, y, z, t)$, яка одночасно задовольняла б як диференціальні рівняння теплообміну, так і відповідні умови однозначності. Існують лише аналітичні рішення, виконані при спрощуючих допущеннях. Але навіть в цьому випадку рішення настільки громіздкі і складні, що при інженерних розрахунках ними практично не користуються.

Використаний для цих цілей графоаналітичний метод придатний для тіл простої форми – пластин, циліндра, кулі. Метод ґрунтується на тому, що число змінних, від яких залежить температура, що змінюється в просторі і в часі, може бути скорочене об'єднанням їх у безрозмірні критерії подібності.

У розрахунках використовують критерії Фур'є – $Fo = at/l^2$; Біо – $Bi = \alpha l/\lambda$; геометричний критерій – $\Gamma = x/l$; де x – відстань від поверхні тіла до розрахункової точки; l – характеристичний розмір тіла (наприклад, для кулі – його радіус).

Критерій Біо характеризує подібність процесів нестационарної теплопровідності і постійність відношення внутрішнього термічного опору теплопровідності до зовнішнього термічного опору тепловіддачі. Зовні він схожий з критерієм Нуссельта. Величина λ в критерії Bi на відміну від критерію Nu – коефіцієнт теплопровідності твердого тіла (в Nu – рідини). Коефіцієнт тепловіддачі α в критерії Bi задається умовами однозначності.

Зазвичай в промисловості будівельних матеріалів нестационарний режим зводиться до рішення завдань, пов'язаних зі встановленням температури в певних точках тіла в заданий момент часу, до визначення тривалості процесу нагріву або охолодження тіла, визначення кількості теплоти, отриманої або відданої тілом в певний проміжок часу.

Температури поверхні ($t_{ст}^\circ$) і центру ($t_{ц}^\circ$) стінки визначають за рівняннями:

$$\theta_{ст}/\theta_0 = (t_{ст}^\circ - t_{ср}^\circ)/(t_0^\circ - t_{ср}^\circ) = f(Bi, Fo); \quad (5.24)$$

$$\theta_{ц}/\theta_0 = (t_{ц}^\circ - t_{ср}^\circ)/(t_0^\circ - t_{ср}^\circ) = \varphi(Bi, Fo). \quad (5.25)$$

Кількість теплоти при нагріві або охолодженні стінки за час t розраховують виходячи з залежності

$$\theta_t/\theta_0 = \psi(Bi, Fo). \quad (5.26)$$

У приведених рівняннях $\theta = (t_0^\circ - t_{ср}^\circ)$ – надмірна по відношенню до температури середовища температура поверхні ($t_{ст}^\circ$) або центру ($t_{ц}^\circ$) стінки в даний момент часу t ; $\theta_0 = t_0^\circ - t_{ср}^\circ$ – надмірна температура поверхні або центру стінки в початковий момент часу, тобто при $t = 0$ і $t^\circ = t_0^\circ$; θ/θ_0 – безрозмірна температура стінки, де θ – деяка температура, прийнята за масштаб температур; θ_0 – внутрішня теплота стінки в навчальний момент часу (за початок відліку прийнята внутрішня теплота стінки при температурі, рівній температурі оточуючого середовища).

Для визначення $t_{ст}^{\circ}$, $t_{ц}^{\circ}$ і θ_t спочатку знаходять $\theta_{ст}/\theta_0$; $\theta_{ц}/\theta_0$ і θ_t/θ_0 за обчисленими критеріями Bi і Fo , користуючись графіками або таблицями, що наявні в довідковій літературі. Потім за формулами (5.24–5.26) з відомими початковими значеннями t_0° , $t_{ср}^{\circ}$ і θ_0 обчислюють шукані величини.

5.2. Теплообмін при зміні агрегатного стану

В процесі теплообміну матеріали, що нагріваються або охолоджуються, часто змінюють агрегатний стан: випаровуються, конденсуються, плавляться або кристалізуються. Особливість таких процесів теплообміну полягає в тому, що теплота підводиться до матеріалів або відводиться від них при постійній температурі і поширюється не в одній, а в двох фазах. Ці особливості тепловіддачі при зміні агрегатного стану можуть бути враховані шляхом введення в критерії рівняння конвективного перенесення теплоти додаткового критерію, що враховує теплоту зміни агрегатного стану.

Розглянемо процес теплообміну при конденсації пари. Виберемо на поверхні розділу рідкої і парової фаз елементарну ділянку dA . Пар, безперервно конденсуючись, переходить в рідку фазу. Позначимо лінійну швидкість рідини, що утворюється при конденсації пари і протікає через вибрану елементарну ділянку, через v , щільність цієї рідини ρ і теплоту пароутворення r . Очевидно, що кількість теплоти, що передається рідині від пари при його конденсації через ділянку впродовж 1 год складе $dQ = r\rho v dA$.

Ця кількість теплоти відводиться від ділянки dA в масу рідини теплопровідністю і може бути визначена на підставі закону Фур'є як $dQ = -\lambda(dt^0/dx)dA$.

Зіставлення двох останніх рівностей дає

$$\lambda dt^0/dx = r\rho v \text{ або } dt^0/dx = r\rho v/\lambda.$$

Замінюючи в останній рівності відношення λ/ρ добутком коефіцієнта температуропровідності рідини α на її теплоємність c , отримуємо рівняння, що характеризує умови на межі розділу фаз при зміні агрегатного стану:

$$dt^0/dx = rv/(c\alpha).$$

При діленні правої частини цього рівняння на ліву отримаємо безрозмірний комплекс

$$r\rho v dx = (c\alpha dt^0).$$

Викресливши в отриманому комплексі символи диференціювання і напряму (замінивши x на неорієнтований в певному напрямі лінійний розмір l), отримуємо критерій

$$rvl/(c\alpha t^0).$$

Цей критерій представляють у вигляді добутку двох безрозмірних комплексів (критеріїв), причому в першому комплексі температуру t^0 замінюють деякою різницею температур Δt^0 тобто

$$[r/(c\Delta t^0)](vl/\alpha) = KPe. \quad (5.27)$$

В рівності (5.27) символ

$$K = r/(c\Delta t^0) \quad (5.28)$$

є новим критерієм теплової подібності при зміні агрегатного стану. Величина Δt^0 є різницею між температурою фазового перетворення і температурою однієї з фаз, а добуток $c\Delta t^0$ є теплотою перегрівання або переохолодження даної зони відносно температури фазового перетворення. Критерій K служить мірою відношення теплоти, що йде на зміну агрегатного стану речовини до теплоти перегрівання або переохолодження однієї з фаз відносно температури фазового перетворення. Він характеризує відносну зміну кількості протікаючої рідини внаслідок зміни агрегатного стану на межі розділу фаз.

З різних випадків теплообміну при зміні агрегатного стану найбільше значення для процесів технології будівельних матеріалів мають теплообмін при конденсації пари, теплообмін при плавленні і розчиненні і рідше тепловіддача при кипінні рідин.

Тепловіддачу при конденсації пари розраховують як на основі теорії подібності, так і на основі гідродинамічного і теплового аналізу процесу конденсації.

Найбільш придатною слід визнати схему Нуссельта, згідно якої на поверхні твердого тіла, що сприймає теплоту від пару, відбувається плівкова конденсація за відсутності крапельної конденсації*. Плівка рідини, що утворюється на поверхні твердого тіла, є основним термічним опором поширенню теплоти від пару до твердого тіла. Ця плівка стікає з тіла і по мірі руху донизу потовщується в результаті конденсації пари по усій поверхні твердого тіла. Аналіз цього процесу на основі теорії подібності дає можливість встановити наступну критеріальну залежність:

$$Nu = f(Pr, K, Ga), \quad (5.29)$$

де $Ga = gl^3/v^2$ – критерій Галілея.

В результаті гідродинамічного і теплового аналізів процесу плівкової конденсації пару, а також представлення дослідних даних у вигляді критеріальної залежності (5.29) отримана формула

$$Nu = C(Pr \cdot K \cdot Ga)^{0,25} \quad (5.30)$$

або

$$\alpha = C^4 \sqrt{\lambda^3 g \rho^2 r / (H \Delta t^0 \eta)}, \quad (5.31)$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі;

C – коефіцієнт, $C=0,94$ для випадку конденсації пари на вертикальній стінці (чи трубі) і $C=0,72$ для конденсації пари на горизонтальній трубі;

λ , ρ , і η – відповідно коефіцієнт теплопровідності, щільність і в'язкість конденсату, визначені при середній температурі плівки $t = 0,5(t_s^0 + t_v^0)$;

t_s^0 – температура насичення пари;

t_v^0 – температура стінки;

$\Delta t^0 = t_s^0 - t_v^0$; r – теплота пароутворення при температурі насичення;

H – визначальний розмір (при конденсації на вертикальній стінці – висота стінки, при конденсації на горизонтальній трубі – діаметр труби).

Тепловіддача при конденсації пари залежить за інших рівних умов від швидкості і напрямку течії пару, стану поверхні конденсації, складу пару і його перегріву.

Наведені формули отримані для випадку конденсації нерухомої пари. Для пари, що рухається, значення коефіцієнта тепловіддачі може бути більше або менше в порівнянні з нерухомою. Коефіцієнт тепловіддачі збільшується зі швидкістю руху пари, якщо потік його зменшує товщину плівки конденсату і зриває її. Якщо ж потік пари перешкоджає руху плівки і при цьому не зриває її, то збільшення швидкості пари призводить до зменшення коефіцієнта тепловіддачі. При шорстких поверхнях коефіцієнти тепловіддачі менші, ніж при гладких, оскільки їх опір течії рідкої плівки більше і тому менше швидкість стікання плівки і більше її товщина.

Тепловіддача при конденсації пару, що містить газу, менш інтенсивна, чим тепловіддача при конденсації чистого пару. Вміст у водяній парі 1% повітря зменшує коефіцієнт тепловіддачі на 60%, а вміст 3% повітря – на 80%. Подальше збільшення домішок повітря в меншій мірі впливає на коефіцієнт тепловіддачі. Вказане явище пояснюється тим, що при конденсації пари, що містить інертні газу, виникає додатковий термічний опір, утворений інертними газу, що скупчуються у поверхні плівки.

Тепловіддача при кипінні рідин належить до особливо складних процесів, тому до останнього часу нікому з дослідників не вдалося зробити теоретичних узагальнень, що дозволяють обчислювати коефіцієнти тепловіддачі.

При кипінні пар утворюється у вигляді бульбашок в певних місцях (центрах) поверхні нагріву, При доброму змочуванні рідиною поверхні нагріву (на рис. 5.3, *а* при невеликому куті θ) рідина підтікає під бульбашки і полегшує їх відрив від поверхні нагріву. При поганому змочуванні бульбашки пари мають широку основу і досягають при відриві великих розмірів (на рис. 5.3, *б* при великому куті θ); фактично відривається тільки верхівка бульбашки, а у поверхні нагріву увесь час є паровий прошарок. При великому числі центрів пароутворення поверхня нагріву може покриватися суцільною паровою плівкою. В цьому випадку із-за поганої теплопровідності пари коефіцієнти тепловіддачі мають малі значення.

Таким чином, при кипінні рідин, що погано змочують поверхню нагріву, коефіцієнти тепловіддачі значно менші, ніж при кипінні рідин, що добре змочують поверхню нагріву.

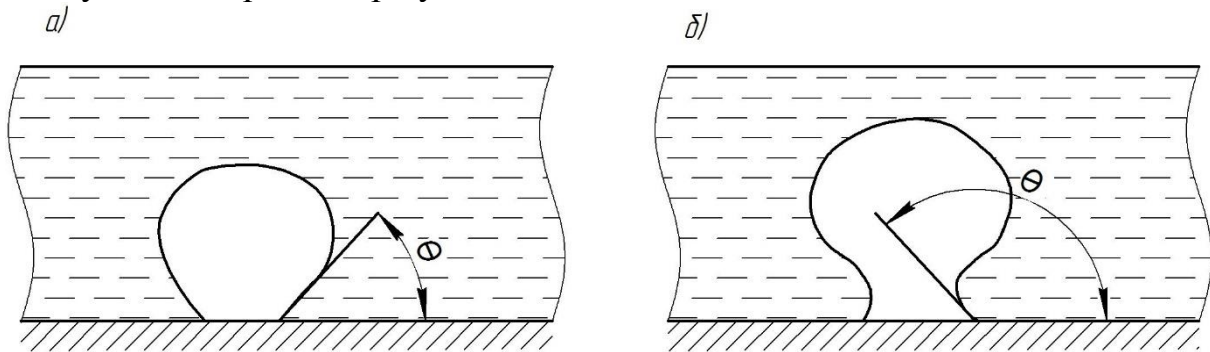


Рис. 5.3 Форма парових бульбашок на змочуваній (а) та незмочуваній (б) поверхнях

Вимірювання температур в об'ємі киплячої рідини вказує на наступний характер температурного поля. Безпосередньо біля поверхні нагріву рідина має температуру, рівну температурі цієї поверхні. На відстані 2-3 мм від поверхні нагріву температура рідини різко зменшується до значення, що перевищує на 0,3-0,5°С температуру пари, що утворюється. Ця температура зберігається практично в усьому об'ємі рідини, тобто рідина в основній масі трохи перегріта.

Бульбашка пари, що відривається від поверхні нагріву, має в момент відриву діаметр d_0 , обумовлений лише поверхневим натягом рідини σ , крайовим кутом змочування і щільністю рідини ($\rho_{ж}$) і пари ($\rho_{п}$)

$$d_0 = 0,02\theta\sqrt{\sigma/(\rho_{ж}\rho_{п})}. \quad (5.32)$$

Розрахунок за цією формулою, виведеною на основі теорії капілярності, показує, що бульбашки водяної пари, що відриваються від поверхні нагріву під час кипіння води при атмосферному тиску, мають діаметр 2-3 мм. У міру просування вгору через шар рідини бульбашка пари значно збільшується в об'ємі. Це свідчить про те, що бульбашка пари при русі через шар рідини отримує від неї додаткову кількість пари і теплоти. Зазвичай об'єм бульбашки при русі вгору збільшується в декілька десятків разів, тобто основна кількість теплоти сприймається бульбашкою не від поверхні нагріву, а від рідини. Таким чином, з розгляду механізму пароутворення при кипінні рідин випливає, що теплота передається від поверхні нагріву до рідини, а від рідини – до бульбашок пари, а потім разом з ними переноситься в парову фазу.

Число центрів утворення парових бульбашок і частота їх відриву і, отже, інтенсивність тепловіддачі при кипінні залежить від перепаду температур Δt^0 поверхні нагріву і киплячої рідини. Як видно з графіка рисунку 5.4, коефіцієнт тепловіддачі збільшується із зростанням різниці температур лише до певної межі, вище за яку α різко зменшується зі

збільшенням Δt^0 . Різниця температур, що відповідає максимальному значенню коефіцієнта тепловіддачі, називається *критичною різницею температур*. При розгляді функціональної залежності $\alpha = f(\Delta t^0)$ для води, киплячої у великому об'ємі, видно, що при значеннях Δt^0 до 5°C і відповідно питомих теплових навантажень до $1000 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{год})$ спостерігається плавне зростання α при зростанні Δt^0 і тепловіддача обумовлюється в основному природною конвекцією. При подальшому збільшенні Δt^0 і q число центрів пароутворення на поверхні нагріву зростає, що призводить до зростання α . При критичній і більшій різниці температур поверхня нагріву покривається суцільною плівкою пари і коефіцієнт тепловіддачі різко зменшується.

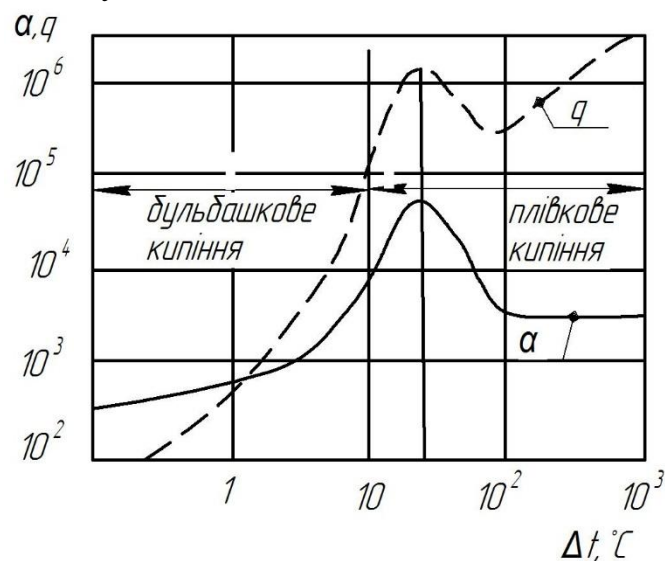


Рис. 5.4 Величина теплових потоків та коефіцієнтів тепловіддачі в залежності від різниці температур рідин та поверхні нагріву

Кипіння за наявності суцільної плівки пари на поверхні нагріву називається плівковим на відміну від кипіння з пароутворенням лише в окремих центрах, яке називають бульбашковим або ядерним.

Критична різниця температур залежить від природи киплячої рідини, температури, тиску і характеру поверхні нагріву. Так, для води, киплячої при атмосферному тиску, критична різниця температур складає $\sim 25^\circ\text{C}$, для бензолу $\sim 40^\circ\text{C}$ і т. ін. Робочі різниці температур при здійсненні процесів кипіння не повинні перевищувати критичних.

За даними дослідів з киплячою водою в інтервалі абсолютних тисків 1-22,5 МПа і з іншими рідинами С. С. Кутателадзе пропонує формулу для визначення коефіцієнта тепловіддачі при бульбашковому кипінні рідини на чистій поверхні, зануреній у великий об'єм:

$$\alpha = 0,44\lambda \left(\frac{v_{\text{ж}} - v_{\text{п}}}{\sigma} \right)^{0,5} \left(\frac{v}{\alpha} \right)^{0,35} \left(\frac{qr}{3600rv_{\text{п}}g\eta} \cdot \frac{v_{\text{ж}}}{v_{\text{ж}} - v_{\text{п}}} \right)^{0,7}, \quad (5.33)$$

де p – абсолютний тиск над поверхнею нагріву.

У практичних розрахунках користуватися цим рівнянням часто неможливо через відсутність необхідних фізичних параметрів рідини і пари при температурі кипіння. Тому для розрахунків застосовують знайдені досвідченим шляхом залежності вигляду

$$\alpha = Ap^n q^m, \quad (5.34)$$

де A , n і m – константи, які знаходять по довідниках; p – тиск; q – питомий тепловий потік.

Теплообмін при кристалізації з розплаву полягає в наступному. Нехай прихована теплота кристалізації рівна $r_{кр}$ і температура фазового перетворення рівна $t_{кр}^{\circ}$. Припустимо, що в початковий момент вся маса розплаву мала температуру $t_0^{\circ} > t_{кр}^{\circ}$. При зниженні температури розплаву до $t_{кр}^{\circ}$ відбувається твердіння поверхневого шару і процес починає поширюватися в глибину. Теплота, що виділяється, відводиться з поверхні теплопровідністю. З деякого моменту швидкість виділення теплоти фазових перетворень стає вище за швидкість її відведення від поверхні затверділої частини розплаву, товщина якого збільшується.

Збільшений термічний опір цього шару вже не забезпечує відведення теплоти з необхідною швидкістю. В результаті процес фазового перетворення локалізується у вузькій зоні поверхні (фронт) перетворення. Надалі швидкість охолодження розплаву до $t_{кр}^{\circ}$ обмежуватиметься швидкістю руху фронту перетворення речовини. Швидкість руху фронту тим нижче, чим більше прихована теплота фазового переходу і чим менше часу необхідно для формування цього фронту.

У деякий момент часу положення фронту перетворення визначається координатою δ (рис. 5.5). За час dt фронт переміститься на відстань $d\delta$. При цьому на одиниці поверхні фронту твердне маса речовини $\rho r_{пл} d\delta$ і виділяється теплота у кількості $\rho r_{пл} d\delta = q_{фронт}$. Питому теплову потужність фронту перетворення підраховують за рівнянням

$$q_{фронт} dt = \rho r_{пл} d\delta \quad (5.35)$$

або

$$q_{фронт} = \rho r_{пл} d\delta/dt, \quad (5.36)$$

де $d\delta/dt$ – швидкість просування фронту.

Рівняння теплового балансу на фронті перетворення має вигляд:

$$q_2 = q_1 + q_{фронт} \quad \text{або} \quad -\lambda \frac{\partial t_2}{\partial x} = -\lambda \frac{\partial t_1}{\partial x} + \frac{\rho r_{пл} d\delta}{dt}. \quad (5.37)$$

Розподіл температур в твердому тілі і розплаві описується диференціальними рівняннями теплопровідності для одномірного температурного поля:

$$\frac{\partial t_0^\circ}{\partial t} = a_1 \frac{\partial^2 t_1^\circ}{\partial x^2} \text{ для } \delta < x < 1; \quad (5.38)$$

$$\frac{\partial t_2^\circ}{\partial t} = a_2 \frac{\partial^2 t_2^\circ}{\partial x^2} \text{ для } 0 < x < \delta. \quad (5.39)$$

При граничних умовах $x = 0; t^\circ = t_n^\circ; t = 0 \text{ і } t^\circ = t_0^\circ$; задача зводиться до рішення рівнянь (5.38) та (5.39) з наведеними вище граничними умовами поверхні та на межі фронту за формулою (5.37).

Наближене рішення цієї задачі (з точністю 15-20%) зводиться до прийняття припущень: $t_1^\circ = t_n^\circ = const$, зміна температури лінійна, тобто режим стаціонарний. Тоді повний час розвитку процесу на глибину l складе:

$$t = l^2 \rho r_{пл} / [2\lambda_2 (t_{кр}^\circ - t_n^\circ)]. \quad (5.40)$$

Теплообмін при розчиненні пов'язаний зі зміною вільної енергії системи, яка супроводжується тепловим ефектом. Тепловий ефект розчинення є результатом одночасно протікаючих двох стадій процесу – руйнування кристалічної речовини на іони і стадії гідратації (сольватації) іонів.

Згідно із законом Гесса, тепловий ефект не залежить від шляху протікання процесу, а визначається початковими і кінцевими станами системи, тобто. в даному випадку

$$\Delta r_p = E - \Delta r_r, \quad (5.41)$$

де E – внутрішня енергія решітки; Δr_p – теплота розчинення; Δr_r – теплота гідратації.

З рівняння (5.41) випливає, що при $E > \Delta r_r$ і $\Delta r_p > 0$ процес проходить з поглинанням теплоти, а при $E < \Delta r_r$ $\Delta r_p < 0$ система виділяє додаткову теплоту.

Зміна температури

$$t_1^\circ - t_0^\circ = \frac{m}{V} \cdot \frac{\Delta r_p}{c_p \rho}, \quad (5.42)$$

де t_1° – температура розчину після повного розчинення кристалів; t_0° – температура розчинника до розчинення; m – маса розчиненої речовини; V – об'єм розчину; c_p і ρ – відповідно питома теплоємність і щільність розчину.

Теплообмін при кристалізації з розплавів, що протікає за рахунок випаровування розчинника за наявності зовнішніх джерел теплоти, може бути визначений за рівняння Шевандина:

$$Nu = Nu_0 \exp(t/\theta_T), \quad (5.43)$$

де Nu_0 – критерій Нуссельта на початку зростання кристалів;

θ_T – постійна часу процесу теплообміну, отримана дослідним шляхом.

5.3. Зовнішній і внутрішній теплообмін

У практиці теплових процесів при виробництві будівельних матеріалів зазвичай розглядають два випадки теплообміну: теплообмін між довкіллям і матеріалом, що нагрівається або охолоджується, – зовнішній теплообмін і теплообмін між центральною зоною матеріалу або виробу і його поверхнею – внутрішній теплообмін.

При зовнішньому, теплообміні можливі два випадки перебігу процесу – теплообмін безпосередньо між теплоносієм (чи холодоагентом у разі охолодження) і поверхнею матеріалу і теплообмін між теплоносієм і матеріалом через плівку вологи, що сконденсувалася на поверхні матеріалу. Перший випадок характерний для процесів сушки або випалення матеріалу, другий – для пропарювання матеріалу в середовищі насиченому водяною парою.

Зовнішній теплообмін між теплоносієм і матеріалом відбувається конвекцією, випромінюванням та теплопровідністю.

Розглянемо перший випадок. У сушильних установках, де температура рідко перевищує 200°C , теплообмін випромінюванням незначний, тому для визначення зовнішнього теплообміну можна використати рівняння Ньютона для конвективного теплообміну. Тоді потік теплоти від теплоносія до матеріалу

$$q = \alpha(t_{\text{T}}^{\circ} - t_{\text{п.м}}^{\circ}),$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі від теплоносія до поверхні матеріалу; t_{T}° – середня температура теплоносія; $t_{\text{п.м}}^{\circ}$ – середня температура поверхні матеріалу.

У пічних установках і при сушінні матеріалу при підвищених температурах (наприклад, сушка піску у барабанних сушарках при безпосередньому спалюванні палива у барабані), коли доля променистого теплообміну значно зростає, зовнішній теплообмін можна розрахувати по цій же формулі, проте коефіцієнт тепловіддачі α буде сумою двох складових: променистого $\alpha_{\text{л}}$ і конвективного $\alpha_{\text{х}}$.

При відсутності ендотермічних реакцій вичислений за рівнянням Ньютона потік теплоти витрачається на нагрів матеріалу і вологи, що знаходиться в матеріалі, і на її випаровування з поверхні матеріалу.

Тоді балансове рівняння при зовнішньому теплообміні

$$\alpha(t_{\text{T}}^{\circ} - t_{\text{п.м}}^{\circ}) = r\rho_0 R_v du/dt + c\rho_0 R_v dt^0/dt, \quad (5.44)$$

де r – теплота випаровування; ρ_0 – щільність сухого матеріалу;

R_v – відношення об'єму сухого матеріалу до його поверхні, з якою відбувається випаровування (характеристичний розмір тіла);

du/dt – швидкість випаровування;

c – питома теплоємність матеріалу;

dt^0/dt – швидкість нагріву матеріалу.

У приведеному рівнянні перший член правої частини враховує витрату теплоти на випаровування вологи, другий – на нагрів матеріалу. За відсутності вологи в матеріалі перший член правої частини перетворюється на нуль і балансове рівняння зовнішнього теплообміну (якщо ендотермічні реакції відсутні) прийме вигляд:

$$\alpha(t_T^\circ - t_{п.м}^\circ) = c\rho_0 R_v dt^0/dt. \quad (5.45)$$

При тепловологій обробці на поверхні матеріалу, що знаходиться в установці, може відбуватися конденсація пари. Це спостерігається, якщо температура поверхні матеріалу менше температури довкілля і менше температури точки роси. За відсутності конденсації зовнішній тепловий потік може бути підрахований за приведеними вище рівняннями.

У разі теплообміну між теплоносієм і матеріалом через плівку вологи, що сконденсувалася, процес дещо ускладнюються. Залежно від властивостей поверхні тіла при повному змочуванні поверхні відбувається плівкова конденсація, при частковому змочуванні – краплинна конденсація. У технологічних установках середовище є не чисто паровим, а пароповітряним.

Процес конденсації пари, що знаходиться в суміші з повітрям, ускладнюється дифузійним перенесенням пари до поверхні конденсації (див. розділ 6). Разом з парою до поверхні конденсації надходить повітря, що знижує парціальний тиск пари. Парціальний тиск суміші ($P_{см}$) складатиметься з суми парціального тиску сухого повітря і парціального тиску пари. Можна записати

$$P_{см} = P'_п + P'_в = P''_п + P''_в, \quad (5.46)$$

де $P'_п$ і $P''_п$ – парціальний тиск пари відповідно в навколишньому середовищі і на поверхні матеріалу; $P'_в$ і $P''_в$ – теж саме, сухого повітря.

Якщо позначити (рис. 5.6) через λ – коефіцієнт теплопровідності сконденсованої плівки рідини товщиною δ , $t_ж$ – температуру зовнішньої поверхні плівки, $t_м$ – температуру поверхні матеріалу, то на підставі закону Фур'є потік теплоти до матеріалу через плівку рідини $q_T = \lambda(t_ж^\circ - t_м^\circ)/\delta$. Цей сумарний потік теплоти складається з потоку теплоти від плівки сконденсованого пару $q_{Т.п}$ і потоку теплоти від пароповітряної суміші $q_{Т.см}$.

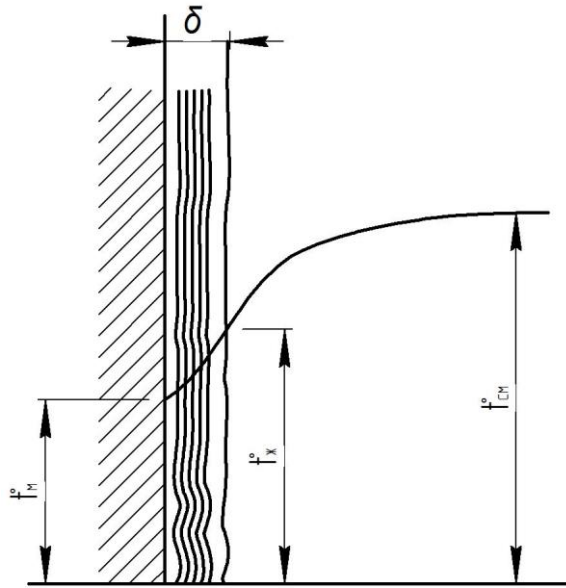


Рис. 5.6 Плівкова конденсація вологи на поверхні матеріалу

Питомий потік сконденсованого пару

$$q_{\text{п}} = \alpha_{\text{п}} \frac{m_{\text{п}}}{RT} (P'_{\text{п}} - P''_{\text{п}}) \quad (5.47)$$

де $\alpha_{\text{п}}$ – коефіцієнт масовіддачі пари;

$m_{\text{п}}$ – маса пари;

R – універсальна газова стала.

Тоді питомий потік теплоти буде рівний добутку питомого потоку маси на теплоту пароутворення

$$q_{\text{т.п}} = r \alpha_{\text{п}} \frac{m_{\text{п}}}{RT} (P'_{\text{п}} - P''_{\text{п}}). \quad (5.48)$$

Потік теплоти від пароповітряної суміші визначається рівнянням Ньютона $q_{\text{т.п}} = \alpha_{\text{см}} (t'_{\text{см}} - t_{\text{ж}})$. Тоді балансове рівняння зовнішнього теплообміну при наявності плівки конденсату

$$\frac{\lambda}{\delta} (t'_{\text{см}} - t'_{\text{м}}) = \alpha_{\text{п}} r \frac{m_{\text{п}}}{RT} (P'_{\text{п}} - P''_{\text{п}}) + \alpha_{\text{см}} (t'_{\text{см}} - t_{\text{ж}}). \quad (5.49)$$

В цьому рівнянні ліва частина визначає потік теплоти, отриманий матеріалом; перший член правої частини – потік теплоти, отриманий матеріалом за рахунок конденсації пари, другий член – потік теплоти, отриманий матеріалом за рахунок теплообміну з пароповітряною сумішшю.

При внутрішньому теплообміні виходять з того, що поверхня тіла, яка нагрівається отримує теплоту в кількості, визначеної за формулами Фур'є або Ньютона, яка і поширюється в середині матеріалу. Процес розповсюдження теплоти в тілі в загальному випадку складається з потоку теплоти, що розповсюджується за рахунок теплопровідності матеріалу (рівняння Фур'є) і за рахунок потоку, що рухається всередині матеріалу

маси вологи. Останній визначається добутком маси рухомої вологи на її тепловміст.

Таким чином, для внутрішнього теплоперенесення можна записати

$$q = -\lambda \nabla t^\circ + i' q_m, \quad (5.50)$$

де q – щільність сумарного потоку теплоти;

λ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу;

∇t – градієнт температур, рівний $\partial t / \partial x$;

i' – тепловміст (ентальпія) вологи, що рухається в матеріалі;

q_m – щільність сумарного потоку вологи, що рухається в матеріалі (див. в розділі 6).

При розгляді внутрішнього теплообміну сухого матеріалу другий член рівняння перетворюється в нуль і процес теплообміну описується рівнянням Фур'є.

5.4 Рушійна сила теплових процесів

Рушійною силою теплових процесів є різниця температур середовищ, при наявності якої теплота поширюється від середовища з більшою температурою до середовища з меншою температурою. Ця різниця температур носить назву *температурного напору*. При теплопередачі від теплоносія до матеріалу, що нагрівається різниця між температурою теплоносія і матеріалу не зберігає постійного значення уздовж поверхні теплообміну і тому в теплових розрахунках, де застосовується основне рівняння теплопередачі до кінцевої поверхні теплообміну, необхідно користуватися середньою різницею температур.

На рисунку 5.7 показаний характер зміни температур теплоносія при різних організації руху його вздовж поверхні теплообміну.

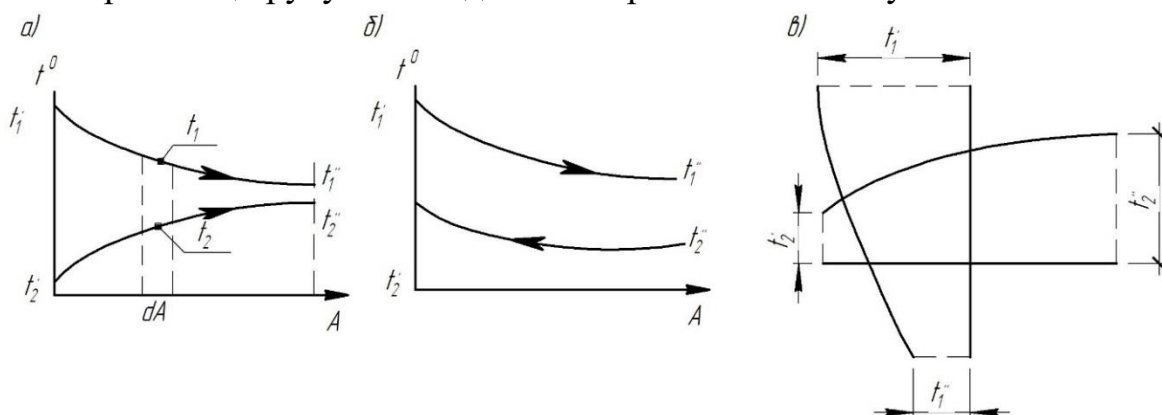


Рис. 5.7 Характер зміни температур теплоносія та матеріалу в залежності від організації їх взаємного переміщення:

a – протитечія; b – протитечія; v – перехресна течія

Теплоносій охолоджується від t_1' до t_1'' , а матеріал нагрівається від t_2' до t_2'' . Кількість теплоти, передана від теплоносія до матеріалу на довільно виділеному елементі теплообмінної поверхні (рис. 5.7, а), можна визначити за основним рівнянням теплопередачі

$$dQ = K(t_1^\circ - t_2^\circ)dAdt, \quad (5.51)$$

де K – коефіцієнт теплопередачі; t_1° і t_2° – відповідно температури теплоносія і матеріалу на елементі dA .

В результаті теплообміну в елементі поверхні температура теплоносія в одиницю часу зменшиться на $dt_1^\circ = -dQ/(m_1c_1)$, а температура матеріалу підвищиться на $dt_2^\circ = +dQ/(m_2c_2)$, де m_1 і m_2 – відповідно маса теплоносія і матеріалу; c_1 і c_2 – їх теплоємності.

Віднімаючи другу рівність від першої, отримаємо

$$d(t_1^\circ - t_2^\circ) = -dQ/[1/(m_1c_1) - 1/(m_2c_2)].$$

Підставляючи значення dQ , з основного рівняння в отриману рівність і проводячи перетворення, маємо

$$d(t_1^\circ - t_2^\circ)/(t_1^\circ - t_2^\circ) = -K[1/(m_1c_1) + 1/(m_2c_2)]dA. \quad (5.52)$$

Якщо позначити через Q загальну кількість теплоти, що передана за одиницю часу від теплоносія до матеріалу по всій теплообмінній поверхні A , то з рівняння теплового балансу можна отримати

$$Q = m_1c_1(t_1' - t_1''); \\ Q = m_2c_2(t_2'' - t_2').$$

Підставляючи значення m_1c_1 і m_2c_2 з попередніх рівнянь в рівність (5.52), маємо

$$d(t_1^\circ - t_2^\circ)/(t_1^\circ - t_2^\circ) = -\frac{K}{Q}[(t_1' - t_1'') + (t_2'' - t_2')]dA.$$

В результаті інтегрування цього рівняння при постійному K отримаємо

$$Q = KA \frac{(t_1' - t_2') + (t_1'' - t_2'')}{2,3 \lg(t_1' - t_2')/(t_1''' - t_2''')}. \quad (5.53)$$

Якщо позначити найбільшу різницю температур між теплоносієм і матеріалом через $\Delta t_6^\circ = t_1' - t_2'$ і найменшу $\Delta t_m^\circ = t_1'' - t_2''$ то співвідношення (5.53) може бути представлене в наступному вигляді:

$$Q = KA \frac{\Delta t_6^\circ - \Delta t_m^\circ}{2,3 \lg(t_1' - t_2')/(t_1'' - t_2'')}. \quad (5.54)$$

У рівнянні (5.51) різниця температур $t_1 - t_2$ в даному випадку представляє середню різницю температури теплоносія і матеріалу Δt_m° . Тоді

на основі (5.51) і (5.54) можна отримати співвідношення для визначення середньої різниці температур:

$$\Delta t_m^\circ = \frac{\Delta t_6^\circ - \Delta t_M^\circ}{2,31g\Delta t_6^\circ / (\Delta t_M^\circ)}. \quad (5.55)$$

Це співвідношення справедливе також і для протитечійного руху теплоносія уздовж поверхні теплообміну.

При невеликих змінах температур теплоносія і матеріалу, коли $\Delta t_M^\circ / \Delta t_6^\circ \geq 0,5$, середню різницю температур можна обчислювати як середньоарифметичну:

$$\Delta t_m^\circ = (\Delta t_6^\circ + \Delta t_M^\circ) / 2, \quad (5.56)$$

при цьому помилка не перевищує 4%.

При перехресному потоці теплоносія і матеріалу середню різницю температур можна обчислювати за формулою (5.55) з поправочним коефіцієнтом $\varepsilon_{\Delta t^\circ}$:

$$\Delta t_m^\circ = \varepsilon_{\Delta t^\circ} \frac{\Delta t_6^\circ - \Delta t_M^\circ}{2,31g\Delta t_6^\circ / (\Delta t_M^\circ)}. \quad (5.57)$$

Коефіцієнт $\varepsilon_{\Delta t^\circ}$ знаходять за графіками в залежності від співвідношення температур теплоносія і матеріалу.

Правильний вибір взаємного руху теплоносія і матеріалу має істотне значення для економічності проведення процесів теплообміну.

Розберемо наступний приклад. Нехай в якому-небудь тепловому апараті відбувається обробка матеріалу. Максимальна температура в апараті, а отже, і максимальна температура теплоносія визначається властивостями матеріалу і не повинна перевищувати t_1' . Початкова температура, матеріалу t_2' . Оскільки втрати теплоти через огороження установки визначаються температурами теплоносія, то вони у випадках прямої та протитечії будуть однаковими.

При прямої матеріал з тією ж початковою температурою, що і при протитечії, в кінці процесу може нагрітися до вищої температури t_2° (див. рис. 5.7). З рівняння матеріального балансу (див. розділ 1) за даними умовами слідує, що різниця у витратах теплоти на процес буде визначатися тільки втратами теплоти з відхідним матеріалом. Так як при протитечії ця втрата вище і більше температура відхідного матеріалу, то і витрата теплоти на обробку матеріалу при протитечії вища, ніж при прямої. Звідси

впливає, що з точки зору витрат теплоти прямиотечія вигідніше, ніж протитечія.

Однак у промисловості будівельних матеріалів протитечії застосовують значно частіше ніж прямиотечії. Відбувається це з таких міркувань: по-перше, більшість матеріалів, що піддаються тепловій обробці, мають малу міцність і не допускають великих перепадів температур між теплоносієм і матеріалом; по-друге, при протитечії середня різниця температур, підрахована за формулою (5.55), більше, ніж при прямиотечії, і, отже, більша швидкість теплообміну. Звідси впливає, що час на обробку матеріалу при інших рівних умовах при протитечії може бути менший, ніж при прямиотечії. Тому при виборі схеми подачі теплоносія слід виходити не тільки з економічності теплового процесу як такого, а й враховувати втрати від браку продукції і можливий виграш в продуктивності установки.

5.5. Класифікація установок для теплової обробки будівельних матеріалів

Більшість будівельних матеріалів і виробів не можна отримати без їх попередньої теплової обробки. Впливу теплоти піддаються як самі матеріали, що представляють суміш різних компонентів, так і сировинні матеріали, призначені для отримання певних композицій. Температурна обробка проводиться в спеціальних апаратах або установках, названих тепловими.

Єдиної класифікації теплових установок немає. Найбільш широке поширення набула класифікація таких установок, що ґрунтується на призначенні певного технологічного переділу. За цим принципом теплові установки класифікують на сушильні, пічні, тепловологі, плавильні.

Сушильними називають установки, в яких теплові процеси пов'язані з видаленням вологи, хімічно не пов'язаної з матеріалом. Така волога зазвичай видалається при порівняно невисоких температурах, змінюючи як технологічні властивості матеріалу так і його теплофізичні властивості. Як правило, в результаті сушіння підвищується міцність матеріалу, змінюється його коефіцієнт тепло- і температуропровідності. У деяких виробництвах процес сушіння поєднується з полімеризацією органічних в'язучих. Сушильні установки за видом оброблюваного матеріалу підрозділяються на установки для сушіння сипучих і кускових матеріалів і на сушарки для штучних виробів. Для першого типу сушарок найбільше поширення в

промисловості будівельних матеріалів отримали барабанні та розпилувальні сушарки, сушарки з киплячим шаром і для сушки матеріалу у підвішеному стані (рис. 5.8). З розпилувальних найбільш поширені конвеєрні, тунельні і камерні сушарки.

Пічними називають установки, в яких при відносно високій температурі в обпалювальному матеріалі протікають фізико-хімічні процеси, які змінюють хімічний склад і властивості вихідного матеріалу. Пічні установки по виду випалювального продукту поділяються на печі для сипучих і кускових матеріалів (шахтні і обертові печі, агломераційні решітки, печі для випалення в киплячому шарі і підвішеному стані) і печі для формованих виробів (камерні, кільцеві, тунельні і конвеєрні).

Плавильними називають установки, в яких вихідна сировина доводиться до плавлення і видається з установки в рідкому вигляді для подальшої вилівки будівельних виробів або для розпилу розплаву в вату. По суті, плавильні установки є різновидом пічних. Плавильні установки використовують для отримання різного роду розплавів. Як правило, ці установки класифікують за їх конструктивними ознаками. Найчастіше в промисловості будівельних матеріалів використовують вагранки, ванні і горшкові печі.

Тепловологими називають установки, в яких вихідний матеріал або виріб проходять обробку при одночасному впливі підвищених температур і вологи.

Установки для тепловологої обробки знайшли широке застосування в промисловості збірного залізобетону. Для пропарювання і запарки залізобетонних виробів використовують ямні, тунельні, щілинні і вертикальні камери пропарювання, касетні установки і автоклави. Останнім часом для цих же цілей застосовують термоформи і пакети (рис. 5.8, а). За режимом роботи установки поділяють на безперервні і періодичні. Найважливішою умовою отримання продукту із заданими технологічними властивостями є підтримання в установці необхідного теплового режиму.

Тепловим режимом називають основні параметри, при яких відбувається тепла обробка матеріалів і виробів: температура, час її дії на матеріал, відносна вологість середовища установки, тиск, склад газів і швидкість їх руху.

Основними показниками роботи теплових установок є: питома витрата теплоти і питома витрата умовного палива, коефіцієнт корисної дії

установки, питоме знімання продукції з одиниці робочої площі або одиниці об'єму апарату.

Питома витрата теплоти на одиницю готової продукції

$$q = Q/G, \quad (5.58)$$

де Q – годинна витрата теплоти; G – годинна продуктивність установки в одиницях продукції.

Питома витрата умовного палива (b_y)

$$b_y = B_y/G, \quad (5.59)$$

де B_y – годинна витрата умовного палива.

ККД установки

$$\eta = Q_{\text{кор}}/Q_{\text{витрат}}, \quad (5.60)$$

де $Q_{\text{кор}}$ – корисно витрачене тепло; $Q_{\text{витрат}}$ – вся теплота, витрачена в тепловій установці.

Питомий зйом з 1 м^2 теплового агрегату

$$g_f = G/A, \quad (5.61)$$

де A – площа робочого перерізу установки.

Питомий зйом (g_v) з 1 м^3 робочого об'єму

$$g_v = G/V, \quad (5.62)$$

де V – робочий об'єм установки.

Враховуючи перераховані показники роботи установок, можна сформулювати основні вимоги, висунуті до їх конструкції:

1. Забезпечення необхідної якості отриманої продукції при заданій продуктивності установки.

2. Можливість здійснення надійного і швидкого контролю теплового режиму і забезпечення можливості ефективного регулювання теплового режиму в заданих технологією межах.

3. Малі питомі витрати теплоти і умовного палива на одиницю продукції при високому ККД установки.

4. Високі питомі зйоми продукції при забезпеченні максимальної компактності установки.

5. Можливість швидкого ремонту, збірність конструкції.

6. Невисока вартість установки, її довговічність, невисока собівартість теплової обробки.

7. Безпека роботи обслуговуючого п персоналу.

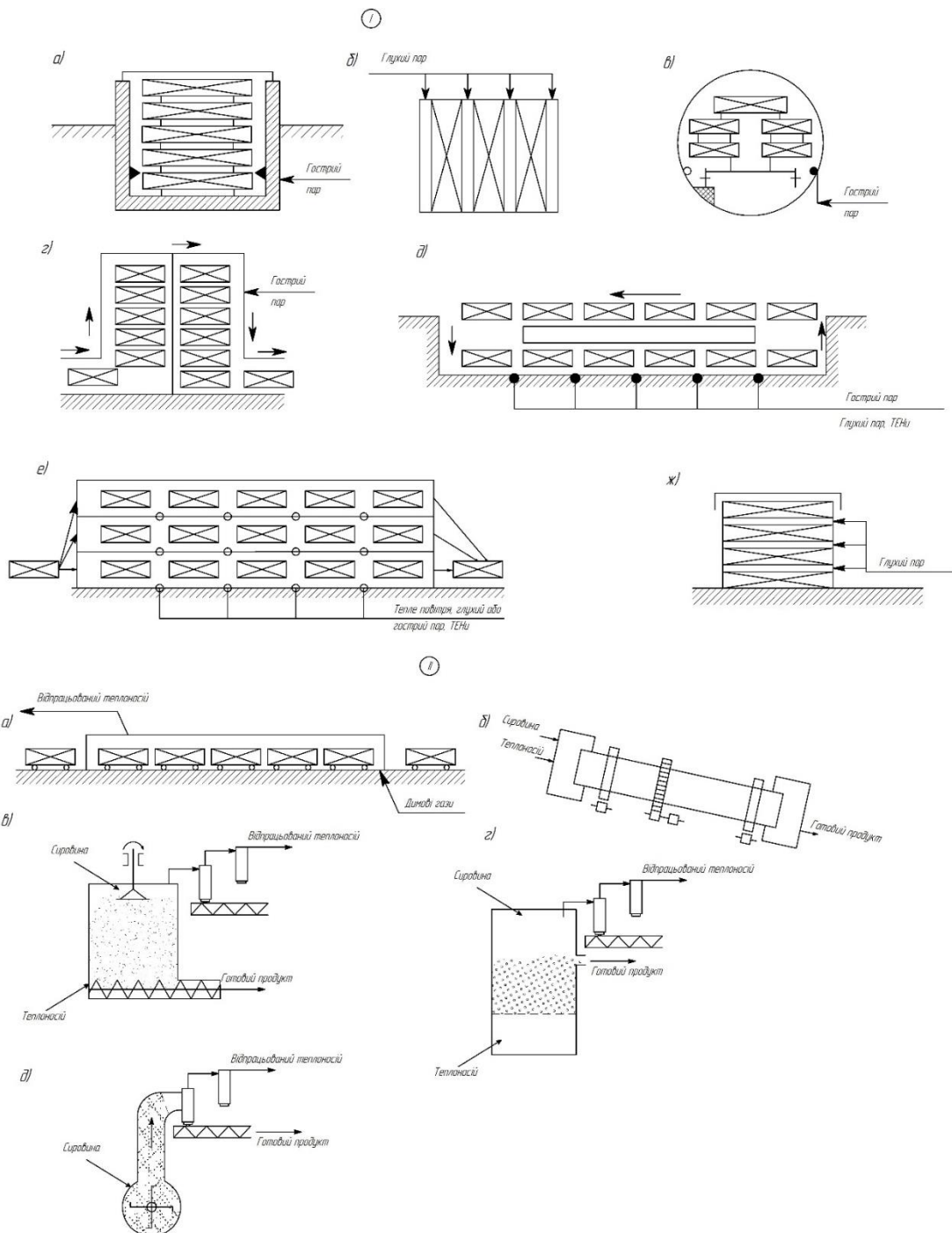


Рис. 5.8 Принципіальна схема установок для теплової обробки:

I – установки для тепловогої обробки: а – ямна камера; б – касета; в – автоклав; г – вертикальна камера Семенова; д – щілинна камера двоярусного конвеєра; е – багатоярусна тунельна камера; ж – термопакети; II – сушарки: а – протитечійна тунельна сушарка; б – прямотечійна барабанна; в – протитечійна розпилююча; г – сушарка з «киплячим шаром»; д – аеромобільний млин з сушінням в зваженому стані; III – печі: а – тунельна; б – шахтна; в – обертова; г – решітка для спікання; д – вагранка

6. ОСНОВИ МАСОПЕРЕДАЧІ

6.1. Класифікація масообмінних процесів

Масообмінними називають процеси, що характеризуються переходом речовини з однієї фази в іншу. Зазвичай під масопередачею розуміють перехід компонента суміші з області високої концентрації в область більш низької концентрації. У всіх випадках речовини, якими обмінюються фази, повинні переміститися всередині однієї з фаз до поверхні поділу, перетнути її і далі переміститися від поверхні поділу всередину іншої фази. Масопередача і є сукупність перерахованих трьох стадій процесу масообміну між фазами. Перенесення речовини всередині однієї фази до поверхні поділу або від неї до іншої фази називають масовіддачею.

Масообмінні процеси характерні для будь-якої хімічної технології. У технології органічних будівельних матеріалів поширені всі основні масообмінні процеси, характерні для хімічної технології. У виробництві неорганічних будівельних матеріалів з масообмінних процесів найбільшого поширення мають процеси сушіння і кристалізації, рідше – процеси екстракції і адсорбції. Загальноприйнята класифікація поділяє масообмінні процеси на наступні види.

1. Сушіння – видалення вологи з твердих матеріалів шляхом її випаровування.

2. Кристалізація – виділення твердої фази у вигляді кристалів з розчинів або розплавів. Процес характеризується переходом речовини з рідкої фази в тверду внаслідок зміни її розчинності. У виробництві будівельних матеріалів процеси тужавіння і твердіння в'язучих пов'язані в першу чергу з процесами кристалізації.

3. Адсорбція – виборче поглинання газів, пари або розчинів поверхнею твердого тіла. Іонний обмін, що знаходить останнім часом значного поширення в керамічній промисловості, є різновидом адсорбції. Він заснований на здатності деяких твердих речовин (іонітів) обмінювати свої рухливі іони на іони розчинів електролітів.

4. Екстрагування – видалення з твердої або рідкої речовини одного або декількох компонентів за допомогою розчинника. При цьому видалені компоненти переходять з твердої або рідкої фази в розчинник.

5. Абсорбція – поглинання газів або пари рідкими поглиначами. Процес характеризується переходом речовини з газової фази в рідку.

6. Ректифікація – розділення гомогенних рідких сумішей шляхом багаторазового часткового випаровування рідини з наступною конденсацією пари, що утворюється. Одноразове часткове випаровування з подальшою конденсацією носить назву дистиляції.

З наведених коротких характеристик основних масообмінних процесів випливає, що для всіх них спільним є перехід речовини з однієї фази в іншу. Цей перехід пов'язаний з явищами конвективного переносу та молекулярної дифузії, тому перераховані процеси іноді називають дифузійними.

6.2. Механізм і рушійна сила масообмінних процесів

У масообміні беруть участь як мінімум три речовини: дві розподіляючих речовини, що складають першу і другу фазу, і розподіляюча речовина, що переходить з однієї фази в іншу. Пояснимо це таким прикладом.

Нехай A – перша фаза, B – друга фаза і M – розподіляюча речовина, що становить третю фазу. Масообмінні процеси зворотні, тому розподіляюча речовина M може переходити з фази A в B і навпаки в залежності від концентрації цієї речовини в розподіляючих фазах. Припустимо, що розподіляюча речовина знаходиться тільки у фазі A і має концентрацію \bar{Y} . Тоді у фазі B її концентрація $\bar{X} = 0$.

Якщо розподіляючу фазу наблизити одну до одної, то почнеться перехід розподілу речовини з фази A у фазу B і її концентрація у фазі B стане $\bar{X} > 0$. Як тільки X стане більше 0, почнеться зворотний перехід M з фази B у фазу A . Частка молекул, що переходять з A в B і назад, буде однакою, але так як загальне число молекул M в області високої концентрації (фаза A) більше, ніж в області низької концентрації (фаза B), то в результаті відбувається переміщення молекул M з фази A в фазу B . Через деякий проміжок часу швидкості переходу розподілючої речовини з фази A в фазу B і назад стають однаковими і настає так званий рівноважний стан.

У кожному конкретному випадку існує певна залежність між концентраціями розподіляючої речовини в обох фазах.

Будь-якій концентрації \bar{X} відповідає рівноважна концентрація \bar{Y}_p і навпаки, тобто має місце рівність

$$\bar{Y}_p = f'(\bar{X}); \quad (6.1)$$

$$\bar{X}_p = f''(\bar{Y}). \quad (6.2)$$

Знаючи рівноважні концентрації, можна характеризувати напрямок перебігу процесу і швидкість його перебігу. Якщо $\bar{Y} > \bar{Y}_p$ і, отже, $\bar{X} < \bar{X}_p$, то речовина M буде переходити з фази A у фазу B . При рівновазі з фази A в фазу B і назад переходить m частинок речовини M . Якщо кількість частинок речовини M у фазі A збільшити до $m+n$, то речовина M буде переміщатися з A у фазу B і швидкість цього переміщення буде визначатися не загальною кількістю $(m+n)$ речовини M у фазі A , а кількістю частинок n речовини M , надмірною по відношенню до рівноважного. Таким чином, рушійна сила масообмінних процесів визначається ступенем відхилення від рівноваги, тобто різниця між фактичною (робочою) і рівноважною концентраціями.

Як і для будь-яких інших процесів, швидкість масопередачі прямопропорційна рушійній силі процесу і обернено пропорційна опору. Якщо прийняти, що dM – кількість речовини, яка перейшла з однієї фази в іншу за час dt ; dA – поверхня фазового контакту; Δ – рушійна сила процесу, а R – опір, то можна записати

$$\frac{dM}{dA dt} = \frac{\Delta}{R} \quad (6.3)$$

або прийнявши $1/R=K$, де K – коефіцієнт масопередачі, отримаємо

$$dM/(dA dt) = K\Delta. \quad (6.4)$$

Якщо позначити масові швидкості розподіляючих фаз уздовж поверхні їх розподілу через A_m і B_m , а концентрації розподіляючої речовини відповідно \bar{Y} і \bar{X} , то при $\bar{Y} > \bar{Y}_p$ і відсутності втрат у процесі взаємодії фаз при паралельних потоках (прямотоку) уздовж поверхні розподілу значення \bar{Y} зменшиться, а \bar{X} збільшиться (рис. 6.1, а).

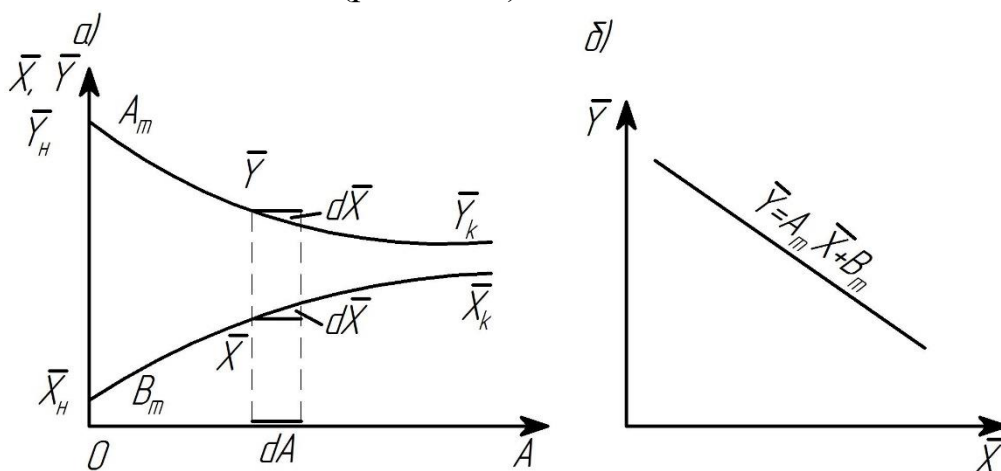


Рис. 6.1 До висновку рівняння робочої лінії (а) та робоча лінія процесу (б)

Для елемента поверхні

$$dM = A_m(-d\bar{Y}) = B_m d\bar{X}. \quad (6.5)$$

Інтегруючи в межах від початкових до кінцевих концентрацій, маємо

$$M = -A_m(\bar{Y}_к - \bar{Y}_н) = A_m(\bar{Y}_н - \bar{Y}_к) = B_m(\bar{X}_к - \bar{X}_н), \quad (6.6)$$

а в межах від початкових до деяких робочих концентрацій отримаємо

$$A_m(\bar{Y}_н - \bar{Y}) = B_m(\bar{X} - \bar{X}_н), \quad (6.7)$$

звідки

$$\bar{Y} = \frac{B_m}{A_m} \bar{X} + \frac{A_m \bar{X}_н - B_m \bar{Y}_н}{A_m} \quad (6.8)$$

або

$$\bar{Y} = A'_m \bar{X} + B'_m. \quad (6.9)$$

Аналогічно, для протитокового процесу

$$\bar{Y} = A''_m \bar{X} + B''_m. \quad (6.10)$$

З рівнянь (6.9) і (6.10) випливає, що концентрації розподіленої речовини в фазах A і B зв'язані лінійною залежністю. Рівняння прямої, що виражає залежність між робочими концентраціями, називають робочою лінією процесу (рис. 6.1, б). Оскільки рушійна сила визначається ступенем відхилення від рівноваги, її можна виразити або через концентрацію розподіляючої речовини в фазі A , тобто через \bar{Y} , або через концентрацію її у фазі B , тобто через \bar{X} .

З викладеного випливає, що якщо віднести масоперенесення до одиниці часу, то основне рівняння можна записати по різному:

$$dM = K_Y \Delta \bar{Y} dA = K_X \Delta \bar{X} dA \quad (6.11)$$

$$K_Y \Delta \bar{Y} = K_X \Delta \bar{X}. \quad (6.12)$$

Оскільки рушійна сила змінюється зі зміною робочих концентрацій, для всього процесу масообміну, що протікає в межах зміни концентрацій від початкових до кінцевих, повинна бути визначена середня рушійна сила.

При визначенні середньої рушійної сили можуть бути два випадки: 1) залежність між рівноважними концентраціями нелінійна; для цього випадку рівноважна концентрація визначається загальною функціональною залежністю $\bar{Y}_p = f(\bar{X})$; 2) залежність між рівноважними концентраціями лінійна, тобто $\bar{Y}_p = L\bar{X}$ (де L – постійна величина).

Спочатку знайдемо середню рушійну силу для першого випадку. Розглянемо зміну концентрацій \bar{X} і \bar{Y} уздовж поверхні розподілу фаз при їх взаємодії. Для випадку $\bar{Y} > \bar{Y}_p$ при взаємодії паралельних потоків фаз вздовж поверхні розподілу \bar{Y} зменшується, а \bar{X} збільшується (рис. 6.2, а). Кожній концентрації \bar{X} , згідно рівняння $\bar{Y}_p = f(\bar{X})$, відповідає рівноважна концентрація \bar{Y}_p . Для елемента поверхні dA рушійна сила процесу може бути виражена різницею $\bar{Y} - \bar{Y}_p$.

На підставі рівняння (6.11) основне рівняння масопередачі для всієї поверхні фазового контакту A (рис. 6.3) можна записати:

$$M = A_m(\bar{Y}_H - \bar{Y}_K) = B_m(\bar{X}_K - \bar{X}_H) = K_Y \Delta \bar{Y}_m A = K_X \Delta \bar{X}_m A, \quad (6.13)$$

де $\Delta \bar{Y}_m$ і $\Delta \bar{X}_m$ – середня рушійна сила.

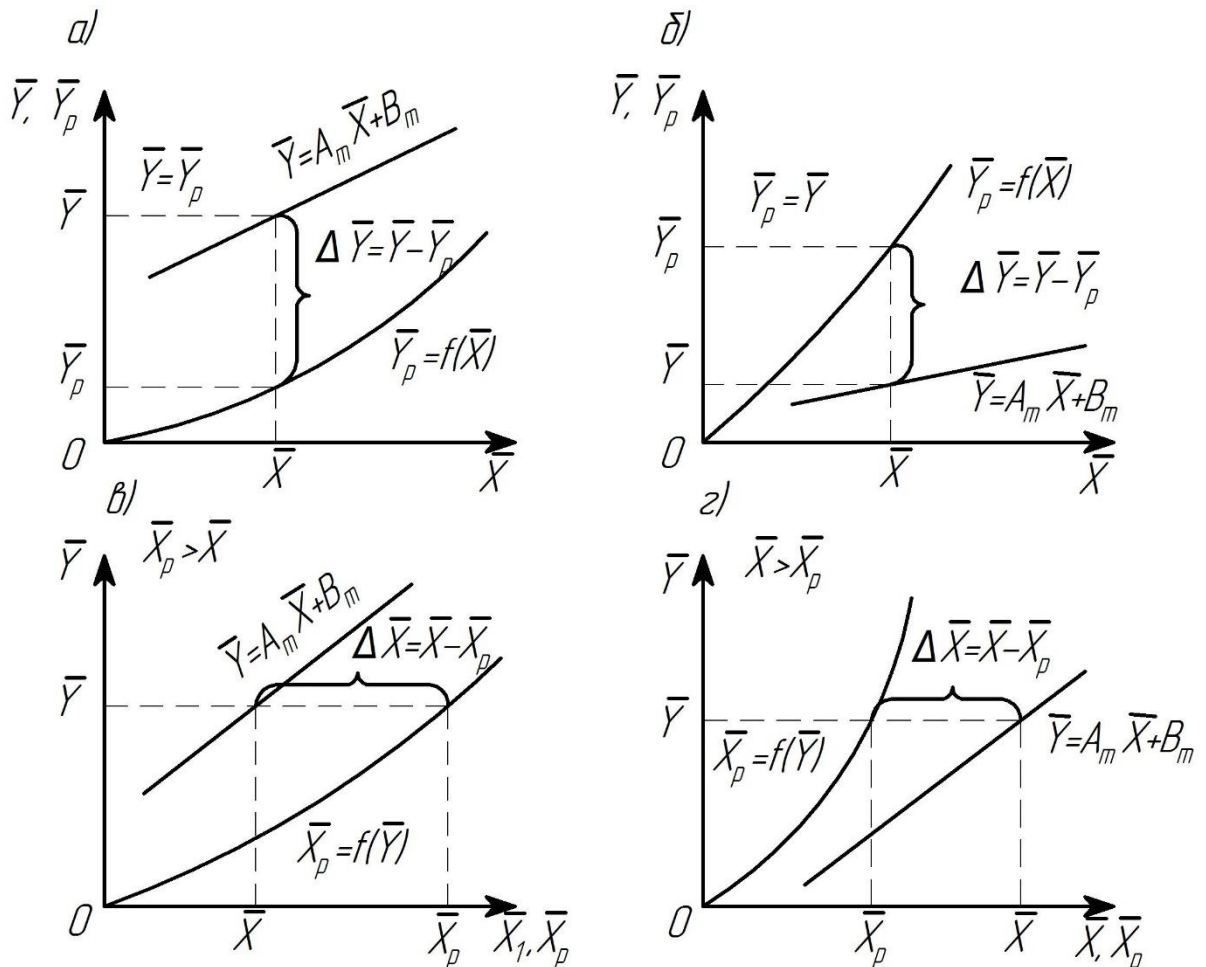


Рис. 6.2 Варіанти вираження рушійної сили масообмінних процесів:

а – при $\bar{Y} > \bar{Y}_p$; б – $\bar{Y}_p > \bar{Y}$; в – $\bar{X}_p > \bar{X}$; г – $\bar{X} > \bar{X}_p$

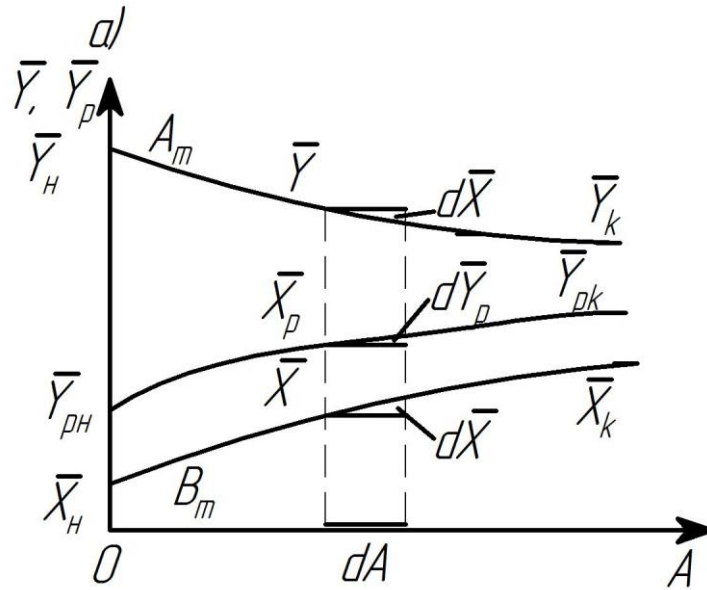


Рис. 6.3 До визначення середньої рушійної сили масообмінних процесів

Зіставляючи рівності (6.6) і (6.13), знайдемо

$$A = \frac{A_m \bar{Y}_H - \bar{Y}_K}{K_Y \Delta \bar{Y}_m} = \frac{B_m \bar{X}_K - \bar{X}_H}{K_X \Delta \bar{X}_m}. \quad (6.14)$$

Величини, що входять в рівняння (6.14), $m_Y = (\bar{Y}_H - \bar{Y}_K) / \Delta \bar{Y}_m$ і $m_X = (\bar{X}_K - \bar{X}_H) / \Delta \bar{X}_m$, мають істотний фізичний зміст: дріб показує, на скільки одиниць змінює робочу концентрацію одиниця рушійної сили. Величини m_Y і m_X називають числом одиниць перенесення.

Поряд з цими рівняннями масопередачі для елемента поверхні dA маємо $dM = K_Y(\bar{Y} - \bar{Y}_p)dA$ і $dM = A_m(-dY)$. При зіставленні останніх рівностей отримаємо

$$dA = -\frac{A_m}{K_Y} \frac{d\bar{Y}}{\bar{Y} - \bar{Y}_p}, \quad (6.15)$$

а після інтегрування в межах $0-A$ і $\bar{Y}_H - \bar{Y}_K$ маємо

$$A = -\frac{A_m}{K_Y} \int_{\bar{Y}_H}^{\bar{Y}_K} \frac{d\bar{Y}}{\bar{Y} - \bar{Y}_p}. \quad (6.16)$$

Замінивши з рівняння (6.14) $A = M / (\bar{Y}_H - \bar{Y}_K)$, маємо

$$A = \frac{M}{K_Y(\bar{Y}_H - \bar{Y}_K)} \int_{\bar{Y}_K}^{\bar{Y}_H} \frac{d\bar{Y}}{\bar{Y} - \bar{Y}_p}. \quad (6.17)$$

або

$$M = K_Y A \frac{\bar{Y}_H - \bar{Y}_K}{\bar{Y}_K}. \quad (6.18)$$

Виражаючи рушійну силу через концентрації \bar{X} , аналогічно попередньому отримаємо

$$M = K_X A \frac{\bar{X}_K - \bar{X}_H}{\int_{\bar{X}_H}^{\bar{X}_K} d\bar{X}/(\bar{X}_p - \bar{X})}. \quad (6.19)$$

Порівнявши рівняння (6.18) і (6.19) з рівнянням (6.14) знайдемо наступні вирази для середньої рушійної сили:

$$\Delta\bar{Y}_m = \frac{\bar{Y}_H - \bar{Y}_K}{\int_{\bar{Y}_K}^{\bar{Y}_H} d\bar{Y}/(\bar{Y} - \bar{Y}_p)}, \quad (6.20)$$

$$\Delta\bar{X}_m = \frac{\bar{X}_K - \bar{X}_H}{\int_{\bar{X}_H}^{\bar{X}_K} d\bar{X}/(\bar{X}_p - \bar{X})}, \quad (6.21)$$

При практичному використанні рівнянь (6.20) і (6.21) знаменники дробів знаходять графічним інтегруванням. Так, в межах концентрацій $\bar{Y}_K - \bar{Y}_H$ через певні інтервали для ряду значень \bar{Y} знаходять відповідні їм величини \bar{X} , \bar{Y}_p , $\bar{Y} - \bar{Y}_p$ і $1/(\bar{Y} - \bar{Y}_p)$. Далі на діаграмі в координатах \bar{Y} , $1/(\bar{Y} - \bar{Y}_p)$ будують криву (рис. 6.4). Площа під кривою, обмежена ординатами \bar{Y}_K і \bar{Y}_H , помножена на масштаб діаграми, дає шуканий інтеграл:

$$S_{Ya} = \int_{\bar{Y}_K}^{\bar{Y}_H} d\bar{Y}/(\bar{Y} - \bar{Y}_p). \quad (6.22)$$

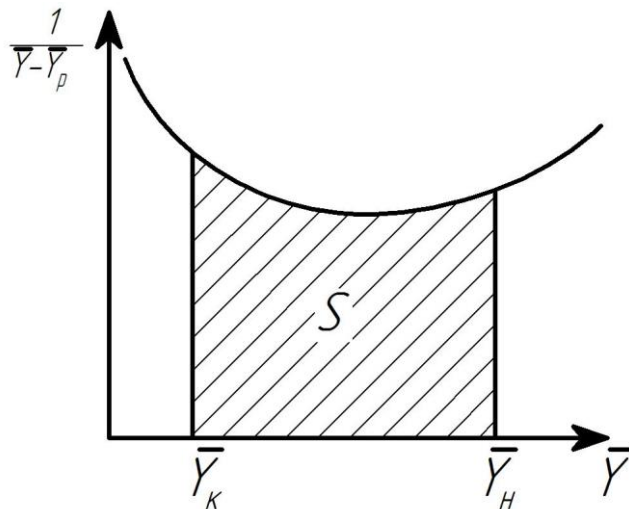


Рис. 6.4 Визначення рушійної сили графічним інтегруванням

В разі вираження рушійної сили через концентрацію аналогічним шляхом визначають

$$S_{Xa'} = \int_{\bar{X}_H}^{\bar{X}_K} d\bar{X}/(\bar{X}_p - \bar{X}). \quad (6.23)$$

Дроби правої частини рівності (6.22) і (6.23) мають той же фізичний сенс, що і m_Y та m_X , тобто сенс числа одиниць перенесення. У разі, коли між рівноважними і робочими концентраціями існує прямолінійна залежність, для визначення середньої рушійної сили і числа одиниць перенесення можуть бути виведені простіші співвідношення. Так, для умов $\bar{Y} = A_m \bar{X}$ і $\bar{Y}_p = A_m^p \bar{X}$ співвідношення (6.22) перепишеться в наступному вигляді*:

$$m_Y = \int_{\bar{Y}_K}^{\bar{Y}_H} d\bar{Y}/(\bar{Y} - \bar{Y}_p) = \int_{\bar{Y}_K}^{\bar{Y}_H} \frac{d\bar{Y}}{\bar{Y} - \frac{A_m^p}{A_m} \bar{Y}} = \frac{A_m}{A_m - A_m^p} \int_{\bar{Y}_K}^{\bar{Y}_H} \frac{d\bar{Y}}{\bar{Y}}, \quad (6.24)$$

а в результаті інтегрування

$$m_Y = A_m / (A_m - A_m^p) \ln(\bar{Y}_H / \bar{Y}_K). \quad (6.25)$$

Для виведення співвідношення, що визначає середню рушійну силу, перетворимо $\ln(\bar{Y}_H / \bar{Y}_K)$ наступним чином:

$$\ln(\bar{Y}_H / \bar{Y}_K) = \ln \frac{\left(1 - \frac{A_m^p}{A_m}\right) \bar{Y}_H}{\left(1 - \frac{A_m^p}{A_m}\right) \bar{Y}_K} = \ln \frac{\bar{Y}_H - \frac{A_m^p}{A_m} \bar{Y}_H}{\bar{Y}_K - \frac{A_m^p}{A_m} \bar{Y}_K} = \ln \frac{\bar{Y}_H - \bar{Y}_{pH}}{\bar{Y}_K - \bar{Y}_{pK}}. \quad (6.26)$$

Різницю $\bar{Y}_H - \bar{Y}_K$ представимо наступним чином:

$$\begin{aligned} \bar{Y}_H - \bar{Y}_K &= \frac{A_m}{A_m - A_m^p} \left(\frac{A_m - A_m^p}{A_m} \bar{Y}_H - \frac{A_m - A_m^p}{A_m} \bar{Y}_K \right) = \\ &= \frac{A_m}{A_m - A_m^p} [(\bar{Y}_H - \bar{Y}_{pH}) - (\bar{Y}_K - \bar{Y}_{pK})]. \end{aligned} \quad (6.27)$$

На основі отриманих виразів співвідношення (6.20) може бути представлено у вигляді

$$\Delta \bar{Y}_m = \frac{(\bar{Y}_H - \bar{Y}_{pH}) - (\bar{Y}_K - \bar{Y}_{pK})}{\ln(\bar{Y}_H - \bar{Y}_{pH}) / (\bar{Y}_K - \bar{Y}_{pK})} \quad (6.28)$$

або у вигляді

$$\Delta \bar{Y}_m = \frac{\Delta \bar{Y}_H - \Delta \bar{Y}_K}{2,31 \lg \Delta \bar{Y}_H / \Delta \bar{Y}_K}, \quad (6.29)$$

де $\Delta \bar{Y}_H = \bar{Y}_H - \bar{Y}_{рн}$ – рушійна сила на початку поверхні фазового контакту; $\Delta \bar{Y}_K = \bar{Y}_K - \bar{Y}_{рк}$ – рушійна сила в кінці поверхні фазового контакту.

Як наслідок, для прямолінійної рівноважної залежності середня рушійна сила процесу визначається як середня логарифмічна між рушійними силами на початку та в кінці поверхні фазового контакту.

Аналогічним шляхом може бути отримане співвідношення і для величини $\Delta \bar{Y}_m$:

$$\Delta \bar{X}_m = \frac{\Delta \bar{X}_K - \Delta \bar{X}_H}{2,31 \lg (\Delta \bar{X}_K / \Delta \bar{X}_H)}, \quad (6.30)$$

де $\Delta \bar{X}_K = \bar{X}_{рк} - \bar{X}_K$ і $\Delta \bar{X}_H = \bar{X}_{рн} - \bar{X}_H$.

6.3. Основні закони масопередачі

У процесах перенесення речовини з однієї фази в іншу розрізняють два випадки: 1) перенесення між потоками рідини; 2) перенесення з твердого тіла в потік рідини (або у зворотному напрямку).

Законами, яким підкорюється перенесення розподілюючої речовини з однієї фази в іншу, є закони: молекулярної дифузії (перший закон Фіка), масовіддачі і масопровідності.

Формулювання першого закону Фіка аналогічне закону теплопровідності: кількість продифундованої речовини пропорційна градієнту концентрацій, площі, перпендикулярній напрямку потоку і часу:

$$dm = -D \frac{\bar{dc}}{dx} dA dt \quad (6.31)$$

або

$$m = -D A t (\bar{dc}/dx) \quad (6.32)$$

Тоді за аналогією з теплопровідністю питомий потік речовини, що переноситься молекулярною дифузиею через одиницю поверхні за одиницю часу:

$$q_m = m/(A t) = -D (\bar{dc}/dx). \quad (6.33)$$

Коефіцієнт пропорційності D називається коефіцієнтом дифузії; він являє собою фізичну константу, що характеризує здатність даної речовини проникати внаслідок дифузії в нерухоме середовище. Величина D не залежить від гідродинамічних умов протікання процесу і є функцією властивостей розподіленої і розподіляючої речовини, температури і тиску.

Досвід показує, що коефіцієнт дифузії залежить перш за все від агрегатного стану речовини – для газів, наприклад, він на чотири порядки вище, ніж для рідин. D збільшується зі збільшенням температури і зменшується з підвищенням тиску.

Перенесення речовини всередині фази може відбуватися або шляхом молекулярної дифузії, що описується першим законом Фіка, або шляхом конвекції і молекулярної дифузії одночасно. Точно кажучи, молекулярною дифузиею речовина переміщується тільки в нерухомому середовищі. Якщо середовище рухоме, то перенесення речовини здійснюється як молекулярною дифузиею, так і самим середовищем у напрямку її руху або окремими частинками цього середовища, які рухаються в різних напрямках.

Виділимо в сталому потоці елементарний паралелепіпед (рис. 6.5) з ребрами dx , dy , dz . Не зупиняючись детально на міркуваннях (вони аналогічні доведенню диференціальних рівнянь руху Нав'є–Стокса), можна сказати, що за час dt внаслідок переміщення речовини тільки за рахунок конвективного переносу вміст розподіленої речовини в об'ємі паралелепіпеда зміниться на величину

$$dm_k = \left(\frac{v_x \partial c}{\partial x} + \frac{v_y \partial c}{\partial y} + \frac{v_z \partial c}{\partial z} \right) dV dt. \quad (6.34)$$

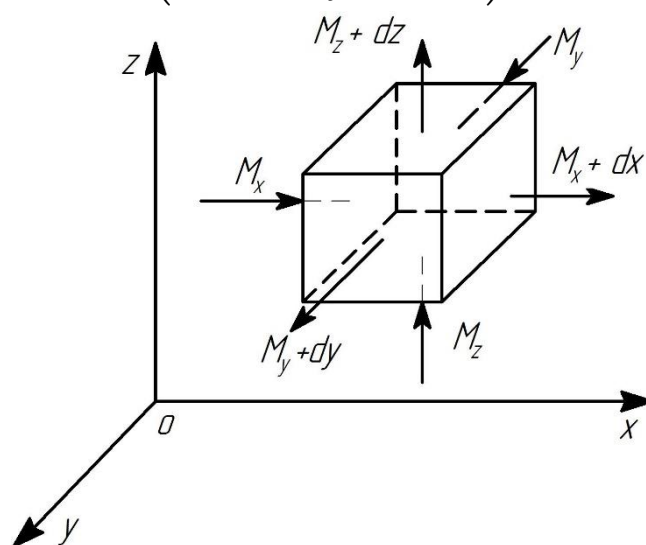


Рис. 6.5 До висновку другого закону Фіка

За рахунок тільки молекулярної дифузії кількість розподіленої речовини в об'ємі паралелепіпеда за час dt зміниться на величину

$$dm_m = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) dV dt. \quad (6.35)$$

Оскільки розглядається сталий процес, зміна концентрації розподілення речовини не залежить від часу, а є функцією координат точки. Тоді зміна концентрації розподіляючої речовини за рахунок конвективного перенесення має компенсуватися такою ж за величиною зміною концентрації (але з протилежним знаком) за рахунок молекулярної дифузії, тобто має дотримуватися умова

$$dm_k = dm_m. \quad (6.36)$$

З (6.34) та (6.35) отримаємо

$$\frac{v_x \partial c}{\partial x} + \frac{v_y \partial c}{\partial y} + \frac{v_z \partial c}{\partial z} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) \quad (6.37)$$

або

$$v \operatorname{grad} c = D \nabla^2 c. \quad (6.38)$$

Формули (6.37) і (6.38) являють собою диференціальні рівняння конвективного масообміну при сталому процесі.

Для несталого процесу масообміну (але в умовах стаціонарного потоку фази) ліва частина повинна бути доповнена зміною концентрації розподіленої речовини в часі

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{v_x \partial c}{\partial x} + \frac{v_y \partial c}{\partial y} + \frac{v_z \partial c}{\partial z} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right). \quad (6.39)$$

При масообміні в нерухомому середовищі $v_x = v_y = v_z = 0$ і конвективна складова лівої частини рівняння перетвориться в 0, а рівняння матиме вигляд

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{v_x \partial c}{\partial x} + \frac{v_y \partial c}{\partial y} + \frac{v_z \partial c}{\partial z} = D \left(\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right) = D \nabla^2 c. \quad (6.40)$$

Вираз (6.40) є диференціальним рівнянням конвективного масообміну при несталому процесі (другий закон Фіка).

Основний закон масовіддачі: кількість речовини, перенесеної від поверхні розподілу фаз в сприймаюче середовищі, пропорційна різниці концентрацій у поверхні розподілу фаз і в ядрі потоку сприймаючої фази, поверхні фазового контакту і часу:

$$dm = \beta (\bar{c}_r - \bar{c}_f) dA dt, \quad (6.41)$$

де dm – кількість перенесеної речовини;

β – коефіцієнт масовіддачі, що характеризує перенесення речовини конвективними і дифузійними потоками одночасно;

\bar{c}_r – концентрація речовини в сприймаючій фазі біля поверхні розділу;

\bar{c}_f – те ж, в ядрі потоку сприймаючої фази;

dA – поверхня розподілу;

dt – час перенесення.

Для усталеного процесу

$$dm = \beta(\bar{c}_r - \bar{c}_f)dA, \quad (6.42)$$

а при сталому A

$$dm = \beta(\bar{c}_r - \bar{c}_f)A. \quad (6.43)$$

Коефіцієнт масовіддачі на відміну від коефіцієнта дифузії є не фізичною, а кінетичною характеристикою, яка залежить як від фізичних властивостей фази, так і від гідродинамічних умов в ній. Для того, щоб визначити коефіцієнт масовіддачі, необхідно проінтегрувати рівняння конвективної дифузії спільно з рівняннями Нав'є – Стокса і рівнянням не розривності потоку (див. розділ 5) за певних початкових і граничних умов. Однак система зазначених рівнянь не має спільного рішення, тому для знаходження зв'язку між змінними вдаються до теорії подібності.

Кількість речовини, що рухається з фази у фазу біля границі розподілу, визначається законом конвективної дифузії: $dm = \beta(\bar{c}_r - \bar{c}_f)dAdt$. Водночас біля границі розділу фаз речовина переходить з фази у фазу за рахунок молекулярної дифузії, що описується рівнянням $dm = -D \frac{\partial c}{\partial x} dAdt$, тоді

$$\beta \Delta c = -D \frac{\partial c}{\partial x}, \quad (6.44)$$

де $\Delta c = \bar{c}_r - \bar{c}_f$.

Розділивши ліву частину рівняння (6.44) на праву, відкинувши знаки математичних операторів, замінивши x на l і скоротивши c , отримаємо дифузійний критерій Нуссельта, що виражає відношення інтенсивності переносу в ядрі фази до інтенсивності переносу в дифузійному приграничному прошарку

$$Nu' = \beta l / D, \quad (6.45)$$

При одномірній дифузії в невстановленому процесі рівняння другого закону Фіка має вигляд

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v_x \frac{\partial c}{\partial x} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2},$$

де $\frac{\partial c}{\partial t}$ – виражає зміну концентрації у часі; $\frac{v_x \partial c}{\partial x}$ – розподіл концентрації за рахунок конвективного перенесення; $D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}$ – те ж, за рахунок молекулярної дифузії.

Тоді, відкинувши знаки математичних операторів, замінивши x на l і розділивши третій член на перший, отримаємо дифузійний критерій Фур'є, що характеризує сталість відносини зміни концентрації в часі до зміни концентрації за рахунок молекулярного перенесення:

$$Fo' = Dt/l^2. \quad (6.46)$$

Відношення другого члену до третього надає дифузійний критерій Пекле, що виражає міру відношення маси речовини, перенесеної за рахунок конвективного і дифузійного переносу:

$$Pe' = vl/D. \quad (6.47)$$

Крім масообмінних критеріїв подібності процес масопередачі визначається гідродинамічною та геометричною подібністю, тобто

$$f(Fo', Nu', Pe', Re', Fr', L_1/L_0, L_2/L_0, L_n/L_0) = 0. \quad (6.48)$$

Оскільки визначальним критерієм є критерій Нуссельта, вираз (6.48) можна записати у вигляді

$$Nu' = f'(Fo', Pe', Re', Fr', L_1/L_0, \dots, L_n/L_0) = 0. \quad (6.49)$$

Рівняння (6.48) і (6.49) називаються узагальненими (критеріальними) рівняннями масовіддачі.

6.4. Масопередача у твердій фазі. Переміщення вологи в капілярно-пористих тілах

Масопровідністю називають процес переміщення речовини у твердій фазі. Більшість будівельних матеріалів представляють собою капілярно-пористі тіла, масообмін яких з навколишнім середовищем визначається не тільки масовіддачею (в основному вологовіддачею) з поверхні матеріалу в навколишнє середовище, але і підведенням вологи з внутрішніх шарів матеріалу (масопровідністю) до поверхні розділу фаз.

Масопровідність визначає швидкість масообміну матеріалу з середовищем, а також впливає на фізико-технічні властивості самого матеріалу в процесі його виробництва. Наприклад, при сушінні керамічних виробів в результаті спрямованості потоку рідкої і газоподібної фаз від центру до поверхні можуть відбуватися (а при неправильно вибраних

режимах обробки – і відбуваються) незворотні порушення структури матеріалу і, як наслідок, зниження його експлуатаційних характеристик.

У науковій літературі при описі процесів масопровідності користуються терміном «стиснена дифузія». «Стиснення» пояснюється механічними перепонами дифузійному потоку самим скелетом капілярно-пористого тіла і опором руху молекул рідини або газу внаслідок безпосередньої близькості стінок пор і капілярів до рухомих молекул.

Наприклад, Каді і Вільямс для стисненої дифузії розчину у твердому тілі запропонували формулу

$$D_{\text{ст}} = D \frac{1}{1 + \alpha r/R}, \quad (6.50)$$

де $D_{\text{ст}}$ – коефіцієнт стисненої дифузії; D – те ж саме, молекулярної дифузії; α – коефіцієнт пропорційності; r – розмір дифундуючих молекул; R – розмір пор твердого тіла в напрямку, перпендикулярному руху дифундуючих молекул.

У техніці, за аналогією з теплопровідністю, замість поняття «стисненої дифузії» користуються поняттям коефіцієнта масопровідності.

Головний закон перенесення речовини в твердому тілі: **кількість речовини, що рухається в твердій фазі за рахунок масопровідності, пропорційна градієнту концентрації, площі, яка перпендикулярна напрямку потоку речовини, і часу**, тобто

$$dm = -K \frac{\overline{dc}}{dx} dA dt \quad (6.51)$$

або

$$q_m = -K \frac{\overline{dc}}{dx}. \quad (6.52)$$

У цьому рівнянні коефіцієнт пропорційності K , що має розмірність коефіцієнта дифузії, може бути названий коефіцієнтом масопровідності. При прийнятому законі масопровідності процес переміщення речовини всередині твердої фази може бути описаний диференціальним рівнянням масопровідності

$$\frac{\overline{dc}}{dt} = K \left(\frac{\partial^2 \overline{c}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{c}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \overline{c}}{\partial z^2} \right) = K \nabla^2 \overline{c}. \quad (6.53)$$

Очевидно, що коефіцієнт масопровідності не є постійною величиною. Він залежить від природи процесу, що проходить (адсорбція, сушка), ряда факторів, що визначають величину коефіцієнта молекулярної дифузії, і структури твердого пористого тіла.

Ідеалізована схема переміщення речовини з твердої в рідку (газову, парову) фазу приведена на рисунку 6.6. Тверда фаза являє собою необмежену пластину завтовшки 2δ . У початковий момент часу концентрація розподіленої речовини постійна у всьому обсязі пластини. Пластину з двох боків омиває потік сприймаючої (розподіляючої) фази. Внаслідок симетрії системи розглядається процес, що протікає тільки по один бік від середньої площини пластини. Приймаємо, що в перерізі, перпендикулярному середній площини пластини і напрямку потоку, концентрація розподіленої речовини в ядрі, що омиває фази постійна протягом всього процесу і дорівнює \bar{Y}_H . При $\bar{c}_H > \bar{c}_p$ (передбачається, що залежність $\bar{c}_p = f(\bar{Y})$ відома) розподілена речовина переміщується з твердої фази в ядро омиваючої фази, причому від середньої площини пластини до поверхні речовина переміщується масопровідністю (внутрішній масоперенос), а від поверхні в ядро омиваючої фази – конвективною дифузиею (зовнішній масоперенос).

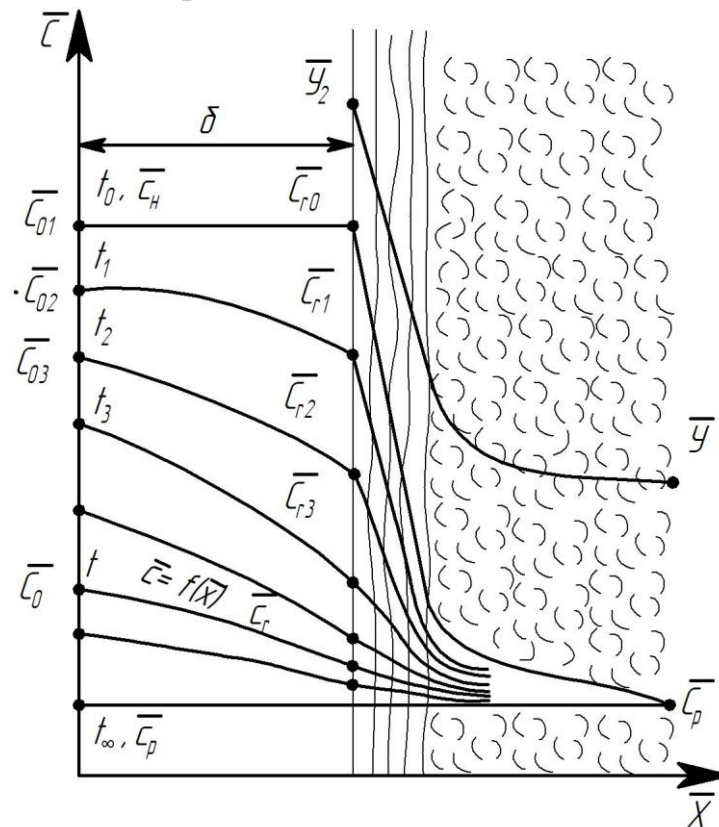


Рис. 6.6 Переміщення розподіленої речовини з твердої в рідку (газову) фазу

У початковий момент часу t_0 градієнт концентрації по товщині пластини $\partial \bar{c} / \partial x = 0$ ($\bar{c} = \text{const} = \bar{c}_H$) і речовина починає рухатися в омиваючу

фазу з твердої фази тільки з об'єму, що безпосередньо прилягає до поверхні розділу фаз. В омиваючій фазі концентрація змінюється від \bar{Y}_r до \bar{Y} або від $\bar{c}_{r_0} = \bar{c}_n$ до \bar{c}_p .

У наступні моменти часу t_1, t_2, \dots, t внаслідок переходу речовини з твердої фази в омиваючу фазу по товщині пластини спостерігаються градієнти концентрацій $\partial\bar{c}/\partial x \neq 0$ та концентрації у твердій фазі змінюються відповідно від $\bar{c}_{0_1}, \bar{c}_{0_2}, \dots, \bar{c}_0$ в середній площині до $\bar{c}_{r_1}, \bar{c}_{r_2}, \dots, \bar{c}_r$ на межі розділу фаз, а в сприймаючій фазі від $\bar{c}_{r_1}, \bar{c}_{r_2}, \dots, \bar{c}_r$ до \bar{c}_p в ядрі потоку. Граничне (мінімальне) значення концентрації у твердій фазі \bar{c}_p відповідає часу $t \rightarrow \infty$ (t_∞). Як видно з розглянутої схеми, особливістю масопровідності є несталий стан процесу.

Для вирішення завдання про переміщення речовини всередині твердої фази диференціальне рівняння масопровідності має бути доповнено рівнянням, що характеризує умови на межі розділу твердої і рідкої (газової, парової) фаз. Це рівняння виведено в результаті наступних міркувань. До елементарної ділянки на межі розділу фаз підводиться речовина з твердої фази в кількості dm , яке можна визначити виходячи з закону масопровідності (внутрішній масоперенос): $dm = -KdAdt(\partial\bar{c}/\partial x)$.

Від елементарної ділянки відводиться в омиваючу фазу та ж кількість речовини dm , яку можна визначити виходячи з закону конвективної дифузії (зовнішній масоперенос): $dm = \beta(\bar{c}_r - \bar{c}_p)dAdt$.

Прирівнюючи праві частини двох останніх рівнянь, отримуємо балансове рівняння масопереносу в системі тверде тіло – газ (рідина) в диференціальній формі

$$-K(\partial\bar{c}/\partial x) = \beta\Delta\bar{c}. \quad (6.54)$$

З рівнянь (6.53) і (6.54) можуть бути отримані критерії, які характеризують переміщення речовини всередині твердої фази. З рівняння (6.54) отримуємо безрозмірний комплекс діленням правої частини на ліву $\beta\Delta\bar{c}\partial x/(K\partial\bar{c})$.

Викресливши в цьому комплексі символи диференціювання, різниці напрямку, після скорочення отримаємо дифузійний критерій Біо

$$Bi_d = \beta l/K. \quad (6.55)$$

З диференціального рівняння масопровідності $\partial\bar{c}/\partial t = K\nabla^2\bar{c}$ отримуємо безрозмірний комплекс діленням правої частини на ліву $K\partial^2\bar{c}\partial t/(\partial x^2\partial\bar{c})$.

Викресливши в отриманому комплексі символи диференціювання і напрямки, після скорочень отримуємо дифузійний критерій Фур'є

$$F_{0,d} = K/l^2, \quad (6.56)$$

що характеризує зміну швидкості потоку речовини, що переміщається масопровідністю в твердому тілі. Якщо у виразі (6.46) коефіцієнт молекулярної дифузії D замінити коефіцієнтом масопровідності K , то отримаємо вираз (6.56).

Диференціальне рівняння масопровідності для найпростіших випадків одновимірного переміщення речовини має аналітичне рішення у вигляді

$$E = \frac{\bar{c} - \bar{c}_p}{\bar{c}_n - \bar{c}_p} = f(\text{Bi}_d, F_{0,d}, x/\delta), \quad (6.57)$$

де $\bar{c} - \bar{c}_p / \bar{c}_n - \bar{c}_p$ – параметричний критерій, що представляє собою безрозмірну концентрацію розподілення речовини в твердій фазі в точці з координатою x ; \bar{c} – концентрація в точці з координатою x в момент t , що відповідає певному $F_{0,d}$; δ – визначальний розмір тіла, що складає тверду фазу; x/δ – безрозмірна координата точки, в якій концентрація дорівнює c .

У момент часу t концентрація всередині пластини змінюється від \bar{c}_0 до \bar{c}_r в залежності від координати x , тобто $\bar{c} = f(x)$.

Аналітичне рішення диференціального рівняння масопровідності (6.56) є для найпростіших тіл: необмежених пластин або циліндра, кулі, архімедового циліндра і куба. Функціональна залежність представлена у вигляді нескінченних рядів. Для спрощення розрахунків користуються графіками, які наводяться в літературі для розрахунку безрозмірних температур.

Як вже вказувалося, у промисловості будівельних матеріалів основним масообмінним процесом, що протікає між твердою фазою (матеріалом) і газоподібною фазою (теплоносієм), є сушка.

Досліджуючи питання внутрішнього перенесення вологи, А.В. Ликов запропонував рівняння масопровідності

$$q_m = -\lambda_m \nabla \theta. \quad (6.58)$$

Порівнюючи рівняння (6.52) і (6.58), неважко побачити, що коефіцієнт вологопровідності λ_m ідентичний коефіцієнту масопровідності K , градієнт потенціалу переносу маси $\nabla \theta$ – являється не чим іншим, як градієнтом концентрації в рівнянні (6.46).

А.В. Ликов, П.Д. Лебедев, Г.А. Максимов та В.В. Перегудов показали, що волога в матеріалі рухається за рахунок градієнтів вмісту вологи, температур і тисків.

Густина загального потоку вологи q_m – є сумою густин потоків вологи, що рухається в матеріалі за рахунок цих градієнтів:

$$q_m = -\alpha_m \rho_0 \nabla U \pm \alpha_m \delta \rho_0 \nabla t^0 \pm \alpha_p \nabla p. \quad (6.59)$$

Перший член рівняння $\alpha_m \rho_0 \nabla U = q_{mU}$ являє собою густину потоку вологи, що рухається в матеріалі за рахунок градієнта вологовмісту ∇U . За аналогією з перенесенням теплоти ($\nabla I = c \nabla t$ і $\lambda = \alpha c \rho$) для перенесення вологи можна записати $\nabla U = c_m \nabla \theta$ і $\lambda_m = \alpha_m c \rho_0$, де ∇U – аналог градієнта тепловмісту ∇I ; c_m – питома вологомісткість – аналог питомої теплоємності c ; $\nabla \theta$ – градієнт потенціалу перенесення вологи – аналог градієнта температур ∇t^0 ; λ_m – коефіцієнт вологопровідності – аналог коефіцієнта теплопровідності λ ; α_m – коефіцієнт потенціалопровідності – аналог коефіцієнта температуропровідності α . Другий член $\alpha_m \delta \rho_0 \nabla t^0 = q_{mt}$ – густина потоку вологи, що рухається в матеріалі за рахунок градієнта температур ∇t . А.В. Ликов встановив, що наявність градієнта температури по перетину матеріалу призводить до переміщення вологи в матеріалі за напрямком теплового потоку. У цьому рівнянні δ являє собою коефіцієнт перенесення вологи тепло- і вологопровідністю. Третій член рівняння $\alpha_p \nabla p = q_{mp}$ виражає густину рухомого в матеріалі потоку вологи за рахунок градієнта тисків ∇p . У цьому виразі $\alpha_p = \alpha_m \delta_p \rho_0$ називають коефіцієнтом перенесення вологи за рахунок градієнта тисків. Таким чином, вираз (6.59) є розгорнутим рівнянням внутрішнього перенесення вологи в матеріалі.

Рівняння зовнішнього перенесення вологи (вологовіддача від поверхні матеріалу в навколишнє середовище)

$$q_m = -\alpha_m (P_{п.м} - P_B), \quad (6.60)$$

де α_m – коефіцієнт вологовіддачі, віднесений до різниці парціальних тисків [те ж саме, що і β , в рівнянні (6.41)]; $P_{п.м}$ – парціальний тиск водяної пари над поверхнею матеріалу; P_B – парціальний тиск водяної пари в навколишньому середовищі, а вираз $(P_{п.м} - P_B)$ відповідає $(\bar{c}_r - \bar{c}_f)$.

Значення коефіцієнта вологовіддачі α_m може бути розраховано за експериментальною формулою Всесоюзного теплотехнічного інститута:

$$\alpha_m = 0,0229 + 0,0714v, \quad (6.61)$$

де v – швидкість руху теплоносія.

Прийнявши $P_{п.м} - P_B = \Delta P$, за формулою Рекнагеля

$$\Delta P = 0,0013(65 + 6,75/v)P_6(t_c - t_m), \quad (6.62)$$

де P_6 – барометричний тиск, ГПа;

t_c і t_m – відповідно температури сухого і мокрого термометрів.

За наведеними на рисунку 6.7 кривими, побудованими Д.В. Жуковим, неважко підрахувати, що при $\varphi = 60\%$ і температурі теплоносія 80°C густина потоку вологи з вільної поверхні при швидкості теплоносія $v = 1\text{ м/с}$ $q_m = 0,33\text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$, при $v = 2\text{ м/с}$ $q_m = 0,35\text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$, а при $v = 4\text{ м/с}$ $q_m = 0,48\text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{ч})$, тобто при порівнянні зі швидкістю в 1 м/с зростає на 45% .

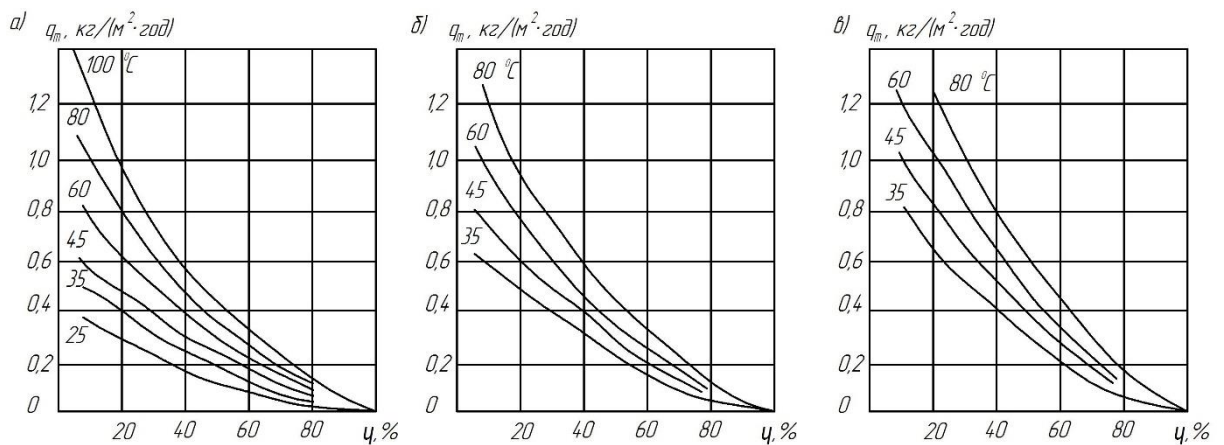


Рис. 6.7 Швидкість випаровування води з вільної поверхні:

a – при швидкості руху теплоносія 1 м/с; *b* – теж саме, 2 м/с; *v* – теж саме, 4 м/с

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Щербина В.Ю. Механічні процеси і обладнання виробництва полімерних та будівельних матеріалів і виробів / Сівецький, О.В. Гондляр: навчальний посібник Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 131 с.
2. Гоц В.І., Павлюк В.В., Кошкар'юв В.М., Тимошенко С.А. Теплові процеси та установки у виробництві будівельних конструкцій виробів і матеріалів: Київ 2014. 358 с.
3. Дворкін Л.Й., С.Д. Лаповська. Будівельне матеріалознавство : підручник. Рівне : НУВГП, 2018. 448 с.
4. Пісчанська В.В., Медведовська В.М. Механічні процеси і апарати хімічних виробництв: Навч. посібник. – Дніпропетровськ: НМетАУ, 2008.– 52 с.
5. Мікульонок І. О. Механічні та гідромеханічні процеси, апарати і машини хімічної технології : навч. посіб. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. 172 с
6. Процеси і апарати в технології будівельних матеріалів: Навчальний посібник / Безсмертний М.П. – К.: КНУБА, 2014. – 204 с.
7. ТОВАЖНЯНСЬКИЙ Л.Л. Процеси і апарати хімічної технології. / ТОВАЖНЯНСЬКИЙ Л.Л., ГОТЛИНСЬКА А.П., ЛЕЩЕНКО В.О. і др.. Підручник. В двох частинах. – Харків: НТУ «ХПИ», 2007 р
8. Компанієць В.А. Гідромеханічні процеси та апарати хімічної технології. Частина 1: Конспект лекцій. – Дніпропетровськ: НМетАУ, 2005. – 62 с.
9. Компанієць В.А. Гідромеханічні процеси та апарати хімічної технології. Частина 2: Конспект лекцій. – Дніпропетровськ: НМетАУ, 2005. – 49 с.
10. Машини і устаткування підприємств будівельних матеріалів: Підручник / Назаренко І.І., Туманська О.В. – К.: «Вища школа», 2004. – 590 с
11. Бордюженко О. М. Теплові установки промисловості будівельних матеріалів : навчальний посібник / О. М. Бордюженко, А. А. Карпюк. – Рівне : НУВГП, 2012. – 123 с.
12. Сардяк Е.М. Теплові процеси і агрегати в технології тугоплавких неметалевих та силікатних матеріалів / Е.М. Сардяк, В.І. Голеус, О.В. Зайчук. – Дніпропетровськ : Видавництво «Свідлер А.Л.», 2015. – 248 с.
13. Вінниченко В. І. Енергозбереження та екологія виробництва будівельних матеріалів: навч. посіб. / В. І. Вінниченко, Т. Г. Іващенко, О. М. Рязанов. – Херсон: ОЛДІ-ПЛЮС, 2017. – 212 с.
14. Ткаченко О.О. Високомолекулярні процеси та установки. – К.: А.С.К., 2005. – 307 с.
15. Сівко В.Й., Поляченко В.А. Обладнання підприємств промисловості

будівельних матеріалів і виробів : Підручник. – К.: ТОВ «АВЕГА», 2004. – 280 с.

16. ДСТУ-Н 7914:2015 Система технологічної документації. Настанови щодо оформлення документів на технологічні процеси ремонтування.
17. ДСТУ Б EN 1097-2:2015 Методи випробувань механічних і фізичних характеристик заповнювачів. Частина 2. Методи визначення опору подрібненню (EN 1097-2:2010, IDT).