МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ УКРАИНЫ
ПОЛТАВСКАЯ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АГРАРНАЯ АКАДЕМИЯ

Н. Д. Кошевой, Е. М. Костенко, А. В. Павлик, Н. В. Доценко

МЕТОДОЛОГИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПО СТОИМОСТНЫМ И ВРЕМЕННЫМ ЗАТРАТАМ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Монография

Полтава 2017

УДК 519.24:62-50
К76

Авторы:
Н. Д. Кошевой, Е. М. Костенко, А. В. Павлик, Н. В. Доценко

Рецензенты:
С.И. Кондрашов, доктор технических наук, профессор,
Р.М. Трищ, доктор технических наук, профессор,
Е.В. Бодянский, доктор технических наук, профессор.

Утверждено на заседании ученого совета Полтавской государственной аграрной академии (протокол №5 от 6.12.2016 г.)

К76 Методология оптимального по стоимостным и временным затратам планирования эксперимента [Текст]: монография / [Н. Д. Кошевой, Е. М. Костенко, А. В. Павлик, Н. В. Доценко]. – Полтава.: Полтавская государственная аграрная академия, 2017. – 232 с. – Ил. 49 ; Табл. 174 ; Библиогр.: 146 назв.
ISBN 978-966-2088-79-3

Розглянуто питання зменшення матеріальних і часових витрат при реалізації експериментальних досліджень за рахунок розробки та впровадження методології оптимального планування експериментів що включає комплекс методів оптимізації планів експерименту та програмно-апаратні засоби для їх реалізації. Приведено ряд технологічних процесів, приладів і систем, на яких випробувано розроблену методологію.

Рассмотрены вопросы уменьшения материальных и временных затрат при реализации экспериментальных исследований за счет разработки и внедрения методологии оптимального планирования экспериментов, которая включает в себя комплекс методов оптимизации планов эксперимента и программно-аппаратные средства для их реализации. Приведен ряд технологических процессов, приборов и систем, на которых апробирована разработанная методология.

УДК 519.24:62-50

ISBN 978-966-2088-79-3

© Кошевой Н.Д., Костенко Е.М., Г.В.Павлик, Н.В.Доценко 2017

ВВЕДЕНИЕ

Метод планирования эксперимента является одним из наиболее эффективных методов построения статистических математических моделей различных объектов и процессов. Наиболее перспективными методами являются методы планирования активного эксперимента, которые характеризуются универсальностью и пригодностью для использования во многих областях исследования. Применение планирования эксперимента делает поведение экспериментатора целенаправленным и организованным, существенно способствует повышению производительности его труда и надежности полученных результатов. Интерес к методам планирования эксперимента значительно возрос в развитых странах за последние годы. Об этом свидетельствует возросшее количество публикаций, патентов и программных средств, полученных зарубежными фирмами.

Для повышения эффективности экспериментальных исследований большое значение имеет разработка стратегии оптимального планирования эксперимента, значительным вкладом в развитие которой стали работы В.В. Налимова, В.В. Федорова, Г.К. Круга, Ю.П. Адлера, Е.В. Марковой, В.Г. Горского, В.И. Денисова, Т.И. Голиковой, Е.К. Лецкого, I. Kiefer, H.O. Hartley и других. Но в разработанных стратегиях целесообразно расширить область нахождения оптимальных планов эксперимента за счет условий ограничения материальных и временных ресурсов проведения опытов.

Современный метод планирования эксперимента предназначен расширить технологию промышленного планирования эксперимента, и состоит из интегрированных методов и средств планирования, выполнения и анализа эксперимента. Поэтому, построения оптимальных по стоимостным или временным затратам планов эксперимента можно решать на основе модификации существующих вычислительных методов и алгоритмов, а также создании новых.

В работе предложены следующие методы оптимизации по стоимостным и временным затратам планов экспериментов: метод построения оптимальных комбинаторных планов, основанный на использовании серийных последовательностей; метод перечисления типовых серийных последовательностей планов многофакторного эксперимента, позволяющий создавать каталоги типовых планов; метод формального представления планов в виде специальных диаграмм, позволяющий наглядно отображать процессы преобразования планов и их свойства. При этом разработана теория, основанная на представлении комбинаторных планов в виде серийных последовательностей, исследованы свойства серийных последовательностей, введены операции над ними, разработана процедура их построения, доказана эффективность использования предложенных методов.

Для оптимизации планов многофакторного эксперимента по стоимостным и временным затратам усовершенствованы следующие методы:

итерационного планирования экспериментов; последовательного планирования экспериментов; идентификации динамических объектов на основе итерационного планирования эксперимента; композиционный метод построения планов многофакторного эксперимента, близких к оптимальным, для большого количества факторов.

Получила дальнейшее развитие теория планирования эксперимента для моделирования технологических процессов, приборов и систем за счет применения следующих методов оптимизации: анализ перестановок строк матрицы планирования, случайный поиск, ветвей и границ, последовательного приближения, а так же за счет применения методов оптимизации планов одновременно по критериям стоимостных и временных затрат. Это позволяет выбирать наилучший метод оптимизации для каждого конкретного исследования, а также находить компромиссный вариант оптимизации для объектов, которые требуют значительных стоимостных и временных затрат на их исследование.

При автоматизации экспериментальных исследований существенное значение имеет алгоритмическое и программное обеспечение, реализующее методы моделирования и обработки информации. Разработаны алгоритмы и программы для построения оптимальных и близких к оптимальным планов многофакторного эксперимента. Это позволяет автоматизировать процесс решения задачи, уменьшить сроки разработки оптимальных планов эксперимента, повысить достоверность полученных результатов, уменьшить время и стоимость проведения экспериментов.

Таким образом, сложная задача уменьшения материальных и временных затрат при проведении экспериментальных исследований может решаться с помощью предложенной методологии и реализующих ее программно-аппаратных средств.

РАЗДЕЛ 1.
МЕТОДОЛОГИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПО СТОИМОСТНЫМ И ВРЕМЕННЫМ ЗАТРАТАМ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

1.1 Разработка методов планирования оптимальных по стоимостным и временным затратам экспериментов

1.1.1 Метод итерационного планирования экспериментов

При решении задач оптимизации и управления различными объектами возникает проблема создания математических моделей таких объектов. При этом естественно стремление экспериментаторов получать такие модели при минимальных стоимостных и временных затратах, что особенно актуально при исследовании дорогостоящих и длительных процессов.

Известен метод итерационного планирования эксперимента [1], который позволяет целенаправленно синтезировать формальную модель объекта, увеличивая ее сложность синхронно с ростом количества экспериментальных данных, пока полученная модель не будет удовлетворять заданным критериям адекватности. Выигрыш в количестве опытов при использовании этого метода по сравнению с традиционной схемой планирования ДФЭ (дробный факторный эксперимент) → ПФЭ (полный факторный эксперимент) → ОЦКП (ортогональное центральное композиционное планирование) [2] получают вследствие того, что к построению адекватной модели приближаются медленнее, т.е. на каждом шаге итерации добавляется небольшое количество опытов с целью дополнить реализованный план эксперимента к ближайшему более сложному плану. В случае построения адекватной модели при реализации промежуточного шага получают выигрыш в количестве опытов по сравнению с традиционной схемой, причем эффективность увеличивается при изучении объектов с большим количеством значимых факторов.

Недостатком данного метода является то, что не учитываются стоимость и время проведения эксперимента при синтезе его планов и их реализации. Поэтому необходима разработка метода итерационного планирования эксперимента, позволяющего синтезировать оптимальные по стоимостным и временным затратам планы. Итерационное планирование, структурная схема которого изображена на рис. 1.1, содержит следующие этапы [3].

Этап 1. В результате анализа априорной информации об объекте исследования выбираются существенные факторы, влияющие на показатели качества этого объекта.

Этап 2. Выдвигается гипотеза о виде математической модели. Как правило, сначала рассматривается полиномиальная линейная модель объекта.

Этап 3. Выбирается и синтезируется план эксперимента с минимальным количеством опытов n для построения этой модели.

Этап 4. Выполняется оптимизация плана эксперимента по стоимостным или временным затратам. Оптимизация осуществляется путем перестановки строк в матрице планирования эксперимента и подсчета стоимости или времени реализации полученных планов. При этом для дорогостоящих экспериментов в качестве критерия оптимизации [4] выбирается суммарная стоимость проведения эксперимента

$$S_0 = \sum_{i=1}^{k} V_i^{a_i,1} + \sum_{j=2}^{n}\sum_{i=1}^{k} S_{i,j}^{a_{i,j-1},a_{i,j}} \rightarrow min, \qquad (1.1)$$

где k – количество факторов; n – количество опытов; $a_{i,j}$ – значение i-го фактора в j-м опыте; $V_i^{a_i,1}$ – стоимость установки i-го фактора в состояние $a_{i,1}$ в первом опыте; $S_{i,j}^{a_{i,j-1},a_{i,j}}$ – стоимость установки i-го фактора в j-м опыте.

При исследовании длительных процессов целесообразно как критерий оптимизации [4] выбирать суммарное время проведения эксперимента

$$t_0 = \sum_{i=1}^{k} T_i^{a_{i,1}} + \sum_{j=2}^{n}\sum_{i=1}^{k} t_{i,j}^{a_{i,j-1},a_{i,j}} \rightarrow min, \qquad (1.2)$$

где $T_i^{a_{i,1}}$ – время установления i-го фактора в состояние $a_{i,1}$ в первом опыте; $t_{i,j}^{a_{i,j-1},a_{i,j}}$ – время установления i-го фактора в j-м опыте.

Возможна также оптимизация или по критерию (1.1) с ограничением на суммарное время t_0 проведения эксперимента, или по критерию (1.2) с ограничением на суммарную стоимость S_0 проведения эксперимента, т.е.

$$S_o \rightarrow min \qquad \text{при } t_o \le t_{огр}; \qquad (1.3)$$

$$t_o \rightarrow min \qquad \text{при } S_o \le S_{огр}. \qquad (1.4)$$

Затем из множества перестановок $\Pi = \{ n_1, n_2, ..., n_r \}$, где r – количество перестановок, выбирают такую перестановку n_t, для которой в зависимости от поставленной задачи выполняется одно из условий (1.1) – (1.4).

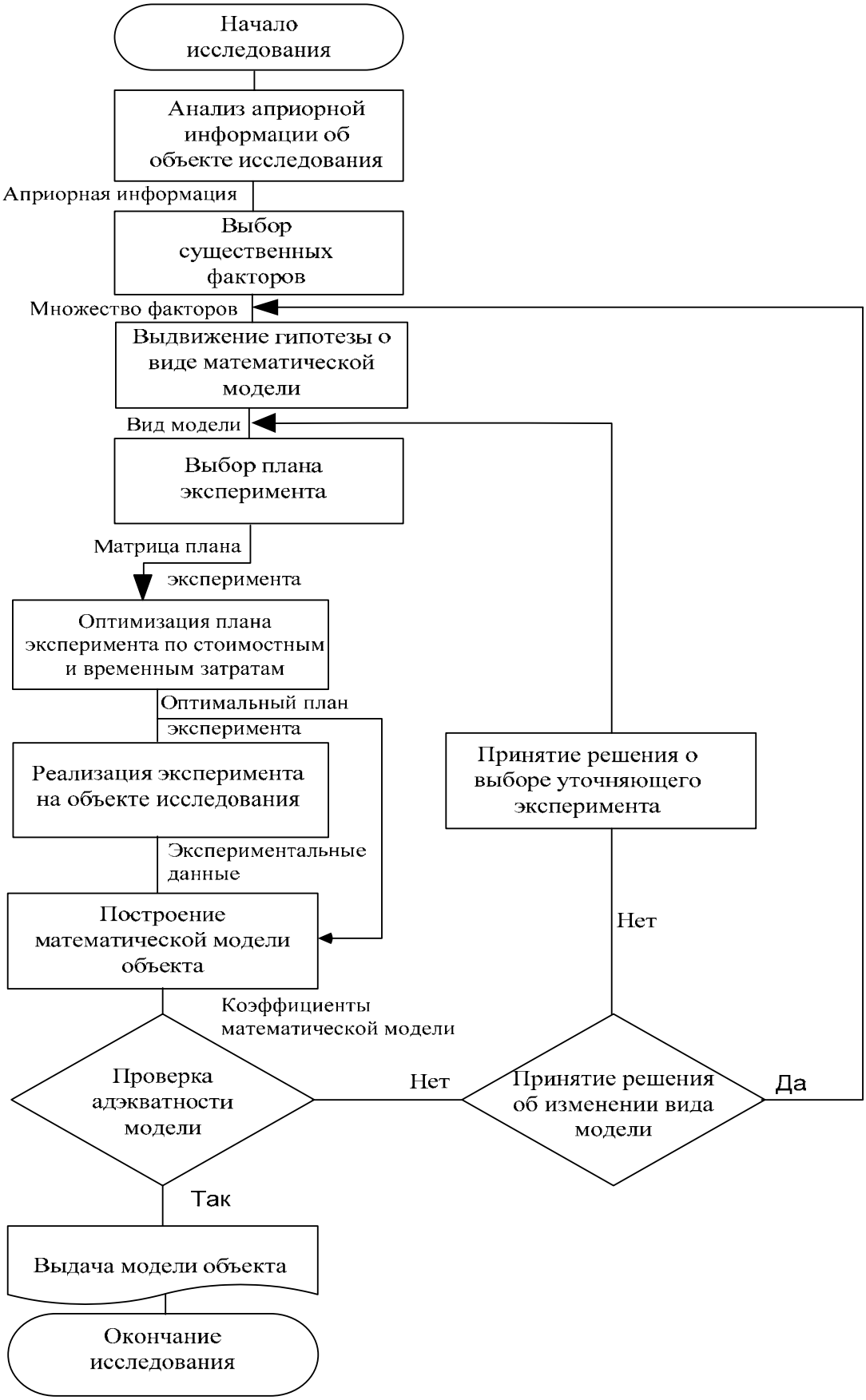


Рисунок 1.1 – Схема итерационного планирования оптимальных по стоимостным и временным затратам экспериментов

Этап 5. По выбранному оптимальному плану на объекте исследования реализуется эксперимент.

Этап 6. По полученным экспериментальным данным строится математическая модель.

Этап 7. Проверяется адекватность математической модели. В случае положительного результата ЭВМ выдает информацию о полученной математической модели. Если же модель неадекватно описывает реальное состояние объекта, то решается задача или об уточнении параметров модели, полученной на первом шаге итерации (этап 8), или о выдвижении новой гипотезы о виде математической модели, например, неполной квадратичной модели (этап 9).

Этап 8. Из множества планов эксперимента по уточнению параметров модели выбирается план, получаемый путем дополнения ранее выбранного и реализованного плана минимальным количеством опытов. Далее начиная с этапа 4 повторяется аналогичная процедура, причем с нового плана оптимизируются по стоимостным или временным затратам и проводятся только не реализованные ранее строки матрицы планирования.

Этап 9. Реализуется шаг итерации по выбору плана эксперимента для построения новой математической модели (например, неполной квадратичной модели). При этом из множества планов эксперимента по построению новой модели выбирается план, получаемый путем дополнения ранее выбранного и реализованного плана минимальным количеством опытов. Далее, начиная с этапа 4, повторяется аналогичная процедура. При этом из нового плана оптимизируются по стоимостным или временным затратам и проводятся только не реализованные ранее строки матрицы планирования.

Процесс итерационного планирования эксперимента протекает до создания адекватной математической модели объекта, который идентифицируется. Эффективность предложенного метода итерационного планирования эксперимента проверялась на примере исследования технологического процесса гальванического меднения печатных плат, который рассмотрен в подразд. 4.1.2

1.1.2 Метод последовательного планирования эксперимента

Методы последовательного планирования эксперимента имеют преимущества по сравнению с другими схемами планирования и позволяют избегать проведения большого количества опытов при создании адекватной модели путем последовательных итераций (последовательной достройки первоначального плана еще одним опытом).

В работах [5, 6] предложен и исследован метод последовательного планирования эксперимента, суть которого заключается в следующем: строится начальный план эксперимента E_0, проводятся натурные испытания, по результатам которых формируются начальные параметры объекта

исследования. Дальнейшие эксперименты по плану определяются путем синтеза шагов *Al* последовательного планирования, удовлетворяющих максимальному значению дисперсии поверхности отклика. Для уменьшения затрат при реализации дальнейших экспериментов по плану моделируется эксперимент с применением методов статистического моделирования (метод Монте-Карло). Процессы выбора шагов последовательного планирования и моделирования эксперимента с использованием метода Монте-Карло повторяются до момента получения адекватной математической модели объекта.

Для сокращения стоимостных или временных затрат на проведение натурных испытаний предлагается оптимизировать начальный план эксперимента E_0 по указанным критериям.

На рис. 1.2 изображена структурная схема, реализующая предложенный метод последовательного планирования эксперимента оптимального по стоимостным или временным затратам.

Последовательное планирование содержит следующие этапы [7].

Этап 1. На основе априорной информации вводятся данные об объекте исследования. Такими данными могут быть: вид модели, количество факторов исследуемого объекта, области значения параметров, области входных воздействий, гипотезы о распределении вероятностей оценок параметров и др.

Этап 2. Согласно введенным данным и заложенным в базу знаний (БЗ) правилам выбирается начальная стратегия планирования. Затем по этой стратегии строится первоначальный план *E(0)* и определяется новый эксперимент по плану *E(i)*. Параметры выбранной стратегии записываются в виде файла конфигурации.

Этап 3. Строится план *E(0)* для проведения пробного эксперимента.

Этап 4. Проводится оптимизация первоначального плана *E(0)*.

При этом становятся возможными перечисленные ниже варианты эксперимента.

Вариант 1. Выполняется оптимизация плана эксперимента по критерию суммарной стоимости его проведения [4]

$$S_o = \sum_{i=1}^{k} V_i^{x_i^1} + \sum_{j=2}^{n} \sum_{i=1}^{k} S_{i,j}^{x_i^{j-1} x_i^j} \to min, \qquad (1.5)$$

где k – количество факторов; n – количество опытов; $V_i^{x_i^1}$ – стоимость установки i-го фактора в состояние x_i^1 в первом опыте; $S_{i,j}^{x_i^{j-1}, x_i^j}$ – стоимость установки i-го фактора в j-м опыте; x_i^j – значение i-го фактора в j-м опыте.

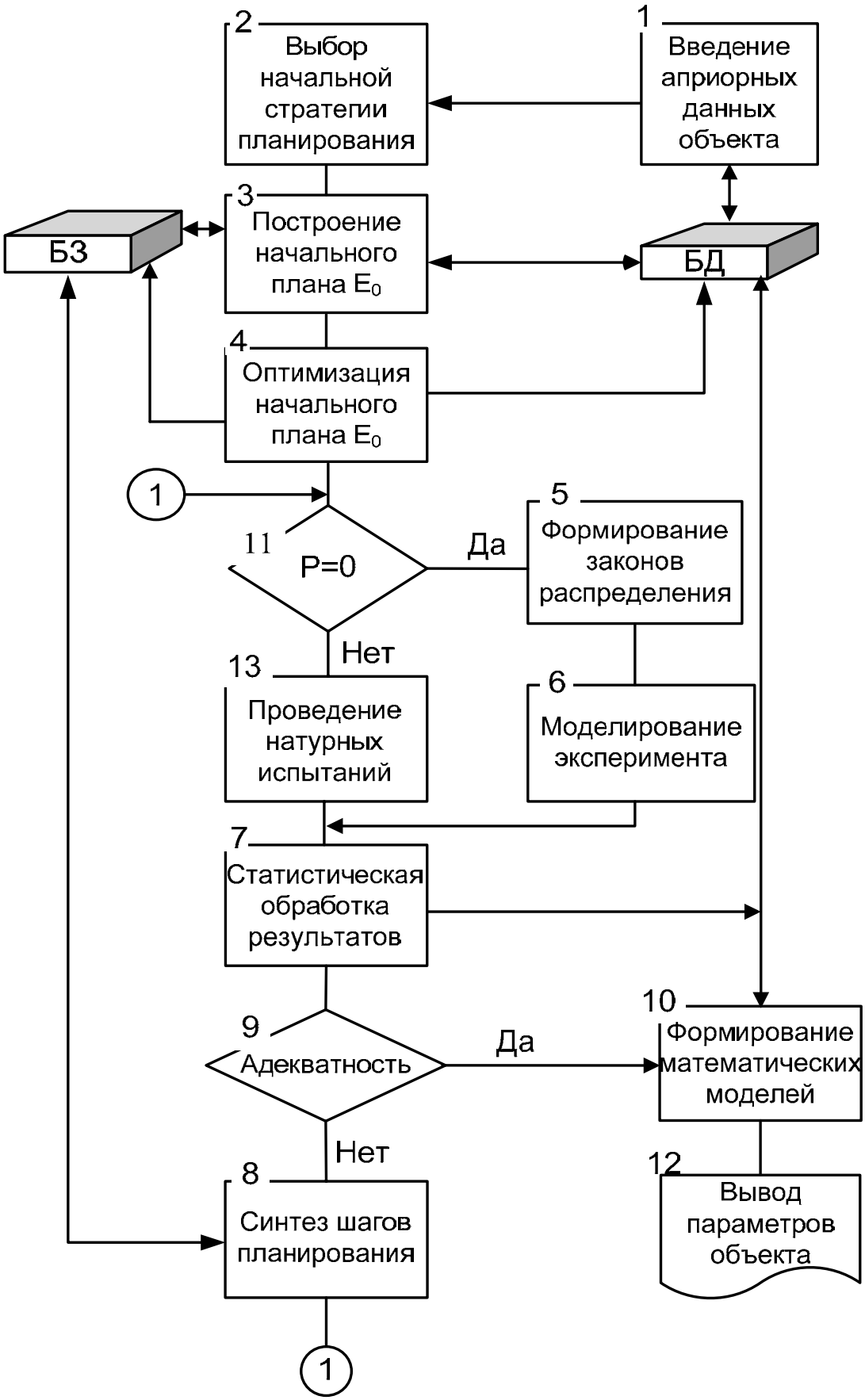


Рисунок 1.2 – Схема последовательного планирования эксперимента, оптимального по стоимостным и временным затратам

Вариант 2. При исследовании длительных процессов выполняется оптимизация плана эксперимента $E(0)$ по критерию суммарного времени его проведения [14]

$$t_0 = \sum_{i=1}^{k} T_i^{x_i^1} + \sum_{j=2}^{n} \sum_{i=1}^{k} t_{i,j}^{x_i^{j-1}, x_i^j} \rightarrow min \,, \qquad (1.6)$$

где $T_i^{x_i^1}$ – время установления i -го фактора в состояние, в котором он будет находиться в первом опыте; $t_{i,j}^{x_i^{j-1}, x_i^j}$ – время установления i -го фактора в j -м опыте; x_i^j – значение i -го фактора в j -м опыте.

Вариант 3. Оптимизация плана эксперимента осуществляется по критерию (2.5) при ограничении на суммарное время проведения эксперимента

$$t_0 \leq t_{огр} \,. \qquad (1.7)$$

Вариант 4. Оптимизация плана эксперимента осуществляется по критерию (1.6) при ограничении на суммарную стоимость проведения эксперимента

$$S_0 \leq S_{огр} \,. \qquad (1.8)$$

Оптимизация выполняется путем перестановки строк в матрице планирования эксперимента и подсчета стоимости или времени проведения первоначального плана эксперимента. Затем из множества перестановок находят такую, для которой в зависимости от поставленной задачи выполняется одно из условий (1.5) – (1.8). По полученному оптимальному плану проводятся натурные испытания (блоки 11 и 13 алгоритма). Для осуществления дальнейших шагов натурные испытания выполняются только в том случае, если это предусматривается стратегией на конкретном шаге. При этом согласно плану на исследуемый объект направляются управляющие воздействия таким образом, чтобы входные параметры объекта соответствовали заданным (блок 13).

Этап 5. Если по выбранной стратегии на i-м шаге предполагается моделирование эксперимента (P = 0), то управление передается процедурам его статистического моделирования.

Согласно выбранной гипотезе Н, например, относительно нормального закона распределения параметров при проведении эксперимента, блок 5 генерирует функцию $R1$, содержащую случайные числа, и снова рандомизирует параметры истинной модели, сформированной в блоке 2 или 10, но неизвестной общему алгоритму. При этом шумы системы $V(T)$ генерируются на основе выбранной гипотезы о распределении случайных

параметров согласно выражениям, описанным в [5]: равномерно распределенные случайные числа на отрезке значений [0,1]; случайные числа на любом заданном отрезке [$X1,X2$]; равномерно распределенные случайные числа с математическим ожиданием M в полосе S_m; случайные числа по нормальному закону распределения.

Этап 6. В результате работы блока 6 выполняется моделирование эксперимента. Согласно начальным точкам спектра плана получено значение откликов Y. После проведения всех экспериментов на объекте формируется массив откликов Y в соответствии со значениями факторов X. На основе полученной информации в дальнейшем определяют параметры B модели $Y = A\ (X, B)$.

Этап 7. В блоке 7 выполняется статистическая обработка данных, полученных в результате проведения эксперимента. При этом определяются [256]: информационная матрица Фишера; лучшие линейные оценки неизвестных параметров B; определитель дисперсионной матрицы оценок. В случае, если блок 8 выдает положительное заключение об адекватности модели, в БД записываются параметры реализованного метода планирования, в частности элементы, соответствующие поиску новых точек для осуществления шагов итераций.

Этап 8. В блоке 8 выбирается одна из стратегий формирования дальнейших шагов итераций. Дальнейшие эксперименты по плану определяются путем синтеза шагов Al последовательного планирования, удовлетворяющих максимальному значению дисперсии поверхности отклика. Подробное описание алгоритма синтеза шагов последовательного планирования приведено в работах [5, 6].

Этап 9,10. На основе полученных оценок параметров формируется математическая модель для заданной гипотезы и степени адекватности. Параметры модели и исходные данные, на основе которых она построена, а также параметры стратегий отдельных шагов записываются в БД для создания подсказок при последующих обращениях к алгоритму.

Этап 11. В случае неадекватности полученной математической модели выполняется следующее обращение к алгоритму.

Этап 12. Результатом работы алгоритма является выдача пользователю параметров утвержденной математической модели.

Эффективность предложенного последовательного метода планирования эксперимента проверялась на примере исследования технологического процесса гальванического серебрения печатных плат, который рассмотрен в подразд. 4.1.3.

1.1.3 Метод планирования эксперимента для исследования динамических объектов

Промышленные объекты часто являются сложными динамическими системами, состояние которых описывается динамическими моделями. В связи с тем, что их идентификация с использованием специально запланированного действия эффективнее, чем идентификация, выполняемая в режиме нормального функционирования объекта [5, 8], целесообразно для реализации этой задачи применять методы планирования активного эксперимента. Поскольку такие процессы исследования длительны, то актуальной является задача оптимизации планов эксперимента (ПЭ) по временным затратам.

Метод идентификации динамических объектов на основе итерационного планирования эксперимента достаточно известен [5]. Он предусматривает дублирование числа запусков объекта для создания достоверной математической модели, регистрацию параметров процесса, протекающего на объекте в дискретные моменты времени t_1, нахождение коэффициентов модели и оценки ее адекватности в указанные временные моменты.

Недостаток метода – длительный и дорогостоящий процесс создания математической модели объекта. Время, затрачиваемое на реализацию эксперимента и построение математической модели, можно сократить с помощью синтеза оптимальных по временным затратам планов эксперимента. Поэтому целесообразной является разработка метода идентификации динамических объектов на основе оптимального по временным затратам планирования экспериментов.

Структурная схема оптимального планирования эксперимента, изображенная на рис. 1.3, содержит следующие этапы [9].

Этап 1. Осуществляется выбор плана эксперимента $x_{çy'}$ и его спектра ε:

$$x_{çy'} = \begin{bmatrix} x_1^1 & x_2^1 & \dots & x_i^1 & \dots & x_k^1 \\ x_1^2 & x_2^2 & \dots & x_i^2 & \dots & x_k^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^j & x_2^j & \dots & x_i^j & \dots & x_k^j \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_1^N & x_2^N & \dots & x_i^N & \dots & x_k^N \end{bmatrix}, \qquad (1.9)$$

где x_i^j – значение i-го фактора исследуемого процесса в j-м опыте; k – количество факторов объекта, введенных в исследование; N – количество опытов в матрице планирования эксперимента;

Рисунок 1.3 – Схема оптимального планирования эксперимента для исследования динамических объектов

$$\varepsilon = \begin{Bmatrix} t_1, t_2, ..., t_l, ..., t_n \\ r_1, r_2, ..., r_l, ..., r_n \end{Bmatrix}, \qquad (1.10)$$

где t_l – фиксированный момент времени, в который необходимо измерять выходной сигнал y; n – количество временных моментов наблюдений; r_1 –количество повторных опытов, которые следует провести в момент времени t_l .

Этап 2. Выполняется оптимизация плана эксперимента по временным затратам путем перестановки строк в матрице планирования эксперимента и подсчета времени реализации полученных планов эксперимента. При этом в качестве критерия оптимизации [4] выбирают суммарное время реализации эксперимента по плану (без учета спектра плана ε).

$$t_o = \sum_{i=1}^{k} T_i^{x_i^1} + \sum_{j=2}^{N} \sum_{i=1}^{k} t_{i,j}^{x_i^{j-1}, x_i^j} \rightarrow \quad min\,, \qquad (1.11)$$

где $T_i^{x_i^1}$ – время установки i-го фактора в состояние x_i^1 в первом опыте; $t_{i,j}^{x_i^{j-1}, x_i^j}$ – время установки i-го фактора в j-м опыте; x_i^j – значение i-го фактора в j-м опыте.

Возможна также оптимизация по критерию (1.11) с ограничением на величину суммарной стоимости проведения эксперимента [4] по плану (без учета спектра плана ε)

$$S_0 = \sum_{i=1}^{k} V_i^{x_i^1} + \sum_{j=2}^{N} \sum_{j=1}^{k} S_{i,j}^{x_i^{j-1}, x_i^j} \le S_{огр}, \qquad (1.12)$$

где $V_i^{x_i^1}$ – стоимость установки i-го фактора в состояние x_i^1 в первом опыте; $S_{i,j}^{x_i^{j-1}, x_i^j}$ – стоимость установки i-го фактора в j-м опыте; $S_{огр}$– допустимое значение суммарной стоимости.

В множестве перестановок $\Pi = \{\Pi_1, \Pi_2, ..., \Pi_s\}$, где S - количество этих перестановок, находят такую, для которой в зависимости от поставленной задачи выполняется либо условие (1.11), либо (1.11) с учетом ограничения (1.12).

Этап 3. По выбранному оптимальному плану на объекте исследования реализуется эксперимент. При этом устанавливаются необходимые значения

факторов, задаваемых очередной строкой матрицы планирования (1.9), и выходной параметр y в течение всего производственного периода регистрируется в фиксированные моменты времени t_l, определяемые спектром плана ε (1.10). При заданных условиях осуществляются также повторные запуски процесса, количество которых определяется числом r_l. Аналогичная процедура выполняется и для последующих строк матрицы планирования эксперимента (1.9).

Этап 4. Для каждого момента времени по экспериментальным данным, которые задаются матрицей

$$Y = \begin{bmatrix} \overline{y_1^1} & \overline{y_1^2} & \cdots & \overline{y_1^l} & \cdots & \overline{y_1^n} \\ \overline{y_2^1} & \overline{y_2^2} & \cdots & \overline{y_2^l} & \cdots & \overline{y_2^n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \overline{y_j^1} & \overline{y_j^2} & \cdots & \overline{y_j^l} & \cdots & \overline{y_j^n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \overline{y_N^1} & \overline{y_N^2} & \cdots & \overline{y_N^l} & \cdots & \overline{y_N^l} \end{bmatrix}; \quad \overline{y_j^l} = \frac{\sum_{0=1}^{r_l} \left(y_j^l\right)_0}{r_l}, \quad (1.13)$$

где $\overline{y_j^l}$ – среднее значение выходного параметра процесса в j-м опыте в момент времени t_l; y_j^l – текущее значение отклика в j-м опыте в момент времени t_l, рассчитываются коэффициенты модели с использованием обычных формул для создания статических моделей [9]. Оценки коэффициентов аппроксимируются временными функциями на всем интервале t_n, т.е. определяется динамическая регрессионная модель процесса

$$y = b_0(t) + \sum_{i=1}^{k} b_i(t)x_i + \sum_{\substack{i,m=1 \\ i\angle m}}^{k} b_{im}(t)x_i x_m + \sum_{i=1}^{k} b_{ii}(t)x_i^2 . \quad (1.14)$$

Этап 5. Устанавливается степень соответствия экспериментальных данных, полученных на объекте, расчетным, которые определяются в момент времени t_l с помощью динамической модели. Если полученная модель является точной в любой момент исследуемого интервала времени t_n, то она адекватно описывает протекание процесса в целом.

Работоспособность и эффективность предложенного метода показаны при исследовании процесса измерения площади металлизации печатных плат, рассмотренного в подразд. 4.1.4.

1.2 Применение классических методов для оптимизации планов эксперимента по стоимостным и временным затратам

1.2.1 Процедура поиска оптимальных многоуровневых планов многофакторного эксперимента

Известные программы поиска оптимальных по стоимостным или временным затратам комбинаторных планов многофакторного эксперимента обеспечивают синтез таких планов для количества уровней факторов от 2 [10] до 5 [11]. Их основной недостаток отсутствие возможности анализа многоуровневых планов многофакторного эксперимента. Поэтому необходимо усовершенствовать программное обеспечение, позволяющее анализировать комбинаторные планы эксперимента с количеством уровней факторов от 2 до 8.

Усовершенствованное программное обеспечение [12] позволяет анализировать многоуровневые комбинаторные планы, поскольку количество уровней факторов расширено до восьми. Процедура работы программного обеспечения следующая.

Этап 1. Осуществляется ввод исходных данных, содержащих информацию о количестве анализируемых факторов, матрицу исходного плана эксперимента и стоимости изменений значений факторов. Производится чтение исходных данных.

Этап 2. Выбирается режим поиска оптимального плана: случайный поиск или анализ перестановок.

Этап 3. Производится выбор количества анализируемых вариантов путем введения заданного количества N или введения «0». В последнем случае процесс поиска может быть прерван при нажатии клавиши «ESC».

Этап 4. Рассчитывается стоимость исходной матрицы планирования эксперимента $C_{исх}$.

Этап 5. В качестве оптимальной стоимости реализации $C_{опт}$ первоначально принимается стоимость реализации исходной матрицы планирования эксперимента $C_{исх}$. Оптимальный вариант перестановки $P_{опт}$ изначально принимается равным исходному варианту $P_{исх}$.

Этап 6. В качестве максимальной стоимости реализации C_{max} первоначально принимается стоимость реализации исходной матрицы планирования эксперимента $C_{исх}$. Максимальный вариант перестановки P_{max} изначально принимается равным исходному варианту $P_{исх}$.

Этап 7. Осуществляется генерация вариантов перестановок исходной матрицы $P_{тек}$. В режиме случайного поиска генерация производится с использованием функции Randomize. В режиме анализа перестановок используется алгоритм генерации перестановок с минимальным числом транспозиций соседних элементов.

Этап 8. Производится расчет стоимости полученной матрицы $C_{тек}$ и последующее сравнение её с оптимальным $C_{опт}$ и максимальным C_{max} значениями стоимости реализации. Если $C_{тек} < C_{опт}$, то в качестве оптимального значения принимается $C_{тек}$. Оптимальный вариант перестановки $P_{опт}$ приобретает значение $P_{тек}$. Если $C_{тек} > C_{max}$, то в качестве максимального значения принимается $C_{тек}$. Максимальный вариант перестановки P_{max} приобретает значение $P_{тек}$.

Этап 9. Производится проверка наличия сигнала остановки. При наличии сигнала происходит создание файла результата и переход к окончанию процесса поиска.

Этап 10. Производится сравнение количества проанализированных вариантов с заданным количеством N. Если заданное количество анализируемых вариантов достигнуто, то осуществляется создание файла результата и переход к окончанию процесса поиска. В противном случае происходит переход к этапу 7 и повторению аналогичной процедуры.

При поиске оптимального по временным затратам на реализацию плана эксперимента процедура работает аналогично, только вместо параметра стоимости C рассматривается параметр времени t.

1.2.2 Метод ветвей и границ для оптимизации многофакторных планов эксперимента

Сущность процедуры применения этого метода заключается в следующем.

Этап 1. В начале работы процедуры вводятся следующие исходные данные: количество факторов k $(k \leq 7)$; количество опытов в плане эксперимента; матрица стоимостей изменений значений уровней факторов.

Этап 2. Формирование рабочей матрицы стоимостей взаимных переходов опытов в плане эксперимента. Это осуществляется путем суммирования стоимостей переходов уровней каждого фактора для соответствующего опыта.

Этап 3. Проводится вычисление нижней границы минимальной рекордной стоимости.

Этап 4. До тех пор, пока размер текущей матрицы стоимостей больше, чем 2x2, работает дополнительный цикл алгоритма, который вложен в основной. При этом на каждом шаге его работы проверяется условие: не превышает ли текущая граница F величину минимальной рекордной стоимости S_{min}. В случае положительного исхода происходит принудительный выход из дополнительного цикла и выполняются операторы основного цикла.

При отрицательном исходе осуществляется приведение рабочей матрицы стоимостей и затем определяются степени нулевых элементов в ней. После этого выбирается очередная вершина для дальнейшего ветвления.

Отброшенная вершина заносится в список неразработанных вершин в том случае, если ее граница удовлетворяет основному условию (значение границы $\{F_n\}$ меньше минимальной рекордной стоимости $\{S_{min}\}$). Размер рабочей матрицы стоимостей уменьшается тогда, когда для ветвления выбрана вершина, матрица стоимостей которой включает в себя элемент с максимальной степенью нуля.

Этап 5. Если размер рабочей матрицы становится равным 2x2, то происходит выход из дополнительного цикла. При этом в основном цикле вычисляется стоимость очередного полученного плана. Если она меньше минимальной рекордной стоимости, то становится ею, а найденный при этом план эксперимента – оптимальным.

Этап 6. Осуществляется проверка списка неразработанных вершин по основному условию. Все вершины, которые не удовлетворяют этому условию, исключаются из списка.

Этап 7. Из списка неразработанных вершин выбирается вершина с минимальным значением границы. Выход из основного цикла осуществляется тогда, когда список неразработанных вершин пуст и поэтому для дальнейшего ветвления не выбрана вершина. Принудительный выход из основного цикла происходит также при превышении лимита выделенной для списка памяти.

Этап 8. После выхода из основного цикла осуществляется вычисление стоимости исходного плана и нахождение выигрыша при реализации оптимального по стоимости плана эксперимента.

Этап 9. Выводятся на печать следующие результаты счета: оптимальный план; стоимости исходного и оптимального планов; выигрыш при реализации оптимального по стоимости плана эксперимента.

Работоспособность процедуры, реализующей метод ветвей и границ для оптимизации многофакторных планов экспериментов, подтверждается совпадением оптимальных планов, полученных этим методом и методом анализа перестановок при исследовании приборов, систем и технологических процессов [13].

Совпадение оптимальных планов, полученных методом анализа перестановок и методом ветвей и границ, справедливо для объектов с количеством существенных факторов $k \leq 3$.

При использовании разработанной процедуры критериями оптимизации являются или стоимость, или время, так как большинство проводимых экспериментов представляют собой длительные и дорогостоящие процессы. Однако в действительности любая задача оптимизации многокритериальная. Чтобы более адекватно отобразить процесс, целесообразно ввести дополнительный критерий ограничения. Особенно это актуально в условиях рыночной конкуренции, когда каждое предприятие стремится провести исследование с минимальными затратами без превышения срока, выделенного на его осуществление.

Поэтому целесообразно разработать процедуру оптимизации

многофакторных планов эксперимента методом ветвей и границ с учетом ограничения по дополнительному критерию [14].

Для дорогостоящих экспериментов в качестве критерия оптимизации выбирается суммарная стоимость проведения эксперимента:

$$S_0 = \sum_{i=1}^{k} V_i^{a_i,1} + \sum_{j=2}^{n}\sum_{i=1}^{k} S_{i,j}^{a_{i,j-1},a_{i,j}} + \sum_{i=1}^{k} V_i^{a_i,n} \to min, \qquad (1.15)$$

где k – количество факторов; n – количество опытов; $a_{i,j}$ – значение i-го фактора в j-м опыте; $V_i^{a_i,1}$ – стоимость установки i-го фактора в состояние $a_i,1$ в первом опыте; $V_i^{a_i,n}$ – стоимость установки i-го фактора в исходное состояние a_i,n в последнем опыте; $S_{i,j}^{a_{i,j-1},a_{i,j}}$ – стоимость установки i -го фактора в j -м опыте.

При исследовании длительных процессов целесообразно в качестве критерия оптимизации выбирать суммарное время проведения эксперимента:

$$t_0 = \sum_{i=1}^{k} T_i^{a_{i,1}} + \sum_{j=2}^{n}\sum_{i=1}^{k} t_{i,j}^{a_{i,j-1},a_{i,j}} + \sum_{i=1}^{k} T_i^{a_{i,n}} \to min, \qquad (1.16)$$

где $T_i^{a_{i,1}}$ – время установки i-го фактора в состояние $a_{i,1}$ в первом опыте; $T_i^{a_{i,n}}$ – время установки i-го фактора в исходное состояние $a_{i,n}$ в последнем опыте; $t_{i,j}^{a_{i,j-1},a_{i,j}}$ – время установки i-го фактора в j -м опыте.

Используя метод ветвей и границ для разработки процедуры оптимизации планов многофакторных экспериментов, в качестве критерия оптимизации будет применяться критерий (1.15) с ограничением на суммарное время проведения эксперимента t_0, хотя и аналогично этому можно использовать критерий (1.16) с ограничением на суммарную стоимость проведения эксперимента S_0, т.е.

$$S_0 \to min \text{ при } t_0 \le t_{огр}; \qquad t_0 \to min \text{ при } S_0 \le S_{огр}. \qquad (1.17)$$

Сущность такой процедуры заключается в следующем.

Этап 1. В начале работы процедуры вводятся следующие исходные данные: количество факторов k ($k < 7$); количество опытов в плане эксперимента; матрица стоимостей изменений значений уровней факторов; матрица значений времен при переходе уровней факторов; установленное ограничение на время проведения эксперимента.

Этап 2. Формирование рабочей матрицы стоимостей взаимных переходов опытов в плане эксперимента. Это осуществляется путем

суммирования стоимостей переходов уровней каждого фактора для соответствующего опыта.

Этап 3. Вычисляется нижняя граница минимальной рекордной стоимости.

Этап 4. До тех пор, пока размер текущей матрицы стоимостей больше, чем 2x2, работает дополнительный цикл алгоритма, который вложен в основной. При этом на каждом шаге его работы проверяется условие: не превышает ли текущая граница F величину минимальной рекордной стоимости S_{min}. В случае положительного исхода происходит принудительный выход из дополнительного цикла и выполняются операторы основного цикла. При отрицательном исходе осуществляется приведение рабочей матрицы стоимостей, и затем определяются степени нулевых элементов в ней. После этого выбирается очередная вершина для дальнейшего ветвления. Отброшенная вершина заносится в список неразработанных вершин в том случае, если ее граница удовлетворяет основному условию (значение границы F_n меньше минимальной рекордной стоимости S_{min}). Размер рабочей матрицы стоимостей уменьшается в том случае, если для ветвления выбрана вершина, матрица стоимостей которой включает в себя элемент с максимальной степенью нуля.

Этап 5. Если размер рабочей матрицы становится равным 2x2, то происходит выход из дополнительного цикла. При этом в основном цикле вычисляется стоимость очередного полученного плана.

Этап 6. Далее стоимость полученного плана S сравнивается с найденной ранее S_{min}. Если она меньше минимальной рекордной стоимости, то осуществляется проверка по времени реализации. В том случае, если текущее значение времени t_0 меньше установленного ограничения по этому критерию $t_{огр}$, то полученное значение S становится S_{min}. Если же t_0 превышает значение ограничения $t_{огр}$, то происходит формирование двух альтернативных вариантов получения оптимальных планов эксперимента по каждому критерию в отдельности – с минимальной стоимостью MinFirst и с минимальным значением критерия времени MinSecond. Альтернативные оптимальные планы запоминаются. При этом осуществляется проверка списка неразработанных вершин по основному условию. Все вершины, которые не удовлетворяют этому условию, исключаются из списка.

Этап 7. Выполняется выбор из списка неразработанных вершин вершины с минимальным значением границы. Выход из основного цикла осуществляется при опустошении списка неразработанных вершин, а также при превышении лимита выделенной для списка памяти.

Этап 8. После выхода из основного цикла осуществляется вычисление стоимости исходного плана.

Этап 9. Если значение S_{min} найдено, то определяется выигрыш по стоимости (основному критерию) при реализации оптимального плана, не превышающего установленного ограничения по времени (дополнительному

критерию). Если же S_{min} не определено, то находятся выигрыши по основному критерию для альтернативных планов.

Этап 10. Выводятся следующие результаты счета: оптимальный план; стоимости исходного и оптимального планов; выигрыш по стоимости при реализации оптимального плана эксперимента; значение дополнительного критерия для оптимального плана и значение установленного ограничения по дополнительному критерию.

Разработанная процедура оптимизации многофакторных планов эксперимента методом ветвей и границ с введением ограничения по дополнительному критерию позволяет учитывать критерий ограничения, которое накладывается, например, на временную реализацию построенного плана многофакторного эксперимента либо на величину стоимости плана. Реализация представленной процедуры позволяет находить два альтернативных плана: с минимальным значением первого критерия; с минимальным значением дополнительного критерия ограничения. Работоспособность ее показана на примере исследования шероховатости поверхности кремния при процессах глубокого плазмохимического травления МЭМС [15].

На примерах исследования технологических процессов, приборов и систем [16] показано, что для исследования объектов с количеством факторов $k>3$ оптимальные планы эксперимента целесообразно получать методом ветвей и границ, а при количестве факторов $k\leq 3$ оптимальные планы, полученные методом ветвей и границ и методом анализа перестановок строк матрицы планирования, совпадают.

1.2.3 Метод ветвей и границ для оптимизации композиционных планов второго порядка

Так как зачастую объект исследования описывается математическими моделями второго порядка, целесообразно распространить применение метода ветвей и границ на решение задач оптимизации композиционных планов второго порядка: ортогональных центральных композиционных планов (ОЦКП) и ротатабельных центральных композиционных планов (РЦКП) [17].

Для этого необходимо разработать процедуру оптимизации композиционных планов второго порядка методом ветвей и границ и доказать эффективность его применения.

Сущность такой процедуры заключается в следующем.

Этап 1. Вводится количество факторов плана эксперимента *($k\leq 10$)*.

Этап 2. Осуществляется выбор плана эксперимента из множества доступных: ОЦКП, в основе которого лежит ПФЭ или ДФЭ; РЦКП, в основе которого – ПФЭ или ДФЭ.

Этап 3. В зависимости от выбранного плана выполняется построение матрицы планирования и вывод ее на экран. Если в основе плана лежит ДФЭ,

то дополнительно необходимо ввести генерирующие соотношения [18].

Этап 4. Необходимо ввести значения стоимостей переходов между уровнями для каждого из факторов.

Этап 5. Выполняется построение матрицы дуг. При этом элемент матрицы $d_{i,j}$ представляет собой значение стоимости перехода из i-го эксперимента в j-й эксперимент исходной матрицы планирования. Стоимость перехода из i-го эксперимента в i-й равна бесконечности.

Этап 6. Выполняется поиск верхней границы. Величина первичной верхней границы определяется путем сложения значений стоимостей переходов между экспериментами исходной матрицы планирования.

Этап 7. Выполняется редукция матрицы дуг. Операция редукции заключается в выполнении редукции строк и столбцов. При этом операция редукции строк представляет собой вычитание из каждого элемента строки минимального элемента этой же строки, а полученные элементы записываются в массив C. Операция редукции столбцов заключается в вычитании из каждого элемента столбца минимального элемента того же столбца, а полученные элементы записываются в массив Q.

Этап 8. Определяется нижняя граница узла, содержащего новое звено. Для этого осуществляется суммирование предыдущей величины нижней границы со всеми элементами массивов C и Q. При первичном формировании нижней границы величина предыдущей нижней границы равна нулю.

Этап 9. Если величина нижней границы текущего узла меньше значения верхней границы, то выполняется шаг 10, а в противном случае – шаг 17.

Этап 10. Если количество ветвей не более 9000, то выполняется шаг 11, а в противном случае – шаг 19.

Этап 11. Для построения массива вторичных штрафов сначала выполняется формирование массивов A и B. Массив A формируется путем выбора из каждой строки минимального элемента (не равного нулю) в том случае, если строка содержит один нулевой элемент. В противном случае соответствующему элементу массива A присваивается нулевое значение. Массив B формируется таким же образом из столбцов. Формирование массива вторичных штрафов F осуществляется путем сложения элемента массива A и элемента массива B, которые соответствуют нулевому значению матрицы дуг, т.е. $F_{ij} = A_i + B_j$ при $d_{i,j} = 0$.

Этап 12. Выполняется формирование нового узла, соответствующего максимальному элементу массива вторичных штрафов. При этом из матрицы дуг исключаются строка и столбец, соответствующие такому узлу. Формируется узел для маршрутов, которые не содержат новое звено, и определяется величина соответствующей ему нижней границы путем сложения нижней границы узла, содержащего предыдущее звено, и максимального элемента массива вторичных штрафов.

Этап 13. Если сформированы все переходы между экспериментами, то выполняется шаг 15, в противном случае – шаг 14.

Этап 14. Выполняется исключение запрещенных дуг из матрицы, которые вместе с дугами, включенными в маршрут, образуют подмаршрут. Маршрут – это замкнутая последовательность экспериментов, включающая в себя полное множество экспериментов, а подмаршрут – неполное множество.

Этап 15. Если значение нижней границы узла, содержащего новое звено, меньше верхней границы, то выполняется шаг 16, в противном случае – шаг 17.

Этап 16. Нижняя граница узла, содержащего новое звено, будет являться верхней границей для последующего расчета. Соответствующая ей последовательность экспериментов будет иметь меньшую стоимость реализации по сравнению с предыдущей.

Этап 17. Проверяется необходимость дальнейшего ветвления. Если продолжение ветвления необходимо, то выполняется шаг 18, в противном случае – шаг 19. Непродолжение ветвления возникает в случае выполнения хотя бы одного из перечисленных условий: количество ветвей больше 9000; все значения нижних границ узлов, не содержащих звенья, больше значения верхней границы; все узлы, не содержащие звенья, имеют исходящие ветви.

Этап 18. Выполняется поиск узла, не содержащего какого-либо звена, значение нижней границы которого меньше значения верхней границы, и не имеющего исходящей ветви.

Этап 19. Выполняется перестановка экспериментов в матрице планирования в оптимальной последовательности и вывод ее на экран дисплея.

На примерах исследования полупроводникового терморегулятора и процесса травления кристаллов в производстве полупроводниковых приборов показана эффективность применения разработанной процедуры [17]. Причем, если априори известно, что исследуемый объект описывается квадратичной моделью, то целесообразнее сразу же применять композиционные планы второго порядка и оптимизировать их по стоимостным или временным затратам методом ветвей и границ.

Для повышения эффективности процедуры предлагается первую и последнюю строки матрицы планирования получать методом прямого перебора, а затем полученный план оптимизировать методом ветвей и границ [19].

Сущность такой процедуры заключается в следующем.

Этап 1. В начале работы процедуры вводится количество факторов исследуемого объекта k $(k \leq 5)$.

Этап 2. Осуществляется выбор одного из доступных планов: ортогональный центральный композиционный план (ОЦКП), ядром которого является дробный факторный эксперимент (ДФЭ) или полный факторный эксперимент (ПФЭ); ротатабельный центральный композиционный план (РЦКП), ядром которого также выступает ДФЭ или ПФЭ. В случае, когда ядром является ДФЭ, то дополнительно необходимо ввести генерирующие соотношения.

Этап 3. В зависимости от выбранного плана выполняется построение матрицы планирования и вывод ее на экран.

Этап 4. Пользователь вводит стоимости (время) переходов между уровнями для каждого фактора.

Этап 5. Выполняется построение матрицы дуг, в которой элемент матрицы $d_{i,j}$ представляет собой стоимость (время) перехода из i-го эксперимента в j-й эксперимент исходной матрицы планирования. Стоимость (время) перехода из i-го эксперимента в i-й равна бесконечности.

Этап 6. Выполняется поиск верхней границы. Величина первичной верхней границы определяется путем сложения стоимостей (времен) переходов между экспериментами исходной матрицы планирования.

Этап 7. Выполняется перебор всех возможных начальных узлов. Если были перебраны все возможные начальные узлы, то выполняется этап 22, в противном случае – этап 8.

Этап 8. Выполняется перебор всех возможных конечных узлов. Если были перебраны все возможные конечные узлы, то выполняется этап 7, в противном случае – этап 9.

Этап 9. Выполняется модификация исходной матрицы дуг. При этом из исходной матрицы дуг исключаются строки и столбцы с номерами, соответствующими номерам начального и конечного узла. В матрицу дуг добавляется столбец, содержащий значения столбца с номером, соответствующим номеру конечного узла, и добавляется строка, содержащая значения строки с номером, соответствующим номеру начального узла.

Этап 10. Выполняется редукция матрицы дуг. Операция редукции заключается в выполнении редукции строк и столбцов. Редукция строк представляет собой вычитание из каждого элемента строки минимального элемента этой же строки. Вычитаемые элементы записываются в массив C. Операция редукции столбцов заключается в вычитании из каждого элемента столбца минимального элемента этого же столбца. Вычитаемые элементы записываются в массив Q.

Этап 11. Определяется нижняя граница узла, содержащего новое звено. Для этого выполняется суммирование предыдущей величины нижней границы со всеми элементами массивов C и Q (при первичном формировании нижней границы величина предыдущей нижней границы 0).

Этап 12. Если величина нижней границы текущего узла меньше значения верхней границы, то выполняется этап 13, в противном случае – 20.

Этап 13. Если количество ветвей не более 10000, то выполняется этап 14, в противном случае выполняется этап 8.

Этап 14. Для построения массива вторичных штрафов сначала формируются массивы A и B. Массив A формируется путем выбора из каждой строки минимального элемента (не равного нулю) в случае, если строка содержит один нулевой элемент. В противном случае соответствующему элементу массива A присваивается нулевое значение. Массив B формируется путем выбора из каждого столбца минимального

элемента (не равного нулю) в случае, если столбец содержит один нулевой элемент. В противном случае соответствующему элементу массива B присваивается нулевое значение. Формирование массива вторичных штрафов F осуществляется путем сложения элементов массивов A и B, соответствующих нулевому значению матрицы дуг, т.е. $F_{ij}=A_i+B_j$ при $d_{i,j}=0$.

Этап 15. Выполняется формирование нового узла, соответствующего максимальному элементу массива вторичных штрафов. При этом из матрицы дуг исключаются строка и столбец, соответствующие этому узлу. Формируется узел для маршрутов, не содержащих нового звена, и определяется величина соответствующей ему нижней границы путем сложения нижней границы узла, содержащего предыдущее звено, и максимального элемента массива вторичных штрафов.

Этап 16. Если сформированы все переходы между экспериментами, то выполняется этап 18, в противном случае – этап 17.

Этап 17. Выполняется исключение запрещенных дуг из матрицы дуг, т.е. тех дуг, которые вместе с дугами, включенными в маршрут, образуют подмаршрут. При этом маршрут – замкнутая последовательность экспериментов, включающая в себя полное множество экспериментов, а подмаршрут – замкнутая последовательность экспериментов, содержащая неполное их множество.

Этап 18. Если значение нижней границы узла, содержащего новое звено, меньше значения верхней границы, то выполняется этап 19, в противном случае – этап 20.

Этап 19. Нижняя граница узла, содержащего новое звено, будет верхней границей для последующего расчета. Соответствующая ей последовательность экспериментов будет более оптимальной, чем предыдущая.

Этап 20. Проверяется необходимость дальнейшего ветвления. Если продолжение ветвления необходимо, то выполняется этап 21, в противном случае – этап 8. Условиями, выполнение хотя бы одного из которых приводит к непродолжению ветвления, являются: количество ветвей более 10000; все значения нижних границ узлов, не содержащих звенья, больше значения верхней границы, и не имеющих исходящих ветвей.

Этап 21. Выполняется поиск узла, не содержащего какого-либо звена, значение нижней границы которого меньше значения верхней границы и не имеющего исходящей ветви.

Этап 22. Выполняются перестановка экспериментов в матрице планирования в оптимальной последовательности и вывод ее на экран.

Показана работоспособность и эффективность разработанной процедуры на примере исследования работы оператора на пульте управления сложной радиоэлектронной системы [19].

В работе [20] проведен сравнительный анализ разработанных двух процедур оптимизации композиционных планов второго порядка методом ветвей и границ: первая – основана на использовании этого метода в «лоб»

для оптимизации исходного плана [17]; вторая – на получении первой и последней строк матрицы планирования методом прямого перебора, а затем полученный план оптимизируется методом ветвей и границ [19].

В результате выполненных исследований можно отметить следующее:

1. При оптимизации композиционных планов второго порядка с использованием второго алгоритма получаем большие выигрыши по стоимостным или временным затратам на реализацию эксперимента по сравнению с исходным планом.

2. Для решения задачи с использованием второй процедуры требуется больший объем памяти ЭВМ и большее время счета. Указанные параметры возрастают с увеличением количества экспериментов в матрице планирования.

Целесообразно распространить применение метода ветвей и границ на решение задач двухпараметрической оптимизации ортогональных и ротатабельных центральных композиционных планов второго порядка, в которых один из параметров оптимизации выступает как ограничение [21].

Оптимизация плана эксперимента осуществляется по стоимостным или временным затратам на проведение эксперимента. При этом для дорогостоящих экспериментов в качестве критерия оптимизации выбирается суммарная стоимость проведения эксперимента

$$S_0 = \sum_{j=2}^{n}\sum_{i=1}^{k} S_{i,j} \to min \qquad \text{при } t_0 \le t_{огр}, \tag{1.18}$$

где n – количество опытов; k – количество факторов; $S_{i,j}$ – стоимость установки i-го фактора в j-м опыте; t_0 – суммарное время проведения эксперимента; $t_{огр}$ – ограничение на суммарное время проведения эксперимента.

При исследовании длительных процессов целесообразно в качестве критерия оптимизации выбирать суммарное время проведения эксперимента

$$t_0 = \sum_{j=2}^{n}\sum_{i=1}^{k} t_{i,j} \to min \qquad \text{при } S_0 \le S_{огр}, \tag{1.19}$$

где $t_{i,j}$ – время установки i-го фактора в j-м опыте; $S_{огр}$ – ограничение на суммарную стоимость проведения эксперимента.

Оптимизация осуществляется путем поиска методом ветвей и границ последовательности экспериментов, удовлетворяющей одному из условий (1.18) или (1.19).

Сущность такой процедуры заключается в следующем.

Этап 1. Вводится количество факторов плана эксперимента ($k \le 5$).

Этап 2. Осуществляется выбор плана эксперимента из множества доступных: ОЦКП или РЦКП, в основе которого ПФЭ или ДФЭ.

Этап 3. В зависимости от выбранного плана выполняется построение матрицы планирования и вывод ее на экран. Если в основе плана лежит ДФЭ, то дополнительно необходимо ввести генерирующие соотношения.

Этап 4. Необходимо ввести значения стоимостей и времен переходов между уровнями для каждого из факторов, а также значение ограничения.

Этап 5. Выполняется построение матриц дуг для первого и второго параметров оптимизации. При этом элементы матриц $d_{i,j1}$ и $d_{i,j2}$ соответственно представляют собой значение стоимости или времени перехода из i-го эксперимента в j-й эксперимент для соответствующего параметра оптимизации. Величины стоимости и времени перехода из i- го эксперимента в i-й равны бесконечности.

Этап 6. Выполняется поиск верхней границы. Величина первичной верхней границы определяется путем сложения значений стоимостей (времен) переходов по первому параметру оптимизации между экспериментами исходной матрицы планирования. Аналогично определяется время (стоимость) реализации эксперимента по исходной матрице планирования по второму параметру оптимизации. Если это значение больше величины ограничения, то величина первичной границы равна бесконечности.

Этап 7. Выполняется перебор всех возможных начальных узлов. Если были перебраны все возможные начальные узлы, то выполняется шаг 22, в противном случае – шаг 8.

Этап 8. Выполняется перебор всех возможных конечных узлов. Если были перебраны все возможные конечные узлы, то выполняется шаг 7, в противном случае – шаг 9.

Этап 9. Выполняется модификация матрицы дуг для первого параметра оптимизации. При этом из матрицы исключаются строки и столбцы с номерами, соответствующими номерам начального и конечного узлов. Далее в нее добавляется столбец, содержащий значения столбца с номером, соответствующим номеру конечного узла, и добавляется строка, содержащая значения строки с номером, соответствующим номеру начального узла.

Этап 10. Выполняется редукция матрицы дуг для первого параметра оптимизации. Операция редукции заключается в выполнении редукции строк и столбцов. Операция редукции строк представляет собой вычитание из каждого элемента строки минимального элемента этой же строки. Вычитаемые элементы записываются в массив C. Операция редукции столбцов заключается в вычитании из каждого элемента столбца минимального элемента этого же столбца. Вычитаемые элементы записываются в массив Q.

Этап 11. Определяется нижняя граница по первому параметру оптимизации узла, содержащего новое звено. Для этого выполняется суммирование предыдущей величины нижней границы со всеми элементами массивов C и Q (при первичном формировании нижней границы величина предыдущей нижней границы равна нулю).

Этап 12. Если величина нижней границы текущего узла по первому параметру оптимизации меньше значения верхней границы, а также величина нижней границы текущего узла по второму параметру оптимизации меньше значения ограничения, то выполняется шаг 13, в противном случае – 20.

Этап 13. Если количество ветвей не более 10000, то выполняется шаг 14, в противном случае – шаг 8.

Этап 14. Для построения массива вторичных штрафов сначала формируются массивы A и B. Массив A формируется путем выбора из каждой строки матрицы дуг по первому параметру оптимизации минимального элемента (не равного нулю) в случае, если строка содержит один нулевой элемент. В противном случае соответствующему элементу массива A присваивается нулевое значение. Массив B формируется путем выбора из каждого столбца матрицы дуг по первому параметру оптимизации минимального элемента (не равного нулю) в случае, если столбец содержит один нулевой элемент. В противном случае соответствующему элементу массива B присваивается нулевое значение. Формирование массива вторичных штрафов F осуществляется путем сложения элементов массивов A и B, соответствующих нулевому значению матрицы дуг по первому параметру оптимизации, т.е. $F_{ij}=A_i+B_j$ при $d_{i,j1}=0$.

Этап 15. Выполняется формирование нового узла, соответствующего максимальному элементу массива вторичных штрафов. При этом из матриц дуг исключаются строка и столбец, соответствующие такому узлу. Формируется узел для маршрутов, не содержащих нового звена, и определяется величина соответствующей ему нижней границы по первому параметру оптимизации путем сложения нижней границы по первому параметру оптимизации узла, содержащего предыдущее звено, и максимального элемента массива вторичных штрафов. Вычисляется значение нижней границы по второму параметру оптимизации узла, содержащего новое звено, путем сложения значения нижней границы по второму параметру оптимизации узла, содержащего предыдущее звено, и стоимости перехода между экспериментами по второму параметру оптимизации, соответствующей новому звену.

Этап 16. Если сформированы все переходы между экспериментами, то выполняется шаг 18, в противном случае – шаг 17.

Этап 17. Выполняется исключение запрещенных дуг из матрицы дуг, т.е. тех дуг, которые вместе с дугами, включенными в маршрут, образуют подмаршрут. При этом маршрут – замкнутая последовательность экспериментов, включающая в себя полное множество экспериментов, а подмаршрут – замкнутая последовательность экспериментов, состоящая из неполного их множества.

Этап 18. Если значение нижней границы по первому параметру оптимизации узла, содержащего новое звено, меньше значения верхней границы, а также значение нижней границы по второму параметру

оптимизации меньше величины ограничения, то выполняется шаг 19, в противном случае – шаг 20.

Этап 19. Нижняя граница по первому параметру оптимизации узла, содержащего новое звено, будет верхней границей для последующего расчета. Соответствующая ей последовательность экспериментов будет более оптимальной по сравнению с предыдущей.

Этап 20. Проверяется необходимость дальнейшего ветвления. Если продолжение ветвления необходимо, то выполняется шаг 21, в противном случае – шаг 8. Условиями, выполнение хотя бы одного из которых приводит к непродолжению ветвления, являются: количество ветвей более 10000; все значения нижних границ по первому параметру оптимизации узлов, не содержащих звенья, больше значения верхней границы, и не имеющих исходящих ветвей.

Этап 21. Выполняется поиск узла, не содержащего какого - либо звена, значение нижней границы по первому параметру оптимизации которого меньше значения верхней границы, и не имеющего исходящей ветви.

Этап 22. Выполняется перестановка экспериментов в матрице планирования в оптимальной последовательности и вывод ее на экран.

Показана работоспособность и эффективность разработанной процедуры на примере исследования полупроводникового терморегулятора [21].

1.2.4 Процедура оптимизации композиционных планов эксперимента методом последовательного приближения

Целесообразно распространить применение метода последовательного приближения на решение задач оптимизации композиционных планов второго порядка [22]: ортогональных центральных композиционных планов (ОЦКП) и ротатабельных центральных композиционных планов (РЦКП).

Сущность метода последовательного приближения заключается в следующем: 1) сначала берем первую строку матрицы планирования и выполняем поиск места в текущей матрице планирования, которое приведет к наибольшему уменьшению стоимости (времени) реализации эксперимента; 2) затем в полученной матрице планирования берем вторую строку и выполняем те же действия, что и с первой строкой; 3) аналогичные действия проводим с другими (3,4,..., n) строками матрицы планирования; 4) если при выполнении условий (1-3) была сделана хотя бы одна перестановка, то снова берем первую строку матрицы планирования и повторяем все действия (1-3) сначала; 5) затем берем первую и вторую строки матрицы планирования и выполняем те же действия (1), что и с первой строкой; 6) дальше берем вторую и третью строки матрицы планирования и выполняем те же действия, что и в (5); 7) аналогичные действия выполняем с другими последовательными парами строк матрицы планирования; 8) если при выполнении (5–7) была проведена хотя бы одна перестановка, то снова берем первую и вторую строки матрицы планирования и повторяем все действия (5–7) сначала; 9) аналогичные действия (5–8) выполняем с тремя,

четырьмя,...,(n–2) последовательными строками матрицы планирования; 10) если при выполнении (1–9) была сделана хотя бы одна перестановка, то снова берем первую строку матрицы планирования и повторяем все действия (1–9) сначала, в противном случае оптимизация закончена.

Сущность такой процедуры заключается в следующем.

Этап 1. В начале работы процедуры выполняется введение количества факторов исследуемого объекта k ($k \leq 10$).

Этап 2. Осуществляется выбор одного из доступных планов: ОЦКП, ядром которого является дробный факторный эксперимент (ДФЭ) или полный факторный эксперимент (ПФЭ); РЦКП, ядром которого также выступает ДФЭ или ПФЭ. В случае, когда ядром является ДФЭ, то дополнительно необходимо ввести генерирующие соотношения.

Этап 3. В зависимости от выбранного плана выполняется построение матрицы планирования и вывод ее на экран.

Этап 4. Пользователь вводит стоимости (время) переходов между уровнями для каждого фактора.

Этап 5. Выполняется построение матрицы дуг, в которой элемент матрицы $d_{i,j}$ представляет собой стоимость (время) перехода из i-го эксперимента в j-й эксперимент. Стоимость (время) перехода из i-го эксперимента в i-й равняется бесконечности.

Этап 6. Выполняется определение стоимости (времени) реализации эксперимента по начальному плану.

Этап 7. Выполняется перебор всех возможных длин (m) цепей. Цепью длиной m называется m последовательных строк матрицы планирования.

Этап 8. Выполняется перебор всех возможных цепей длиной m.

Этап 9. Выполняется поиск оптимального места установки. Оптимальным называется то место, перестановка цепи в котором приводит к наибольшему уменьшению стоимости (времени) реализации экспериментов.

Этап 10. Если оптимальное место найдено, то выполняется этап 11, в противном случае – этап 12.

Этап 11. Выполняется перестановка экспериментов в матрице планирования в новой, более оптимальной последовательности.

Этап 12. Если все цепи длиной m перебраны, то выполняется этап 13, в противном случае – этап 8.

Этап 13. Если в течение цикла (этапы 8-13) была выполнена хотя бы одна перестановка, то выполняется этап 8, в противном случае – этап 14.

Этап 14. Если перебраны все возможные длины цепей, то выполняется этап 15, в противном случае – этап 7.

Этап 15. Если в течение цикла (этапы 7-15) была выполнена хотя бы одна перестановка в матрице планирования, то выполняется этап 7, в противном случае – этап 16.

Этап 16. Выполняется вывод на экран оптимизированной матрицы планирования.

Проверка работоспособности процедуры, которая реализует метод

последовательного приближения для оптимизации композиционных планов второго порядка, осуществлялась на практической задаче, решенной методами анализа перестановок, случайного поиска и ветвей и границ.

На примере исследования процесса приготовления попкорна в микроволновой печи показана эффективность применения разработанной процедуры [23]. На основании полученных результатов был проведен сравнительный анализ со следующими методами оптимизации: метод анализа перестановок, случайный поиск и метод ветвей и границ. По сравнению с методами анализа перестановок и случайного поиска метод последовательного приближения имеет более высокую скорость решения и позволяет получать большие выигрыши, а по сравнению с методом ветвей и границ метод последовательного приближения также имеет более высокую скорость решения задачи и требует значительно меньших объемов памяти ЭВМ, хотя и немного уступает в точности решения задачи.

1.3 Программный комплекс для построения планов МФЭ

Выбор оптимального плана многофакторного эксперимента является комбинаторной задачей и отличается высокой трудоемкостью. Для автоматизации этого процесса был разработан программный комплекс [24, 25, 26, 27, 28, 29, 30]. В основе работы программ лежит генерация комбинаторных конфигураций, формирование соответствующих комбинаторных планов многофакторного эксперимента, оценка их характеристик и выбор оптимального по стоимости варианта для трех факторов или наилучшее решение близкое за приемлемое для пользователя время.

Общение пользователя и ЭВМ осуществляется в диалоговом режиме. Инициатором диалога выступает ЭВМ. На запрос необходимо ввести имя файла исходных данных и имя файла результата.

Предусмотрено два режима поиска оптимального решения: случайный поиск и последовательная генерация возможных вариантов преобразований. Количество анализируемых вариантов может быть задано, а процесс поиска может быть прерван. Это позволяет найти наилучшее решение за приемлемое для пользователя время.

В процессе счета на дисплее отображается количество проанализированных вариантов и экстремальные значения стоимости среди рассмотренного множества вариантов.

При завершении работы формируется файл результата, в который записывается информация об исходных данных, матрицы планирования для минимального и максимального по стоимости реализации вариантов, время счета.

Файлы исходных данных для разработанных программ содержат две части. Первая часть содержит описание количества опытов, описание

количества факторов, описание исходной матрицы планирования эксперимента. Во второй части содержатся специфические данные, в зависимости от решаемой задачи.

Программа [10] предназначена для автоматизации поиска оптимальных комбинаторных планов многофакторного эксперимента с заданными стоимостями изменений уровней факторов. Вторая часть файла исходных данных содержит описание стоимости начальной установки уровней факторов, стоимости изменений уровней факторов в процессе эксперимента и стоимости возвращения факторов в начальное состояние (в усл. ед.). В результате счета программы формируется файл результата, содержащий информацию о наилучшем решении.

Программа [31] предназначена для поиска оптимальных комбинаторных планов многофакторного эксперимента с ограничениями на перестановку опытов. Во второй части файла исходных данных содержится информация о стоимости изменений уровней факторов в процессе эксперимента и ограничения на перестановку опытов, заданные в виде массива $A = \{A_1, \ldots, A_n\}$, где $A_i = 0$, если перестановка i-го опыта разрешена и $A_i = 1$ в противном случае.

Программа [11] предназначена для поиска оптимальных многоуровневых планов многофакторного эксперимента. Файл исходных данных имеет структуру, описанную выше, для многоуровневых планов.

Программа [32] предназначена для поиска оптимальных многоуровневых планов многофакторного эксперимента с ограничениями. Первая часть файла исходных данных имеет структуру, приведенную выше, а во второй части указываются ограничения на перестановку опытов и запрещенные сочетания опытов.

Программа [33] предназначена для построения композиционных комбинаторных планов многофакторного эксперимента на основе оптимальных частных планов эксперимента. На каждом этапе построения программой формируется частный план эксперимента с наилучшими характеристиками. Глубина поиска, способ генерации комбинаторных конфигураций задается. Программа позволяет учитывать запрещенные сочетания опытов, которые указываются во второй части файла исходных данных. По завершению работы формируется файл результата и файл данных для следующего этапа построения. В файл результата записывается информация об исходных данных, матрицы планирования для минимального и максимальных по стоимости реализации вариантов, время счета. В файл данных для следующего этапа построения записывается начальный вид частичного плана эксперимента. Этот план может быть скорректирован, в зависимости от требований к следующему этапу эксперимента.

Программа [34] предназначена для автоматизации процесса построения каталогов оптимальных планов многофакторного эксперимента. В основе работы программы лежит преобразование планов эксперимента, оценка их стоимости, определение стоимости оптимального варианта плана и

формирование каталога вариантов планов многофакторного эксперимента, имеющих минимальную стоимость.

Разработанные программы прошли регистрацию в Государственном департаменте интеллектуальной собственности Украины.

1.4 Методология оптимального планирования экспериментов при исследовании технологических процессов, приборов и систем

Методология оптимального планирования экспериментов [35,36,37,38] включает в себя комплекс методов оптимизации планов эксперимента и программно-аппаратные средства для их реализации (рис. 1.4).

Комплекс методов позволяет синтезировать оптимальные по стоимостным и временным затратам планы эксперимента. При этом метод итерационного оптимального по стоимостным и временным затратам планирования эксперимента целесообразно применять для объектов с количеством существенных факторов $k \leq 4$, метод последовательного оптимального по стоимостным и временным затратам планирования эксперимента – для объектов с количеством таких факторов $k > 4$, а метод ветвей и границ и метод последовательных приближений рекомендуется использовать для $k > 3$.

Для исследования динамических объектов применяют метод оптимального по стоимостным и временным затратам планирования эксперимента, который является модификацией итерационного планирования эксперимента относительно статических объектов.

Необходимо разработать метод построения оптимальных комбинаторных планов, основанный на использовании серийных последовательностей и позволяющий строить оптимальные планы МФЭ без перебора вариантов перестановок опытов. Целесообразно также предложить композиционный метод построения планов МФЭ, близких к оптимальным, для количества факторов $k \geq 10$. Разработке этих методов посвящен раздел 2.

Для реализации предложенных методов разработан комплекс программных систем и устройств [39] синтеза и реализации оптимальных планов эксперимента (рис. 1.5).

Комплекс программных систем содержит: программные системы итерационного и последовательного оптимального по стоимостным и временным затратам планирования эксперимента, программные системы оптимизации планов эксперимента методом ветвей и границ и методом последовательных приближений, а также программную систему оптимального по стоимостным и временным затратам планирования эксперимента для динамических объектов.

Разработанная методология испытана при исследовании ряда технологических процессов, приборов и систем (рис. 1.6). Во всех случаях при исследовании указанных объектов был получен выигрыш во временных или стоимостных затратах по сравнению с начальными планами экспериментов.

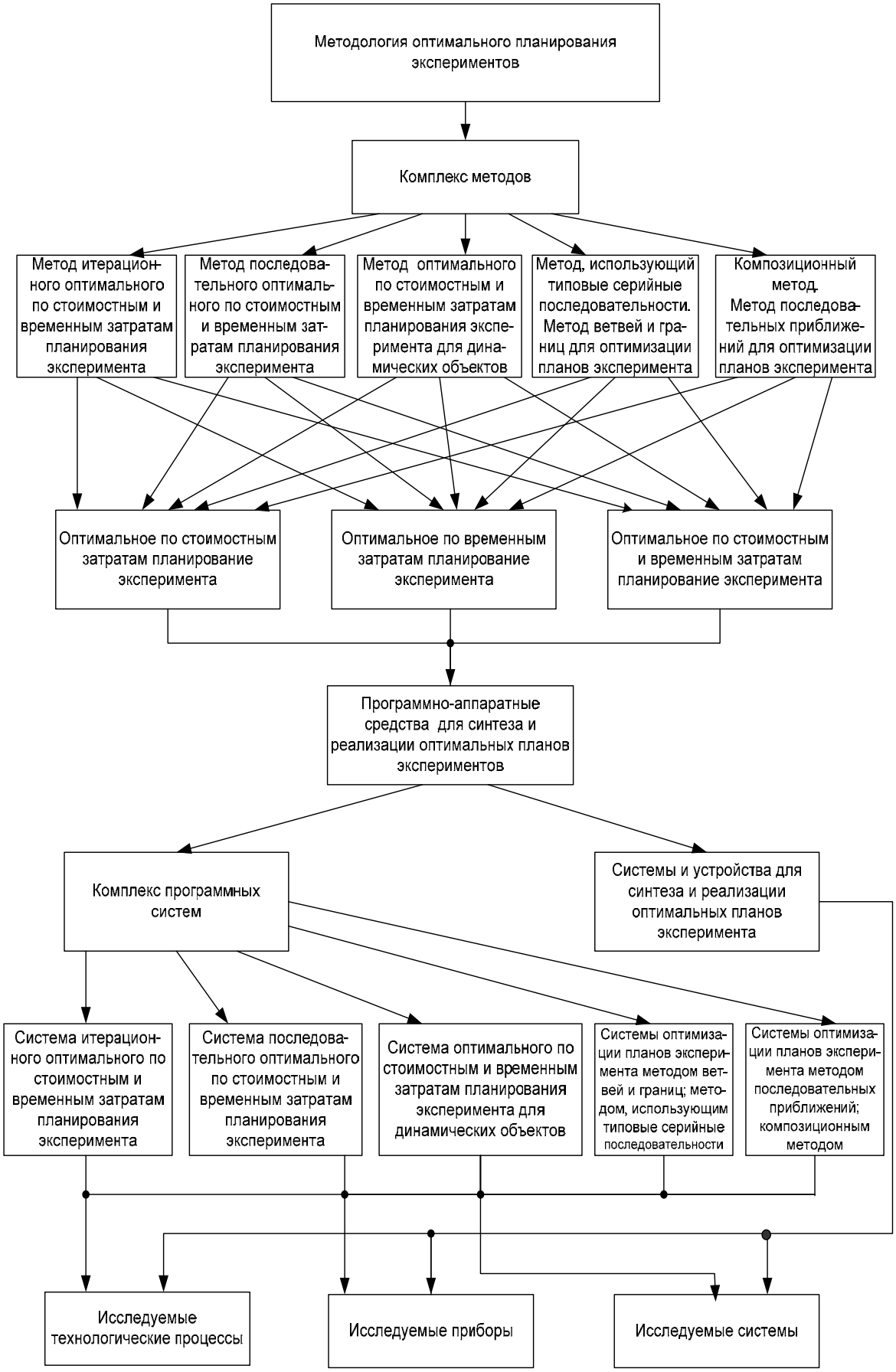


Рисунок 1.4 – Методология оптимального планирования экспериментов

Рисунок 1.5 – Программно-аппаратные средства методологии оптимального планирования эксперимента

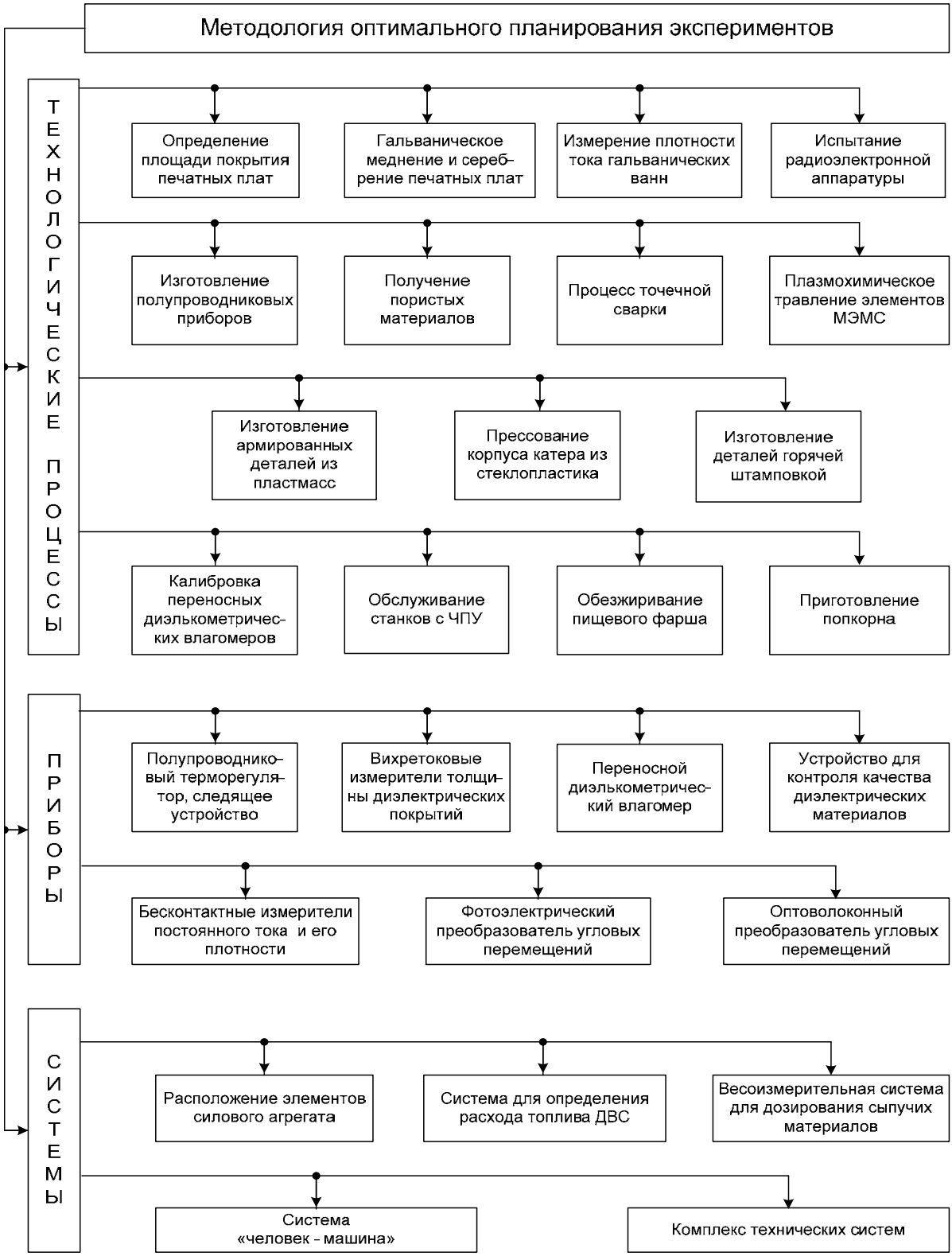


Рисунок 1.6 – Перечень объектов, на которых испытана методология оптимального планирования экспериментов

РАЗДЕЛ 2.
РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАНОВ МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА НА ОСНОВЕ СЕРИЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

2.1 Перечисление планов многофакторного эксперимента на основе серийных последовательностей

2.1.1 Представление планов многофакторного эксперимента в виде серийных последовательностей

На стоимость реализации эксперимента существенное влияние оказывает порядок чередования уровней изменения факторов. Наиболее часто встречаемые факторы: температура, давление, концентрация реагирующих веществ, время реакции и другие требуют различных затрат на изменение уровней. При активном эксперименте экспериментатор может менять значения факторов по заданной программе путем изменения порядка выполнения опытов, т.е. производя перестановку строк матрицы планирования эксперимента [40].

В результате этих преобразований формируются новые планы МФЭ, имеющие, в общем случае, различные стоимости изменения уровней факторов в процессе проведения эксперимента. В качестве примера в табл. 2.1. приведены четыре плана МФЭ с различным порядком проведения эксперимента ($П_1 – П_4$).

Для стоимостей изменения уровней, приведенных в табл. 2.2, приведены значения стоимости реализации последовательностей изменения уровней факторов (Cx) и всего плана МФЭ (Cn). Стоимость реализации плана $П_2$ в 3,6 раза больше, чем плана $П_4$.

Исследованию комбинаторных планов, учитывающих порядок чередования уровней изменения факторов посвящены работы [41, 42, 43]. В работе [40] рассмотрено применение комбинаторного анализа при выборе оптимальных планов многофакторного эксперимента. Эквивалентные преобразования комбинаторных планов многофакторного эксперимента и методы классификации комбинаторных планов МФЭ исследованы в работах [41, 42]. Рассмотрены *LP* преобразования планов МФЭ. Планирование эксперимента на основе комбинаторных конфигураций предложено в работе [43]. Методы, рассмотренные в указанных работах, эффективны для планов эксперимента с двумя уровнями значений факторов и количеством опытов не более 8.

Таблица 2.1 – Планы МФЭ с различным порядком проведения эксперимента

$П_1$				$П_2$				$П_3$				$П_4$			
№	X_1	X_2	X_3	№	X_1	X_2	X_3	№	X_1	X_2	X_3	№	X_1	X_2	X_3
1	-1	-1	-1	8	+1	+1	+1	2	-1	-1	1	7	1	1	-1
2	-1	-1	1	1	-1	-1	-1	3	-1	1	-1	3	-1	1	-1
3	-1	1	-1	4	-1	1	1	4	-1	1	1	1	-1	-1	-1
4	-1	1	1	5	1	-1	-1	5	1	-1	-1	5	1	-1	-1
5	1	-1	-1	2	-1	-1	1	6	1	-1	1	6	1	-1	1
6	1	-1	1	7	1	1	-1	7	1	1	-1	2	-1	-1	1
7	1	1	-1	6	1	-1	1	1	-1	-1	-1	4	-1	1	1
8	1	1	1	3	-	1	-	8	1	1	1	8	1	1	1
Cx	1	10	23	Cx	8	21	26	Cx	4	17	21	Cx	6	7	2
$C(П_1) = 34$				$C(П_2) = 55$				$C(П_3) = 42$				$C(П_4) = 15$			

Таблица 2.2 – Стоимости изменений уровней факторов

Обозначения факторов	Стоимость изменений уровней (усл. ед.)	
	из «–1» в «+1»	из «+1» в «–1»
X_1	1	2
X_2	3	4
X_3	2	5

С ростом количества факторов (*k*) количества преобразований существенно возрастает. В табл. 2.3 приведены значения количества факторов и количества преобразований для $k = 2...5$.

Таблица 2.3 – Количество преобразований планов МФЭ для k = 2...10

Количество факторов	Количество опытов в плане МФЭ	Количество преобразований ln(k!)
2	4	3.17805E
3	8	1.06046E+01
4	16	3.06719E+01
5	32	8.15580E+01
6	64	2.05168E+02
7	128	4.96405E+02
8	258	1.17836E+03
9	512	2.68606E+03
10	1024	6.07821E+03

Рассматриваемая задача относится к NP–полным задачам, для которых лучший метод решения – полный перебор всех возможных вариантов. Приведенные в табл. 2.3 результаты показывают, что полный перебор можно реализовать для планов МФЭ при $k = 3$.

На практике количество факторов значительно большее, поэтому задача поиска оптимального плана МФЭ является актуальной. Применение случайного поиска или ограниченного перебора, к сожалению, не всегда дает удовлетворительное решение. Например, для плана МФЭ с тремя уровнями значений факторов, приведенного в табл. 2.4, стоимости изменения уровней которых (в условных единицах) приведены в табл. 2.5, при анализе 10^{10} вариантов с помощью разработанного программного обеспечения [32] получено уменьшение стоимости в 1,5 раза при случайном поиске (табл. 2.6) (компьютер Intel Celeron CPU 550, 2Ггц, ОЗУ 1,75 Гб).

Приведенные выше результаты показывают, что изменения значений уровней факторов существенно влияет на стоимость проведения эксперимента. Существующие методы оптимизации планов МФЭ эффективны для небольшого количества факторов и для решения этой задачи необходимо разрабатывать новые методы.

Таблица 2.4 – Исходный план МФЭ

№	X_1	X_2	X_3	№	X_1	X_2	X_3	№	X_1	X_2	X_3
1	0	0	0	10	1	0	0	19	2	0	0
2	0	0	1	11	1	0	1	20	2	0	1
3	0	0	2	12	1	0	2	21	2	0	2
4	0	1	0	13	1	1	0	22	2	1	0
5	0	1	1	14	1	1	1	23	2	1	1
6	0	1	2	15	1	1	2	24	2	1	2
7	0	2	0	16	1	2	0	25	2	2	0
8	0	2	1	17	1	2	1	26	2	2	1
9	0	2	2	18	1	2	2	27	2	2	2

Таблица 2.5 – Стоимости изменений уровней факторов

Текущее значение	Следующее значение	Обозначения факторов		
		X_1	X_2	X_3
0	1	3	9	8
0	2	1	4	7
1	0	1	8	6
1	2	2	5	9
2	0	2	3	4
2	1	1	5	6

Для решения задач перечисления и оптимизации планов МФЭ разработаны методы, описанные ниже. Для формального представления комбинаторных планов МФЭ, учитывающих порядок чередования уровней изменения факторов разработан математический аппарат, основанный на представлении комбинаторных планов в виде серийных последовательностей.

Суть этого представления состоит в следующем.

Таблица 2.6 – Улучшенный план МФЭ

№	X_1	X_2	X_3	№	X_1	X_2	X_3	№	X_1	X_2	X_3
12	1	0	2	16	1	2	0	5	0	1	1
3	0	0	2	7	0	2	0	4	0	1	0
9	0	2	2	6	0	1	2	1	0	0	0
22	2	1	0	24	2	1	2	19	2	0	0
10	1	0	0	15	1	1	2	25	2	2	0
13	1	1	0	27	2	2	2	26	2	2	1
20	2	0	1	21	2	0	2	17	1	2	1
2	0	0	1	11	1	0	1	8	0	2	1
18	1	2	2	23	2	1	1	14	1	1	1

Рассмотрим план МФЭ, приведенный в табл. 2.7.

Таблица 2.7 – План МФЭ

№	X_1	X_2	X_3	X_4	№	X_1	X_2	X_3	X_4
1	–1	1	–1	1	9	–1	1	–1	–1
2	–1	–1	1	1	10	1	1	–1	–1
3	1	–1	1	1	11	1	1	1	–1
4	1	–1	1	–1	12	–1	1	1	–1
5	1	–1	–1	–1	13	–1	–1	1	–1
6	–1	–1	–1	–1	14	–1	1	1	1
7	–1	–1	–1	1	15	1	1	–1	1
8	1	–1	–1	1	16	1	1	1	1

Значения факторов в процессе проведения эксперимента можно рассматривать как некоторые последовательности значений (обозначены P(X)):

$P(X_1) = -1, -1, +1, +1, +1, -1, -1, +1, -1, +1, +1, -1, -1, -1, +1, +1;$
$P(X_2) = +1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, +1, -1, +1, +1, +1;$
$P(X_3) = -1, +1, +1, +1, -1, -1, -1, -1, -1, -1, +1, +1, +1, +1, -1, +1;$
$P(X_4) = +1, +1, +1, -1, -1, -1, +1, +1, -1, -1, -1, -1, -1, +1, +1, +1.$

Объединим следующие подряд одинаковые значения в группы:

$P(X_1) = (-1, -1), (+1, +1, +1), (-1, -1), (+1), (-1), (+1, +1), (-1, -1, -1), (+1, +1);$
$P(X_2) = (+1), (-1, -1, -1, -1, -1, -1, -1), (+1, +1, +1, +1), (-1), (+1, +1, +1);$
$P(X_3) = (-1), (+1, +1, +1), (-1, -1, -1, -1, -1, -1), (+1, +1, +1, +1), (-1), (+1);$
$P(X_4) = (+1, +1, +1), (-1, -1, -1), (+1, +1), (-1, -1, -1, -1, -1), (+1, +1, +1).$

Поскольку в пределах групп значения не меняются, то оставим в каждой группе только по одному символу:

$P(X_1) = (-1), (+1), (-1), (+1), (-1), (+1), (-1), (+1);$
$P(X_2) = (+1), (-1), (+1), (-1), (+1);$
$P(X_3) = (-1), (+1), (-1), (+1),(-1), (+1);$
$P(X_4) = (+1), (-1), (+1), (-1), (+1).$

Обозначим переход от значения (–1) к значению (+1) символом ↑, а переход от значения (+1) к значению (–1) символом ↓, тогда последовательности можно представить в виде совокупности указанных символов:

$P(X_1) = \uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow;$
$P(X_2) = \downarrow\uparrow\downarrow\uparrow;$
$P(X_3) = \uparrow\downarrow\uparrow\downarrow\uparrow;$
$P(X_4) = \downarrow\uparrow\downarrow\uparrow.$

Приведенное символьное представление для двух значений уровней показывает только изменения значений в последовательности. Рассмотренные последовательности относятся к серийным последовательностям, в которых в серию (группу) входят одинаковые символы.

В результате изменения порядка выполнения опытов меняется вид последовательностей изменения уровней факторов, соответствующих серийных последовательностей и суммарная стоимость. При указанном представлении задача поиска оптимального варианта плана МФЭ сводится к анализу и поиску соответствующих серийных последовательностей.

Символьные последовательности являются классическим объектом математики, и методы их анализа развивались как в прикладных, так и в теоретических исследованиях (теория управления, теоретическое программирование, лингвистика, биология и др.). Как объект прикладного исследования символьные последовательности возникают во всех областях, где рассматриваются те или иные объекты, состоящие из большого числа одинаковых фрагментов [44]. Среди актуальных вопросов является перечисление типовых символьных последовательностей, позволяющее решить задачи типизации и унификации для широкого класса задач.

Интенсивные исследования свойств символьных последовательностей связано с развитием передовых систем канального кодирования. При этом символьную последовательность рассматривают как серийную последовательность, т. е. состоящую из последовательно расположенных серий символов. Символы, входящие в одну серию одинаковые. Основным направлением исследований стали коды с ограничениями на длины серий или канальные (RLL) коды. Развитие теории канального кодирования нашло отражение в работах К. Имминка, В.Брауна [45], О.Ф. Курмаева [46]. Была предложена нумерационная процедура кодирования для канала с ограничениями, получены рекуррентные уравнения и производящие функции для перечисления последовательностей с ограничениями, что дало возможность изучать асимптотику и получать оценки для канала. Разработка и исследование кодовой конструкции для последовательностей с ограничениями на длины серий, вес или заряд рассмотрены в работе О.Ф. Курмаева [46].

В большинстве работ рассмотрены частные виды серийных последовательностей. В работах В.А. Амелькина [47,48] рассматриваются множества целочисленных серийных последовательностей длины m, структура которых определяется ограничениями на количество, суммарную длину и допустимые длины натуральных серий [47], а в работе [48] приведена нумерация неубывающих и невозрастающих серийных последовательностей. Плотно вложенные последовательности исследованы в работе Д. Голица [49].

Анализ известных публикаций показывает, что в настоящее время исследованы свойства отдельных видов символьных последовательностей, которые не учитывают свойства планов МФЭ. В связи с этим были исследованы общие свойства символьных последовательностей [50].

2.1.2 Свойства серийных последовательностей

Пусть имеется алфавит $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_r\}$, состоящий из r символов. Символьной (r, n) последовательностью назовем последовательность (слово) $P = \{p_1, \ldots, p_n\}$, в которой $p_i \in \Omega$, $i = 1, \ldots, n$; $n \geq r$ и в последовательности P представлены все символы из алфавита Ω.

Подпоследовательность $p_{t+1}p_{t+2}\ldots p_{t+v}$ называется серией в P, если

$$p_{t+1} = p_{t+2} = \ldots = p_{t+v};$$
$$p_t \neq p_{t+1}; \text{ при } t \geq 1;$$
$$p_{t+v} \neq p_{t+v+1}; \text{ при } t + v \leq n.$$

Число символов в серии называется длиной серии, i–ю серию будем описывать в виде $S_i(a_i, v_i)$, где a_i – символ, образующий i–ю серию, v_i – длина i–й серии. Символьную (r, n) последовательность P, состоящую из h серий

будем называть *(r, n, h)* серийной последовательностью и представлять в виде

$$P = \{S_1(a_1,v_1),\ S_2(a_2,v_2),\ \ldots,\ S_h(a_h,\ v_h)\},$$

где $a_i \in \Omega$;

$$\sum_{i=1}^{h} v_i = n.$$

Множество $A = \{a_1,\ a_2,\ \ldots\ ,\ a_h\}$ называется структурой серийной последовательности, а множество $V = \{v_1,\ v_2,\ \ldots,\ v_h\}$ – составом серийной последовательности.

Серия $S_j(a_j,\ v_j)$ называется серией i–го вида, если $a_j = \omega_i$. Количество серий i–го вида γ_i и количество символов i–го вида λ_i в последовательности P определяются следующим образом:

$$\gamma_i = \sum_{j=1}^{h} \beta_j \quad , \qquad \lambda_i = \sum_{j=1}^{h} v_i \beta_j \quad ,$$

$$\beta_j = \begin{Bmatrix} 1, \text{ если } a_j = \omega_i, \\ 0, \text{ в противном случае} \end{Bmatrix}.$$

Множества $\Gamma=\{\gamma_1,\gamma_2,\ldots,\gamma_r\}$ и $\Lambda=\{\lambda_1,\ \lambda_2,\ldots,\ \lambda_r\}$ обладают следующими свойствами:

$$\sum_{i=1}^{r} \gamma_i = h, \qquad \sum_{i=1}^{r} \lambda_i = n.$$

На множестве символьных последовательностей введены следующие операции.

1. Слиянием последовательности $P^1 = \{S^1{}_1(a^1{}_1,v^1{}_1),\ldots,\ S^1{}_{h1}(a^1{}_{h1},\ v^1{}_{h1})\}$ с алфавитом Ω_1 и последовательности $P^2 = \{S^2{}_1(a^2{}_1,v^2{}_1),\ldots,\ S^2{}_{h2}(a^2{}_{h2},\ v^2{}_{h2})\}$ с алфавитом Ω_2 (обозначается $P^3 = \vartheta(P^1,\ P^2)$) называется последовательность $P^3 = S^3{}_1(a^3{}_1,v^3{}_1)\ \ldots\ S^3{}_{h3}(a^3{}_{h3},v^3{}_{h3})$ с алфавитом $\Omega_3 = \Omega_1 \cup \Omega_2$. Количество серий в последовательности P^3 зависит от вида символов $a^1{}_{h1}$ и $a^2{}_1$, следующим образом.

При $a^1{}_{h1} \neq a^2{}_1$ последовательность P^3 имеет вид:

$$P^3 = \{S^1{}_1(a^1{}_1,v^1{}_1),\ \ldots,\ S^1{}_h(a^1{}_h,\ v^1{}_{h1}),\ S^2{}_1(a^2{}_1,v^2{}_1),\ \ldots,\ S^2{}_{h2}(a^2{}_{h2},\ v^2{}_{h2})\},$$
$$h_3 = h_1 + h_2.$$

При $a^1_h = a^2_1$ последовательность P^3 имеет вид:

$$P^3 = \{ S^1_1(a^1_1, v^1_1), \ldots, S^1_{h-1}(a^1_{h-1}, v^1_{h-1}), S^*(a^*, v^*), S^2_2(a^2_2, v^2_2), \ldots, S^2_{h2}(a^2_{h2}, v^2_{h2})\},$$

где $a^* = a^1_h$, $v^* = v^1_{h1} + v^2_1$, $h_3 = h_1 + h_2 - 1$.

2. Выделение подпоследовательности в серийной последовательности $P^1 = \{S_1(a_1,v_1), S_2(a_2,v_2), \ldots, S_{h1}(a_{h1}, v_{h1})\}$ (обозначается $P^2 = \Theta(P^1, \alpha,))$, состоит в формировании последовательности P^2 вида $\{S_\alpha(a_\alpha, v_\alpha), \ldots, S_\beta(a_\beta, v_\beta)\}$, т.е. выделение серий с номерами с α по β.

3. Вставка последовательности P^2 в последовательность P^1, начиная с μ-ой серии (обозначается $P^3 = \Psi(P^1, P^2, \mu)$) определяется следующим образом:

$$P^3 = \Psi(P^1, P^2, \mu) = \vartheta(\Theta(P^1, 1, \mu - 1), P^2, \Theta(P^1, \mu, v^1_{h1})).$$

4. Соединением n–ичных последовательностей $P^1, P^2, \ldots, P^k$ (обозначается $P^\nabla = \Phi(P^1, P^2, \ldots, P^k)$ называется последовательность P^∇, элементы которой (слова) формируются следующим образом

$$p^\nabla_i = p^1_i p^2_i \ldots p^k_i, \; i = 1, \ldots, n.$$

Количество различных слов в последовательности P^∇ обозначим через ρ.

Определим количество (r, n) последовательностей, обозначенное $L(r,n)$. Количество возможных r–ичных слов длиной n равно r^n. В рассматриваемых (r, n) последовательностях должны быть представлены все символы из алфавита Ω, поэтому среди множества возможных r–ичных слов необходимо исключить слова, содержащие не все символы из заданного алфавита, т.е.

$$L(r,n) = r^n - \sum_{i=1}^{r-1} \left(L(i,n) \times C_r^i \right),$$

где $L(1,n) = 1$.

В табл. 2.8 приведены значения $L(r, n)$ для $r = 2,\ldots,6$, $n = 2,\ldots, 10$, а в табл. 2.9 – количество (r, n) последовательностей по отношению ко всем n–ичным последовательностям.

Таблица 2.8 – Количество (r, n) последовательностей для r = 2,...,6, n = 2,...,10

n/r	2	3	4	5	6
2	2				
3	6	6			
4	14	36	24		
5	30	150	240	120	
6	62	540	1560	1800	720
7	126	1806	8400	16800	15120
8	254	5796	40824	126000	191520
9	510	18150	186480	834120	1905120
10	1022	55980	818520	5103000	16435440

Поскольку доля (r, n) последовательностей по отношению ко всем n–ичным последовательностям существенная, то для построения множества (r,n) последовательностей можно использовать последовательную генерацию n разрядных последовательностей $P = \{p_1, \ldots, p_n)$, i - ый элемент которой $p_i \in \Omega\ (i = 1, \ldots, n)$, определения количества различных символов в последовательности (δ) и отбор последовательностей с $\delta = r$.

Таблица 2.9 – Количество (r, n) последовательностей по отношению ко всем n–ичным последовательностям для r = 2,...,6, n = 2,...,10

n/r	2	3	4	5	6
2	50				
3	75	22,2			
4	87,5	44,4	9,38		
5	93,8	61,7	23,4	3,84	
6	96,9	74,1	38,1	11,5	1,54
7	98,4	82,6	51,3	21,5	5,40
8	99,2	88,3	62,3	32,3	11,4
9	99,6	92,2	71,1	42,7	18,9
10	99,8	94,8	78,1	52,3	27,2

В табл. 2.10 приведены примеры (3,4) последовательностей.

Таблица 2.10 – (3,4) последовательности

№	p_1	p_2	p_3	p_4	№	p_1	p_2	p_3	p_4	№	p_1	p_2	p_3	p_4
1	0	0	1	2	13	1	0	0	2	25	2	0	0	1
2	0	0	2	1	14	1	0	1	2	26	2	0	1	0
3	0	1	0	2	15	1	0	2	0	27	2	0	1	1
4	0	1	1	2	16	1	0	2	1	28	2	0	1	2
5	0	1	2	0	17	1	0	2	2	29	2	0	2	1
6	0	1	2	1	18	1	1	0	2	30	2	1	0	0
7	0	1	2	2	19	1	1	2	0	31	2	1	0	1
8	0	2	0	1	20	1	2	0	0	32	2	1	0	2
9	0	2	1	0	21	1	2	0	1	33	2	1	1	0
10	0	2	1	1	22	1	2	0	2	34	2	1	2	0
11	0	2	1	2	23	1	2	1	0	35	2	2	0	1
12	0	2	2	1	24	1	2	2	0	36	2	2	1	0

Для каждой *(r, n)* последовательности определяется ее структура (A), состав (V), тип серийной последовательности (T). Две серийные последовательности относятся к одному типу, если они имеют одинаковую структуру (V) и отличаются составом. В табл. 2.11 приведены характеристики (3, 4) последовательностей.

Таблица 2.11 – Характеристики (3,4) последовательностей

№	A				V				T	№	A				V				T
п/п	a_1	a_2	a_3	a_4	v_1	v_2	v_3	v_4		п/п	a_1	a_2	a_3	a_4	v_1	v_2	v_3	v_4	
1	0	1	2		2	1	1		1	14	1	0	1	2	1	1	1	1	10
2	0	2	1		2	1	1		2	15	1	0	2	0	1	1	1	1	11
3	0	1	0	2	1	1	1	1	3	16	1	0	2	1	1	1	1	1	12
4	0	1	2		1	2	1		1	17	1	0	2		1	1	2		9
5	0	1	2	0	1	1	1	1	4	18	1	0	2		2	1	1		9
6	0	1	2	1	1	1	1	1	5	19	1	2	0		2	1	1		13
7	0	1	2		1	1	2		1	20	1	2	0		1	1	2		13
8	0	2	0	1	1	1	1	1	6	21	1	2	0	1	1	1	1	1	14
9	0	2	1	0	1	1	1	1	7	22	1	2	0	2	1	1	1	1	15
10	0	2	1		1	1	2		2	23	1	2	1	0	1	1	1	1	16
11	0	2	1	2	1	1	1	1	8	24	1	2	0		1	2	1		13
12	0	2	1		1	2	1		2	25	2	0	1		1	2	1		17
13	1	0	2		1	2	1		9	26	2	0	1	0	1	1	1	1	18

№ п/п	A				V				T	№ п/п	A				V				T
	a_1	a_2	a_3	a_4	v_1	v_2	v_3	v_4			a_1	a_2	a_3	a_4	v_1	v_2	v_3	v_4	
27	2	0	1		1	1	2		17	32	2	1	0	2	1	1	1	1	23
28	2	0	1	2	1	1	1	1	19	33	2	1	0		1	2	1		21
29	2	0	2	1	1	1	1	1	20	34	2	1	2	0	1	1	1	1	24
30	2	1	0		1	1	2		21	35	2	0	1		2	1	1		17
31	2	1	0	1	1	1	1	1	22	36	2	1	0		2	1	1		21

Каталог типовых (3, 4) серийных последовательностей приведен в табл. 2.12.

Минимальное количество серий $h_{min} = r$, при $v_i = 1$, а максимальное количество серий $h_{max} = n$ при $v_i \geq 1$ $(i = 1,..., n)$.

Таблица 2.12 – Каталог типовых (3, 4) серийных последовательностей

№	a_1	a_2	a_3	a_4	Кол.	№	a_1	a_2	a_3	a_4	Кол.
1	0	1	2		3	13	1	0	1	2	1
2	0	2	1		3	14	1	0	2	0	1
3	1	0	2		3	15	1	0	2	1	1
4	2	0	1		3	16	1	2	0	1	1
5	1	2	0		3	17	1	2	0	2	1
6	2	1	0		3	18	1	2	1	0	1
7	0	1	0	2	1	19	2	0	1	0	1
8	0	1	2	0	1	20	2	0	1	2	1
9	0	1	2	1	1	21	2	0	2	1	1
10	0	2	0	1	1	22	2	1	0	1	1
11	0	2	1	0	1	23	2	1	0	2	1
12	0	2	1	2	1	24	2	1	2	0	1

Множество типовых серийных (r, n) последовательностей $T(r, n)$ мощностью $G(r, n)$ состоит из множества типовых серийных последовательностей $T(r, n, h)$ мощностью $G(r, n, h)$ для $h = r, \ldots, n$. Значения $G(r, n)$ и $T(r, n)$ определяются следующим образом:

$$G(r,n) = \sum_{h=r}^{n} G(r,n,h), \quad T(r,n) = \bigcup_{h=r}^{n} T(r,n,h).$$

Построение множества $T(r, n)$ состоит из следующих этапов [41]:

Этап 1. Полагаем $h = r$.

Этап 2. Формируем множество $T(r, n, r)$.

Этап 3. Полагаем $h = h+1$.

Этап 4. Если $h>n$, то переходим к этапу 7.

Этап 5. На основе множества $T(r, n, h–1)$ формируем множество $T(r, n, h)$.

Этап 6. Переходим к этапу 3.

Этап 7. Конец.

Рассмотрим формирование множества $T(r, n, r)$ на втором этапе.

Очевидно, что $G(r, n, r) = r!$ и множество типовых серийных (r, n, r) последовательностей $T(r, n, r)$ получается в результате перестановок элементов последовательности $P = \{p_1, \ldots, p_r)$.

На пятом этапе на основе множества $T(r, n, h–1)$ формируется множество $T(r, n, h)$ следующим образом.

Для каждой типовой последовательности $P^m{}_i \in T(r, n, h–1)$, $i=1,\ldots, G(r, n, h–1)$ с алфавитом Ω формируется множество последовательностей E, полученных в результате добавления в последовательность $P^m{}_i$ последовательности $P^* = S^*(a^*,1)$, *где* $a^* \in \Omega$.

В состав множества последовательностей E входят последовательности, полученные с помощью следующих операций:

1. $P^E = \vartheta(P^*, P^T{}_i)$.
2. $P^E = \Psi(P^T, P^*, \mu)$, $\mu=2, \ldots, h – 1$.
3. $P^E = \vartheta(P^T{}_i, P^*)$.

Для всех последовательностей, входящих в множество E определяется тип серийной последовательности. Множество различных типовых представителей образуют множество типовых серийных последовательностей $T(r, n, h)$. В табл.2.13 приведены значения $G(r, n, h)$ для $r = 2,\ldots, 6$, $h = r, \ldots, 9$, $n \geq h$.

Таблица 2.13 – Значения G(r, n, h) для r = 2,..., 6, h = r, ... , 9, n ≥ h

r\h	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	2	2	2	2	2	2	2
3		6	18	42	90	186	378	762
4			24	144	600	2160	7224	23184
5				120	1200	7800	42000	204120
6					720	10800	100800	756000

В табл. 2.14 приведены значения $G(r, n)$ для $r = 2,\ldots, 6$, $n = r, \ldots, 9$, $n \geq h \geq r$.

Таблица 2.14 – Значения G(r, n) для r = 2,..., 6, n = r, ... , 9, n ≥ h ≥ r

r\n	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16
3	6	24	66	156	342	720	1482
4		24	168	768	2928	10152	33336
5			120	1320	9120	13320	217440
6				720	11520	112320	868320

Количество (r, n) последовательностей W, с типовой структурой $A = \{a_1, a_2, \ldots, a_h\}$, множествами $\Gamma = \{\gamma_1, \gamma_2, \ldots, \gamma_r\}$ и $\Lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_r\}$ определяется количеством композиций λ_i символов на γ_i серий ($i = 1,\ldots,r$):

$$W = \prod_{i=1}^{r} \delta(\lambda_i, \gamma_i),$$

где $\delta(t, d) = \dfrac{(t-1)!}{(d-1)!(t-d)!}$.

Например, для $A = \{a_1, a_2, a_1, a_2, a_3, a_2, a_3\}$, $\Gamma = \{2, 3, 2\}$ и $\Lambda = \{5, 4, 3\}$ существует 24 варианта (3, 12) последовательностей, состав которых приведен в табл. 2.15

Таблица 2.15 – Состав последовательностей

№	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7	№	v_1	v_2	v_3	v_4	v_5	v_6	v_7
1	4	2	1	1	2	1	1	13	3	2	2	1	2	1	1
2	4	2	1	1	1	1	2	14	3	2	2	1	1	1	2
3	4	1	1	2	2	1	1	15	3	1	2	2	2	1	1
4	4	1	1	2	1	1	2	16	3	1	2	2	1	1	2
5	4	1	1	1	2	2	1	17	3	1	2	1	2	2	1
6	4	1	1	1	1	2	2	18	3	1	2	1	1	2	2
7	1	2	4	1	2	1	1	19	2	2	3	1	2	1	1
8	1	2	4	1	1	1	2	20	2	2	3	1	1	1	2
9	1	1	4	2	2	1	1	21	2	1	3	2	2	1	1
10	1	1	4	2	1	1	2	22	2	1	3	2	1	1	2
11	1	1	4	1	2	2	1	23	2	1	3	1	2	2	1
12	1	1	4	1	1	2	2	24	2	1	3	1	1	2	2

3.1.3 Перечисление типовых серийных последовательностей планов МФЭ

Серийные последовательности планов МФЭ имеют особенности, обусловленные свойствами планов МФЭ.

При $r = 2$ алфавит Ω состоит из двух символов $\Omega = \{\omega_1, \omega_2\}$, которые чередуются в последовательности. Применительно к планам МФЭ, в которых факторы принимают два значения, алфавит имеет вид: $\Omega = \{-1, +1\}$.

При k факторах и количестве уровней $r = 2$ количество опытов $n = 2^k$. Обозначим количество серий, образованных символами «–1» через γ^-, а образованных символами «+1» через γ^+; количество символов «–1» в

последовательности обозначим через λ^-, а символов «+1» – через λ^+. Множества $\Gamma = \{\gamma^-, \gamma^+\}$ и $\Lambda = \{\lambda^-, \lambda^+\}$ обладают следующими свойствами:

$$\lambda^- = \lambda^+ = 2^{k-1}; \quad \gamma^- + \gamma^+ = h.$$

Минимальное количество серий $h_{min} = 2$, а максимальное количество серий $h_{max} = n/2$.

Значения γ^- и γ^+ зависят от значения h и вида типовой структуры последовательности (A). В табл. 2.16 приведен пример типовых структур (2, 8) последовательностей.

Таблица 2.16 –Типовые структуры (2, 8) последовательностей

№	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
1	–1	+1						
2	+1	–1						
3	–1	+1	–1					
4	+1	–1	+1					
5	–1	+1	–1	+1				
6	+1	–1	+1	–1				
7	–1	+1	–1	+1	–1			
8	+1	–1	+1	–1	+1			
9	–1	+1	–1	+1	–1	+1		
10	+1	–1	+1	–1	+1	–1		
11	–1	+1	–1	+1	–1	+1	–1	
12	+1	–1	+1	–1	+1	–1	+1	
13	–1	+1	–1	+1	–1	+1	–1	+1
14	+1	–1	+1	–1	+1	–1	+1	–1

Анализ табл. 2.16 показывает, что значения γ^- и γ^+ зависят от того, какое значение h – четное или нечетное. В табл. 2.17 приведены значения γ^- и γ^+ в зависимости от значения h и вида типовой структуры последовательности (A).

Количество $(2, n)$ последовательностей W_i, с типовой структурой A_i, множествами $\Gamma_i = \{\gamma_i^-, \gamma_i^+\}$ и $\Lambda_i = \{\lambda_i^-, \lambda_i^+\}$ определяется следующим образом:

$$W_i = \delta(2^{k-1}, \gamma_i^-) \times \delta(2^{k-1}, \gamma_i^+).$$

Для типовых $(2, n)$ последовательностей $G(2, n) = 2^{k+1} - 2$, следовательно, общее количество $(2, n)$ последовательностей $W(2, n)$:

$$W(2,n) = \sum_{i=1}^{2^{k+1}-2} \delta(2^{k-1}, \gamma_i^-) \times \delta(2^{k-1}, \gamma_i^+).$$

Таблица 2.17 – Значения γ^- и γ^+ в зависимости от значения h и вида типовой структуры последовательности

h	A	γ^-	γ^+
$2\times\tau$, $\tau = 1,..., 2^{k-1}$	–1, +1, ... , –1, +1	h/2	h/2
	+1, –1, ... , +1, –1	h/2	h/2
$h = 2\times\tau+1$, $\tau = 1,..., 2^{k-1} -1$	–1, +1, ... , +1, –1	[h/2] + 1	[h/2]
	+1, –1, ... , –1, +1	[h/2]	[h/2] + 1

В табл. 2.18 приведены последовательности изменения уровней факторов планов МФЭ для $k = 3$.

Таблица 2.18 – Последовательности изменения уровней факторов планов МФЭ для k = 3

h	A	V
2	–1,+1	(4, 4)
2	+1,–1	(4, 4)
3	+1,–1,+1	(2, 4, 2), (1, 4, 3), (3, 4, 1)
3	–1,+1,–1	(3, 4, 1), (2, 4, 2), (1, 4, 3)
4	–1,+1,–1,+1	(1, 2, 3, 2), (2, 3, 2, 1), (3, 2, 1, 2), (1, 3, 3, 1), (1, 1, 3, 3), (2, 1, 2, 3), (3, 1, 1, 3), (2, 2, 2, 2), (3, 3, 1, 1)
4	+1,–1,+1,–1	(1, 2, 3, 2), (2, 2, 2, 2), (3, 2, 1, 2), (3, 3, 1, 1), (2, 3, 2, 1), (2, 1, 2, 3), (1, 1, 3, 3), (3, 1, 1, 3), (1, 3, 3, 1)
5	–1,+1,–1,+1,–1	(1, 3, 1, 1, 2), (1, 1, 1, 3, 2), (1, 2, 1, 2, 2), (1, 2, 2, 2, 1), (1, 1, 2, 3, 1), (2, 1, 1, 3, 1), (2, 2, 1, 2, 1), (1, 3, 2, 1, 1), (2, 3, 1, 1, 1)
5	+1,–1,+1,–1,+1	(1, 2, 1, 2, 2), (1, 1, 1, 3, 2), (1, 1, 2, 3, 1), (2, 1, 1, 3, 1), (2, 2, 1, 2, 1), (2, 3, 1, 1, 1), (1, 2, 2, 2, 1), (1, 3, 1, 1, 2), (1, 3, 2, 1, 1)
6	–1,+1,–1,+1, –1,+1	(1, 2, 1, 1, 2, 1), (1, 2, 2, 1, 1, 1), (1, 1, 1, 1, 2, 2), (1, 1, 2, 1, 1, 2), (2, 1, 1, 1, 1, 2), (2, 2, 1, 1, 1, 1), (2, 1, 1, 2, 1, 1), (1, 1, 2, 2, 1, 1), (1, 1, 1, 2, 2, 1)
6	–1,+1,–1,+1, –1,+1	(1, 1, 1, 2, 2, 1), (1, 2, 1, 1, 2, 1), (1, 2, 2, 1, 1, 1), (2, 2, 1, 1, 1, 1), (1, 1, 2, 1, 1, 2), (1, 1, 1, 1, 2, 2), (2, 1, 1, 2, 1, 1), (1, 1, 2, 2, 1, 1), (2, 1, 1, 1, 1, 2)
7	–1,+1,–1,+1, –1,+1,–1	(1, 1, 1, 2, 1, 1, 1), (1, 1, 1, 1, 1, 2, 1), (1, 2, 1, 1, 1, 1, 1)
7	+1,–1,+1,–1, +1,–1,+1	(1, 1, 1, 2, 1, 1, 1), (1, 1, 1, 1, 1, 2, 1), (1, 2, 1, 1, 1, 1, 1)
8	–1,+1,–1,+1, –1,+1,–1,+1,	(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)
8	+1,–1,+1,–1, +1,–1,+1,–1,	(1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1)

Для построения множества типовых структур (2, n) последовательностей необходимо сформировать последовательности следующего вида [51]:

а) $P = \vartheta(\tau P^{-+}),\ \tau=1,...,2^{k-1};$

б) $P = \vartheta(\tau P^{+-}),\ \tau=1,...,2^{k-1};$

в) $P = \vartheta(\tau P^{-+}, P^{-}),\ \tau=1,...,2^{k-1}-1;$

г) $P = \vartheta(\tau P^{+-}, P^{-+}),\ \tau=1,...,2^{k-1}-1,$

где $P^{-+} = (-1, +1);\ P^{+-} = (+1, -1);\ P^{+} = (+1);\ P^{-} = (-1)$;

запись τP означает, что последовательность образована из τ последовательно соединенных последовательностей P.

2.1.4 Перечисление типовых оптимальных планов МФЭ

При использовании комбинаторных планов, учитывающих порядок чередования уровней изменения факторов, основная задача – определить вид плана МФЭ, для которого стоимость изменений уровней факторов будет наименьшей.

Одним из возможных подходов к решению данной задачи является использование известного из теории кодирования рефлексивного кода Грея [52].

Код Грея (Gray code) — такое упорядочение r–ичных векторов, что соседние вектора отличаются только в одном разряде. Для $r = 2$ он строится на базе двоичного кода по следующему правилу: старший разряд остается без изменения; каждый последующий разряд инвертируется, если предыдущий разряд исходного двоичного кода равен единице. Таким образом, код Грея является так называемым одношаговым кодом, т.к. при переходе от одного числа к другому всегда меняется лишь какой-то один бит.

В табл. 2.19 приведены двоичные коды и соответствующие им коды (2, 4), а в табл. 2.20 троичные коды и соответствующие им коды Грея (3,3). Действительно, код Грея имеет наименьшее количество изменений. Но его значения «жестко привязаны» к позиционным кодам и не допускают перестановку строк.

Таблица 2.19 – Двоичные коды и соответствующие им коды Грея (2,4)

№	Двоичный код	Код Грея	№	Двоичный код	Код Грея	№	Двоичный код	Код Грея
0	0 0 0 0	0 0 0 0	6	0 1 1 0	0 1 0 1	12	1 0 1 0	1 1 0 0
1	0 0 0 1	0 0 0 1	7	0 1 1 1	0 1 0 0	13	1 1 0 1	1 0 1 1
2	0 0 1 0	0 0 1 1	8	1 1 0 0	1 1 0 0	14	1 1 1 0	1 0 0 1
3	0 0 1 1	0 0 1 0	9	1 1 0 0	1 1 0 1	15	1 1 1 1	1 0 0 0
4	0 1 1 0	0 1 0 0	10	1 1 0 1	1 1 1 1			
5	0 1 0 1	0 1 1 1	11	1 0 1 0	1 1 1 0			

Таблица 2.20 –Троичные коды и соответствующие им коды Грея (3,3)

№	Троичный код	Код Грея	№	Троичный код	Код Грея	№	Троичный код	Код Грея
0	0	000	9	100	120	18	200	210
1	1	001	10	101	121	19	201	211
2	2	002	11	102	122	20	202	212
3	10	012	12	110	102	21	210	222
4	11	010	13	111	100	22	211	220
5	12	011	14	112	101	23	212	221
6	20	021	15	120	111	24	220	201
7	21	022	16	121	112	25	221	202
8	22	020	17	122	110	26	222	200

Код Грея можно использовать только при одинаковой стоимости изменений значений уровней факторов. Рассмотрим пример, в котором стоимость изменения уровней факторов различная (табл. 2.21). В табл. 2.22 и 2.23 приведены исходный план МФЭ, построенный с помощью кода Грея (план $П_1$) и планы с минимальным количеством изменений, которые не являются кодами Грея, но у которых переход от одного опыта к следующему требует изменения значения только одного фактора (планы $П_2$ – $П_8$). Стоимость изменения уровней факторов в i–м плане обозначена $C(П_i)$.

Таблица 2.21 – Стоимости изменений уровней факторов

Обозначения факторов	Стоимость изменений уровней (усл. ед.)	
	из «–1 в «+1»	из «+1» в «–1»
X_1	1	2
X_2	3	1
X_3	2	4

Приведенный пример показывает, что для выбора оптимального плана МФЭ необходимо построить множество типовых планов МФЭ с минимальным количеством изменений уровней факторов, определить множество серийных последовательностей, на основе которых строятся эти планы и поиск оптимального варианта плана МФЭ для заданной стоимости изменения уровней проводить среди типовых вариантов, количество которых значительно меньше, чем общее количество возможных планов МФЭ. Типовые варианты планов МФЭ представляются в виде множества последовательностей изменений уровней факторов, которое формируется следующим образом.

Таблица 2.22 – Планы МФЭ $П_1$ – $П_4$

$П_1$				$П_2$				$П_3$				$П_4$			
№	X_1	X_2	X_3	№	X_1	X_2	X_3	№	X_1	X_2	X_3	№	X_1	X_2	X_3
1	–1	–1	–1	3	–1	1	1	3	–1	1	1	4	–1	1	–1
2	–1	–1	1	2	–1	–1	1	4	–1	1	–1	5	1	1	–1
3	–1	1	1	1	–1	–1	–1	5	1	1	–1	3	–1	1	1
4	–1	1	–1	4	–1	1	–1	6	1	1	1	6	1	1	1
5	1	1	–1	5	1	1	–1	7	1	–1	1	7	1	–1	1
6	1	1	1	6	1	1	1	2	–1	–1	1	2	–1	–1	1
7	1	–1	1	7	1	–1	1	1	–1	–1	–1	1	–1	–1	–1
8	1	–1	–1	8	1	–1	–1	8	1	–1	–1	8	1	–1	–1
$C(П_1) = 17$				$C(П_2) = 16$				$C(П_3) = 15$				$C(П_4) = 14$			

Таблица 2.23 – Планы МФЭ $П_5$ – $П_8$

$П_5$				$П_6$				$П_7$				$П_8$			
№	X_1	X_2	X_3	№	X_1	X_2	X_3	№	X_1	X_2	X_3	№	X_1	X_2	X_3
4	–1	1	–1	5	1	1	–1	4	–1	1	–1	4	–1	1	–1
5	1	1	–1	4	–1	1	–1	5	1	1	–1	1	–1	–1	–1
6	1	1	1	1	–1	–1	–1	8	1	–1	–1	8	1	–1	–1
3	–1	1	1	8	1	–1	–1	1	–1	–1	–1	5	1	1	–1
2	–1	–1	1	7	1	–1	1	2	–1	–1	1	6	1	1	1
7	1	–1	1	2	–1	–1	1	3	–1	1	1	3	–1	1	1
8	1	–1	–1	3	–1	1	1	6	1	1	1	2	–1	–1	1
1	–1	–1	–1	6	1	1	1	7	1	–1	1	7	1	–1	1
$C(П_5) = 13$				$C(П_6) = 12$				$C(П_7) = 11$				$C(П_8) = 11$			

В общем случае матрица планирования эксперимента может быть представлена в виде таблицы (табл. 2.24).

Таблица 2.24 – Матрица планирования эксперимента

Номер опыта	Кодированные значения факторов			
	F_1	F_2	…	F_k
1	f_{11}	f_{21}	…	f_{k1}
2	f_{12}	f_{22}	…	f_{k2}
…	…	…	…	…
n	f_{1n}	f_{2n}	…	$f_{k,n}$

Поставим в соответствие последовательности изменения уровней i–го фактора $F_i = \{f_{i1}, f_{i2}, \ldots, f_{in}\}$ значение D_i, определяемое следующим образом:

$$D_i = \sum_{j=1}^{n} \zeta(f_{ij}) \times 2^{n-j},$$

где $\zeta(f_{ij}) = \begin{cases} 0, \text{ если } f_{ij} = -1, \\ 1, \text{ если } f_{ij} = 1. \end{cases}$

Тогда план МФЭ описывается множеством $D = \{D_1, \ldots, D_k\}$.

В общем случае, процедура построения каталога типовых планов МФЭ состоит в генерации множества преобразований, оценки характеристик планов МФЭ, полученных в результате преобразований, и формирования множества различных представителей.

В ряде случаев количество рассматриваемых вариантов преобразований можно существенно уменьшить. Например, при исследовании планов МФЭ, имеющих заданное количество изменений уровней факторов в процессе эксперимента, при описании типа использовать упорядоченное множество последовательностей изменения уровней факторов (Y).

При описании процедуры формирования типовых планов МФЭ использованы следующие обозначения:

$П$ – исходный план МФЭ;

q – количество преобразований;

Z – $\{z_1, z_2, \ldots, z_q\}$ – множество преобразований планов МФЭ;

$П^* = П(z_i)$ – производный план МФЭ, полученный из исходного плана П в результате преобразования z_i;

$C(П^*)$ – количество изменений уровней факторов в плане $П^*$;

μ – заданное количество изменений уровней факторов;

U – множество типовых вариантов планов МФЭ;

L_u – количество сформированных планов МФЭ;

B – множество базовых последовательностей изменений уровней факторов;

L_v – количество сформированных базовых последовательностей изменений уровней факторов;

$D^i = \{D^i_1, \ldots, D^i_k\}$ – последовательности изменений уровней факторов производного плана $П^* = П(h_i)$;

Y^i – упорядоченная последовательность изменений уровней факторов D^i;

$D^i_j \rightarrow B$ означает запись последовательности изменений уровней факторов D^i_j в множество базовых последовательностей B;

$Y^i \rightarrow U$ означает запись упорядоченной последовательности изменений уровней факторов Y^i в множество типовых вариантов планов МФЭ;

i – текущий номер преобразования.

Процедура построения каталога типовых планов МФЭ для заданных значений n, k, μ и исходного плана Π состоит из следующих этапов [53].

Этап 1. Полагаем $i = 0$.

Этап 2. Определяем текущий номер преобразования $i = i + 1$.

Этап 3. Формируем производный план МФЭ $\Pi^* = \Pi(z_i)$.

Этап 4. Если $C(\Pi^*) \neq \mu$, то переходим к этапу 2.

Этап 5. Определяем D^i и Y^i.

Этап 6. Если $D^i_j \notin B$, то $D^i_j \rightarrow B$, $L_v = L_v + 1$.

Этап 7. Если $Y^i \notin U$, то $Y^i \rightarrow U$, $L_u = L_u + 1$.

Этап 8. Если $i < q$, то переходим к этапу 2.

Этап 9. Конец.

Рассмотрим пример построения каталога типовых планов МФЭ для $n = 8$, $k = 4$, $\mu = 11$. Матрица исходного плана эксперимента приведена в табл. 2.25.

Таблица 2.25 – Исходный план эксперимента

Номер опыта	Кодированные значения факторов				Номер опыта	Кодированные значения факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4
1	+1	+1	–1	+1	5	+1	+1	+1	+1
2	–1	–1	+1	+1	6	+1	–1	–1	–1
3	–1	+1	–1	–1	7	+1	–1	+1	–1
4	–1	+1	+1	–1	8	–1	–1	–1	+1

В табл. 2.26 приведен вид множеств Z и D, для которых выполняется условие $\mu = 11$ (для первых десяти типовых планов МФЭ). Значения D^i_j, которые записываются в множество B, отмечены знаком «+».

Таблица 2.26 – Множества Z и D для μ = 11

№	Z								D			
	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8	D_1	D_2	D_3	D_4
1	3	4	5	1	6	7	8	2	60+	240+	101+	51+
2	4	3	1	5	6	7	2	8	60	240	150+	51
3	4	3	5	1	6	7	2	8	60	240	166+	51

№	Z								D			
	z_1	z_2	z_3	z_4	z_5	z_6	z_7	z_8	D_1	D_2	D_3	D_4
4	4	5	1	3	6	7	2	8	108+	240	198+	99+
5	4	5	1	6	7	2	8	3	120+	225+	204+	102+
6	1	5	4	3	6	7	8	2	204	240	101	195+
7	5	1	4	3	6	7	2	8	204	240	166	195
8	5	4	3	1	6	7	2	8	156+	240	198	147+
9	5	4	3	6	7	2	8	1	153+	225	204	135+
10	5	1	3	4	6	7	2	8	204	240	150	195

В табл. 2.27 приведен процесс формирования множества базовых последовательностей изменений уровней факторов B после определения нового типового плана МФЭ с упорядоченной последовательностью изменений уровней факторов Y.

Таблица 2.27 – Процесс формирование множества B

№	Y	B
1	51, 60, 101, 240	60, 240, 101, 51
2	51, 60, 150, 240	60, 240, 101, 51, 150
3	51, 60, 166, 240	60, 240, 101, 51, 150, 166
4	99, 108, 198, 240	60, 240, 101, 51, 150, 166, 108, 198, 99
5	102, 120, 204, 225	60, 240, 101, 51, 150, 166, 108, 198, 99, 120, 225, 204, 102
6	101, 195, 204, 240	60, 240, 101, 51, 150, 166, 108, 198, 99, 120, 225, 204, 102, 195
7	166, 195, 204, 240	60, 240, 101, 51, 150, 166, 108, 198, 99, 120, 225, 204, 102, 195
8	147, 156, 198, 240	60, 240, 101, 51, 150, 166, 108, 198, 99, 120, 225, 204, 102, 195, 156, 147
9	135, 153, 204, 225	60, 240, 101, 51, 150, 166, 108, 198, 99, 120, 225, 204, 102, 195, 156, 147, 153, 135
10	150, 195, 204, 240	60, 240, 101, 51, 150, 166, 108, 198, 99, 120, 225, 204, 102, 195, 156, 147, 153, 135

В табл. 2.28 приведены полученные базовые последовательности изменений уровней факторов, а в табл. 2.29 типовые варианты структур планов МФЭ для n=8, k=4, μ=11.

Таблица 2.28 –Базовые последовательности изменений уровней факторов для n=8, k=4, μ=11

№	Номер опыта								№	Номер опыта							
	1	2	3	4	5	6	7	8		1	2	3	4	5	6	7	8
1	–1	–1	+1	+1	+1	+1	–1	–1	2	+1	+1	+1	+1	–1	–1	–1	–1
3	–1	+1	+1	–1	–1	+1	–1	+1	4	–1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	+1
5	+1	–1	–1	+1	–1	+1	+1	–1	6	+1	–1	+1	–1	–1	+1	+1	–1
7	–1	+1	+1	–1	+1	+1	–1	–1	8	+1	+1	–1	–1	–1	+1	+1	–1
9	–1	+1	+1	–1	–1	–1	+1	+1	10	–1	+1	+1	+1	+1	–1	–1	–1
11	+1	+1	+1	–1	–1	–1	–1	+1	12	+1	+1	–1	–1	+1	+1	–1	–1
13	–1	+1	+1	–1	–1	+1	+1	–1	14	+1	+1	–1	–1	–1	–1	+1	+1
15	+1	–1	–1	+1	+1	+1	–1	–1	16	+1	–1	–1	+1	–1	–1	+1	+1
17	+1	–1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	18	+1	–1	–1	–1	–1	+1	+1	+1

Таблица 2.29 – Типовые варианты структур планов МФЭ для n=8, k=4, r=11

№	B_1	B_2	B_3	B_4	№	B_1	B_2	B_3	B_4	№	B_1	B_2	B_3	B_4
1	1	2	3	4	2	1	2	4	5	3	1	2	4	6
4	2	7	8	9	5	10	11	12	13	6	2	3	12	14
7	2	6	12	14	8	2	8	15	16	9	11	12	17	18
10	2	5	12	14										

С помощью описанного метода были построены каталоги типовых планов МФЭ для n = 8, k = 3,…,6. В табл. 2.30 приведены значения L_v и L_u для разработанных каталогов типовых планов. Вид плана МФЭ, в общем случае, влияет на характеристики планов МФЭ и вид каталога.

Таблица 2.30 – Характеристики каталогов планов МФЭ для n = 8, k = 3,…,6

μ	k=3		k=4 (1)		k=4 (2)		k=5		k=6	
	L_v	L_u	L_v	L_u	L_v	L_u	L_v	L_u	L_v	L_u
7	16	24								
8	42	104								
9	68	472								
10	70	744	8	8						
11	70	1456	32	56						
12	70	1264	56	168						
13	70	1392	66	440						

14	66	592	68	592	70	576				
15	58	440	70	1392			18	16		
16	42	168	70	1264	70	656	42	64		
17	24	56	70	1456			70	288		
18	6	8	70	744	68	336	70	512		
19			70	472			70	1136		
20			48	104	50	96	70	1008		
21			18	24			70	1136	36	48
22					16	16	70	512	64	144
23							70	288	70	432
24							44	64	70	432
25							18	16	70	432
26									64	144
27									36	48

В табл. 2.30 столбец k = 4(1) соответствует исходной матрице МФЭ, в которой фактор *F4=F1*F2*, а столбец k = 4(2) соответствует исходной матрице МФЭ, в которой фактор *F4=F1*F2*F3*.

В табл. 2.31 приведены все планы МФЭ для n = 8, k = 3, μ = 7. N_t – номер типа.

При композиции планов МФЭ необходимо учитывать значения факторов в первом и последнем опытах. В связи с этим, множество планов МФЭ для n = 8, k = 3, μ = 7 разбито на группы в зависимости от значений факторов в первом и последнем опытах. Номера планов МФЭ (в соответствии с табл. 2.31), имеющие одинаковые значения факторов в первом и последнем опытах, указаны в соответствующих ячейках таблицы 2.32.

Таблица 2.31 – Планы МФЭ для n = 8, k = 3, μ = 7

№	D_1	D_2	D_3	N_t	№	D_1	D_2	D_3	N_t	№	D_1	D_2	D_3	N_t
1	15	60	102	1	2	30	120	204	1	3	15	156	198	2
4	57	240	156	3	5	60	240	153	4	6	102	240	60	5
7	51	120	30	6	8	120	225	51	7	9	156	240	57	4
10	153	240	60	5	11	135	204	30	8	12	195	240	102	9
13	225	204	120	10	14	204	225	120	11	15	240	195	102	10
16	240	198	99	11	17	198	240	156	12	18	99	240	198	12
19	99	198	240	12	20	198	156	240	13	21	204	135	225	13
22	240	153	195	14	23	240	156	198	13	24	156	198	240	13
25	120	204	225	11	26	102	195	240	10	27	60	102	240	6

Продолжение табл. 2.31

№	D_1	D_2	D_3	N_t	№	D_1	D_2	D_3	N_t	№	D_1	D_2	D_3	N_t
28	30	51	120	7	29	57	99	240	15	30	153	195	240	15
31	225	135	204	14	32	195	153	240	15	33	135	225	204	14
34	15	57	156	16	35	15	153	60	17	36	51	225	120	8
37	99	57	240	16	38	198	99	240	12	39	120	51	225	8
40	240	102	195	10	41	240	99	198	12	42	156	57	240	4
43	60	153	240	5	44	57	156	240	4	45	153	60	240	5
46	225	120	204	11	47	204	120	225	11	48	195	102	240	10
49	102	60	240	6	50	51	30	120	7	51	135	30	204	9
52	15	102	60	1	53	30	204	120	2	54	15	198	156	3
55	15	195	153	18	56	15	99	57	19	57	30	135	51	20
58	135	51	225	21	59	51	135	225	22	60	195	15	153	19
61	204	30	135	9	62	102	15	195	22	63	225	51	135	22
64	153	15	195	19	65	57	15	99	20	66	60	15	102	1
67	120	30	204	2	68	156	15	198	3	69	240	57	156	4
70	240	60	153	5	71	198	15	156	3	72	99	15	198	23
73	15	99	198	24	74	15	195	102	23	75	51	135	30	21
76	135	51	30	21	77	195	15	102	23	78	57	15	156	17
79	153	15	60	18	80	225	51	120	8	81	30	135	204	9
82	102	15	60	1	83	204	30	120	2	84	240	60	102	6
85	120	30	51	7	86	240	57	99	16	87	156	15	57	17
88	60	15	153	18	89	198	15	99	24	90	99	15	57	20
91	99	57	15	20	92	198	99	15	24	93	240	156	57	4
94	240	153	60	5	95	204	135	30	9	96	225	135	51	22
97	195	153	15	19	98	135	225	51	22	99	153	195	15	19
100	156	198	15	3	101	30	51	135	21	102	102	195	15	23
103	60	102	15	1	104	120	204	30	2	105	57	99	15	20
106	51	225	135	22	107	15	153	195	19	108	15	57	99	20
109	99	198	15	24	110	198	156	15	3	111	240	99	57	16
112	240	102	60	6	113	120	51	30	7	114	225	120	51	8
115	51	30	135	21	116	195	102	15	23	117	102	60	15	1
118	204	120	30	2	119	135	30	51	21	120	153	60	15	18
121	156	57	15	17	122	60	153	15	18	123	57	156	15	17

Продолжение табл. 2.31

№	D_1	D_2	D_3	N_t	№	D_1	D_2	D_3	N_t	№	D_1	D_2	D_3	N_t
124	15	198	99	24	125	30	204	135	9	126	15	102	195	23
127	60	240	102	6	128	30	120	51	7	129	57	240	99	16
130	15	156	57	17	131	15	60	153	18	132	135	204	225	14
133	153	240	195	15	134	156	240	198	13	135	51	120	225	8
136	102	240	195	10	137	195	240	153	15	138	204	225	135	14
139	225	204	135	14	140	120	225	204	11	141	240	198	156	13
142	240	195	153	15	143	198	240	99	12	144	99	240	57	16

Таблица 2.32 – Номера планов МФЭ, имеющие одинаковые значения факторов в первом и последнем опытах

$У_{нач}$	$У_{пос}$							
	–1–1–1	–1–1+1	–1+1–1	–1+1+1	+1–1–1	+1–1+1	+1+1–1	+1+1+1
–1–1–1		85,103, 117, 128	28, 66, 82, 113		1, 7, 50, 52			56, 65, 90, 91, 105, 108
–1–1+1	2, 27, 49, 67			39, 62, 88, 101		115, 126, 131, 135	29, 34, 37, 72, 73, 78	
–1+1–1	6, 53, 104, 127			8, 57, 102, 122		109, 123, 124, 129, 130, 144	35, 36, 74, 75	
–1+1+1		5, 25, 125, 136	26, 43, 81, 140		3, 4, 18, 19, 44, 54			55, 59, 106, 107
+1–1–1	83, 84, 112, 118			86, 87, 89, 92, 111, 121		114, 116, 119, 120	76, 77, 79, 80	
+1–1+1		40, 47, 61, 70	38, 41, 42, 68, 69, 71		45, 46, 48, 51			58, 60, 63, 64
+1+1–1		9, 16, 93,100, 110, 143	14, 15, 94, 95		10, 11, 12, 13			96, 97, 98, 99
+1+1+1	17, 20, 23, 24, 134, 141			21, 22, 138, 142		132, 133, 137, 139	30, 31, 32, 33	

Типовые варианты структур оптимальных планов МФЭ для $n = 8$, $k = 3$, $\mu = 7$ приведены в табл. 2.33. Базовые серийные последовательности для $n = 8$, $k = 3$, $\mu = 7$ приведены в табл. 2.34.

Таблица 2.33 – Типовые варианты структур оптимальных планов МФЭ

№	A_1	A_2	A_3	№	A_1	A_2	A_3	№	A_1	A_2	A_3
1	4(1)	6(1)	4(2)	2	1(1)	8(1)	4(3)	3	4(2)	5(1)	3(1)
4	1(1)	4(3)	7(1)	5	1(1)	5(2)	6(2)	6	1(1)	5(2)	5(3)
7	1(1)	8(1)	3(2)	8	4(1)	5(1)	3(3)	9	1(1)	5(3)	6(3)
10	5(2)	5(3)	2(1)	11	4(1)	4(2)	5(1)	12	8(1)	4(3)	2(1)
13	1(1)	7(1)	3(2)	14	1(1)	6(2)	6(3)	15	6(1)	3(1)	3(3)
16	5(1)	3(1)	3(3)	17	7(1)	3(2)	2(1)	18	6(2)	6(3)	2(1)
19	4(1)	6(1)	3(3)	20	4(3)	7(1)	2(1)	21	5(2)	6(2)	2(1)
22	6(1)	4(2)	3(1)	23	8(1)	3(2)	2(1)	24	5(3)	6(3)	2(1)

Таблица 2.34 – Базовые серийные последовательности для n=8, k=3, μ = 7

№	h	A					№ посл.	Вид последовательности							
		a_1	a_2	a_3	a_4	a_5									
1	2	–1	+1				1	–1	–1	–1	–1	1	1	1	1
2	2	+1	–1				1	1	1	1	1	–1	–1	–1	–1
3	3	–1	+1	–1			1	–1	1	1	1	1	–1	–1	–1
							2	–1	–1	1	1	1	1	–1	–1
							3	–1	–1	–1	1	1	1	1	–1
4	3	+1	–1	+1			1	1	–1	–1	–1	–1	1	1	1
							2	1	1	1	–1	–1	–1	–1	1
							3	1	1	–1	–1	–1	–1	1	1
5	4	–1	+1	–1	+1		1	–1	–1	1	1	–1	–1	1	1
							2	–1	1	1	–1	–1	–1	1	1
							3	–1	–1	1	1	1	–1	–1	1
6	4	+1	–1	+1	–1		1	1	1	–1	–1	1	1	–1	–1
							2	1	1	–1	–1	–1	1	1	–1
							3	1	–1	–1	1	1	1	–1	–1
7	5	–1	+1	–1	+1	–1	1	–1	1	1	–1	–1	1	1	–1
8	5	+1	–1	+1	–1	+1	1	1	–1	–1	1	1	–1	–1	1

Типовые варианты структур оптимальных планов МФЭ для $n = 8$, $k = 4$, $\mu = 10$ приведены в табл. 2.35.

Таблица 2.35 – Типовые варианты структур оптимальных планов МФЭ

№	A_1	A_2	A_3	A_3	№	A_1	A_2	A_3	A_3	№	A_1	A_2	A_3	A_3
1	3	2	7	5	2	2	7	6	4	3	2	6	4	8
4	3	6	8	1	5	3	7	6	1	6	7	5	4	1
7	5	4	8	1	8	3	2	5	8					

Базовые серийные последовательности для $n = 8$, $k = 4$, $\mu = 10$ приведены в табл. 2.36.

Таблица 2.36 – Базовые серийные последовательности для n=8, k=4, μ = 10

№	h	A					Вид последовательности							
		a_1	a_2	a_3	a_4	a_5								
1	2	–1	+1				–1	–1	–1	–1	+1	+1	+1	+1
2	2	+1	–1				+1	+1	+1	+1	–1	–1	–1	–1
3	3	–1	+1	–1			–1	–1	+1	+1	+1	+1	–1	–1
4	3	+1	–1	+1			+1	+1	–1	–1	–1	–1	+1	+1
5	4	–1	+1	–1	+1		–1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	+1
6	4	+1	–1	+1	–1		+1	+1	–1	–1	+1	+1	–1	–1
7	5	–1	+1	–1	+1	–1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	+1	–1
8	5	+1	–1	+1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	+1	–1	–1	+1

Для автоматизации процесса анализа серийных последовательностей и построения каталогов типовых представителей разработано специальное программное обеспечение.

Программа формирования символьных последовательностей [27] предназначена для формирования каталогов символьных (r, n) последовательностей $P = \{p_1, \ldots, p_n\}$ в алфавите $\Omega = \{0, 1, \ldots, r-1\}$. После запуска программы необходимо ввести значения r, n и имя файла результата. В результате формируется файл результата, который содержит каталог символьных (r, n) последовательностей.

Пример файла результата:

$r = 4 \quad n = 5$

1: 0 1 0 2 3
2: 0 1 0 3 2
3: 0 1 2 0 3
4: 0 1 2 1 3
5: 0 1 2 3 0
6: 0 1 2 3 1
7: 0 1 2 3 2
8: 0 1 3 0 2
9: 0 1 3 1 2
10: 0 1 3 2 0
11: 0 1 3 2 1
12: 0 1 3 2 3
13: 0 2 0 1 3
14: 0 2 0 3 1
15: 0 2 1 0 3
16: 0 2 1 2 3
17: 0 2 1 3 0
18: 0 2 1 3 1
19: 0 2 1 3 2
20: 0 2 3 0 1
21: 0 2 3 1 0
22: 0 2 3 1 2
23: 0 2 3 1 3
24: 0 2 3 2 1
25: 0 3 0 1 2
26: 0 3 0 2 1
27: 0 3 1 0 2
28: 0 3 1 2 0
29: 0 3 1 2 1
30: 0 3 1 2 3
31: 0 3 1 3 2
32: 0 3 2 0 1
33: 0 3 2 1 0
34: 0 3 2 1 2
35: 0 3 2 1 3
36: 0 3 2 3 1
37: 1 0 1 2 3
38: 1 0 1 3 2
39: 1 0 2 0 3
40: 1 0 2 1 3
41: 1 0 2 3 0
42: 1 0 2 3 1
43: 1 0 2 3 2
44: 1 0 3 0 2
45: 1 0 3 1 2
46: 1 0 3 2 0
47: 1 0 3 2 1
48: 1 0 3 2 3
49: 1 2 0 1 3
50: 1 2 0 2 3
51: 1 2 0 3 0
52: 1 2 0 3 1
53: 1 2 0 3 2
54: 1 2 1 0 3
55: 1 2 1 3 0
56: 1 2 3 0 1
57: 1 2 3 0 2
58: 1 2 3 0 3
59: 1 2 3 1 0
60: 1 2 3 2 0
61: 1 3 0 1 2
62: 1 3 0 2 0
63: 1 3 0 2 1
64: 1 3 0 2 3
65: 1 3 0 3 2
66: 1 3 1 0 2
67: 1 3 1 2 0
68: 1 3 2 0 1
69: 1 3 2 0 2
70: 1 3 2 0 3
71: 1 3 2 1 0
72: 1 3 2 3 0
73: 2 0 1 0 3
74: 2 0 1 2 3
75: 2 0 1 3 0
76: 2 0 1 3 1
77: 2 0 1 3 2
78: 2 0 2 1 3
79: 2 0 2 3 1
80: 2 0 3 0 1
81: 2 0 3 1 0
82: 2 0 3 1 2
83: 2 0 3 1 3
84: 2 0 3 2 1
85: 2 1 0 1 3
86: 2 1 0 2 3
87: 2 1 0 3 0
88: 2 1 0 3 1
89: 2 1 0 3 2
90: 2 1 2 0 3
91: 2 1 2 3 0
92: 2 1 3 0 1
93: 2 1 3 0 2
94: 2 1 3 0 3
95: 2 1 3 1 0
96: 2 1 3 2 0
97: 2 3 0 1 0
98: 2 3 0 1 2
99: 2 3 0 1 3
100: 2 3 0 2 1
101: 2 3 0 3 1
102: 2 3 1 0 1
103: 2 3 1 0 2
104: 2 3 1 0 3
105: 2 3 1 2 0
106: 2 3 1 3 0
107: 2 3 2 0 1
108: 2 3 2 1 0
109: 3 0 1 0 2
110: 3 0 1 2 0
111: 3 0 1 2 1
112: 3 0 1 2 3
113: 3 0 1 3 2
114: 3 0 2 0 1
115: 3 0 2 1 0
116: 3 0 2 1 2
…
144: 3 2 3 1 0

Программа [54] предназначена для формирования каталогов структур типовых серийных символьных *(r, n)* последовательностей $P = =\{p_1, \ldots, p_n)$

в алфавите $\Omega = \{0, 1, \ldots, r-1\}$. После запуска программы необходимо ввести значения r, n и имя файла результата. В результате формируется файл результата, который содержит каталог структур типовых серийных символьных (r, n) последовательностей.

Пример файла результата:

$r = 4$ $n = 6$

1	0 1 2 3	———	10
2	0 1 3 2	———	10
. . .			
23	3 2 0 1	———	10
24	3 2 1 0	———	10
25	0 1 0 2 3	———	5
26	0 1 0 3 2	———	5
. . .			
167	3 2 3 0 1	———	5
168	3 2 3 1 0	———	5
169	0 1 0 1 2 3	———	1
170	0 1 0 1 3 2	———	1
171	0 1 0 2 0 3	———	1
. . .			
767	3 2 3 2 0 1	———	1
768	3 2 3 2 1 0	———	1

Программа [55] предназначена для формирования каталогов оптимальных планов многофакторного эксперимента. В основе работы программы лежит описанные выше преобразование планов эксперимента, оценка их стоимости, определение стоимости оптимального варианта плана и формирование каталога оптимальных вариантов планов многофакторного эксперимента, имеющих минимальную стоимость.

Разработанное программное обеспечение реализовано на языке «TURBO PASCAL». Объем программного обеспечения 19,6 Кбайт.

Общение пользователя и ЭВМ происходит в диалоговом режиме. Инициатором диалога выступает ЭВМ. На запросы необходимо ввести имя файла входных данных и имя файла результата.

В результате счета формируется файл результата, который содержит информацию об исходных данных, матрицы планирования для минимального по стоимости реализации вариантов, каталог оптимальных планов многофакторного эксперимента.

С помощью данной программы были построены каталоги типовых планов МФЭ для $n = 8$, $k = 3, \ldots, 6$, которые используются при построении оптимальных планов МФЭ для $n \geq 16$ и $k \geq 4$.

Разработанные программы прошли регистрацию в Государственном департаменте интеллектуальной собственности Украины.

2.2 Метод построения оптимальных комбинаторных планов, учитывающих стоимость изменения уровней факторов

Построение комбинаторных планов, учитывающих стоимость изменения уровней факторов рассмотрено в работах [40, 43]. В работе [40] предложен метод, основанный на анализе множества преобразований матрицы планирования эксперимента, оценке стоимости изменения уровней факторов для каждого варианта преобразования и выборе минимального по стоимости плана. Недостатком известного метода является высокая трудоемкость и низкая эффективность (для трех факторов). В связи с этим был разработан метод построения оптимальных комбинаторных планов, учитывающих стоимость изменения уровней факторов.

План МФЭ P^{∇} можно рассматривать как совокупность серийных последовательностей, полученных в результате соединения последовательностей $P^1, P^2, \dots, P^k$, т.е.

$$P^{\nabla} = \Phi(P^1, P^2, \dots, P^k).$$

Из свойств планов МФЭ следует, что $\rho(\Phi(P^1, P^2, \dots, P^k)) = 2^k$.

В планах МФЭ факторы принимают два значения {–1, +1}. Если первый элемент первой серии ω, то первый элемент второй серии (–1) x ω (обозначим «$-\omega$ ») и т.д. Стоимость изменения уровня i-го фактора из состояния « ω » в состояние «$-\omega$ » обозначим C^{ω}_i, а из состояния «–ω » в состояние «ω» обозначим $C^{-\omega}_i$. Суммарная стоимость изменений уровней i-го фактора $C_i(P^i, C^{\omega}_i, C^{-\omega}_i)$ в серийной последовательности P^i, состоящей из h_i серий определяется следующим образом:

$$C_i(P^i, C^{\omega}_i, C^{-\omega}_i) = C^{\omega}_i x(h/2) + C^{-\omega}_i x(h/2-1) \text{ при } h_i = 2\times\tau,\ \tau = 1,\dots, 2^{k-1},$$
$$C_i(P^i, C^{\omega}_i, C^{-\omega}_i) = ((h-1)/2)x(C^{\omega}_i + C^{-\omega}_i) \text{ при } h_i = 2\times\tau+1,\ \tau = 1,\dots, 2^{k-1} -1.$$

В общем случае задача выбора оптимального по стоимости плана МФЭ формулируется следующим образом.

Для заданного количества факторов k и стоимостей изменения их уровней C^{ω}_1, $C^{-\omega}_1, \dots, C^{-\omega}_k$ найти серийные последовательности $P^1, P^2, \dots, P^k$, такие, что

$$\rho(\Phi(P^1, P^2, \dots, P^k)) = 2^k,$$

$$\sum_{i=1}^{k} C_i(P^i, C_i^{\omega}, C_i^{-\omega}) \to min.$$

Решение поставленной задачи состоит из следующих этапов [56,28].

Этап 1. Определение минимального суммарного количества изменений уровней факторов (w_{min}) в серийных последовательностях $P^1, P^2, \dots, P^k$.

Этап 2. Формирование множества вариантов распределения количества изменений уровней факторов по серийным последовательностям $W=\{w_1,\ldots, w_k\}$.

Этап 3. Формирование множества типовых вариантов серийных последовательностей с заданными количествами изменений уровней факторов w_i, $i=1,\ldots,k$.

Этап 4. Оценка стоимости реализации типовых вариантов серийных последовательностей для каждого фактора.

Этап 5. Формирование множества вариантов построения плана МФЭ на основе типовых вариантов серийных последовательностей.

Этап 6. Выбор варианта плана МФЭ минимальной стоимости.

Этап 7. Определение вида серийных последовательностей $P^1, P^2, \ldots , P^k$.

Рассмотрим решение поэтапных задач.

План МФЭ P^{∇} получается в результате соединения последовательностей $P^1, P^2, \ldots , P^k$. Элементы последовательности P^{∇} формируются следующим образом

$$p^{\nabla}_i = p^1_i\, p^2_i \ldots p^k_i,\ \ i = 1, \ldots , n.$$

Минимальное суммарное количество изменений уровней факторов будет при условии, что элементы последовательности p^{∇}_i и p^{∇}_{i+1} будут отличаться только одним символом, что соответствует изменению значения только одного фактора при переходе к следующему опыту. Поскольку для планов МФЭ $n = 2^k$, то $w_{min} = 2^k-1$.

Значение W должно быть распределено между серийными последовательностями, т.е.

$$W_{min} = \sum_{i=1}^{k} W_i \ ,$$

где W_i - количество изменений уровней факторов в i-ой серии.

В общем случае, разбиением числа называется представление его в виде суммы натуральных слагаемых, а сами слагаемые называются частями разбиений [57]. Известные методы формирования разбиений не учитывают специфику рассматриваемой задачи и не могут быть применены. Например, при формальном разбиении числа 15 на четыре слагаемых возможно следующее решение 15=1+1+1+12, т.е. $w_1=w_2=w_3=1$. Но указанные значения соответствуют определенным серийным последовательностям, вид которых должен быть различным, иначе условие

$$\rho(\Phi(P^1, P^2, \ldots , P^k)) = 2^k,$$

не будет выполнено. Для w=1 существует только одна серийная последовательность вида $\{\omega, -\omega\}$.

Процедура формирования множества разбиений состоит в последовательном формировании канонических форм разбиений, в которых $w_{i+1} \geq w_i$, $i=1,\ldots,k-1$ и отбора корректных решений. Если в разбиении имеется g слагаемых вида e, то разбиение считается корректным, если $\chi(e) \geq g$, где $\chi(e)$ – количество серийных последовательностей, количество изменений в которых равно e.

В табл. 2.37 приведены канонические формы видов разбиений для w=15 и k=4.

Множество типовых вариантов серийных последовательностей формируется на основании разбиений, полученных на предыдущем этапе. Для каждого варианта разбиений необходимо определить вид первого символа серийной последовательности (–1 или +1).

Таблица 2.37 – Канонические формы видов разбиений для w=15 и *k*=4

№	w_1	w_2	w_3	w_4	№	w_1	w_2	w_3	w_4
1	1	2	4	8	10	2	2	4	7
2	1	2	5	7	11	2	2	5	6
3	1	2	6	6	12	2	3	3	7
4	1	3	3	8	13	2	3	4	6
5	1	3	4	7	14	2	3	5	5
6	1	3	5	6	15	2	4	4	5
7	1	4	4	6	16	3	3	3	6
8	1	4	5	5	17	3	3	4	5
9	2	2	3	8	18	3	4	4	4

Например, для w_{min}=7 и k=3 существуют следующие разбиения: 1+2+4, 1+3+3, 2+2+3. В табл. 2.38 приведены типовые серийные последовательности для w = 1, 2 , 4 и различных значений первого символа ω.

Таблица 2.38 – Типовые серийные последовательности для w = 1, 2 , 4 и ω = –1,+1

P	w_i	ω	A	P	w_i	ω	A
P^1	1	-1	-1,+1	P^5	3	-1	-1,+1,-1,+1
P^2	1	+1	+1,-1	P^6	3	+1	+1,-1,+1,-1
P^3	2	-1	-1,+1,-1	P^7	4	-1	-1,+1,-1,+1
P^4	2	+1	+1,-1,+1	P^8	4	+1	+1,-1,+1,-1

Оценка стоимости реализации типовых вариантов серийных последовательностей для каждого фактора проводится для заданных значений стоимостей изменения уровней факторов. Например, для значений

стоимости изменения уровней факторов (усл. ед.), приведенных в табл. 2.39, стоимости реализации типовых вариантов серийных последовательностей (табл. 2.38) имеют значения, приведенные в табл. 2.40.

Таблица 2.39 – Стоимость изменения уровней факторов

Вид изменения уровней фактора		Стоимость изменения уровней факторов		
Состояние 1	Состояние 2	F_1	F_2	F_3
-1	1	2	1	3
1	-1	1	3	2

Таблица 2.40 – Стоимости реализации типовых вариантов серийных последовательностей

P	$C_1(P^i)$	$C_2(P^i)$	$C_3(P^i)$	P	$C_1(P^i)$	$C_2(P^i)$	$C_3(P^i)$
P^1	2	1	3	P^5	5	5	8
P^2	1	3	2	P^6	4	7	7
P^3	3	4	5	P^7	6	8	10
P^4	3	4	5	P^8	6	8	10

Формирование множества вариантов построения плана МФЭ на основе типовых вариантов серийных последовательностей состоит в определении вида серийных последовательностей P^1, P^2, ... , P^k для каждого варианта разбиения. Рассмотрим разбиение $W=\{w_1,\ldots,w_k\}$.

Обозначим через $W^*=\{w^*_1,\ldots,w^*_u\}$ множество различных значений в множестве W, а количество соответствующих различных элементов – $M=\{m_1,\ldots,m_u\}$. Тогда количество вариантов построения плана МФЭ R для заданного множества M при различных значениях первого символа первой серии ω определяется следующим образом:

$$R=\prod_{i=1}^{u}(2^{m_i}-\theta(m_i)+1),$$

где $\theta(m_i)$ – количество эквивалентных вариантов построения плана МФЭ ($\theta(1)=1$).

Эквивалентными называются варианты построения плана МФЭ, которые содержат одинаковое множество серийных последовательностей.

Например, для $w_{min}=7$ и $k=3$ для разбиения $W=\{1, 3, 3\}$ множества W^* и M имеют вид $W^*=\{1, 3\}$, $M=\{1,2\}$. Возможные варианты построения планов МФЭ (P^a,P^b,P^c) на основе типовых серийных последовательностей *P1, P2* ($w_1 = 1$) и *P5, P6* ($w_1 = 3$) приведены в табл. 2.41.

Таблица 2.41 – Возможные варианты построения планов МФЭ (P^a, P^b, P^c)

N	P^a	P^b	P^c	N	P^a	P^b	P^c
1	P^1	P^5	P^5	5	P^2	P^5	P^5
2	P^1	P^5	P^6	6	P^2	P^5	P^6
3	P^1	P^6	P^5	7	P^2	P^6	P^5
4	P^1	P^6	P^6	8	P^2	P^6	P^6

Анализ приведенных вариантов показывает, что варианты 2 и 3 (3 и 4) эквивалентны.

В табл. 2.42 приведены неэквивалентные варианты построения плана МФЭ и стоимость их реализации. Анализ приведенных результатов показывает, что наименьшую стоимость имеет вариант P^2, P^5, P^6.

Следующий этап – определение вида серийных последовательностей P^2, P^5, P^6. В таблице 2.43 приведены возможные варианты реализации серийных последовательностей P^2, P^5, P^6.

Таблица 2.42 – Неэквивалентные варианты построения плана МФЭ и стоимость их реализации

N	P^a	P^b	P^c	$C_1(P^a)+C_2(P^b)+C_3(P^c)$	$C_1(P^a)+C_3(P^b)+C_2(P^c)$	$C_2(P^a)+C_1(P^b)+C_3(P^c)$	$C_2(P^a)+C_3(P^b)+C_1(P^c)$	$C_3(P^a)+C_1(P^b)+C_2(P^c)$	$C_3(P^a)+C_2(P^b)+C_1(P^c)$
1	P^1	P^3	P^7	16	15	14	12	14	13
2	P^1	P^3	P^8	16	15	14	12	14	13
3	P^1	P^4	P^7	16	15	14	12	14	13
4	P^1	P^4	P^8	16	15	14	12	14	13
5	P^2	P^3	P^7	15	14	16	14	13	12
6	P^2	P^3	P^8	15	14	16	14	13	12
7	P^2	P^4	P^7	15	14	16	14	13	12
8	P^2	P^4	P^8	15	14	16	14	13	12
9	P^1	P^5	P^5	15	15	14	14	13	13
10	P^1	P^5	P^6	14	15	13	13	15	12
11	P^1	P^6	P^6	16	16	12	12	14	14
12	P^2	P^5	P^5	14	14	16	16	12	12
13	P^2	P^5	P^6	13	16	15	15	14	11
14	P^2	P^6	P^6	15	15	14	14	13	13
15	P^3	P^3	P^5	15	13	15	14	13	14
16	P^3	P^3	P^6	14	15	14	13	15	13
17	P^3	P^4	P^5	15	13	15	14	13	14
18	P^3	P^4	P^6	14	15	14	13	15	13
19	P^4	P^4	P^5	15	13	15	14	13	14
20	P^4	P^4	P^6	14	15	14	13	15	13

Таблица 2.43 – Варианты реализации серийных последовательностей P^2, P^5, P^6

P	h	A					№ последова-тельности	Вид последовательности							
		a_1	a_2	a_3	a_4	a_5									
P^2	2	1	-1				P^2	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1
P^5	4	-1	+1	-1	+1		P^5_1	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1
							P^5_2	-1	1	1	-1	-1	-1	1	1
							P^5_3	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1
P^6	4	+1	-1	+1	-1		P^6_1	1	1	-1	-1	1	1	-1	-1
							P^6_2	1	1	-1	-1	-1	1	1	-1
							P^6_3	1	-1	-1	1	1	1	-1	-1

В таблице 2.44 приведены характеристики вариантов построения планов МФЭ.

Таблица 2.44 - Характеристики вариантов построения планов МФЭ

№	Варианты плана МФЭ	Вид последовательности								$\rho(P^2,P^5,P^6)$
1	P^2, P^5_1, P^6_1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	4
		-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	
		1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	
2	P^2, P^5_1, P^6_2	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	6
		-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	
		1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	
3	P^2, P^5_1, P^6_3	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	6
		-1	-1	1	1	-1	-1	1	1	
		1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	
4	P^2, P^5_2, P^6_1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	6
		-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	
		1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	
5	P^2, P^5_2, P^6_2	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	8
		-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	
		1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	
6	P^2, P^5_2, P^6_3	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	4
		-1	1	1	-1	-1	-1	1	1	
		1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	

№	Варианты плана МФЭ	Вид последовательности								$\rho(P^2,P^5,P^6)$
7	P^2, P^5_3, P^6_1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	6
		-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	
		1	1	-1	-1	1	1	-1	-1	
8	P^2, P^5_3, P^6_2	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	4
		-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	
		1	1	-1	-1	-1	1	1	-1	
9	P^2, P^5_3, P^6_3	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	8
		-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	
		1	-1	-1	1	1	1	-1	-1	

Анализ приведенных результатов показывает, что условию $\rho(P^2,P^5,P^6)=8$ удовлетворяют планы МФЭ, реализующие серийные последовательности P^2, P^5_2, P^6_2 *и* P^2, P^5_3, P^6_3. Вид оптимальных планов МФЭ приведен в табл. 2.45 и 2.46

Таблица 2.45 – Оптимальный план МФЭ P^2, P^5_2, P^6_2

№ опыта	F_1	F_2	F_3	№ опыта	F_1	F_2	F_3
1	1	-1	1	5	-1	-1	-1
2	1	1	1	6	1	-1	-1
3	-1	1	1	7	1	1	-1
4	-1	-1	1	8	-1	1	-1

Таблица 2.46 – Оптимальный план МФЭ P^2, P^5_3, P^6_3

№ опыта	F_1	F_2	F_3	№ опыта	F_1	F_2	F_3
1	1	-1	1	5	1	1	-1
2	-1	-1	1	6	1	-1	-1
3	-1	1	1	7	-1	-1	-1
4	1	1	1	8	-1	1	-1

Разработанный метод построения оптимальных комбинаторных планов, учитывающих стоимость изменения уровней факторов, основанный на использовании серийных последовательностей позволяет строить оптимальные комбинаторные планы МФЭ без перебора вариантов перестановок опытов, которых для рассмотренного выше примера 40320.

Задачу построения оптимальных комбинаторных планов, учитывающих стоимость изменения уровней факторов, можно рассматривать как частный случай задачи коммивояжера (*Travelling salesman problem*) [58, 59]. В общем случае эта задача комбинаторной оптимизации заключается в отыскании самого выгодного маршрута, проходящего через указанные города по одному разу с последующим возвратом в исходный город.

Действительно, плану МФЭ (табл. 2.47) при заданной стоимости изменений уровней факторов (табл. 2.48) можно поставить в соответствие полностью связный граф G^o, в котором каждому опыту соответствует своя вершина и описание значений уровней факторов.

Таблица 2.47 – План МФЭ

№ вершины	X_1	X_2	…	X_n
1	$a_{1,1}$	$a_{2,1}$	…	$a_{n,1}$
…				
i	$a_{1,i}$	$a_{2,i}$		$a_{n,i}$
…				
j	$a_{1,j}$	$a_{2,j}$		$a_{n,j}$
…				
2^n	$a_{1,2^n}$	$a_{2,2^n}$		$a_{n,2^n}$

Поскольку порядок проведения опытов может быть произвольным, то данный граф является ориентированным. Ребру (i,j) графа ставиться в соответствие некоторая стоимость (вес ребра), которая определяется стоимостью изменения уровней факторов при переходе от вершины v_i к вершине v_j , $i,j = 1,\ldots,2^n$. Введем в состав графа начальную вершину ($v_н$) и конечную вершину ($v_к$) связанные с остальными вершинами графа. Вид графа приведен на рис. 2.1.

Таблица 2.48 – Стоимости изменений уровней факторов

Обозначения факторов	Стоимость изменений уровней (усл. ед.)	
	из «–1» в «+1»	из «+1» в «–1»
X_1	C_1^{-+}	C_1^{+-}
…		
X_n	C_n^{-+}	C_n^{+-}

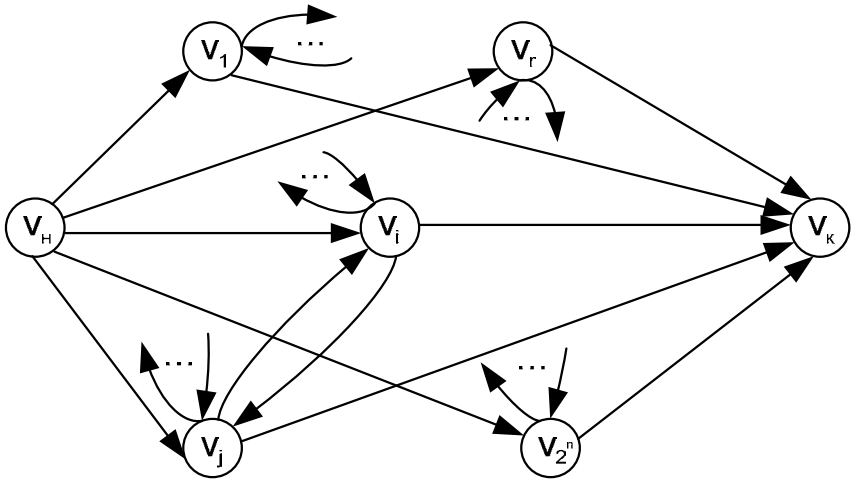


Рис. 2.1 – Вид графа G^o

Граф G^o, соответствующий плану МФЭ, является ориентированным графом, с выделенными начальной и конечной вершинами, поэтому задачу построения оптимальных комбинаторных планов, учитывающих стоимость изменения уровней факторов, можно рассматривать как частный случай ассиметричной незамкнутой задачи коммивояжера. Решение задачи сводится к поиску в графе гамильтонова пути (пути, содержащего каждую вершину графа ровно один раз) минимальной стоимости [59]. Выбор гамильтонова пути существенно влияет на его стоимость. В табл. 2.49 приведены описания вершин графа, в табл. 2.50 стоимость изменения уровней факторов, а в табл. 2.51 – стоимость гамильтоновых путей ($C_{гп}$) для различных путей обхода вершин графа от начальной вершины к конечной.

Таблица 2.49- Описания вершин графа

№ вершины	X_1	X_2	X_3	X_n	№ вершины	X_1	X_2	X_3	X_n
1	-1	-1	-1	-1	9	+1	-1	-1	-1
2	-1	-1	-1	+1	10	+1	-1	-1	+1
3	-1	-1	+1	-1	11	+1	-1	+1	-1
4	-1	-1	+1	+1	12	+1	-1	+1	+1
5	-1	+1	-1	-1	13	+1	+1	-1	-1
6	-1	+1	-1	+1	14	+1	+1	-1	+1
7	-1	+1	+1	-1	15	+1	+1	+1	-1
8	-1	+1	+1	+1	16	+1	+1	+1	+1

Таблица 2.50 – Стоимости изменений уровней факторов

Обозначения факторов	Стоимость изменений уровней (усл. ед.)	
	из «–1» в «+1»	из «+1» в «–1»
X_1	6	2
X_2	4	1
X_3	2	7
X_n	3	5

Таблица 2.51 – Стоимость гамильтоновых путей для различных путей обхода

Гамильтонов путь																$C_{гп}$
10	14	4	11	2	7	1	9	12	15	13	8	5	16	6	3	125
1	14	4	10	11	9	8	7	5	12	2	15	13	3	16	6	140
16	14	4	2	5	1	10	8	6	13	9	12	3	15	7	11	96
14	11	9	6	5	1	8	16	4	13	3	2	10	12	7	15	110
10	4	9	1	7	15	14	12	5	2	16	13	11	6	8	3	122
6	12	10	9	14	2	7	3	5	4	15	16	1	11	13	8	119

Гамильтонов путь																$C_{гп}$
2	5	6	8	11	13	9	10	3	7	16	4	12	15	14	1	99
9	4	8	11	14	3	13	6	5	2	1	7	16	10	12	15	117
6	2	15	10	5	7	14	4	9	12	16	13	1	8	11	3	128
5	9	14	15	7	8	6	11	2	4	10	3	16	1	13	12	127
12	13	4	10	11	9	8	2	14	3	5	16	7	6	15	1	152
12	4	8	6	14	10	3	1	5	9	7	15	11	13	2	16	91
6	7	10	12	8	3	11	2	14	13	9	4	16	1	15	5	125
12	14	6	5	4	2	11	13	10	8	7	16	3	9	1	15	116
1	10	14	2	6	12	15	16	4	13	8	5	7	3	9	11	103
12	1	8	15	14	6	16	9	3	2	10	5	7	11	4	13	134
9	5	2	7	16	8	10	3	14	6	15	1	13	12	11	4	126
6	15	14	12	10	13	16	11	7	3	2	1	5	9	4	8	97
9	7	6	14	8	11	12	2	10	15	13	4	16	1	5	3	116
6	9	12	10	2	14	16	5	11	15	8	13	7	4	1	3	110
11	9	13	10	5	15	6	8	3	16	2	7	14	4	12	1	129
16	12	5	8	4	6	9	1	3	10	15	2	11	14	7	13	141
16	4	15	13	2	7	14	9	5	8	11	1	6	10	12	3	119
10	7	12	11	14	16	3	4	6	8	2	15	5	9	13	1	116
12	9	4	14	16	7	2	6	1	15	13	10	11	5	8	3	120
5	6	10	9	16	4	3	8	7	2	1	13	12	11	15	14	95
8	15	4	2	7	13	10	3	9	14	11	5	6	16	1	12	139
5	10	3	14	8	9	4	11	15	2	12	13	6	1	7	16	147
7	16	8	5	4	10	2	11	12	6	3	13	15	14	9	1	118
7	3	10	14	8	5	16	1	2	6	15	4	9	12	13	11	131
8	16	11	3	10	1	7	15	12	2	5	4	14	6	13	9	108
10	1	5	7	12	16	13	14	9	6	8	2	4	11	15	3	87
10	12	2	8	15	16	4	13	1	11	9	5	7	6	14	3	108
10	16	1	3	8	13	4	2	12	7	5	11	15	14	6	9	126
4	11	3	5	13	6	15	1	14	7	12	2	16	10	9	8	135
6	10	7	5	11	9	8	13	14	15	3	16	4	12	2	1	121
3	13	12	8	1	11	5	7	10	9	15	16	4	6	14	2	119
7	11	10	8	14	2	16	1	4	5	3	12	6	9	15	13	139
1	14	16	11	10	8	9	7	2	5	15	6	12	4	13	3	144
6	15	16	12	13	1	3	11	4	14	9	8	10	7	2	5	130

Гамильтонов путь																$C_{гп}$
11	1	16	7	4	8	10	12	6	3	2	15	5	13	14	9	127
3	14	11	6	4	8	1	13	15	9	2	12	16	10	5	7	122
11	6	15	12	14	4	10	8	13	3	9	2	7	16	5	1	146
10	1	9	15	4	11	6	14	7	8	12	3	13	5	16	2	124
14	10	11	16	2	5	7	12	15	9	4	3	6	13	1	8	112
4	3	10	14	13	11	16	8	9	2	1	6	7	5	12	15	113
6	7	3	14	11	10	2	5	8	1	16	13	12	9	15	4	132
2	5	9	3	4	7	12	8	14	15	6	1	10	13	16	11	115
2	4	8	6	3	16	14	10	1	11	7	13	9	5	15	12	95
6	5	2	10	7	11	1	15	4	13	3	9	16	8	14	12	129

Приведенные результаты показывают, что вид гамильтонова пути существенно влияет на его стоимость. Задача коммивояжера относится к классу NP-трудных задач [60, 61], т.к. размер пространства поиска зависит экспоненциально от количества вершин графа.

Существуют следующие методы решения задачи [58, 59]:

- полный перебор,
- случайный перебор,
- жадные алгоритмы,
- метод минимального остовного дерева и др.

Полный перебор возможен для относительно небольшого количества вершин графа, поэтому все методы решения задачи коммивояжера, сокращающие перебор являются эвристическими методами. С помощью этих методов находится не самый эффективный маршрут, а приближённое решение.

Предложенный метод позволяет решить частную задачу коммивояжера без значительного перебора. Это обусловлено особенностями графа G^o, который соответствует плану МФЭ. Рассмотрим их.

Каждой вершине графа соответствует набор значений уровней факторов и стоимость ребра (i,j) определяется стоимостью изменений уровней факторов, т.е.

$$S^{v_i,v_j} = \sum_{w=1}^{n} S^{a_{i,w},a_{j,w}} .$$

На рис 2.2 показан процесс формирования стоимости ребра графа G^o.

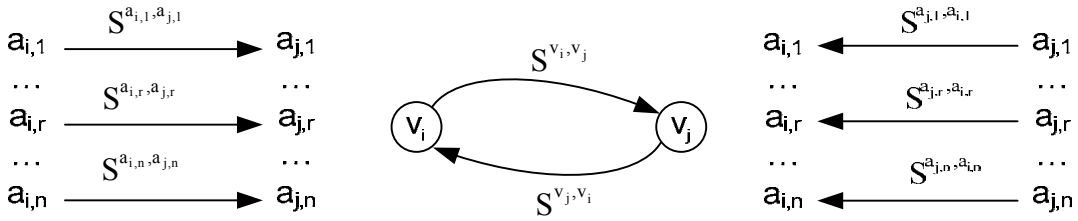


Рисунок 2.2 – Процесс формирования стоимости ребра графа

Граф G^o, можно представить в виде объединения n графов факторов G^F_p, p = 1,…,n:

$$G^o = \bigcup_{p=1}^{n} G_p^F .$$

Граф G^F_p имеет вид аналогичный графу G^o , но вершине $v_{p,i}$ соответствует значение только одного фактора $a_{p,i}$, i = 1,…,2^n, p = 1,…,n. На рис. 2.3 приведен вид графа G^F_p.

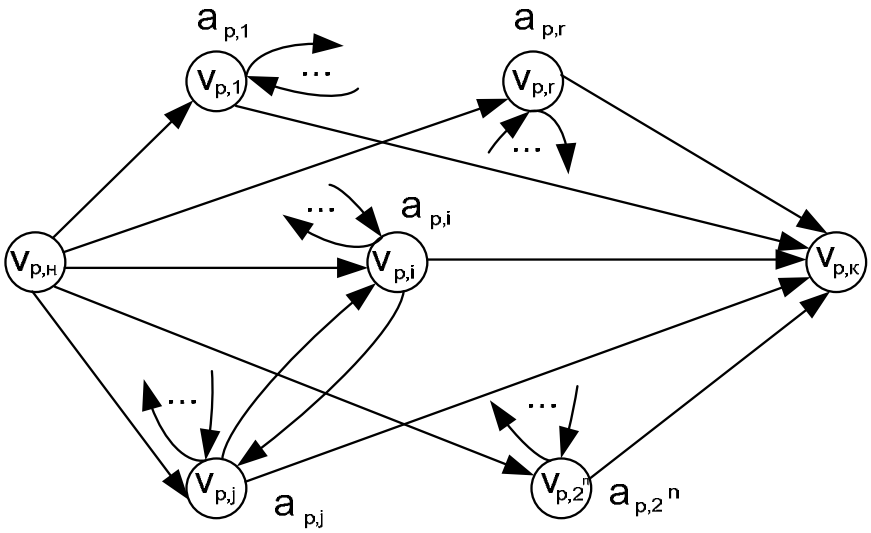


Рисунок 2.3 – Граф факторов G^F_p

В графе факторов G^F_p значения уровней факторов, приписанные соответственным вершинам, определяются следующим образом:

$$a_{p,i} \in \{-1, +1\},\ p=1,\ldots,n;\ i=1,\ldots,2^n.$$

Обозначим количество вершин графа G^F_p, имеющие значение «-1» через n^{-1}, а имеющих значения «+1» через n^{+1}. Из свойств факторных последовательностей следует, что:

$$n^{+1} + n^{-1} = 2^n,\ n^{+1} = n^{-1} = 2^{n-1}.$$

На рис. 2.4 приведены примеры графов факторов.

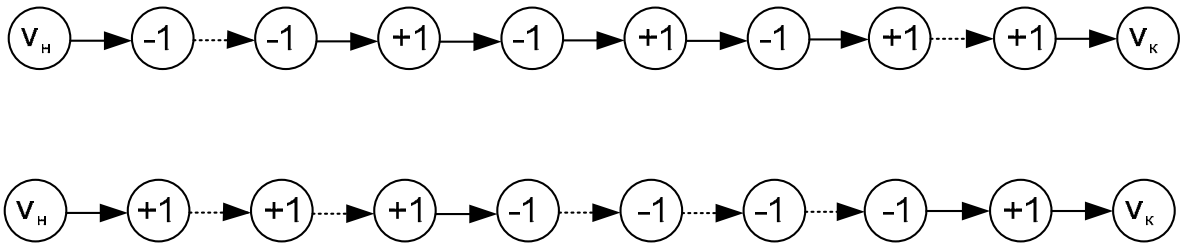


Рисунок 2.4 – Графы факторов

Если в графе факторов G^F_p соседние вершины имеют одинаковые значения уровней факторов, то стоимость ребра между ними равна 0 (обозначены пунктирной линией).

Особенностью графа факторов является то, что множество вершин $v_1,\ldots,v_{2n}$, в зависимости от значений уровней факторов, приписанных соответственным вершинам, можно разбить на два подмножества V^{-1}, к которому относятся вершины с значением уровня фактора "-1", и V^{+1}, к которому относятся вершины с значением уровня фактора "+1". Количество вершин в подмножествах $n^{+1} = n^{-1} = 2^{n-1}$. Гамильтонов путь может проходить как внутри подмножеств, так и между ними. При этом важно значение уровня фактора, а номер вершины в пределах подмножеств не играет роли (рис. 2.5).

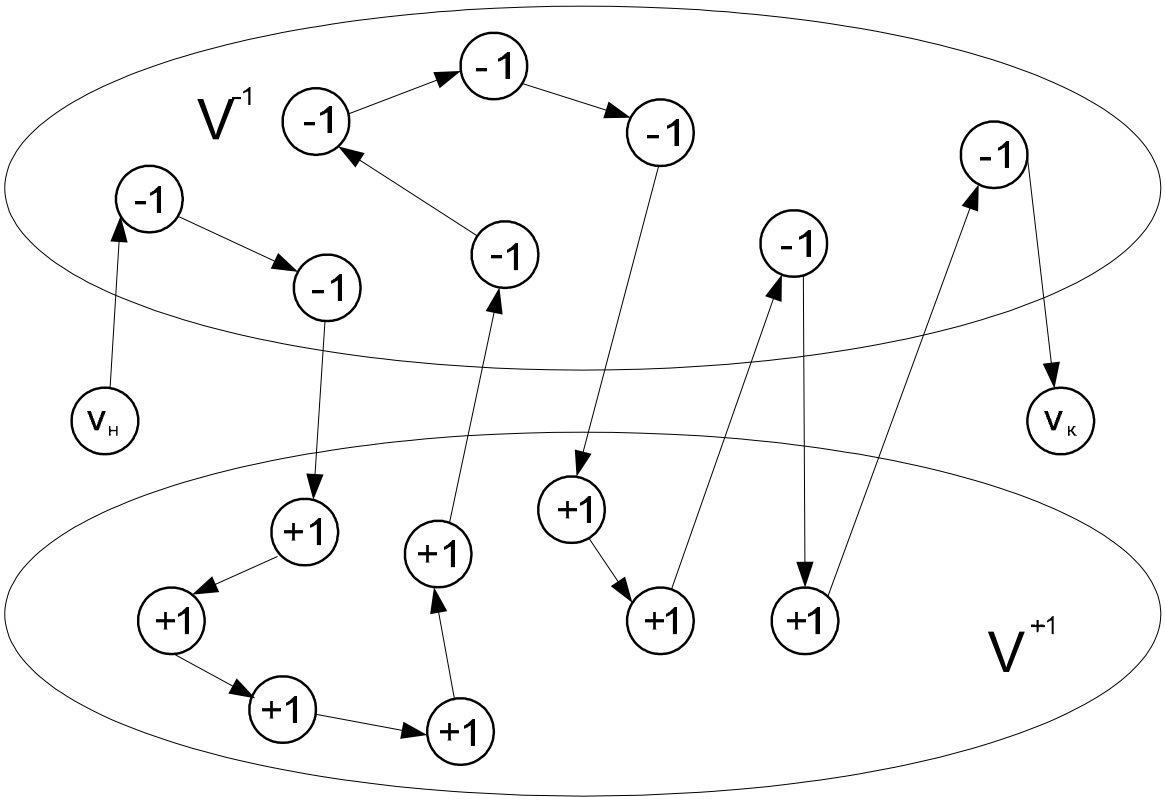


Рисунок 2.5 – Гамильтонов путь в графе факторов

В подмножествах вершин V^{-1} и V^{+1}, выделим локальные пути, состоящие из последовательно соединенных вершин одного подмножества, у которых начальная и конечная вершины соединены с вершинами из второго подмножества. Каждому локальному пути поставим в соответствие вершину с петлей, "вес" которой равен количеству вершин в пути (длина локального пути).

Упорядоченные множества локальных путей для подмножеств вершин V^{-1} и V^{+1} обозначены соответственно $L^{-1}= \{l^{-1}_1,\ldots,l^{-1}_{,h-1}\}$, $L^{+1} = \{l^{+1}_1,\ldots,l^{+1}_{,h+1}\}$, где h^{-1} и h^{+1} количество локальных путей в подмножествах вершин V^{-1} и V^{+1}. Выделение локальных маршрутов в подмножестве вершин приведено на рис. 2.6.

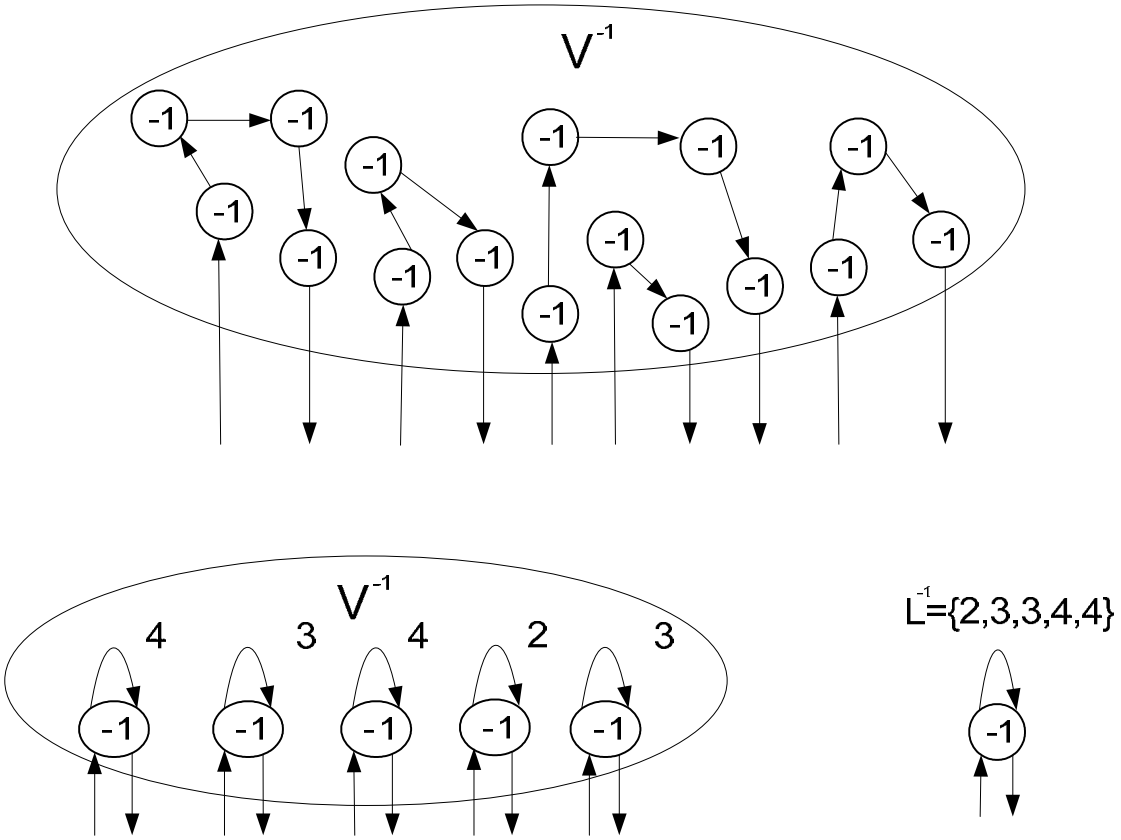


Рисунок 2.6 – Выделение локальных путей в подмножестве вершин

На основании вышеизложенного разработана обобщенная модель графа факторов G^F, приведенная на рис. 2.7. Значения $Z^{H,-1}$ и $Z^{H,+1}$ указывают начальное значение вершины в пути ($Z^{H,-1}$, $Z^{H,+1} \in \{0,1\}$; $Z^{H,-1} = 1 - Z^{H,+1}$); $Z^{+1,-1}$ и $Z^{-1,+1}$ соответствуют количеству переходов между подмножествами вершин; общее количество переходов (без учета начального и конечного, которые существуют во всех графах факторов) $Z = Z^{+1,-1} + Z^{-1,+1}$.

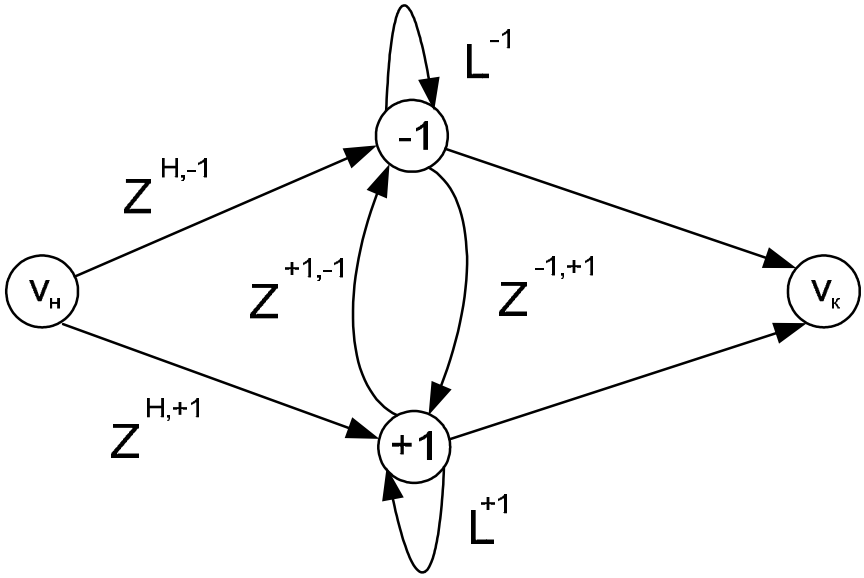


Рисунок 2.7 - Обобщенная модель графа факторов G^F

Вид и характеристики гамильтоновых путей в графе факторов, в зависимости от начального значения первой вершины и значений h^{-1} и h^{+1}, приведены в табл. 2.52.

Таблица 2.52 – Вид и характеристики гамильтоновых путей в графе факторов, в зависимости от начального значения первой вершины и значений h^{-1} и h^{+1}

$Z^{H,-1}$	$Z^{H,+1}$	h^{-1},h^{+1}	Гамильтонов путь	$Z^{-1,+1}$	$Z^{+1,-1}$	Z
1	0	$h^{-1}=h^{+1}$	–1, +1, ... , –1, +1	h^{-1}	h^{+1} - 1	$h^{-1} + h^{+1}$ - 1
		$h^{-1}>h^{+1}$	–1, +1, ... , +1, –1	h^{-1}	h^{+1}	$h^{-1} + h^{+1}$
0	1	$h^{+1}=h^{-1}$	+1, –1, ... , +1, –1	h^{+1}	h^{-1}-1	$h^{-1} + h^{+1}$ - 1
		$h^{+1}>h^{-1}$	+1, –1, ... , –1, +1	h^{+1}	h^{-1}	$h^{-1} + h^{+1}$

Стоимость гамильтонова пути в графе факторов G^F_p определяется следующим образом:

$$S(G^F_p) = S_p^{-1,+1} Z_p^{-1,+1} + S_p^{+1,-1} Z_p^{+1,-1},$$

а сам гамильтонов путь будем описывать не перечислением номеров вершин, а перечислением значений $a_{p,i}$, $i = 1,\ldots,2^n$, присвоенным вершинам. Т.е. будем полагать, что гамильтонов путь в графе факторов G^F_p описывается множеством $A_p = \{a_{p,1},\ldots,a_{p,2n}\}$.

Тогда задача построения оптимальных комбинаторных планов, учитывающих стоимость изменения уровней факторов в терминах теории графов формулируется следующим образом:

Для заданных значений n, $S_p^{-1,+1}$, $S_p^{+1,-1}$, определить вид множеств A_p, p = 1,…,n, таких, что все элементы множества $A^o = \{a_{1,1}\ldots a_{n,1},\ldots,a_{1,2n}\ldots a_{n,2n}\}$ различны, и

$$S^o = \sum_{p=1}^{n} S(G_p^F) \to min.$$

Решение поставленной задачи состоит из следующих этапов.

Этап 1. Определение минимального суммарного количества переходов в графах факторов $Z_{min} = 2^n$-1.

Этап 2. Определение вида графа факторов для заданного количества переходов и стоимость гамильтонова пути.

Особенностью графа факторов G^F_p, в котором заданы значения Z_p, $Z_p^{H,-1}$, $Z_p^{H,+1}$, $A_p = \{a_{p,1},\ldots,a_{p,2n}\}$ является то, что в нем существует только один путь из начальной вершины в конечную, который и является единственным гамильтоновым путем в графе факторов G^F_p. Стоимость гамильтонова пути графа факторов $S(G^F_p)$ для различных значений $A_p = \{a_{p,1},\ldots,a_{p,2n}\}$ одинаковая.

Этап 3. Формирование множества вариантов распределения количества переходов в графах факторов $Z_1,\ldots,Z_n$:

$$\sum_{i=1}^{n} Z_i = 2^n - 1.$$

Этап 4. Оценка стоимости реализации вариантов распределения количества переходов в графах факторов $Z_1,\ldots,Z_n$ и определение варианта с минимальным значением S^o.

Этап 5. Определение конкретного вида значений $A_p = \{a_{p,1},\ldots,a_{p,2^n}\}$.

В табл. 2.53 приведен пример значений $Z_1,\ldots,Z_n$ и множеств $A_1,\ldots, A_n$ для n = 4.

Таблица 2.53 – Значения $Z_1,\ldots,Z_n$ и множеств $A_1,\ldots, A_n$ для n = 4

Z	A_p	Z	A_p
1	1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0	1	1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0
2	1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1	2	1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1
4	1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1	5	1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0
8	1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1	7	1 0 0 1 1 1 0 0 0 1 1 0 0 1 1 0
1	1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0	1	1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0
2	1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1	3	1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0
6	1 1 0 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 0 1 1	3	1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0
6	1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 0 0 1	8	1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1
1	1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0	1	1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0
3	1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0	3	1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0
4	1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0 1	5	1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0
7	1 0 0 1 1 0 0 1 1 1 0 0 1 1 0 0	6	1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 1 0 0 1 1
1	1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0	1	1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0
4	1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1	4	1 1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1
4	1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1	5	1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0
6	1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 0 0 1	5	1 0 0 1 1 0 0 1 1 1 1 1 0 0 0 0
2	1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1	2	1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
2	1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1	2	1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1
3	1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0	4	1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1
8	1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1	7	1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0 1 1 0 0
2	1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1	2	1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1
3	1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0	3	1 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0
4	1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 1 1	5	1 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0 1 1 0 0 0
6	1 0 0 1 1 0 0 0 0 1 1 0 0 1 1 1	5	1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 1 1 1 0 0
2	1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 1	3	1 1 1 1 1 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0
4	1 1 1 0 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 1	3	1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0
4	1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1	3	1 1 0 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0
5	1 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 0	6	1 0 0 1 1 0 0 0 0 1 1 1 0 0 1 1
3	1 1 1 1 1 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0	3	1 1 1 1 1 1 0 0 1 1 0 0 0 0 0 0
3	1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 1 1 1 1 0	4	1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 0 1 1
4	1 0 0 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1	4	1 1 0 0 1 1 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1
5	1 1 0 0 0 1 1 1 1 0 0 0 1 1 0 0	4	1 0 0 0 0 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 1

Сравнение предложенного метода формирования графов факторов при построении оптимальных планов многофакторного эксперимента и классической задачи коммивояжера показывает, что количество вариантов, которые необходимо проанализировать для получения точного решения для задачи коммивояжера определяется количеством вершин в графе (2^n!). Задача коммивояжера является NP-трудной. В предложенном методе количество

вариантов определяется количеством разбиений. В табл. 2.54 приведены значения количества преобразований для полного перебора ($N_{пер}$) и для разработанного метода ($N_{разр}$). Сравнение полученных результатов показывает эффективность разработанного метода.

Таблица 2.54 Количество преобразований для k = 2,...,7

Количество факторов	Количество вершин в графе	Количество преобразований	
		$N_{пер}$	$N_{разр}$
2	4	24	1
3	8	40320	3
4	16	$2{,}1x10^{13}$	18
5	32	$2{,}6x10^{35}$	$2{,}9x10^{2}$
6	64	$1{,}2x10^{89}$	$1{,}2x10^{4}$
7	128	$3{,}6x10^{215}$	$1{,}3x10^{6}$

2.3 Композиционный метод построения планов МФЭ

Описанный в предыдущем разделе метод построения оптимальных планов МФЭ на основе серийных последовательностей позволяет получать оптимальные решения, но с ростом количества факторов становится трудоемким. Поэтому был разработан метод построения планов МФЭ, близких к оптимальным, основанный на композиции локальных оптимальных планов, которые могут быть получены с помощью описанного в разделе 1.5 метода. Для наглядности преобразований и отражения свойств планов МФЭ, предлагается представлять планы МФЭ в виде диаграмм специального вида.

При представлении планов МФЭ в настоящее время традиционно используются таблицы [62]. Каталоги планов МФЭ, построенные в виде таблиц, приведены в работах [63, 64]. Недостатком табличного способа представления является сложность работы с таблицами больших размеров. Например, планы полного МФЭ с n факторами имеют размер $2^n \times n$. Способ компактного представления планов МФЭ предложен Марковой в работе [65], но существенных преимуществ он не дает. При поиске оптимальных комбинаторных планов МФЭ, учитывающих стоимость изменения уровней факторов, существенным является порядок выполнения опытов [40]. Преобразования таблиц для этой задачи достаточно трудоемкий процесс. Среди известных методов визуализации и способов графической иллюстрации следует отметить диаграммы Венна, которые показывают математические, теоретико-множественные или логические отношения между множествами и событиями. К сожалению, известные способы представления планов не учитывают специфику комбинаторных планов МФЭ.

При построении оптимальных или близких к ним планов МФЭ, как отмечалось выше, важен порядок проведения опытов. Для наглядности преобразований и отражения свойств планов МФЭ, особенно для количества факторов 5 и более, предлагается представлять планы МФЭ в виде диаграмм специального вида [66], процесс формирования значений которых приведен на рис. 2.8 и рис. 2.9.

		-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	F_3
		-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	F_4
		-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	F_5
-1	-1	-----	----+	---+-	---++	--++-	--+-+	--++-	--+++	
-1	+1	-+---	-+--+	-+-+-	-+-++	-+++-	-++-+	-+++-	-++++	
+1	-1	+----	+---+	+--+-	+--++	+-++-	+-+-+	+-++-	+-+++	
+1	+1	++---	++--+	++-+-	++-++	++++-	+++-+	++++-	+++++	
F_1	F_2									

Рисунок 2.8 – Кодирование уровней факторов в диаграмме

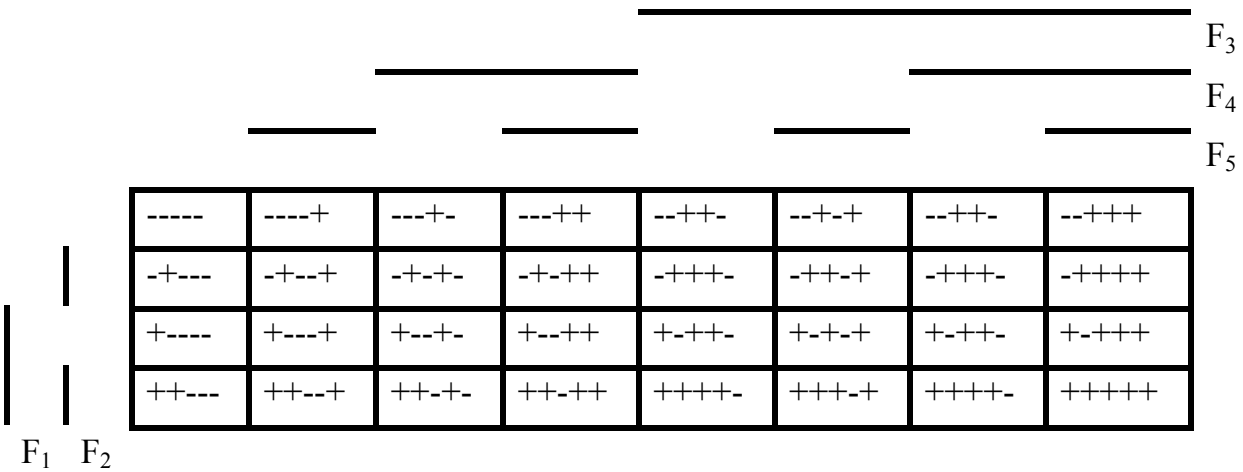


Рисунок 2.9 – Формирование диаграммы МФЭ

Каждая ячейка диаграммы соответствует определенному сочетанию уровней факторов. Для упрощения изображения диаграмм в дальнейшем значения уровней факторов будем обозначать линией над соответствующим столбцом или строкой, если рассматриваемый фактор имеет значение +1 и отсутствием линии, если рассматриваемый фактор имеет значение –1.

Рассмотрим применение диаграмм для операций декомпозиции планов МФЭ.

Декомпозицией плана эксперимента $\Pi(F_1, \ldots, F_{i-1}, F_i, F_{i+1}, \ldots, F_k)$ по фактору F_i называется представление плана эксперимента следующим образом:

$$\Pi(F_1, \ldots, F_{i-1}, F_i, F_{i+1}, \ldots, F_k) / F_i =$$

$$=\Pi(F_1, \dots, F_{i-1}, -1, F_{i+1}, \dots, F_k) \cup \Pi(F_1, \dots, F_{i-1}, +1, F_{i+1}, \dots, F_k) =$$
$$= F_i^{-1}\, \Pi_1(F_1, \dots, F_{i-1}, F_{i+1}, \dots, F_k) \cup F_i^{+1} \Pi_2(F_1, \dots, F_{i-1}, F_{i+1}, \dots, F_k).$$

Планы эксперимента, которые получаются в результате выделения в нем опытов с определенным фиксированным значением факторов, участвующих в декомпозиции, называются частными планами эксперимента.

В результате декомпозиции плана $\Pi(F_1, \dots, F_k)$ по t факторам образуется 2^t частных планов эксперимента, содержащих 2^{k-t} опытов каждый. В свою очередь к каждому из частных планов можно применить декомпозицию по другим факторам. Такая декомпозиция называется многоуровневой.

Среди диаграмм, построенных описанным способом, выделим два вида: *М*-диаграммы и *Д*-диаграммы. В *М*-диаграммах в ячейках указывается порядковый номер опыта, который выполняется с заданными уровнями значений факторов. Поставим в соответствие *М*-диаграмме упорядоченное в порядке возрастания множество порядковых номеров опытов, указанных в ячейках диаграммы, обозначенное $B(\Pi)$. Очевидно, что для полного k-факторного эксперимента $B(\Pi(F_1, \dots, F_k)) = \{1, 2, \dots, 2^k\}$.

Д-диаграммы используются при композиции и декомпозиции планов МФЭ. В ней указываются факторы, участвующие в преобразовании плана МФЭ и вид частного плана, который при этом реализуется.

Например, план МФЭ, *М*-диаграмма которого приведена на рис. 2.10, в результате декомпозиции по факторам F_2, F_5 разбивается на *М* и *Д*–диаграммы, приведенные на рис. 2.11 и 2.12.

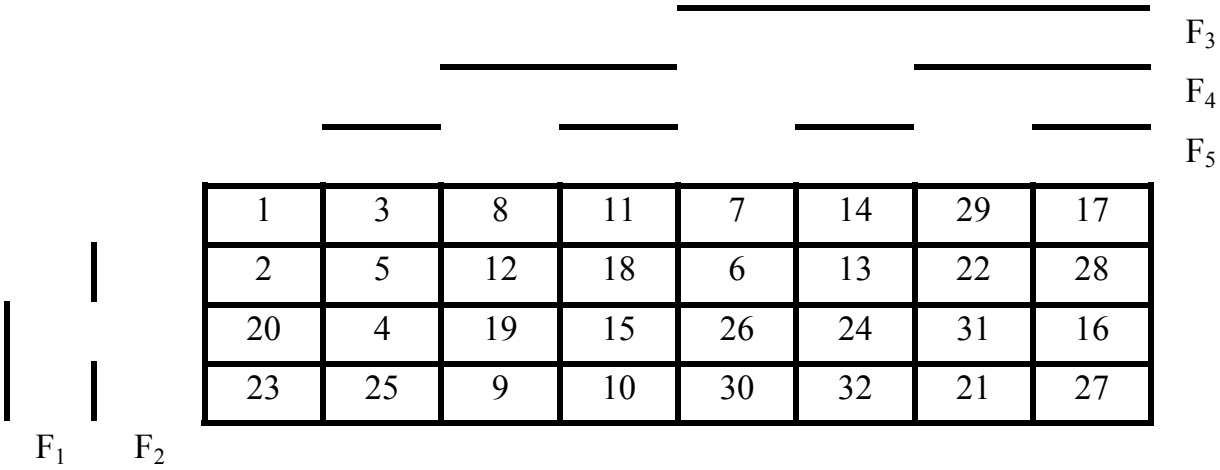
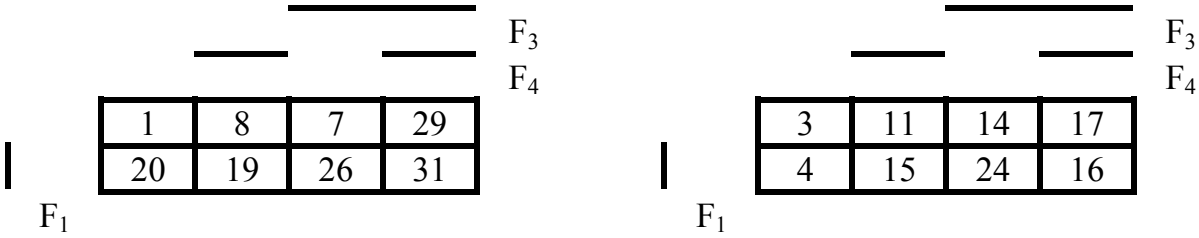


Рисунок 2.10 – М-диаграмма плана МФЭ $\Pi(F_1, \dots, F_5)$



$\Pi_1(F_1,F_3,F_4)$ $\Pi_2(F_1,F_3,F_4)$

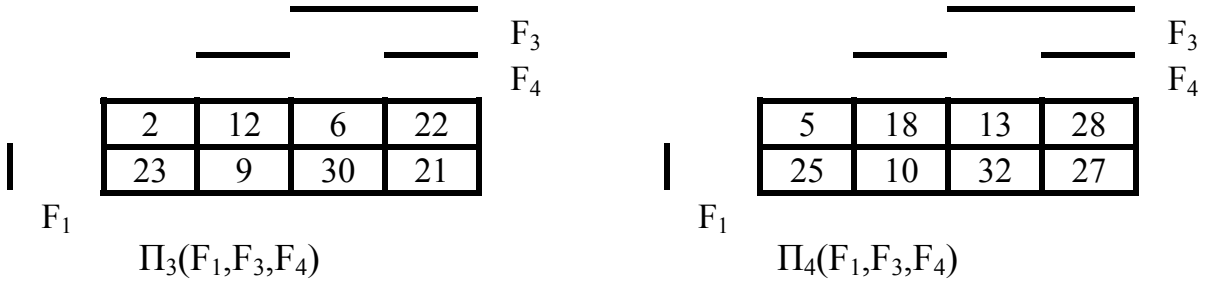


Рисунок 2.11 – М-диаграммы частных планов МФЭ

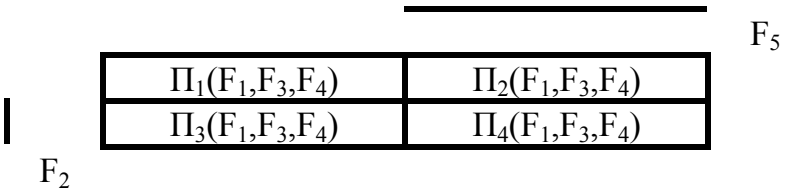


Рисунок 2.12 – Д-диаграмма плана МФЭ $П(F_1, \dots, F_5)/F_2F_5$

Множества порядковых номеров опытов частных планов эксперимента, полученных в результате декомпозиции плана МФЭ, обладают следующими свойствами:

$$B(П_1(F^*)) \cup B(П_2(F^*)) \cup \dots \cup B(П_z(F^*)) = B(П(F));$$
$$B(П_i(F^*)) \cap B(П_j(F^*)) = \varnothing,\ i = 1, \dots, z,\ j = 1, \dots, z,\ i \neq j,$$

где $z = 2^t$, F – множество факторов плана МФЭ, F^* – множество факторов, входящих в частный план эксперимента.

Операция композиции планов МФЭ является обратной операции декомпозиции. В результате нее из 2^t частных планов эксперимента с k-t факторами, содержащих 2^{k-t} опытов каждый, формируется план МФЭ с k факторами.

В основе разработанного метода синтеза планов МФЭ лежит многоуровневая композиция локальных оптимальных планов МФЭ [67, 68, 69, 70]. Множество факторов разбивается на h групп по k_i факторов в i-ой группе, причем

$$k = \sum_{i=1}^{h} k_i\ ;$$
$$1 < k_i < k_{доп},\ i = 1,\dots,h,$$

где $k_{доп}$ – максимальное количество факторов, для которого вычислительные возможности позволяют построить оптимальный план МФЭ.

Количество возможных вариантов разбиений k факторов на h групп $L(k, h)$ определяется количеством возможных распределений факторов по группам:

$$L(k,h) = C_k^{k_1} \times \prod_{i=2}^{h} C^{k_i}_{k-\sum_{j=1}^{i-1} k_j} .$$

Каждой группе соответствует множество локальных планов МФЭ, выполняющихся в зависимости от значений элементов множества порядковых номеров опытов, которые для планов с k_i факторами принимают значения из множества $\{1,\ 2,\ \ldots\ ,\ 2^{k_i}\}$. При этом значение уровней факторов первого опыта i-го плана совпадают со значениями уровней факторов последнего опыта i-1 плана, что обеспечивает нулевую стоимость изменения уровней факторов между планами.

Метод построения планов МФЭ, основанный на композиции локальных оптимальных планов МФЭ, состоит из следующих этапов.

Этап 1. Формируется множество возможных разбиений факторов по группам.

Этап 2. Для каждой группы определяется последовательность реализации локальных планов МФЭ, входящих в одну группу. При этом для каждого локального плана с помощью описанного в разделе 2.4 метода определяется множество порядковых номеров опытов, при которых стоимость реализации локального плана будет минимальной, т.е. определяется вид локального оптимального плана.

Этап 3. Этапы 1 и 2 выполняются для всех вариантов разбиения множества факторов на группы.

Этап 4. Производится оценка стоимости реализации планов для различных вариантов разбиения множества факторов и выбирается план с минимальной суммарной стоимостью.

Рассмотрим пример применения описанного метода для улучшения комбинаторного плана МФЭ, приведенного в табл. 2.55.

Таблица 2.55 – Исходный план МФЭ

Номер опыта	Кодированные значения уровней факторов						Номер опыта	Кодированные значения уровней факторов					
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	2	-1	-1	-1	-1	-1	1
3	-1	-1	-1	-1	1	-1	4	-1	-1	-1	-1	1	1
5	-1	-1	-1	1	-1	-1	6	-1	-1	-1	1	-1	1
7	-1	-1	-1	1	1	-1	8	-1	-1	-1	1	1	1
9	-1	-1	1	-1	-1	-1	10	-1	-1	1	-1	-1	1
11	-1	-1	1	-1	1	-1	12	-1	-1	1	-1	1	1
13	-1	-1	1	1	-1	-1	14	-1	-1	1	1	-1	1
15	-1	-1	1	1	1	-1	16	-1	-1	1	1	1	1
17	-1	1	-1	-1	-1	-1	18	-1	1	-1	-1	-1	1

Продолжение табл. 2.55

Номер опыта	Кодированные значения уровней факторов						Номер опыта	Кодированные значения уровней факторов					
	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6		F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
19	-1	1	-1	-1	1	-1	20	-1	1	-1	-1	1	1
21	-1	1	-1	1	-1	-1	22	-1	1	-1	1	-1	1
23	-1	1	-1	1	1	-1	24	-1	1	-1	1	1	1
25	-1	1	1	-1	-1	-1	26	-1	1	1	-1	-1	1
27	-1	1	1	-1	1	-1	28	-1	1	1	-1	1	1
29	-1	1	1	1	-1	-1	30	-1	1	1	1	-1	1
31	-1	1	1	1	1	-1	32	-1	1	1	1	1	1
33	1	-1	-1	-1	-1	-1	34	1	-1	-1	-1	-1	1
35	1	-1	-1	-1	1	-1	36	1	-1	-1	-1	1	1
37	1	-1	-1	1	-1	-1	38	1	-1	-1	1	-1	1
39	1	-1	-1	1	1	-1	40	1	-1	-1	1	1	1
41	1	-1	1	-1	-1	-1	42	1	-1	1	-1	-1	1
43	1	-1	1	-1	1	-1	44	1	-1	1	-1	1	1
45	1	-1	1	1	-1	-1	46	1	-1	1	1	-1	1
47	1	-1	1	1	1	-1	48	1	-1	1	1	1	1
49	1	1	-1	-1	-1	-1	50	1	1	-1	-1	-1	1
51	1	1	-1	-1	1	-1	52	1	1	-1	-1	1	1
53	1	1	-1	1	-1	-1	54	1	1	-1	1	-1	1
55	1	1	-1	1	1	-1	56	1	1	-1	1	1	1
57	1	1	1	-1	-1	-1	58	1	1	1	-1	-1	1
59	1	1	1	-1	1	-1	60	1	1	1	-1	1	1
61	1	1	1	1	-1	-1	62	1	1	1	1	-1	1
63	1	1	1	1	1	-1	64	1	1	1	1	1	1

Стоимости изменения уровней факторов комбинаторного плана МФЭ (в усл. ед.) приведены в табл. 2.56. Стоимость реализации исходной матрицы 518 усл. ед.

Таблица 2.56 – Стоимость изменения уровней факторов

Вид изменения уровней фактора		Стоимость изменения уровней факторов					
Состояние 1	Состояние 2	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
–1	1	2	5	4	6	3	4
1	–1	3	7	2	4	2	5

Множество факторов (k = 6) разбиваем на две группы (k_1=3 и k_2=3). Формируем множество возможных разбиений факторов по группам, приведенное в табл. 2.57.

Таблица 2.57 – Варианты разбиений множества факторов по группам

Номер варианта	1 группа	2 группа	Номер варианта	1 группа	2 группа
1	1, 2, 3	4, 5, 6	11	2, 3, 4	1, 5, 6
2	1, 2, 4	3, 5, 6	12	2, 3, 5	1, 4, 6
3	1, 2, 5	3, 4, 6	13	2, 3, 6	1, 4, 5
4	1, 2, 6	3, 4, 5	14	2, 4, 5	1, 3, 6
5	1, 3, 4	2, 5, 6	15	2, 4, 6	1, 3, 5
6	1, 3, 5	2, 4, 6	16	2, 5, 6	1, 3, 4
7	1, 3, 6	2, 4, 5	17	3, 4, 5	1, 2, 6
8	1, 4, 5	2, 3, 6	18	3, 4, 6	1, 2, 5
9	1, 4, 6	2, 3, 5	19	3, 5, 6	1, 2, 4
10	1, 5, 6	2, 3, 4	20	4, 5, 6	1, 2, 3

Для каждого разбиения множества факторов определяем вид локального оптимального плана и стоимость его реализации. В табл. 2.58 приведены значения стоимости реализации общего плана МФЭ для различных вариантов сочетаний факторов. Наименьшую стоимость реализации имеет вариант номер 15.

Таблица 2.58 – Стоимость реализации планов МФЭ в зависимости от вида

Номер варианта	1 групп а	2 группа	Стои-мость	Номер варианта	1 группа	2 группа	Стои-мость
1	П(1,2,3)	П(4,5,6)	253	11	П(2,3,4)	П(1,5,6)	246
2	П(1,2,4)	П(3,5,6)	228	12	П(2,3,5)	П(1,4,6)	253
3	П(1,2,5)	П(3,4,6)	259	13	П(2,3,6)	П(1,4,5)	226
4	П(1,2,6)	П(3,4,5)	231	14	П(2,4,5)	П(1,3,6)	228
5	П(1,3,4)	П(2,5,6)	261	15	П(2,4,6)	П(1,3,5)	219
6	П(1,3,5)	П(2,4,6)	330	16	П(2,5,6)	П(1,3,4)	231
7	П(1,3,6)	П(2,4,5)	267	17	П(3,4,5)	П(1,2,6)	261
8	П(1,4,5)	П(2,3,6)	276	18	П(3,4,6)	П(1,2,5)	232
9	П(1,4,6)	П(2,3,5)	238	19	П(3,5,6)	П(1,2,4)	267
10	П(1,5,6)	П(2,3,4)	281	20	П(4,5,6)	П(1,2,3)	238

На рис. 2.13 приведена *Д*-диаграмма локального оптимального плана МФЭ $П(F_1, \ldots, F_6)/F_1F_3F_5$, а на рис. 2.14 – его *М*-диаграмма.

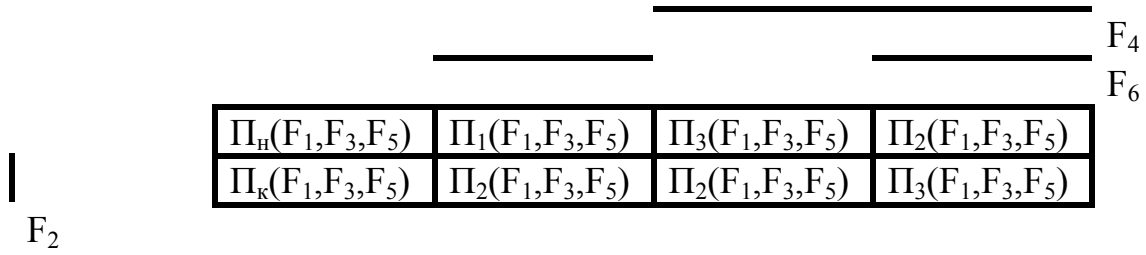


Рисунок 2.13 – *Д*-диаграмма плана МФЭ $П(F_1, \ldots, F_6)/F_1F_3F_5$

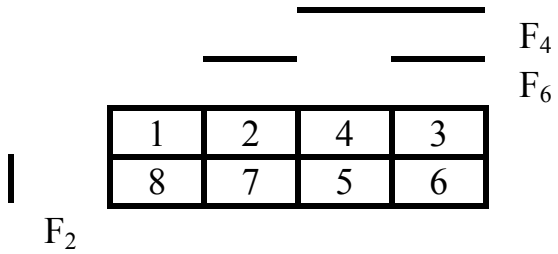


Рисунок 2.14 – *М*-диаграмма плана МФЭ $П(F_1, \ldots, F_6)/F_1F_3F_5$

В табл. 2.59 приведен вид общего комбинаторного плана МФЭ, имеющего наименьшую стоимость.

Таблица 2.59 – Вид общего комбинаторного плана МФЭ, имеющего наименьшую стоимость

Номер опыта	$П(F_2,F_4,F_6)$			$П(F_1,F_3,F_5)$
	F_2	F_4	F_6	
1	-1	-1	-1	$П_н(F_1,F_3,F_5)$
2	-1	-1	1	$П_1(F_1,F_3,F_5)$
3	-1	1	1	$П_2(F_1,F_3,F_5)$
4	-1	1	-1	$П_1(F_1,F_3,F_5)$
5	1	1	1	$П_2(F_1,F_3,F_5)$
6	1	1	-1	$П_1(F_1,F_3,F_5)$
7	1	-1	-1	$П_2(F_1,F_3,F_5)$
8	1	-1	1	$П_k(F_1,F_3,F_5)$

В табл. 2.60 приведен вид локальных оптимальных планов, а на рис. 2.15 их *М* -диаграммы.

Таблица 2.60 – Локальные оптимальные планы П(1,3,5)

Номер опыта	$П_н(F_1,F_3,F_5)$			$П_1(F_1,F_3,F_5)$			$П_2(F_1,F_3,F_5)$			$П_к(F_1,F_3,F_5)$		
	F_1	F_2	F_3	F_1	F_2	F_3	F_1	F_2	F_3	F_1	F_2	F_3
1	1	1	-1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1
2	1	1	1	-1	-1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1
3	-1	1	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1
4	-1	1	-1	-1	1	1	1	1	1	1	-1	1

Продолжение табл. 2.60

Номер опыта	$П_н(F_1,F_3,F_5)$			$П_1(F_1,F_3,F_5)$			$П_2(F_1,F_3,F_5)$			$П_к(F_1,F_3,F_5)$		
	F_1	F_2	F_3	F_1	F_2	F_3	F_1	F_2	F_3	F_1	F_2	F_3
5	-1	-1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	1
6	-1	-1	1	1	1	-1	-1	1	-1	-1	1	1
7	1	-1	1	1	1	1	-1	-1	-1	-1	1	-1
8	1	-1	-1	1	-1	1	1	-1	-1	1	1	-1

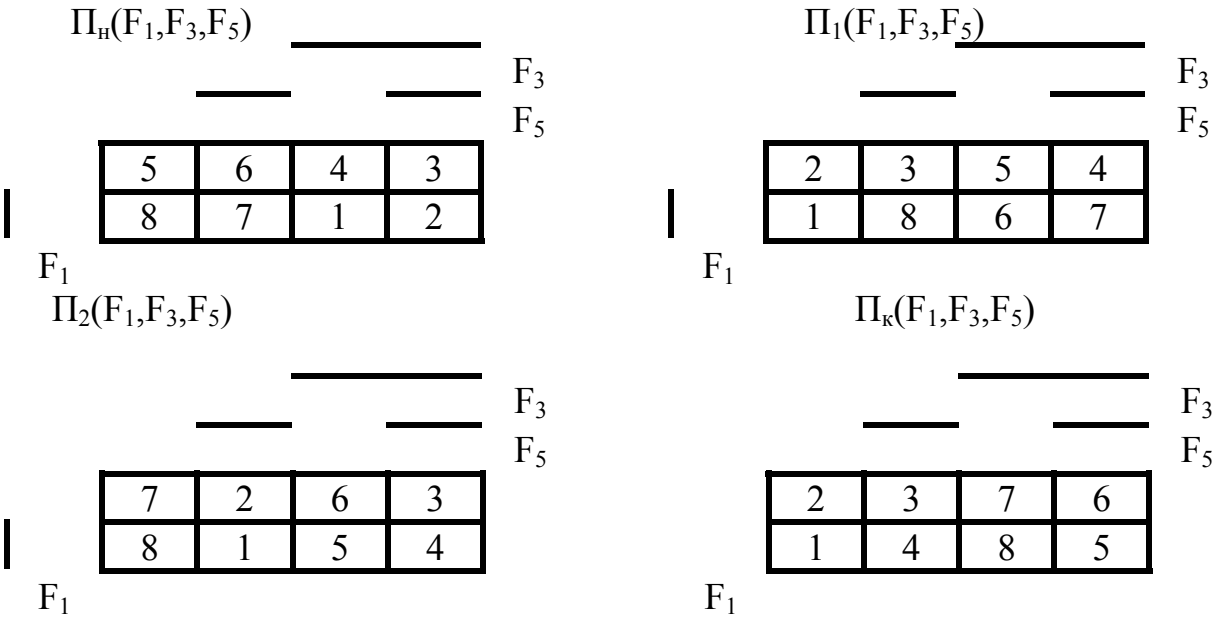


Рисунок 2.15 – *М*-диаграммы локальных оптимальных планов

Полученный с помощью описанного метода комбинаторный план МФЭ имеет стоимость изменения уровней факторов в 2,3 раза меньше, чем исходный план эксперимента.

2.4 Оценка эффективности разработанных методов

Разработанный метод построения оптимальных комбинаторных планов, учитывающих стоимость изменения уровней факторов, основанный на использовании серийных последовательностей позволяет строить оптимальные комбинаторные планы МФЭ без перебора вариантов перестановок опытов. Эффективность применения метода зависит от количества изменений уровней факторов w. Выше было показано, что $w_{min} = 2^k-1$. Определим значение w_{max}.

Рассмотрим множество символьных последовательностей

$P(X_1) = \{p_{11}, \ldots, p_{1j}, \ldots, p_{1n}\}$;

. . .

$P(X_k) = \{p_{k1}, \ldots, p_{kj}, \ldots, p_{kn}\}$,

которые соответствуют полному многофакторному эксперименту. Значения факторов в соответствующих опытах определяются в результате соединения этих последовательностей $P^{\nabla} = \Phi(P(X_1), \ldots, P(X_k))$.

Пусть значения факторов для i-го и $(i + 1)$-го опыта соответственно равны

$$p^{\nabla}_i = p_{1i}p_{2i}\ldots p_{ki},\ p^{\nabla}_{i+1} = p_{1i+1}p_{2i+1}\ldots p_{ki+1},\ i = 1, \ldots, n\text{-}1.$$

Количество изменений уровней факторов при переходе от i-го к (i+1)-ому опыту для полного k факторного эксперимента, обозначенное L(k, i), определяется следующим образом:

$$L(k,i) = \sum_{j=1}^{k} \sigma(p_{ij}, p_{i,j+1}),$$

где $\sigma(a,b) = \begin{Bmatrix} 0, \text{если } a = b, \\ 1, \text{в противном случае} \end{Bmatrix}$, $i = 1, \ldots, n\text{-}1$.

Общее количество изменений уровней факторов для полного k факторного эксперимента обозначенное $L(k)$, определяется следующим образом:

$$L(k) = \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{k} \sigma(p_{ij}, p_{i,j+1}),$$

Рассмотрим процесс формирования планов полного k факторного эксперимента с максимальным количеством изменений уровней факторов. Пусть в первом опыте значения факторов $p^{\nabla}_1 = p_{11}p_{21}\ldots p_{k1}$. Наибольшее количество изменений уровней факторов $L(k,1) = k$ будет, если во втором опыте значения факторов $p^{\nabla}_2 = p_{12}p_{22}\ldots p_{k2}$ имеют значения $p_{2j} = (-1)\times p_{1j}$, $j=1,\ldots,k$. При переходе к третьему опыту значение $L(k,2)$ не может быть равно k, т.к. в этом случае значения факторов $p^{\nabla}_3 = p_{13}p_{23}\ldots p_{k3}$ совпадает с $p^{\nabla}_1 = p_{11}p_{21}\ldots p_{k1}$. Поэтому $L(k,2) \le k - 1$. С учетом вышеизложенного

$$w_{max}(k) = 2^{k-1}\times k + (2^{k-1}-1)\times(k-1).$$

Пример планов полного факторного эксперимента с максимальным количеством изменений уровней факторов для $k = 3$ приведен ниже.

$$P(X_1) = -1, +1, +1, -1, +1, -1, -1, +1;$$
$$P(X_2) = -1, +1, -1, +1, -1, +1, -1, +1;$$
$$P(X_3) = -1, +1, -1, +1, +1, -1, +1, -1.$$

Подставляя полученные значения определим значение $V(k) = w_{max}(k)/w_{min}(k)$:

$$V(k) = [2^{k-1} \times k + (2^{k-1}-1) \times (k-1)] / (2^k-1).$$

В табл. 2.61 приведены значения $w_{min}(k)$, $w_{max}(k)$ для полного факторного эксперимента при $k = 2,\ldots, 16$.

Таблица 2.61 – Значения $w_{min}(k)$, $w_{max}(k)$ для полного факторного эксперимента при $k = 2,\ldots, 16$

k	$w_{min}(k)$	$w_{max}(k)$	k	$w_{min}(k)$	$w_{max}(k)$	k	$w_{min}(k)$	$w_{max}(k)$
2	3	5	7	127	830	12	4095	$4{,}7*10^4$
3	7	18	8	255	$1{,}9*10^3$	13	8191	$1{,}0*10^5$
4	15	53	9	511	$4{,}3*10^3$	14	$1{,}6*10^4$	$2{,}2*10^5$
5	31	140	10	1023	$9{,}7*10^3$	15	$3{,}2*10^4$	$4{,}8*10^5$
6	63	350	11	2047	$2{,}1*10^4$	16	$6{,}6*10^5$	$1{,}0*10^6$

Были исследованы разные виды планов эксперимента и определено распределение планов эксперимента (R) в зависимости от значений $V(n,k) = w(n,k)/w_{min}(n,k)$.

На рис. 2.16 приведено распределение планов эксперимента для значений $V(8, 3)$ полного факторного эксперимента.

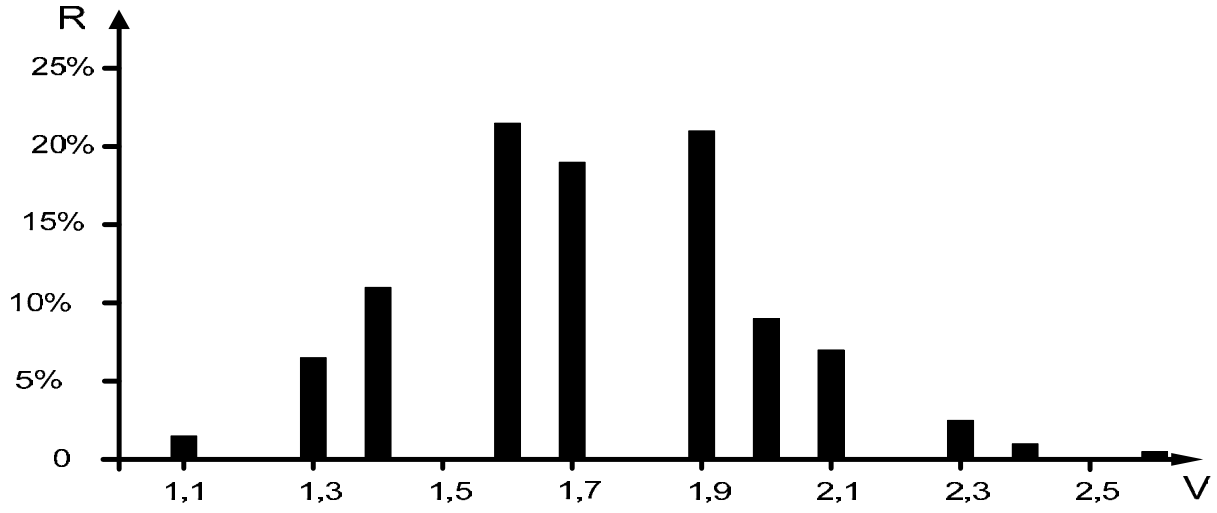


Рисунок 2.16 – Распределение планов эксперимента для значений $V(8, 3)$ полного факторного эксперимента

Характеристики планов дробного факторного эксперимента, вид которых приведен в табл. 2.62 показаны на рис. 2.17 – 2.20.

Таблица 2.62 – Характеристики планов эксперимента

№ плана	k	Вид плана эксперимента
П1	4	ДФЭ, F4=X1*X2
П2	4	ДФЭ, F4=X1*X2*X3
П3	5	ДФЭ, F4=X1*X2, F5=X2*X3
П4	5	ДФЭ, F4=X2*X3, F5= X1*X2*X3
П5	6	ДФЭ, F4=X1*X2, F5=X2*X3, F6=X1*X3
П6	6	ДФЭ, F4=X1*X2, F5=X2*X3, F6 = X1*X2*X3

На рис. 2.17 приведены значения W_{min} и W_{max} для планов эксперимента, представлены в табл. 2.62.

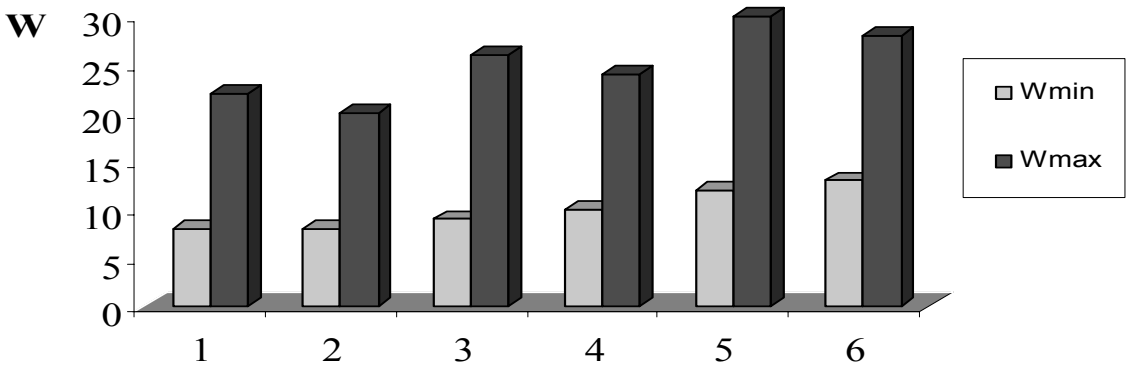


Рисунок 2.17 – Значение W_{min} и W_{max} для планов эксперимента, приведенных в табл.2.62.

На рис. 2.18 приведено распределение планов эксперимента (*R*) для планов *П1* и *П2*.

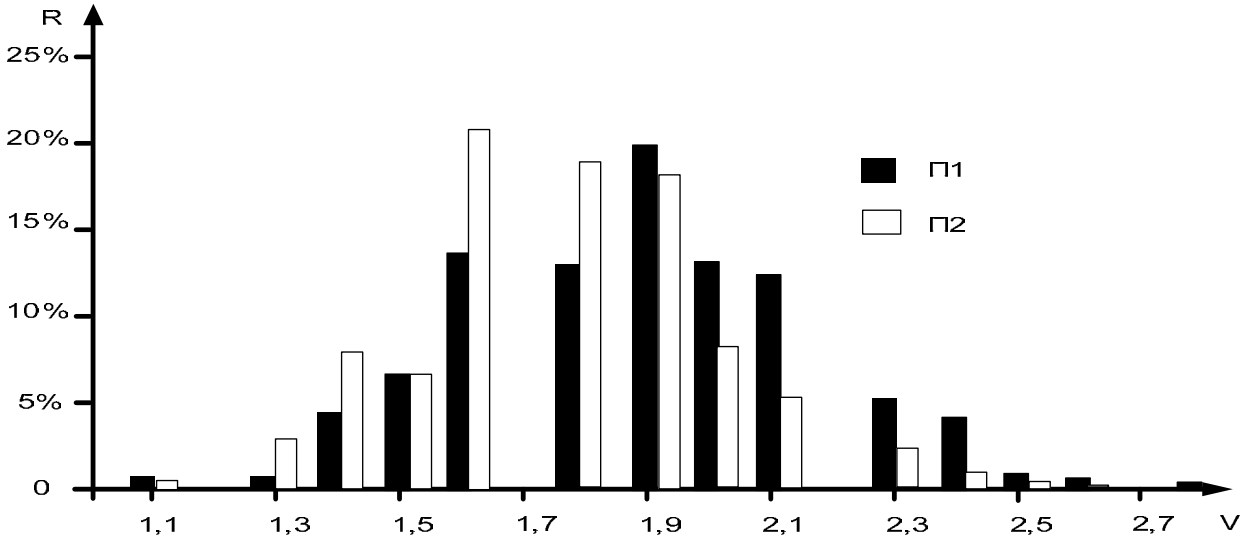


Рисунок 2.18 – Распределение планов эксперимента (*R*) для планов *П*1 и *П*2

На рис. 2.19 приведено распределение планов эксперимента (R) для планов $П3$ и $П4$.

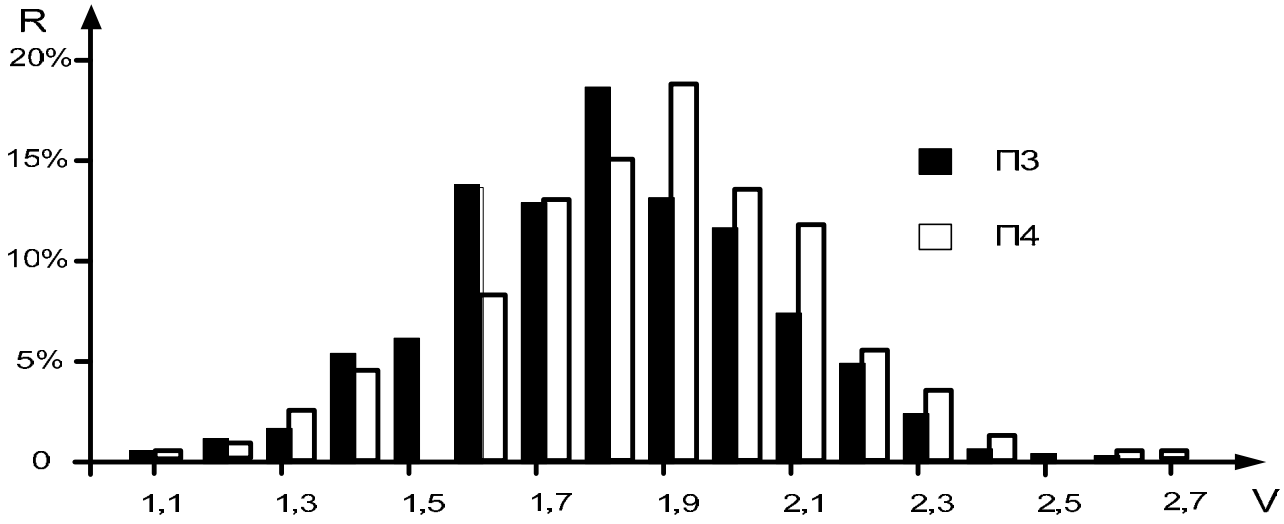


Рисунок 2.19 – Распределение планов эксперимента (R)
для планов $П3$ и $П4$

На рис. 2.20 приведено распределение планов эксперимента (R) для планов $П5$ и $П6$.

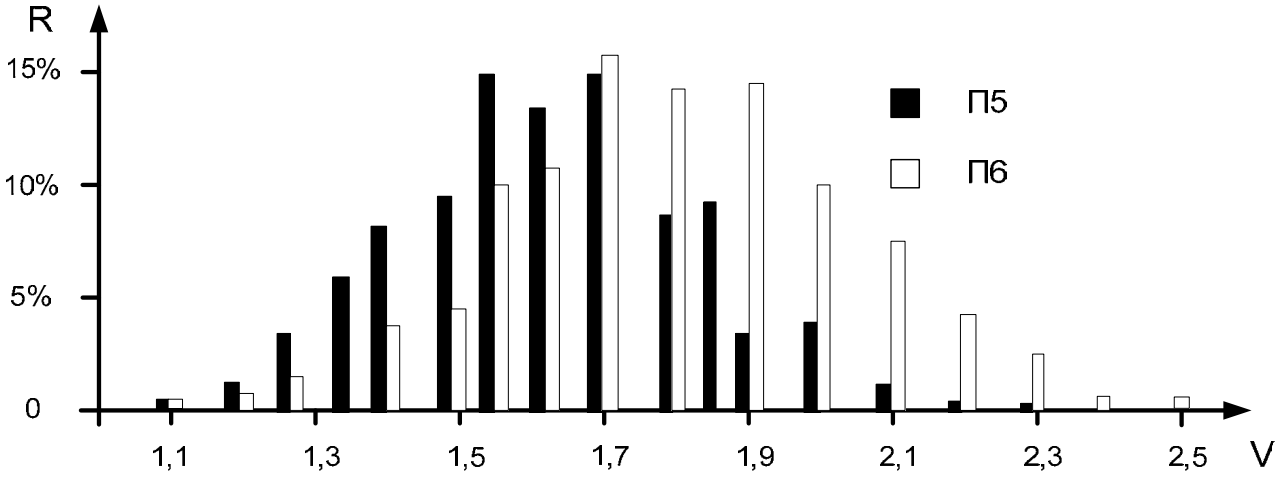


Рисунок 2.20 – Распределение планов эксперимента (R)
для планов $П5$ и $П6$

Анализ полученных результатов показывает, что применение разработанного метода разрешает уменьшить стоимость проведения эксперимента в 90% случаев в 1,3–2,1 раза для k=3 и эффективность его применения растет с увеличением количества факторов.

РАЗДЕЛ 3

ОПТИМАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ И ПРИБОРОВ

3.1 Оптимальное планирование эксперимента при исследовании сложных систем

3.1.1 Весоизмерительная система для дозирования сыпучих материалов

Процесс дозирования материалов является неотъемлемой частью технологических процессов на большинстве предприятий горнодобывающей, металлургической, химической и пищевой промышленности. Точность дозирования компонентов в значительной мере влияет на качество продукции, которая выпускается предприятием. Оборудование отечественных предприятий морально устарело, физически изношено и нуждается в замене или модернизации. Поэтому проблема повышения точности дозирования является актуальной в связи с постоянно возрастающими требованиями к качеству продукции.

Детальное изучение современных требований технологических процессов и существующих дозировочных систем свидетельствует о необходимости разработки весодозировочной системы, которая отвечала бы современным требованиям точности, надежности, а также специфике деятельности отечественных предприятий. Исследования проводились на экспериментальном образце весоизмерительной системы для непрерывного дозирования сыпучих материалов [71, 72, 73], в состав которого входит весоизмерительный лоток, закрепленный на трех тензометрических датчиках силы.

На рис. 3.1 изображена функциональная схема весоизмерительной системы. Общий вид системы и конструкция измерительного лотка показаны на рис. 3.2.

Весоизмерительная система состоит из бункера 1 с дозированным компонентом, электровибратора 2, датчика влажности материала 3, которые расположены в бункере; установленного под бункером ленточного конвейера 4 с электроприводом 5, датчика скорости движения 6 ленты конвейера. Под конвейером закреплен измерительный лоток 7, шарнирно соединенный с тензорезистивными датчиками силы 8, 9, 10, которые подключены к аналого-цифровым преобразователям 11, 12, 13, соединенным с микропроцессором 14. Датчик растяжения 15 ленты, концевые выключатели 16, датчик скорости движения ленты конвейера, закрепленные на конвейере, и датчик температуры 17 подключены к микропроцессору, соединенному с адресным

дешифратором 18, накопителем памяти 19, оперативным запоминающим устройством 20, регистром адреса 21, блоком индикации 22 и функциональной клавиатурой 23, цифро-аналоговым преобразователем 24, подключенным к электроприводу и электровибратору.

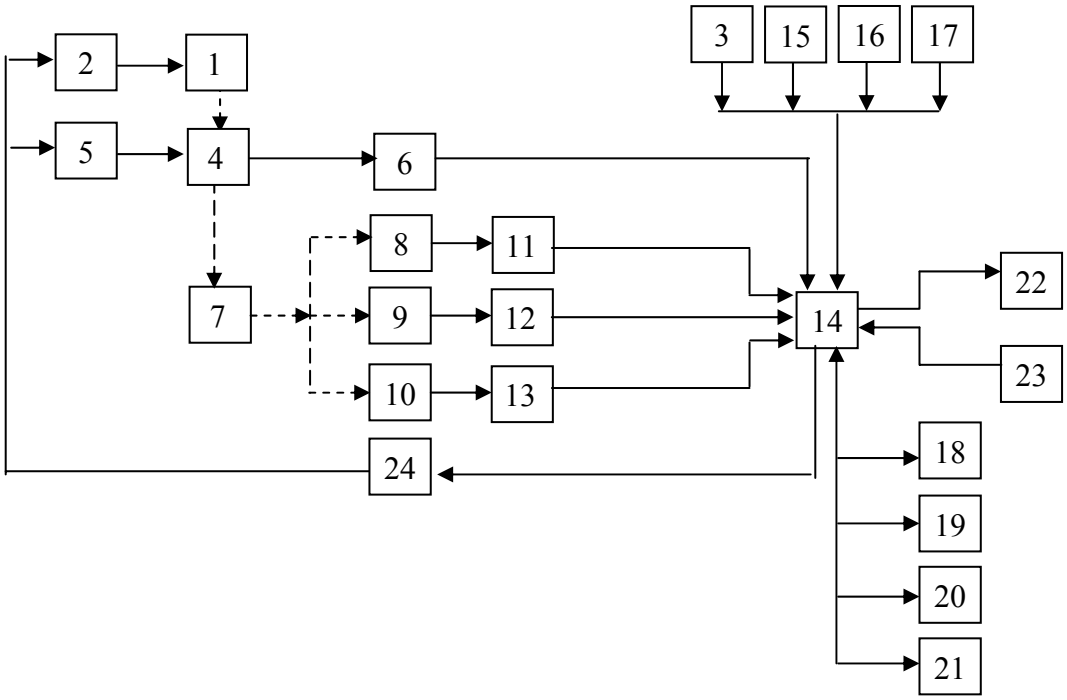


Рисунок 3.1 – Функциональная схема весоизмерительной системы

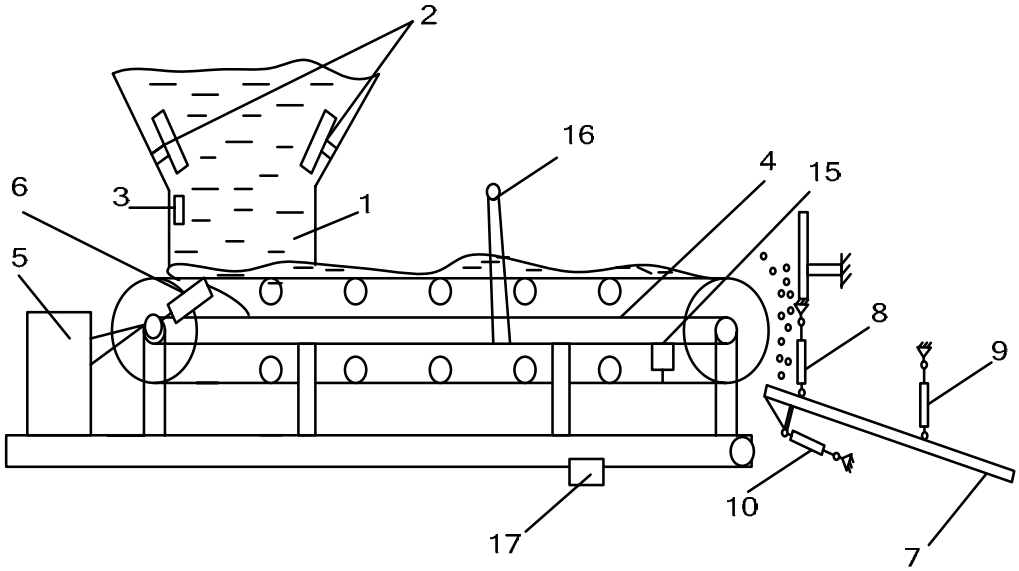


Рисунок 3.2 – Общий вид системы и конструкция измерительного лотка

Использование в весоизмерительной системе измерительного лотка дало возможность исключить недостатки, присущие системам, построенным на основе конвейерных весов. Оригинальное крепление тензометрических преобразователей дает возможность повысить точность дозирования по

сравнению с другими весоизмерительными системами, в которых применяют измерительный лоток.

При этом следует выполнить такие задачи:

– создать математические модели весоизмерительной системы с использованием оптимального по стоимостным затратам планирования эксперимента;

– определить режимы работы системы, которые обеспечивают минимальную погрешность при взвешивании сыпучего материала.

Для проведения экспериментальных исследований был создан опытный образец весоизмерительной системы, в состав которого входят: бункер вместительностью до 100 кг; направляющий лоток, прикрепленный к бункеру; весоизмерительный лоток, закрепленный под направляющим лотком на трех тензометрических датчиках силы; блок измерения, который содержит три измерительных канала. Схема экспериментальной установки показана на рис. 3.3.

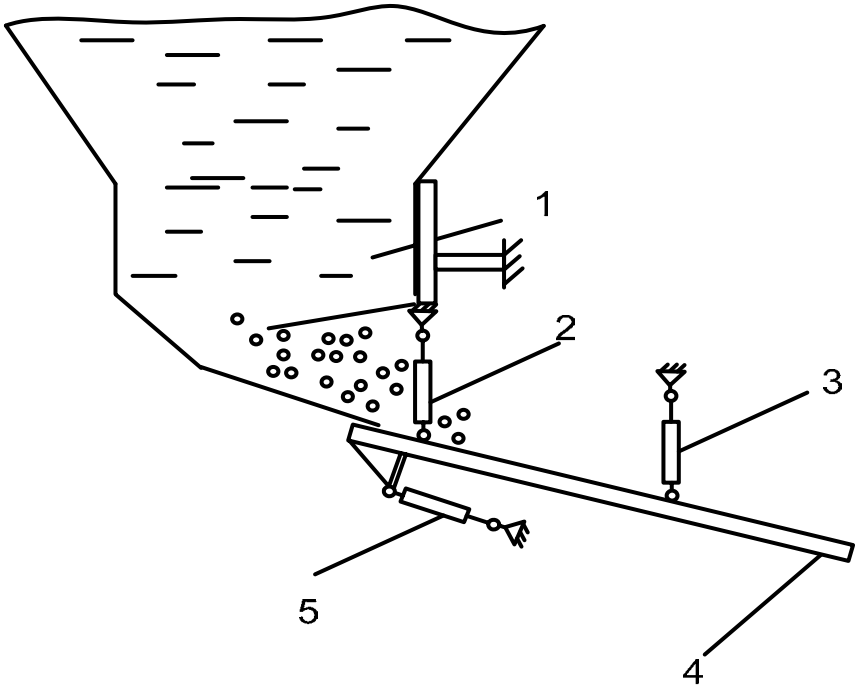


Рисунок 3.3 – Схема экспериментальной установки: 1 – бункер; 2, 3, 5 – тензометрические датчики силы; 4 – весоизмерительный лоток

Тензометрические датчики силы были откалиброваны с помощью образцовых мер веса [74]. Для уменьшения влияния силы трения внутренняя поверхность плоского весоизмерительного лотка длиной в один метр была отполирована. С помощью тендерных тяг можно изменять угол наклона весоизмерительного лотка.

Как критерии оптимизации были выбраны такие технические показатели весоизмерительной системы: погрешность измерения δ, %; чувствительность (коэффициент передачи) S. Факторами, которые влияют на эти показатели, являются: X_1 – угол наклона весоизмерительного лотка, α,

град; X_2 – влажность сыпучего материала, W, %; X_3 – коэффициент трения сыпучего материала в движении, f_d.

Для выявления закономерностей дозирования и нахождения оптимальных режимов и конструктивных параметров весоизмерительной системы был выбран начальный план ПФЭ типа 2^k (число факторов $k = 3$, число опытов $N = 8$, число наблюдений в n-м опыте равняется 5). Матрица планирования такого эксперимента приведена в табл. 3.1.

С учетом того, что опыты дорогостоящие, принято решение оптимизировать начальный план по критерию минимума стоимостных затрат на его реализацию [50].

Стоимости изменений значений уровней факторов от «-1» к «+1» и от «+1» к «-1» представлены в табл. 3.2, а стоимости начальной установки уровней факторов – в табл. 3.3.

С помощью описанного в разделе 3 метода синтезирован оптимальный по стоимости проведения план эксперимента (см. табл. 3.1).

Стоимости реализации экспериментов по начальным и оптимальным планам, а также максимальная стоимость реализации приведены в табл. 3.4. Данные получены методом поиска с помощью анализа перестановок строк матрицы планирования совпадают с полученным оптимальным решением.

В результате реализации эксперимента по оптимальному плану получена математическая модель весоизмерительной системы в виде

$$\delta = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_{12}X_1X_2 + \\ + b_{13}X_1X_3 + b_{23}X_2X_3 + b_{123}X_1X_2X_3 \qquad (3.1)$$

и ее оптимальные конструктивные параметры. Значения коэффициентов математической модели и оптимальных конструктивных параметров приведены в работах [75, 35, 50, 76] и в приложении А.

Таблица 3.1 –Начальный и оптимальный планы эксперимента

Начальный план				Оптимальный план			
№ п/п	X_1	X_2	X_3	№ п/п	X_1	X_2	X_3
1	-1	-1	-1	1	-1	-1	-1
2	+1	-1	-1	2	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1	6	+1	-1	+1
4	+1	+1	-1	5	-1	-1	+1
5	-1	-1	+1	7	-1	+1	+1
6	+1	-1	+1	8	+1	+1	+1
7	-1	+1	+1	4	+1	+1	-1
8	+1	+1	+1	3	-1	+1	-1

Таблица 3.2 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Фактор	Стоимость изменения, усл. ед.	
	от «-1» к«+1»	от «+1» к «-1»
$X_1(\alpha)$	12,0	8,0
$X_2(W)$	16,0	24,0
$X_3(f_d)$	10,0	10,0

Таблица 3.3 – Стоимости начальной установки уровней факторов

Фактор	Стоимость изменения, усл. ед.	
	от «0» к «+1»	от «0» к «-1»
$X_1(\alpha)$	6,0	4,0
$X_2(W)$	8,0	12,0
$X_3(f_d)$	10,0	10,0

Таблица 3.4 – Стоимости реализации планов эксперимента

Вид плана	Стоимость реализации, усл. ед.
Начальный	164
Оптимальный	102
Максимальная стоимость реализации плана	278

3.1.2 Система для определения расхода топлива в двигателях внутреннего сгорания

Рост цен на нефтепродукты коренным образом изменяет отношение потребителей к таким ресурсам, как топливо. Его стоимость представляет собой значительную часть затрат промышленных, транспортных, сельскохозяйственных предприятий и городских служб. При определении расхода топлива важную роль играет человеческий фактор. Водитель транспорта может легко доказать, что на работу двигателя внутреннего сгорания (ДВС) израсходовано топлива на 15...20% больше, чем это соответствует действительности. Только пользуясь полноценной системой контроля и управления расходом топлива, можно получить полную информацию о реальном его расходе в ДВС.

Таким образом, разработка систем, которые обеспечивают защиту топлива от несанкционированного слива из топливного бака, является актуальной проблемой.

Недостатком известных систем [77, 78] является необходимость в доработке существующих форсунок ДВС или проектировании и создании новых форсунок.

Свободной от перечисленных выше недостатков является система для измерения расхода топлива, которая базируется на использовании

математической модели ДВС [79]. На рис. 3.4 изображена функциональная схема такой системы. Она состоит из датчика оборотов 1, датчика крутящего момента 2, датчика температуры воздуха 3 перед двигателем, которые через коммутатор 4 подключены к последовательно соединенным аналого-цифровому преобразователю 5, микропроцессорному вычислительному устройству 6 и индикатору 7.

Рассмотрим работу системы.

В памяти микропроцессорного вычислительного устройства 6 записана математическая модель двигателя, характеризующая зависимость расхода топлива за единицу времени от таких параметров, как количество оборотов n двигателя, крутящий момент M_{KP}, температура T воздуха перед двигателем:

$$q = f(n, M_{KP}, T) . \qquad (3.2)$$

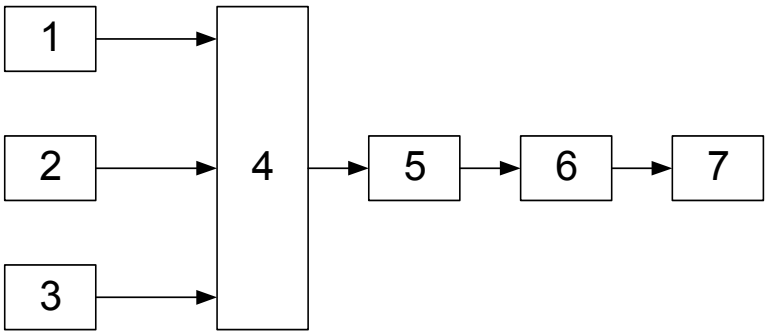


Рисунок 3.4 – Функциональная схема системы
для измерения расхода топлива

В процессе работы двигателя сигналы из датчиков 1, 2, 3 через коммутатор 4 поступают в АЦП 5, где преобразуются в цифровые сигналы, которые подаются в микропроцессорное вычислительное устройство 6. В этом устройстве с помощью математической модели (3.2) и текущих значений n, M_{KP}, T рассчитывается расход топлива за единицу времени и одновременно регистрируется время t_1, на протяжении которого параметры n, M_{KP}, T не изменялись. Расход топлива за этот промежуток времени определяют по формуле

$$P_1 = q_1 t_1. \qquad (3.3)$$

При изменении одного или нескольких параметров (n, M_{KP}, T) в микропроцессорном вычислительном устройстве рассчитывают новое значение расхода топлива за единицу времени q_2, интервал времени t_2, на протяжении которого работал двигатель с параметрами n, M_{KP}, T, а также расход топлива за этот промежуток:

$$P_2 = q_2 t_2. \qquad (3.4)$$

Так определяют расход топлива P_i за соответствующие отрезки времени t_i на протяжении всего цикла работы двигателя.

За этот цикл суммарный расход топлива

$$P_{\Sigma} = \sum_{i=1}^{k} P_i = \sum_{i=1}^{k} q_i t_i \ , \qquad (3.5)$$

где k – количество этапов в цикле работы двигателя, которые характеризуются изменением параметров n, M_{KP}, T.

Таким образом, с помощью математической модели определяют только то количество топлива, которое затрачивается в процессе работы двигателя. Эта модель обеспечивает защиту от несанкционированного слива топлива из топливного бака.

При использовании такой системы для измерения расхода топлива возникает необходимость построения и корректировки математической модели работы ДВС.

Известные математические модели определения расхода топлива имеют такие недостатки: сложность, которая обусловлена наличием многих факторов [80]; применение ограничено определенным типом транспорта и определенным видом топлива [81]; полиномиальные математические модели [82] получены при проведении ПФЭ без учета стоимости их реализации. Поэтому необходимо синтезировать оптимальные по стоимостным затратам планы эксперимента для выполнения запланированных исследований.

Исследование проводили при работе двигателя на таких режимах: «холостой» ход, движение автомобиля на первой передаче, при нормальном режиме работы двигателя. При этом как критерий оптимизации рассматривали расход топлива q в миллилитрах. Факторами, которые влияют на этот показатель, были выбраны: X_1 – количество оборотов n двигателя в минуту, об/мин; X_2 – температура T двигателя, ˚С. Как топливо поочередно использовали бензин и газ. Начальный план эксперимента приведен в табл. 3.5.

Таблица 3.5 – Начальный и оптимальный планы эксперимента

Начальный план			Оптимальный план		
№ п/п	X1	X2	№ п/п	X1	X2
1	-1	-1	1	-1	-1
2	+1	-1	2	+1	-1
3	-1	+1	3	+1	+1
4	+1	+1	4	-1	+1

При этом четыре строки плана эксперимента отвечали режимам работы 1 и 2:

1) низкие обороты (1000 об/мин) при неразогретом двигателе (50°С);
2) высокие обороты (3000 об/мин) при неразогретом двигателе (50°С);
3) низкие обороты (1000 об/мин) при разогретом двигателе (90°С);
4) высокие обороты (3000 об/мин) при разогретом двигателе (90°С).

В режиме 3 низкие обороты равнялись 2000 об/мин, а высокие – 4000 об/мин.

Проведем оптимизацию начального плана ПФЭ по критерию суммарной стоимости реализации эксперимента [83]. Стоимости изменений значений уровней факторов приведены в табл. 3.6.

С помощью описанного в разделе 3 метода синтезирован оптимальный по стоимости реализации план эксперимента (см. табл. 3.5). План, полученный в результате перестановок строк начальной матрицы планирования, совпадает с синтезированным оптимальным планом. При этом стоимости начальных, оптимальных и планов с максимальной стоимостью, а также выигрыши в стоимости реализации эксперимента приведены в табл. 3.7 и 3.8.

При проведении эксперимента по оптимальному плану в режиме «холостого» хода измеряли расход топлива за отрезок времени, который равняется одной минуте.

Таблица 3.6 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Режим, топливо, фактор	Стоимость изменения значений уровней, усл. ед.			
	от«0» к «-1»	от«0» к «+1»	от «-1» к «+1»	от «+1» к «-1»
Режим 1	«Холостой» ход			
Топливо	Бензин			
X_1	0,16	0,48	0,32	0,16
X_2	0,28	0,42	0,22	0,48
Топливо	Газ			
X_1	0,17	0,47	0,33	0,15
X_2	0,27	0,41	0,20	0,47
Режим 2	Движение на первой передаче			
Топливо	Бензин			
X_1	0,22	0,56	0,38	0,19
X_2	0,61	0,80	0,46	0,56
Топливо	Газ			
X_1	0,21	0,51	0,35	0,18
X_2	0,45	0,61	0,34	0,52
Режим 3	Нормальный			
Топливо	Бензин			
X_1	0,39	0,71	0,30	0,15
X_2	0,61	0,80	0,38	0,50
Топливо	Газ			
X_1	0,35	0,68	0,27	0,14
X_2	0,45	0,61	0,28	0,46

Таблица 3.7 – Стоимости реализации планов эксперимента

Режим, топливо	Стоимость плана, усл. ед.		
	Начальный $ST_{нач}$	Оптимальный $ST_{опт}$	С максимальной стоимостью ST_{max}
Режим 1	«Холостой» ход		
Бензин	1,464	1,14	2,56
Газ	1,45	1,12	2,50
Режим 2	Движение на первой передаче		
Бензин	2,24	1,86	3,51
Газ	1,88	1,53	3,03
Режим 3	Нормальный		
Бензин	2,13	1,83	3,34
Газ	1,76	1,49	2,90

Таблица 3.8 – Выигрыши по сравнению с начальным планом и планом с максимальной стоимостью

Режим, топливо	Выигрыш	
	$\frac{ST_{нач}}{ST_{опт}}$	$\frac{ST_{max}}{ST_{опт}}$
Режим 1	«Холостой» ход	
Бензин	1,3	2,2
Газ	1,3	2,2
Режим 2	Движение на первой передаче	
Бензин	1,2	1,9
Газ	1,2	2,0
Режим 3	Нормальный	
Бензин	1,2	1,8
Газ	1,2	1,9

В режимах 2 и 3 автомобиль двигался по одному и тому же участку дороги длиной в один километр. Скорость движения контролировали спидометром, а пройденное расстояние – контрольными метками. Скорости движения в режиме 2 составляют 15 км/ч при n = 1000 об/мин и 30 км/ч при n = 3000 об/мин, а в режиме 3 – 55 км/ч при n = 2000 об/мин и 110 км/ч при n = 4000 об/мин.

В результате реализации эксперимента по оптимальному плану получены математические модели для расхода топлива в ДВС в виде

$$q = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + b_{12} X_1 X_2 \qquad (3.6)$$

и рекомендации относительно уменьшения затрат топлива. Значения коэффициентов математических моделей приведены в работах [35, 83, 84] и в приложении Б.

Таким образом, на примере исследования расхода топлива в ДВС показана эффективность оптимального по стоимостным затратам планирования эксперимента. При этом в результате интерпретации коэффициентов математических моделей $q = f(X_1, X_2)$ при кодированных значениях факторов можно дать рекомендации относительно уменьшения затрат топлива в ДВС. Математические модели при натуральных значениях факторов $q = f(n, T)$ можно использовать в системе [79] для расчета расхода топлива в ДВС, определяя количество оборотов и температуру двигателя.

3.1.3 Агрегат судовой энергетической установки

Сложность и объем экспериментальных исследований в судостроении обуславливают большие затраты ресурсов на проведение экспериментов, получение достоверных результатов и разработку необходимых технических средств. Эти причины делают весьма актуальной проблему оптимизации методов и программ исследований, стратегий и планов эксперимента [8, 84, 85]. При этом оправдано стремление экспериментаторов решать рассмотренные задачи при минимальных стоимостных и временных затратах.

Анализ последних исследований и публикаций, в частности [85], показывает, что с привлечением методов планирования экспериментов решается задача выбора мест расположения активных амортизаторов судовых энергетических установок. Существенным недостатком данного исследования является то, что в нем не учитывается стоимость проведения экспериментов, выполненных по плану полного факторного эксперимента (ПФЭ). Известны примеры [9, 84], подтверждающие эффективность оптимального по стоимостным и временным затратам планирования эксперимента.

Следовательно, необходимо синтезировать оптимальный по стоимостным затратам план эксперимента для проведения указанных исследований в энергетических установках различного назначения [86].

При решении задачи выбора мест расположения активных амортизаторов энергетических установок в качестве критерия оптимизации выбран уровень колебательной энергии установки, передаваемой через амортизаторы на конструкцию фундамента.

Так, рассматриваемый агрегат судовой энергетической установки 1 расположен на опорной раме 2 (рис. 3.5). Активные амортизаторы 3 вибрации (a_1, a_2, a_3) могут располагаться на полках 4 опорной рамы по всей длине L, которая равна 12 м. Длина амортизаторов l_a = 0,5 м. Предполагается, что при достаточной мощности активных амортизаторов эффект виброгашения определяется лишь местом их установки, а амплитуда и фаза колебаний этих амортизаторов подбираются после определения их мест установки.

Поэтому доминирующими факторами, влияющими на минимум оценки уровня колебательной энергии, были выбраны координаты мест крепления амортизаторов a_1, a_2, a_3, которые обозначим как X_1, X_2, X_3.

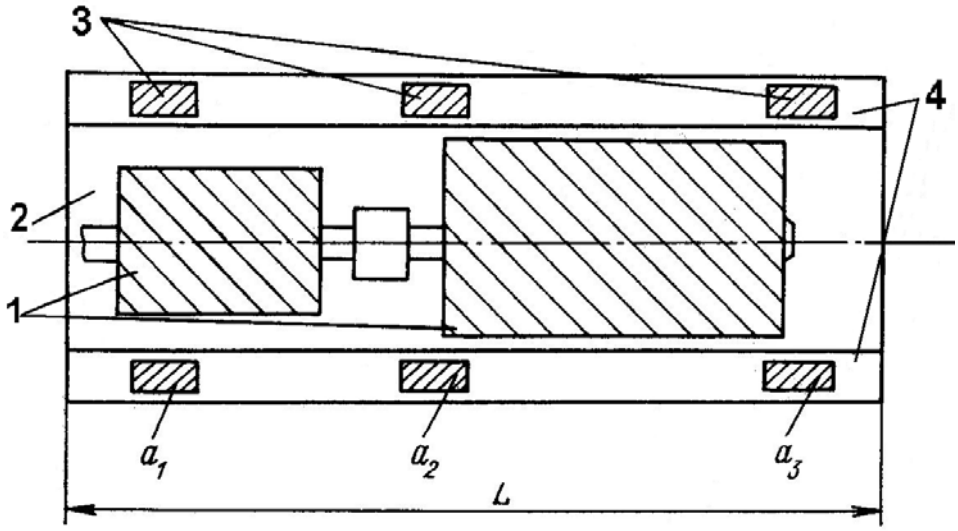


Рисунок 3.5 – Схема расположения элементов силового агрегата и амортизаторов энергетической установки

Исходный план ПФЭ [85], по которому выполнялось исследование, представлен в табл. 3.9, а стоимости изменения значений уровней факторов при исследовании – в табл. 3.10.

Таблица 3.9 –Начальный и оптимальный планы эксперимента

Начальный план				Оптимальный план			
№ п/п	X_1	X_2	X_3	№ п/п	X_1	X_2	X_3
1	–1	–1	–1	5	–1	–1	+1
2	+1	–1	–1	6	+1	–1	+1
3	–1	+1	–1	8	+1	+1	+1
4	+1	+1	–1	7	–1	+1	+1
5	–1	–1	+1	3	–1	+1	–1
6	+1	–1	+1	4	+1	+1	–1
7	–1	+1	+1	2	+1	–1	–1
8	+1	+1	+1	1	–1	–1	–1

Проведем оптимизацию исходного плана ПФЭ по критерию суммарной стоимости реализации эксперимента.

С помощью описанного в разделе 3 метода синтезирован оптимальный по стоимости проведения план эксперимента. План, полученный в результате анализа перестановок строк исходной матрицы планирования эксперимента, совпадает с синтезированным оптимальным планом.

Таблица 3.10 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимости изменений значений уровней факторов	Обозначение факторов		
	X_1	X_2	X_3
из «–1» в «+1», усл. ед.	5,0	7,0	8,5
из «+1» в «–1», усл. ед.	4,0	6,0	6,5
из « 0 » в «–1», усл. ед.	2,5	3,0	4,0
из « 0 » в «+1», усл. ед.	3,0	4,0	3,5

При этом стоимость оптимального плана эксперимента (см. табл. 3.9) равна 46,5 усл. ед. Стоимость исходного плана эксперимента равна 70 усл. ед., а максимальная стоимость – 126 усл. ед. Таким образом, получен выигрыш в стоимости реализации оптимального плана в 1,5 раза по сравнению с исходным и в 2,7 раза по сравнению с планом максимальной стоимости.

На примере рассмотрения задачи выбора мест расположения активных амортизаторов судовых энергетических установок показана эффективность оптимального по стоимостным затратам планирования эксперимента в энергетике.

3.1.4 Система человек – машина

Система человек-машина (СЧМ) характеризуется большим числом факторов. Многие характеристики деятельности оператора в СЧМ являются случайными величинами, которые изменяются от опыта к опыту.

В целом оператор, как звено СЧМ, характеризуется быстродействием, надежностью и напряженностью деятельности. Ввиду значительной длительности цикла работы оператора для исследования его работы целесообразно использовать оптимальное по временным затратам планирование эксперимента.

В работе [87] методами планирования эксперимента изучено влияние различных факторов на число ошибок, допускаемых оператором. Недостатком этого исследования является то, что не учитывалось время, затрачиваемое на проведение экспериментов. А это очень важно для сокращения времени на тренировку оператора и длительности всего исследования.

Следовательно, необходимо доказать эффективность оптимального по временным затратам планирования эксперимента и синтезировать оптимальный план для исследования режимов работы оператора [88, 89].

При исследовании работы оператора на пульте управления сложной радиоэлектронной системы в качестве критерия оптимизации рассматривали число ошибок, допускаемых оператором. Доминирующими факторами, влияющими на этот показатель, были следующие: X_1 – число органов управления на пульте L; X_2 – число органов индикации на пульте управления M; X_3 – время анализа информации оператором на индикаторных устройствах пульта управления $T_у$, с; X_4 – число циклов работы оператора $N_ц$; X_5 –

время работы оператора за пультом (продолжительность цикла работы) $T_ц$, ч.

Начальный план эксперимента, по которому проводили исследование, представляет собой ротатабельный план второго порядка для количества факторов $k = 5$ с ядром плана типа 2^{5-1} и генерирующим соотношением $X_5 = X_1X_2X_3X_4$ (табл.3.11).

Проведем оптимизацию начального плана РЦКП по критерию суммарного времени реализации эксперимента.

С помощью описанного в разделе 3 метода синтезирован оптимальный план. Матрица планирования оптимального плана приведена в табл. 3.11. Временные изменения значений уровней факторов представлены в табл. 3.12.

Таблица 3.11 – Начальный и оптимальный планы РЦКП

Начальный план						Оптимальный план					
Номер опыта	Обозначение факторов					Номер опыта	Обозначение факторов				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	+1	+1	+1	+1	+1	24	0	0	0	+α	0
2	–1	+1	+1	+1	–1	27	0	0	0	0	0
3	+1	–1	+1	+1	–1	28	0	0	0	0	0
4	–1	–1	+1	+1	+1	29	0	0	0	0	0
5	+1	+1	–1	+1	–1	30	0	0	0	0	0
6	–1	+1	–1	+1	+1	31	0	0	0	0	0
7	+1	–1	–1	+1	+1	32	0	0	0	0	0
8	–1	–1	–1	+1	–1	17	–α	0	0	0	0
9	+1	+1	+1	–1	–1	18	+α	0	0	0	0
10	–1	+1	+1	–1	+1	19	0	–α	0	0	0
11	+1	–1	+1	–1	+1	20	0	+α	0	0	0
12	–1	–1	+1	–1	–1	21	0	0	–α	0	0
13	+1	+1	–1	–1	+1	22	0	0	+α	0	0
14	–1	+1	–1	–1	–1	25	0	0	0	0	–α
15	+1	–1	–1	–1	–1	26	0	0	0	0	+α
16	–1	–1	–1	–1	+1	6	–1	+1	–1	+1	+1
17	–α	0	0	0	0	4	–1	–1	+1	+1	+1
18	+α	0	0	0	0	1	+1	+1	+1	+1	+1
19	0	–α	0	0	0	10	–1	+1	+1	–1	+1
20	0	+α	0	0	0	8	–1	–1	–1	+1	–1
21	0	0	–α	0	0	2	–1	+1	+1	+1	–1
22	0	0	+α	0	0	3	+1	–1	+1	+1	–1
23	0	0	0	–α	0	5	+1	+1	–1	+1	–1

Начальный план						Оптимальный план					
Номер опыта	Обозначение факторов					Номер опыта	Обозначение факторов				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
24	0	0	0	+α	0	7	+1	–1	–1	+1	+1
25	0	0	0	0	–α	15	+1	–1	–1	–1	–1
26	0	0	0	0	+α	9	+1	+1	+1	–1	–1
27	0	0	0	0	0	14	–1	+1	–1	–1	–1
28	0	0	0	0	0	16	–1	–1	–1	–1	+1
29	0	0	0	0	0	13	+1	+1	–1	–1	+1
30	0	0	0	0	0	11	+1	–1	+1	–1	+1
31	0	0	0	0	0	12	–1	–1	+1	–1	–1
32	0	0	0	0	0	23	0	0	0	–α	0

Таблица 3.12 – Время изменений значений уровней факторов

Время изменений значений уровней, мин	Обозначение факторов				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
из «–α» в «–1»	0,83	0,66	0,67	1200,00	240,00
из «–α» в «0»	1,08	0,83	1,00	2100,00	300,00
из «–α» в «+1»	1,33	1,00	1,33	3240,00	360,00
из «–α» в «+α»	1,58	1,17	1,67	4620,00	420,00
из «–1» в «–α»	0,58	0,50	0,33	540,00	180,00
из «–1» в «0»	1,08	0,83	1,00	2100,00	300,00
из «–1» в «+1»	1,33	1,00	1,33	3240,00	360,00
из «–1» в «+α»	1,58	1,17	1,67	4620,00	420,00
из «0» в «–α»	0,58	0,50	0,33	540,00	180,00
из «0» в «–1»	0,83	0,66	0,67	1200,00	240,00
из «0» в «+1»	1,33	1,00	1,33	3240,00	360,00
из «0» в «+α»	1,58	1,17	1,67	4620,00	420,00
из «+1» в «–α»	0,58	0,50	0,33	540,00	180,00
из «+1» в «–1»	0,83	0,66	0,67	1200,00	240,00
из «+1» в «0»	1,08	0,83	1,00	2100,00	300,00
из «+1» в «+α»	1,58	1,17	1,67	4620,00	420,00
из «+α» в «–α»	0,58	0,50	0,33	540,00	180,00
из «+α» в «–1»	0,83	0,66	0,67	1200,00	240,00
из «+α» в «0»	1,08	0,83	1,00	2100,00	300,00
из «+α» в «+1»	1,33	1,00	1,33	3240,00	360,00

Временные затраты на реализацию экспериментов составляют: 14794,83 минуты для начального плана; 7869,59 минуты для оптимального плана.

Таким образом, имеем выигрыш во временных затратах на реализацию экспериментов в 1,88 раза по сравнению с начальным планом, в то время как с использованием метода ветвей и границ получен выигрыш в 1,67 раз.

На примере исследования режимов работы оператора сложной радиоэлектронной системы показана эффективность оптимального по временным затратам планирования эксперимента.

3.1.5 Комплекс технических систем

В работе [87] с применением методов планирования экспериментов выполнено исследование, моделирование и оптимизация обслуживания комплекса технических систем, которые представляют собой распределенные ЭВМ, а также режима работы оператора по обслуживанию этого комплекса.

Недостатком этого исследования является то, что не учитывалось время, затрачиваемое на проведение экспериментов. Поэтому целесообразно синтезировать оптимальный по временным затратам план эксперимента для исследования процесса обслуживания комплекса технических систем [56].

При исследовании комплекса технических систем [87] в качестве параметра оптимизации рассматривали время $\bar{y}$ простоя технической системы на обслуживании. И, конечно же, подразделение, обслуживающее комплекс технических систем, должно выполнять работу таким образом, чтобы обеспечить минимизацию времени простоя системы на обслуживании. Доминирующими факторами, влияющими на этот показатель, были выбраны: X_1 – число обслуживаемых систем; X_2 – время обслуживания одной системы, ч; X_3 – стратегия обслуживания, ч; X_4 – число обслуживаемых лабораторий; X_5 – количество обслуживающего персонала. Начальный план дробного факторного эксперимента (ДФЭ) 2^{5-1} с генерирующим соотношением $X_5 = X_1X_2X_3X_4$, в соответствии с которым выполнялось исследование комплекса технических систем, приведен в табл. 3.13.

Проведем оптимизацию начального плана ДФЭ по критерию суммарного времени реализации эксперимента. Временные изменения значений уровней факторов представлены в табл. 3.14.

В табл. 3.13 приведены оптимальный по времени проведения план эксперимента, полученный с помощью описанного в разделе 3 метода, и близкий к оптимальному план, полученный методом случайного поиска (проанализировано 50000 вариантов).

Таблица 3.13 – Начальный и оптимальные планы ДФЭ

Начальный план						Оптимальные планы											
						Случайный поиск						Разработ. в разделе 3 методом					
Номер опыта	Обозначения факторов					Номер опыта	Обозначения факторов					Номер опыта	Обозначения факторов				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	+1	+1	+1	+1	+1	1	+1	+1	+1	+1	+1	2	–1	+1	+1	+1	–1
2	–1	+1	+1	+1	–1	9	+1	+1	+1	–1	–1	5	+1	+1	–1	+1	–1
3	+1	–1	+1	+1	–1	15	+1	–1	–1	–1	–1	9	+1	+1	+1	–1	–1
4	–1	–1	+1	+1	+1	3	+1	–1	+1	+1	–1	13	+1	+1	–1	–1	+1
5	+1	+1	–1	+1	–1	5	+1	+1	–1	+1	–1	15	+1	–1	–1	–1	–1
6	–1	+1	–1	+1	+1	11	+1	–1	+1	–1	+1	3	+1	–1	+1	+1	–1
7	+1	–1	–1	+1	+1	13	+1	+1	–1	–1	+1	1	+1	+1	+1	+1	+1
8	–1	–1	–1	+1	–1	2	–1	+1	+1	+1	–1	11	+1	–1	+1	–1	+1
9	+1	+1	+1	–1	–1	8	–1	–1	–1	+1	–1	7	+1	–1	–1	+1	+1
10	–1	+1	+1	+1	+1	16	–1	–1	–1	–1	+1	8	–1	–1	–1	+1	–1
11	+1	–1	+1	–1	+1	14	–1	+1	–1	–1	–1	4	–1	–1	+1	+1	+1
12	–1	–1	+1	–1	–1	12	–1	–1	+1	–1	–1	6	–1	+1	–1	+1	+1
13	+1	+1	–1	–1	+1	6	–1	+1	–1	+1	+1	10	–1	+1	+1	+1	+1
14	–1	+1	–1	–1	–1	7	+1	–1	–1	+1	+1	16	–1	–1	–1	–1	+1
15	+1	–1	–1	–1	–1	10	–1	+1	+1	+1	+1	14	–1	+1	–1	–1	–1
16	–1	–1	–1	–1	+1	4	–1	–1	+1	+1	+1	12	–1	–1	+1	–1	–1

Таблица 3. 14 – Временные изменения значений уровней факторов

Временные изменения значений уровней факторов, ч	Обозначения факторов				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
из «0» в «-1»	50,0	10,0	10,0	25,0	4,17
из «0» в «+1»	162,0	18,0	14,0	40,5	4,05
из «–1» в «+1»	162,0	18,0	14,0	40,5	4,05
из «+1» в «–1»	50,0	10,0	10,0	25,0	4,17

Временные затраты на реализацию экспериментов по оптимальным планам составляют: 557,45 ч (предложенный метод) и 606,35 ч (случайный поиск). При этом временные затраты на реализацию начального плана равняются 1728,1 ч, а максимальные затраты составляют 2068,38 ч. Таким образом, имеем следующие выигрыши во временных затратах на реализацию эксперимента:

а) план, полученный случайным поиском, – в 2,85 раза по сравнению с начальным планом и в 3,41 раза по сравнению с планом с максимальными временными затратами;

б) план, полученный с помощью описанного в разделе 3 метода, – в 3,1 раза по сравнению с начальным планом.

Для исследования режима технического обслуживания комплекса технических систем параметром оптимизации выбрано численное значение $\overline{y}$, отображающее длительность обслуживания одной системы. Необходимо найти условия работы оператора, при которых простои системы на обслуживание будут минимальными [87].

Доминирующими факторами, влияющими на этот показатель, были выбраны: X_1 – число систем, обслуживаемых оператором на протяжении рабочей смены; X_2 – среднее время обслуживания одной системы, мин; X_3 – время подготовки к обслуживанию очередной системы, мин; X_4 – продолжительность рабочей смены, ч.

Начальный план ротатабельного центрального композиционного планирования (РЦКП), в соответствии с которым выполнялось исследование режимов работы оператора [87], представлен в табл. 3.15.

Таблица 3.15 – Начальный и оптимальный планы РЦКП

Начальный план					Оптимальный план				
Номер опыта	Обозначения факторов				Номер опыта	Обозначения факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4
1	–1	–1	–1	–1	24	0	0	0	+α
2	+1	–1	–1	–1	13	–1	–1	+1	+1
3	–1	+1	–1	–1	11	–1	+1	–1	+1
4	+1	+1	–1	–1	16	+1	+1	+1	+1
5	–1	–1	+1	–1	10	+1	–1	–1	+1
6	+1	–1	+1	–1	14	+1	–1	+1	+1
7	–1	+1	+1	–1	8	+1	+1	+1	–1
8	+1	+1	+1	–1	2	+1	–1	–1	–1
9	–1	–1	–1	+1	5	–1	–1	+1	–1
10	+1	–1	–1	+1	7	–1	+1	+1	–1
11	–1	+1	–1	+1	3	–1	+1	–1	–1
12	+1	+1	–1	+1	1	–1	–1	–1	–1
13	–1	–1	+1	+1	6	+1	–1	+1	–1
14	+1	–1	+1	+1	4	+1	+1	–1	–1
15	–1	+1	+1	+1	12	+1	+1	–1	+1
16	+1	+1	+1	+1	15	–1	+1	+1	+1

Продолжение табл. 3.15

Начальный план					Оптимальный план				
Номер опыта	Обозначения факторов				Номер опыта	Обозначения факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4
17	–α	0	0	0	9	–1	–1	–1	+1
18	+α	0	0	0	17	–α	0	0	0
19	0	–α	0	0	18	+α	0	0	0
20	0	+α	0	0	19	0	–α	0	0
21	0	0	–α	0	20	0	+α	0	0
22	0	0	+α	0	21	0	0	–α	0
23	0	0	0	–α	22	0	0	+α	0
24	0	0	0	+α	25	0	0	0	0
25	0	0	0	0	26	0	0	0	0
26	0	0	0	0	27	0	0	0	0
27	0	0	0	0	28	0	0	0	0
28	0	0	0	0	29	0	0	0	0
29	0	0	0	0	30	0	0	0	0
30	0	0	0	0	31	0	0	0	0
31	0	0	0	0	23	0	0	0	–α

Проведем оптимизацию начального плана РЦКП по критерию суммарного времени реализации эксперимента. Временные изменения значений уровней факторов приведены в табл. 3.16.

Таблица 3.16 – Временные изменения значений уровней факторов

Временные изменения значений уровней факторов, ч	Обозначения			
	X_1	X_2	X_3	X_4
из «–α» в «–1»	42,0	20,0	10,0	360,0
из «–α» в «0»	30,0	30,0	20,0	480,0
из «–α» в «+1»	24,0	40,0	30,0	600,0
из «–α» в «+α»	18,0	50,0	40,0	720,0
из «–1» в «–α»	60,0	10,0	0,0	240,0
из «–1» в «0»	30,0	30,0	20,0	480,0
из «–1» в «+1»	24,0	40,0	30,0	600,0
из «–1» в «+α»	18,0	50,0	40,0	720,0
из «0» в «–α»	60,0	10,0	0,0	240,0
из «0» в «–1»	42,0	20,0	10,0	360,0
из «0» в «+1»	24,0	40,0	30,0	600,0

Временные изменения значений уровней факторов, ч	Обозначения			
	X_1	X_2	X_3	X_4
из «0» в «+α»	18,0	50,0	40,0	720,0
из «+1» в «–α»	60,0	10,0	0,0	240,0
из «+1» в «–1»	42,0	20,0	10,0	360,0
из «+1» в «0»	30,0	30,0	20,0	480,0
из «+1» в «+α»	18,0	50,0	40,0	720,0
из «+α» в «–α»	60,0	10,0	0,0	240,0
из «+α» в «–1»	42,0	20,0	10,0	360,0
из «+α» в «0»	30,0	30,0	20,0	480,0
из «+α» в «+1»	24,0	40,0	30,0	600,0

С помощью описанного в разделе 3 метода синтезирован оптимальный по времени проведения план РЦКП (см. табл. 3.15).

Временные затраты на реализацию экспериментов составляют: 3604 минуты для начального плана; 2120 минут для оптимального плана. При этом имеем выигрыш во временных затратах на реализацию эксперимента в 1,7 раза по сравнению с начальным планом, в то время как метод ветвей и границ дает выигрыш в 1,5 раза.

На примере исследования процесса обслуживания комплекса технических систем показана эффективность оптимального по временным затратам планирования эксперимента.

3.2 Оптимальное планирование эксперимента при исследовании приборов

3.2.1 Бесконтактные измерители постоянного тока и плотности тока

Известные устройства для измерения постоянного тока и плотности тока в электролите [90] потребляют много энергии и не могут в портативном варианте питания долго работать без подзарядки аккумуляторов или замены гальванических элементов.

На рис. 3.6 показана принципиальная схема устройства с пониженным энергопотреблением для измерения постоянного тока и его плотности в электролите.

Устройство представляет собой релаксационный генератор [91, 92], который состоит из микромощного операционного усилителя с регулированием токового режима *D*, бустера тока на комплементарных транзисторах *VT*1 и VT2, двух бесконтактных магниточувствительных

первичных преобразователей – тороидальных трансформаторов $T1$ и $T2$, которые имеют по две обмотки (питания и обратной связи) и для измерения плотности тока j размещаются в гальванической ванне параллельно анодам, а также из делителя напряжения, собранного на элементах $R1$, $R2$, $C1$, $C2$. Для установки токового режима микромощного операционного усилителя D между соответствующим выводом и отрицательным полюсом напряжения питания подсоединен сменный резистор $R3$, а для регулирования тока, который течет через обмотки питания, – резистор $R4$.

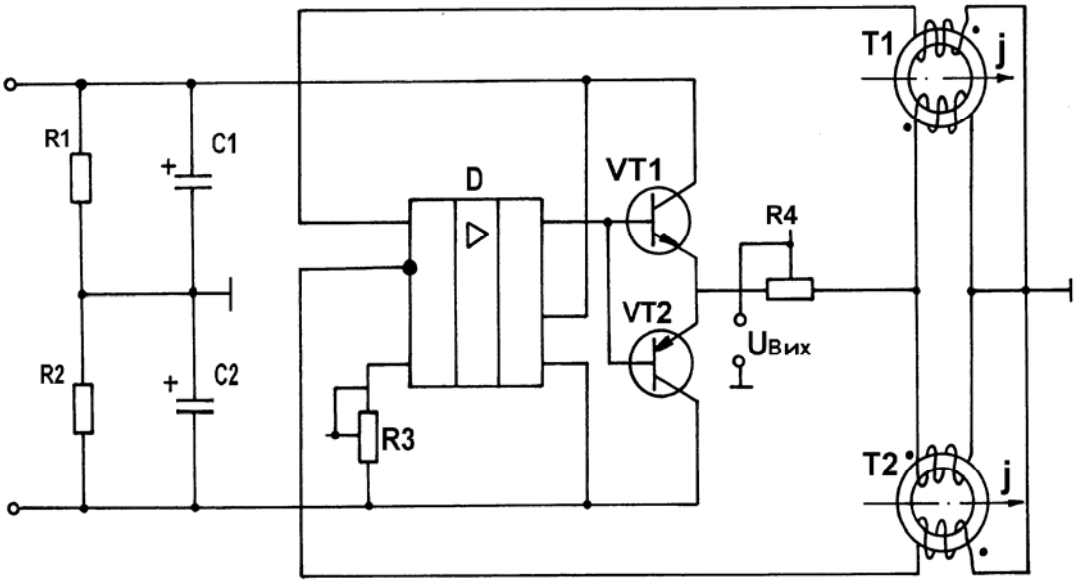


Рисунок 3.6 – Принципиальная схема устройства для измерения постоянного тока и его плотности в электролите

При разработке таких бесконтактных измерителей постоянного тока и плотности тока важной задачей является их оптимизация по критерию энергопотребления. Ее решение позволит увеличить срок эксплуатации устройств без замены или подзарядки источников питания (батареек или аккумуляторов).

В работе [93] выполнены моделирование и оптимизация бесконтактных измерителей постоянного тока и его плотности, конструктивно состоящих из первичного преобразователя на базе тороидальных трансформаторов и электронного блока [91, 92].

Недостатком этого исследования является то, что не учитывается стоимость проведения экспериментов, выполненных по плану ПФЭ. Следовательно, необходимо синтезировать оптимальные по стоимостным затратам планы эксперимента для таких исследований.

При исследовании бесконтактного измерителя постоянного тока и плотности тока [93] как критерий оптимизации был выбран параметр y_1, мА, характеризующий токопотребление. Ограничивающими параметрами были: диапазон измерения y_2, А/дм^2, погрешность измерения y_3, %, и чувствительность y_4, (А/дм^2)/деление. Доминирующими факторами, которые

влияют на эти показатели, были выбраны: X_1 – сопротивление R4, позволяющее устанавливать ток, который протекает через обмотку бесконтактного магниточувствительного преобразователя, R4 = 0...2,2 кОм; X_2 – сопротивление R3, позволяющее устанавливать токовый режим микромощного операционного усилителя, R3 = 0…200 кОм. Исследование проводили при двух значениях напряжения питания: $U_{пит}$ = 9 В и $U_{пит}$ = 5 В. Начальные планы ПФЭ, согласно которым выполняли исследование этого измерителя, представлены в табл. 3.17.

Таблица 3.17 – Начальные и оптимальные планы эксперимента

Напряжение питания, В	Начальный план			Оптимальный план (анализ перестановок)		
	№ опыта	X_1	X_2	№ опыта	X_1	X_2
9	1	−1	−1	3	−1	+1
	2	+1	−1	1	−1	−1
	3	−1	+1	2	+1	−1
	4	+1	+1	4	+1	+1
5	1	−1	−1	3	−1	+1
	2	+1	−1	1	−1	−1
	3	−1	+1	2	+1	−1
	4	+1	+1	4	+1	+1

Проведем оптимизацию начального плана ПФЭ по критерию суммарной стоимости реализации эксперимента [94]. Стоимости изменения значений уровней факторов от «–1» к «+1» и от «+1» к «–1» приведены в табл. 3.18, а стоимости изменения значений факторов от «0» к «+1» и от «0» к «–1» – в табл. 3.19.

С помощью описанного в разделе 2 метода синтезирован оптимальный по стоимости проведения план эксперимента, который совпадает с планом эксперимента, полученным по результатам анализа перестановок строк начальной матрицы планирования.

Матрицы планирования оптимальных планов представлены в табл. 3.17.

Таблица 3.18 – Стоимости изменения значений уровней факторов

Стоимость изменения значений уровней факторов, усл. ед.	Напряжение питания, В			
	9		5	
	Фактор			
	X_1	X_2	X_1	X_2
от «−1» к «+1»	1,10	0,90	0,48	0,40
от «+1» к «−1»	1,30	1,10	0,50	0,42

Таблица 3.19 – Стоимости начальной установки уровней факторов

Стоимость изменения значений уровней факторов, усл. ед.	Напряжение питания, В			
	9		5	
	Фактор			
	X_1	X_2	X_1	X_2
от «0» к «−1»	0,55	0,45	0,24	0,20
от «0» к «+1»	0,50	0,40	0,22	0,18

Стоимости реализации эксперимента по оптимальным планам равняются: 4,05 усл. ед. при $U_{пит}$ = 9 В (7-й вариант плана) и 1,72 усл. ед. при $U_{пит}$ = 5 В (7-й вариант плана). При этом стоимости начальных планов ПФЭ равны: 5,4 усл. ед. при $U_{пит}$ = 9 В и 2,3 усл. ед. при $U_{пит}$ = 5 В, а максимальные стоимости равняются: 6,65 усл. ед. при $U_{пит}$ = 9 В (4-й вариант плана) и 2,72 усл. ед. при $U_{пит}$ = 5 В (16-й вариант плана).

Следовательно, получим такой выигрыш в стоимости реализации эксперимента: а) при напряжении питания 9 В в 1,33 раза по сравнению с начальным планом и в 1,64 раза по сравнению с максимальной стоимостью; б) при напряжении питания 5 В в 1,34 раза по сравнению с начальным планом и в 1,58 раза по сравнению с максимальной стоимостью.

В результате реализации эксперимента по оптимальным планам получены математические модели бесконтактных измерителей постоянного тока в виде

$$y_i = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_{12}X_1X_2; \quad i = 1,2,3,4 \qquad (3.7)$$

и рациональные значения конструктивных параметров. Значения коэффициентов математических моделей и рациональные конструктивные параметры приведены в работах [35, 75, 94] и в приложении А.

На примере исследования бесконтактных измерителей постоянного тока и плотности тока показана эффективность оптимального по стоимостным затратам планирования эксперимента. Применение оптимальных планов эксперимента дало возможность при минимальных стоимостных затратах получить полиномиальные математические модели бесконтактных измерителей постоянного тока (БИПТ) и определить их оптимальные конструктивные параметры.

3.2.2 Вихретоковые измерители толщины диэлектрических покрытий на металлических поверхностях изделий

На современном уровне развития науки и техники вихретоковые преобразователи должны удовлетворять требованиям точности, чувствительности, технологичности, иметь малые массогабаритные характеристики, низкое энергопотребление и стоимость. Поэтому необходимость улучшения этих показателей очень актуальна.

Для улучшения технико-экономических показателей этих преобразователей необходимо выполнить такие задачи:

– провести экспериментальные исследования, направленные на создание математических моделей преобразователей и определение рациональных конструктивных параметров;

– предложить и реализовать пути улучшения показателей качества разработанных преобразователей.

При этом оправдано стремление экспериментаторов выполнить указанные задачи при минимальных стоимостных и временных затратах.

Исследования проводились с использованием устройства для измерения толщины диэлектрических покрытий на металлических поверхностях изделий на основе использования вихретоковых преобразователей [95].

На рис. 3.7 изображена конструкция вихретокового преобразователя, а на рис. 3.8 – схема включения элементов преобразователя в измерительную цепь.

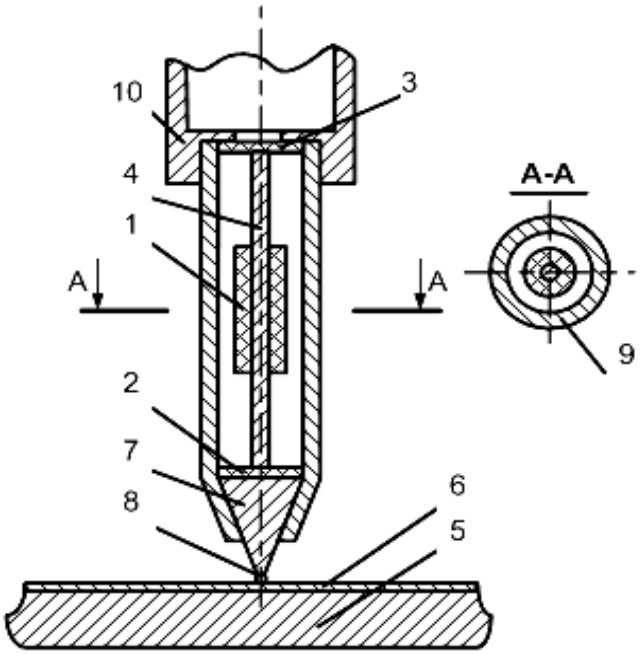


Рисунок 3.7 – Конструкция вихретокового преобразователя

Вихретоковый преобразователь (см. рис. 3.7) состоит из обмотки возбуждения 1, выводы $U_{вх}$ которой (рис. 3.8) соединены с источником напряжения переменного тока (на рис. 3.8 не показано), и двух измерительных элементов Холла 2 и 3, соединенных встречно, выводы $U_{вых}$ которых (см. рис. 3.8) соединены с блоком обработки информации (на рис. 3.8 не показано). Измерительные элементы Холла 2 и 3 размещены с обоих концов стержневого ферритового сердечника 4 на одинаковом расстоянии от обмотки возбуждения 1 так, чтобы их ось чувствительности совпадала с осью сердечника и была направлена по нормали к измеряемой металлической поверхности 5 с нанесенным на нее диэлектрическим покрытием 6. Коаксиально с сердечником 4 расположен полюсный наконечник 7,

выполненный в виде срезанного ферромагнитного конуса с шариковой концовкой 8. Элементы вихретокового преобразователя оснащают металлическим экраном 9 и устанавливают непосредственно в корпус прибора 10.

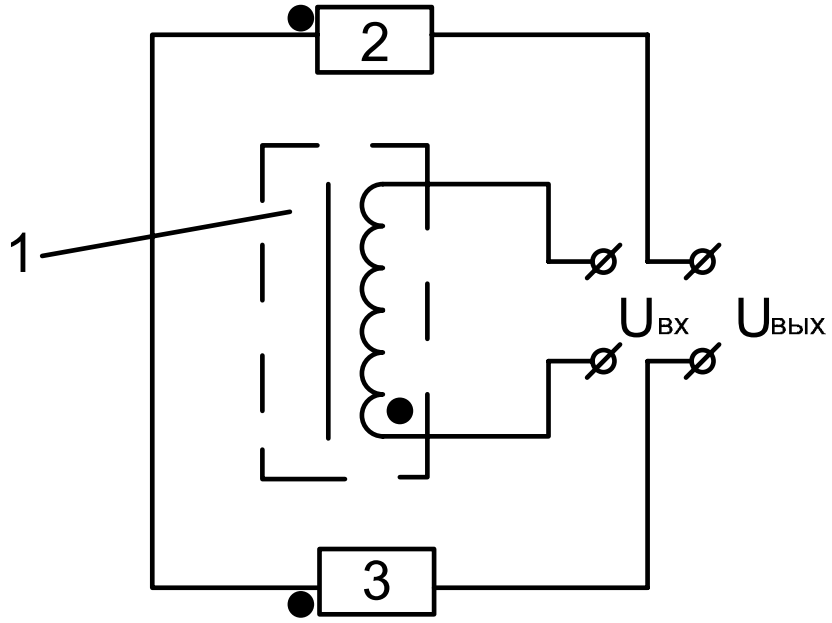


Рисунок 3.8 – Схема включения элементов преобразователя в измерительную цепь

Использование предложенного вихретокового преобразователя позволяет быстро с большой точностью измерять толщину диэлектрических покрытий на металлических изделиях, обеспечить помехоустойчивость и повысить эргономические показатели.

В работе [96] с привлечением методов планирования эксперимента исследован вихретоковый преобразователь, который используют и как индивидуальное средство контроля, и в составе системы контроля толщины диэлектрических покрытий на металлических поверхностях. Недостатком исследования является то, что не учитывается стоимость проведения экспериментов, выполненных по плану ПФЭ. Поэтому необходимо синтезировать оптимальные по стоимостным затратам планы эксперимента для проведения такого исследования.

При исследовании вихретоковых преобразователей как критерии оптимизации были выбраны такие технико-экономические показатели:

δ – погрешность измерения, %; S – чувствительность, мВ/мм; P – энергопотребление, мВт; H_{max} – максимальная граница измерения, мм; m – масса, г [92]. Доминирующими факторами, которые влияют на эти показатели, были такие: X_1 – диаметр сердечника, мм; X_2 – высота сердечника, мм; X_3 – количество витков; X_4 – частота напряжения питания, Гц [96].

Начальный план ПФЭ, по которому выполняли исследование вихретокового преобразователя, приведен в табл.3.20.

Таблица 3.20 – Начальный и оптимальные планы эксперимента

Начальный план					План эксперимента									
					Метод случайного поиска					Оптимальный план				
№ п/п	X_1	X_2	X_3	X_4	№ п/п	X_1	X_2	X_3	X_4	№ п/п	X_1	X_2	X_3	X_4
1	–1	–1	–1	–1	13	–1	–1	+1	+1	13	–1	–1	+1	+1
2	+1	–1	–1	–1	11	–1	+1	–1	+1	14	+1	–1	+1	+1
3	–1	+1	–1	–1	16	+1	+1	+1	+1	15	–1	+1	+1	+1
4	+1	+1	–1	–1	10	+1	–1	–1	+1	16	+1	+1	+1	+1
5	–1	–1	+1	–1	14	+1	–1	+1	+1	12	+1	+1	–1	+1
6	+1	–1	+1	–1	8	+1	+1	+1	–1	11	–1	+1	–1	+1
7	–1	+1	+1	–1	2	+1	–1	–1	–1	3	–1	+1	–1	–1
8	+1	+1	+1	–1	5	–1	–1	+1	–1	7	–1	+1	+1	–1
9	–1	–1	–1	+1	7	–1	+1	+1	–1	6	+1	–1	+1	–1
10	+1	–1	–1	+1	3	–1	+1	–1	–1	4	+1	+1	–1	–1
11	–1	+1	–1	+1	1	–1	–1	–1	–1	8	+1	+1	+1	–1
12	+1	+1	–1	+1	6	+1	–1	+1	–1	5	–1	–1	+1	–1
13	–1	–1	+1	+1	4	+1	+1	–1	–1	10	+1	–1	–1	+1
14	+1	–1	+1	+1	12	+1	+1	–1	+1	1	–1	–1	–1	–1
15	–1	+1	+1	+1	15	–1	+1	+1	+1	9	–1	–1	–1	+1
16	+1	+1	+1	+1	9	–1	–1	–1	+1	2	+1	–1	–1	–1

Проведем оптимизацию начального плана ПФЭ по критерию суммарной стоимости реализации эксперимента [53].

Стоимости изменений значений уровней факторов от «–1» к «+1» и от «+1» к «–1» приведены в табл. 3.21, а стоимости изменений значений факторов от «0» к «+1» и от «0» к «–1» – в табл. 3.22.

Таблица 3.21 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Фактор	Стоимость изменений, усл. ед.	
	от «-1» к «+1»	от «+1» к «-1»
X_1	7,90	6,90
X_2	8,80	7,40
X_3	4,90	1,55
X_4	0,20	0,20

Таблица 3.22 – Стоимости начальной установки уровней факторов

Фактор	Стоимость изменений, усл. ед.	
	от «0» к «-1»	от «0» к «+1»
X_1	8,65	6,15
X_2	9,55	6,65
X_3	5,65	0,80
X_4	0,20	0,20

В табл. 3.20 приведены матрицы планирования эксперимента оптимального по стоимости проведения, полученного с помощью описанного в разделе 3 метода, и плана, полученного с помощью метода случайного поиска (10^7 вариантов).

Стоимость реализации эксперимента по плану, полученному методом случайного поиска, равняется 101,8 усл. ед., тогда как стоимость начального плана ПФЭ - 204,5 усл. ед., а максимальная стоимость – 255,3 усл. ед. Таким образом, выигрыш в стоимости реализации эксперимента составляет 2,01 раза по сравнению с начальным планом и 2,5 раза по сравнению с планом эксперимента максимальной стоимости.

Стоимость реализации оптимального плана, полученного с помощью описанного в разделе 3 метода, равняется 83,47 усл. ед. Таким образом, выигрыш в стоимости реализации эксперимента по исследованию вихретокового преобразователя составляет 2,45 раза по сравнению с начальным планом и 3,06 раза по сравнению с планом эксперимента максимальной стоимости.

При использовании метода итерационного планирования эксперимента [5] получен начальный план при условии равноценности опытов, проведенных с использованием матрицы планирования (табл. 3.23). При этом адекватные математические модели [96] были получены на третьем шаге итерации: 1) план дробного факторного эксперимента (ДФЭ) с генерирующим соотношением $X_4 = X_1X_2$; 2) достройка плана ДФЭ до плана Рехтшафнера; 3) достройка предыдущих планов до плана ПФЭ.

Оптимальный по стоимости реализации план эксперимента для стоимостей [10], приведенных в табл. 3.21 и 3.22, представлен в табл. 3.23. Стоимость реализации эксперимента по оптимальному плану равняется 86,3 усл. ед., тогда как стоимость начального плана – 155,15 усл. ед. Таким образом, получен выигрыш в стоимости реализации эксперимента по исследованию вихретокового преобразователя, который составляет 1,78 раза по сравнению с начальным планом.

На примере исследования вихретокового преобразователя для измерения толщины покрытия проанализирована эффективность оптимального по стоимостным затратам планирования эксперимента, при этом наилучшие результаты получены при использовании предложенного в разделе 3 метода.

Таблица 3.23 – Начальный и оптимальный планы, полученные методом итерационного планирования экспериментов

Номер шага	Начальный план					Оптимальный план				
	№ п/п	X_1	X_2	X_3	X_4	№ п/п	X_1	X_2	X_3	X_4
1	1	+1	–1	–1	–1	4	+1	+1	+1	+1
	2	–1	+1	–1	–1	5	+1	+1	–1	+1
	3	–1	–1	–1	+1	2	–1	+1	–1	–1
	4	+1	+1	+1	+1	8	–1	+1	+1	–1
	5	+1	+1	–1	+1	7	–1	–1	+1	+1
	6	+1	–1	+1	–1	3	–1	–1	–1	+1
	7	–1	–1	+1	+1	1	+1	–1	–1	–1
	8	–1	+1	+1	–1	6	+1	–1	+1	–1
2	9	+1	+1	–1	–1	11	+1	–1	+1	+1
	10	+1	–1	–1	+1	10	+1	–1	–1	+1
	11	+1	–1	+1	+1	9	+1	+1	–1	–1
	12	+1	+1	+1	–1	12	+1	+1	+1	–1
	13	–1	+1	–1	+1	14	–1	+1	+1	+1
	14	–1	+1	+1	+1	13	–1	+1	–1	+1
	15	–1	–1	–1	–1	15	–1	–1	–1	–1
3	16	–1	–1	+1	–1	16	–1	–1	+1	–1

В результате реализации эксперимента по оптимальному плану получены математические модели вихретокового измерителя толщины диэлектрических покрытий в виде

$$y_z = b_0 + \sum_{i=1}^{4} b_i X_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \angle j}}^{4} b_{ij} X_i X_j + \sum_{\substack{i,j,l=1 \\ i \angle j \angle l}}^{4} b_{ijl} X_i X_j X_l + b_{ijlm} X_i X_j X_l X_m; \quad (3.8)$$

$$z = 1,2,3,4,5$$

и оптимальные конструктивные параметры. Значения коэффициентов математических моделей и оптимальных конструктивных параметров приведены в работах [35, 53, 75] и в приложении В.

3.2.3 Устройство для контроля качества диэлектрических материалов

Исследования проводились с использованием устройства для контроля качества диэлектрических материалов [35, 97], которым с высокой точностью можно измерять влажность сыпучих, пастообразных материалов и жидкостей, октановые числа бензинов и цетановые числа дизельного топлива.

На рис. 3.9 изображена функциональная схема этого устройства, состоящего из магниточувствительного преобразователя 1, на котором смонтирован виток провода 2 и дополнительные обмотки 3, 4. Магниточувствительный преобразователь 1 соединен с операционным усилителем 5. В обратную связь усилителя подключен резистор 6, а в выходную цепь – переменный резистор 7. Один из концов витка провода 2 через выключатель 8 соединен с одним из полюсов источника питания 9. Схема устройства содержит транзисторный мультивибратор 10, в одном плече которого расположен эталонный конденсатор (на рис. 3.9 не показано), а другое плечо подключено к емкостному измерительному преобразователю 11. При этом к эталонному конденсатору подключен магазин эталонных емкостей 12, каждую из которых подбирают согласно типу материала с влажностью, подлежащей измерению. Выходы мультивибратора 10 соединены с соответствующими дополнительными обмотками 3, 4 через выпрямители 13, 14. Обмотки 3, 4 имеют одинаковое количество витков и реализуют вычитание сигналов, поступающих из плеч мультивибратора. Информационный сигнал из выхода операционного усилителя 5 подается на формирователь сигналов 15 и фильтр низких частот 16 с вмонтированной схемой температурной компенсации 17. Выход фильтра низких частот 16 соединен с усилителем информационного сигнала 18, к выходу которого подключен аналого-цифровой преобразователь 19 с цифровым индикатором 20.

В работе [98] описаны выполненные с привлечением методов планирования эксперимента исследования и оптимизация устройства для контроля качества. Однако в этих исследованиях не учтена стоимость проведения экспериментов, выполненных по планам ПФЭ. Поскольку такие исследования целесообразно проводить при минимальных стоимостных и временных затратах, необходимо синтезировать оптимальные по стоимостным затратам планы эксперимента.

При исследовании устройства для контроля качества диэлектрических материалов в качестве критериев оптимизации были выбраны такие показатели: энергопотребление устройства $P_{потр}$, В·мА и абсолютная погрешность устройства Δ, %. Доминирующими факторами, которые влияют на энергопотребление устройства, являются такие: X_1 – напряжение питания $U_{пит}$; X_2 – значение начальной емкости C_0 эталонного конденсатора в плечах мультивибратора; X_3 – количество витков W основной обмотки

магниточувствительного преобразователя; X_4 – количество витков W_1 дополнительной мультивибраторной обмотки 3 или 4. При исследовании точности устройства как фактор X_2 выбрано значение сопротивления, подключенного к выходу операционного усилителя (сопротивление 7 на рис. 3.9) [98, 99]. Факторы X_1, X_3, X_4 остаются такими же, как и при исследовании энергопотребления устройства.

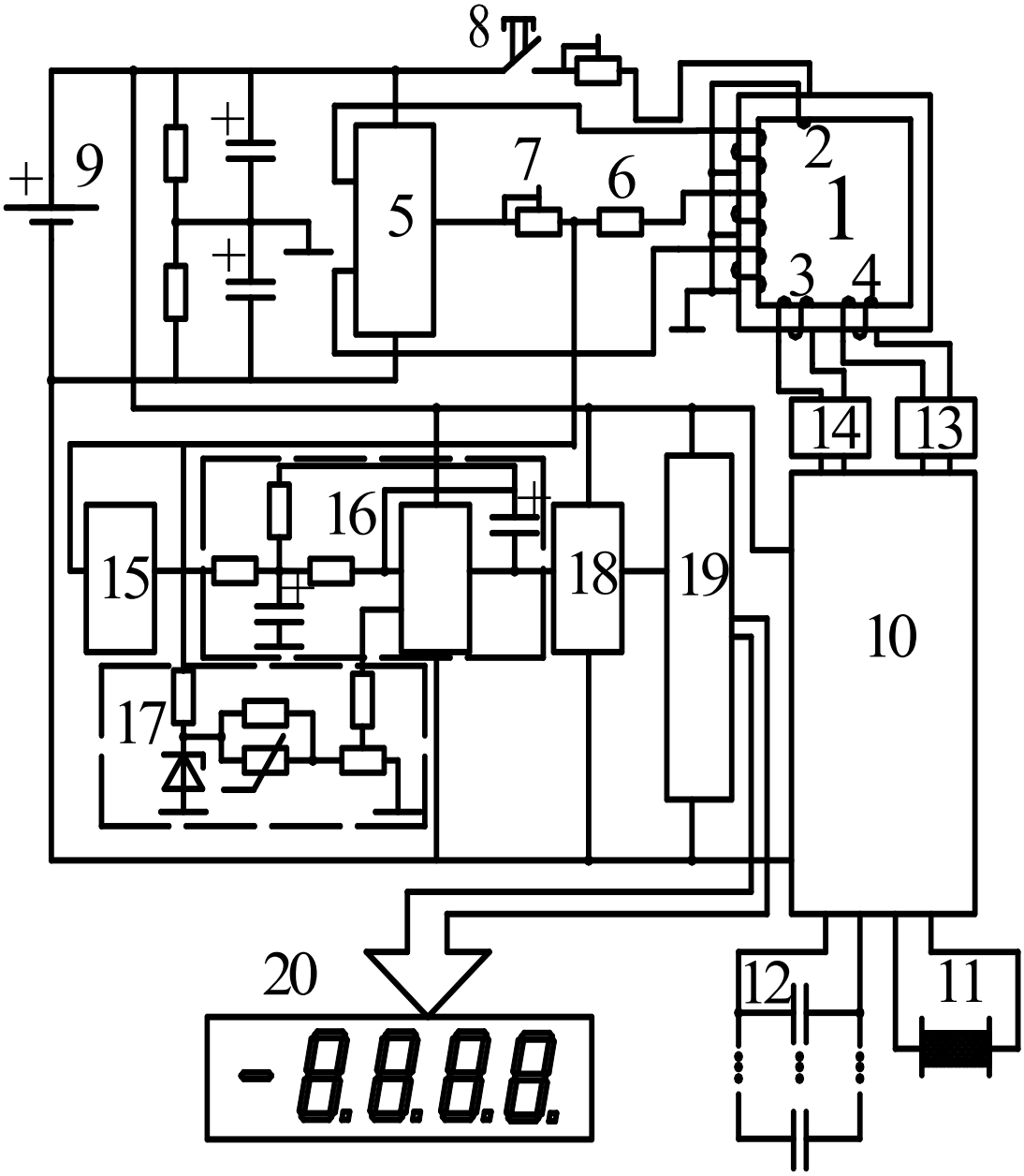


Рисунок 3.9 – Функциональная схема устройства

Начальный план ПФЭ, по которому выполняли исследования энергопотребления и точности устройства для контроля качества диэлектрических материалов, приведен в табл. 3. 24.

Выполним оптимизацию начального плана ПФЭ по критерию суммарной стоимости реализации эксперимента [99].

Таблица 3.24 – Начальные и оптимальные планы экспериментов

Начальный план					Исследование энергопотребления									
					План эксперимента									
					Оптимальный план					Случайный поиск				
№ п/п	X_1	X_2	X_3	X_4	№ п/п	X_1	X_2	X_3	X_4	№ п/п	X_1	X_2	X_3	X_4
1	-1	-1	+1	+1	2	-1	+1	+1	+1	1	-1	-1	+1	+1
2	-1	+1	+1	+1	6	-1	+1	-1	+1	2	-1	+1	+1	+1
3	+1	-1	+1	+1	5	-1	-1	-1	+1	3	+1	-1	+1	+1
4	+1	+1	+1	+1	7	+1	-1	-1	+1	4	+1	+1	+1	+1
5	-1	-1	-1	+1	8	+1	+1	-1	+1	5	-1	-1	-1	+1
6	-1	+1	-1	+1	4	+1	+1	+1	+1	6	-1	+1	-1	+1
7	+1	-1	-1	+1	3	+1	-1	+1	+1	7	+1	-1	-1	+1
8	+1	+1	-1	+1	1	-1	-1	+1	+1	8	+1	+1	-1	+1
9	-1	-1	+1	-1	9	-1	-1	+1	-1	9	-1	-1	+1	-1
10	-1	+1	+1	-1	10	-1	+1	+1	-1	10	-1	+1	+1	-1
11	+1	-1	+1	-1	11	+1	-1	+1	-1	11	+1	-1	+1	-1
12	+1	+1	+1	-1	12	+1	+1	+1	-1	12	+1	+1	+1	-1
13	-1	-1	-1	-1	13	-1	-1	-1	-1	13	-1	-1	-1	-1
14	-1	+1	-1	-1	14	-1	+1	-1	-1	14	-1	+1	-1	-1
15	+1	-1	-1	-1	15	+1	-1	-1	-1	15	+1	-1	-1	-1
16	+1	+1	-1	-1	16	+1	+1	-1	-1	16	+1	+1	-1	-1
1	-1	-1	+1	+1	3	+1	-1	+1	+1	1	-1	-1	+1	+1
2	-1	+1	+1	+1	7	+1	-1	-1	+1	2	-1	+1	+1	+1
3	+1	-1	+1	+1	5	-1	-1	-1	+1	3	+1	-1	+1	+1
4	+1	+1	+1	+1	6	-1	+1	-1	+1	4	+1	+1	+1	+1
5	-1	-1	-1	+1	8	+1	+1	-1	+1	5	-1	-1	-1	+1
6	-1	+1	-1	+1	4	+1	+1	+1	+1	6	-1	+1	-1	+1
7	+1	-1	-1	+1	2	-1	+1	+1	+1	7	+1	-1	-1	+1
8	+1	+1	-1	+1	1	-1	-1	+1	+1	8	+1	+1	-1	+1
9	-1	-1	+1	-1	9	-1	-1	+1	-1	9	-1	-1	+1	-1
10	-1	+1	+1	-1	10	-1	+1	+1	-1	10	-1	+1	+1	-1
11	+1	-1	+1	-1	11	+1	-1	+1	-1	11	+1	-1	+1	-1
12	+1	+1	+1	-1	12	+1	+1	+1	-1	12	+1	+1	+1	-1
13	-1	-1	-1	-1	13	-1	-1	-1	-1	13	-1	-1	-1	-1
14	-1	+1	-1	-1	14	-1	+1	-1	-1	14	-1	+1	-1	-1
15	+1	-1	-1	-1	15	+1	-1	-1	-1	15	+1	-1	-1	-1
16	+1	+1	-1	-1	16	+1	+1	-1	-1	16	+1	+1	-1	-1

Стоимости изменений значений уровней факторов при исследовании энергопотребления и точностных характеристик устройства представлены в табл. 3.25.

Таблица 3.25 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимость изменений значений уровней факторов, усл. ед.	Энергопотребление				Точность			
	Фактор				Фактор			
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_1	X_2	X_3	X_4
от «-1» к «+1»	0,5	0,7	5,5	6,7	0,5	0,7	5,5	6,7
от «+1» к «–1»	0,5	0,7	1,4	2,4	0,5	0,7	1,4	2,4
от « 0 » к «–1»	0,5	1,0	3,0	4,0	0,5	0,4	3,0	4,0
от « 0 » к «+1»	0,5	0,4	1,4	2,4	0,5	0,4	1,4	2,4

Оптимальный по стоимости реализации план эксперимента, полученный с помощью описанного в разделе 3 метода, для стоимостей [10], приведен в табл. 3.24.

Стоимости реализации начальных, оптимальных планов и планов с максимальной стоимостью для исследования энергопотребления и точности устройства представлены в табл. 3.26.

Таблица 3.26 – Стоимости реализации начальных, оптимальных планов и планов с максимальной стоимостью

Стоимость реализации планов эксперимента, усл. ед.	Энергопотребление			Точность		
	Начальный план	Оптимальный план	Случайный поиск	Начальный план	Оптимальный план	Случайный поиск
Начальная	30,0	–	–	29,4	–	–
Оптимальная	–	24,9	30,0	–	24,7	29,4
Максимальная	–	89,8	120,0	–	120,3	120,0

Выигрыши в стоимости реализации экспериментов по оптимальным планам приведены в табл. 3.27.

Таблица 3.27 – Выигрыши в стоимости реализации экспериментов по оптимальным планам

Выигрыш в стоимости реализации экспериментов	Энерго-потребление		Точность	
	Оптимальный план	Случайный поиск	Оптимальный план	Случайный поиск
Сравнительно с начальным планом	1,20	1,00	1,19	1,00
Сравнительно с планом, имеющим максимальную стоимость реализации	3,61	4,00	4,87	4,86

В результате реализации эксперимента по оптимальным планам получены математические модели устройства для контроля качества диэлектрических материалов в виде

$$y_z = b_0 + \sum_{i=1}^{4} b_i X_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \angle j}}^{C_k^2} b_{ij} X_i X_j + \sum_{\substack{i,j,l=1 \\ i \angle j \angle l}}^{C_k^3} b_{ijl} X_i X_j X_l + b_{ijlm} X_i X_j X_l X_m, \quad (3.9)$$

$$z = 1,2$$

и оптимальные значения конструктивных параметров. Значения коэффициентов математических моделей и оптимальные конструктивные параметры приведены в работах [35, 75, 99] и в приложении А.

3.2.4 Фотоэлектрические преобразователи угловых перемещений

Исследования проводились с использованием устройства для измерения угла поворота рулевых поверхностей самолета, которое может быть применено в авиастроении на этапе тестирования его рулевых поверхностей [54, 68, 100].

На рис. 3.10 изображена функциональная схема фотоэлектрического преобразователя углового перемещения рулевой поверхности самолета.

Датчик содержит излучатель 1 (рекомендуется применение лазерного излучателя), закрепленный с помощью зажима 2 на рулевой поверхности 3 самолета, световоды 4, входные торцы 5 которых размещены по дуге окружности, очерчиваемой рулевой поверхностью 3, выполняющей угловое движение, выходные торцы 6, объединенные в парные и непарные, два фотоприемника 7 и 8. При этом выходы парных световодов оптически связаны с одним фотоприемником, а выходы непарных – с другим.

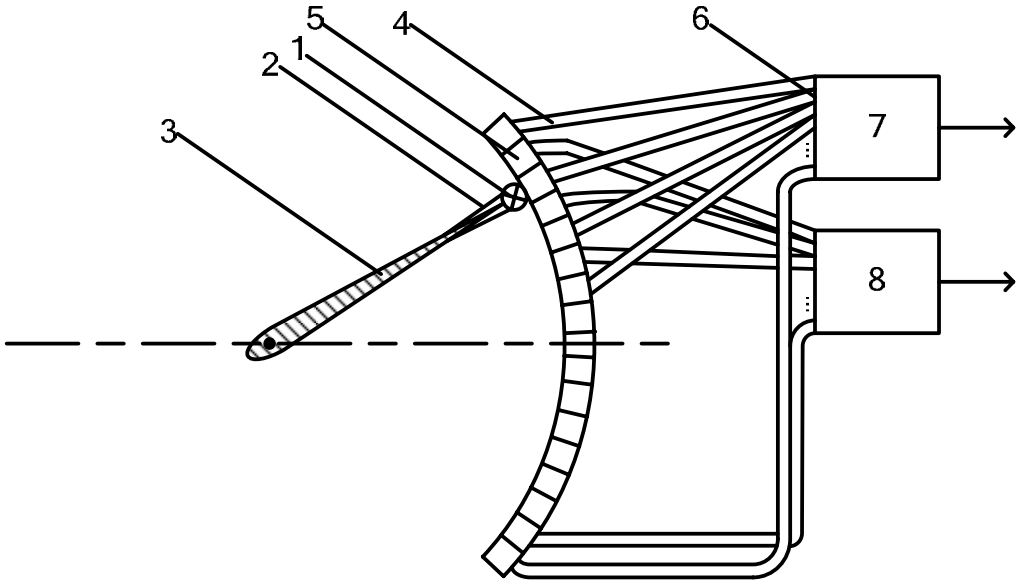


Рисунок 3.10 – Функциональная схема фотоэлектрического преобразователя угловых перемещений

Можно также применять альтернативную схему подобного фотоэлектрического датчика с использованием оптических пар. В данном случае источник света 1, представляющий собой ИК-диод, закрепляют зажимом 2 к рулевой поверхности 3 (рис. 3.11). Сигналы от этого диода принимаются гребенкой фотодиодов (фототранзисторов) 4, которые размещены аналогично входным торцам световодов (см. рис. 3.10).

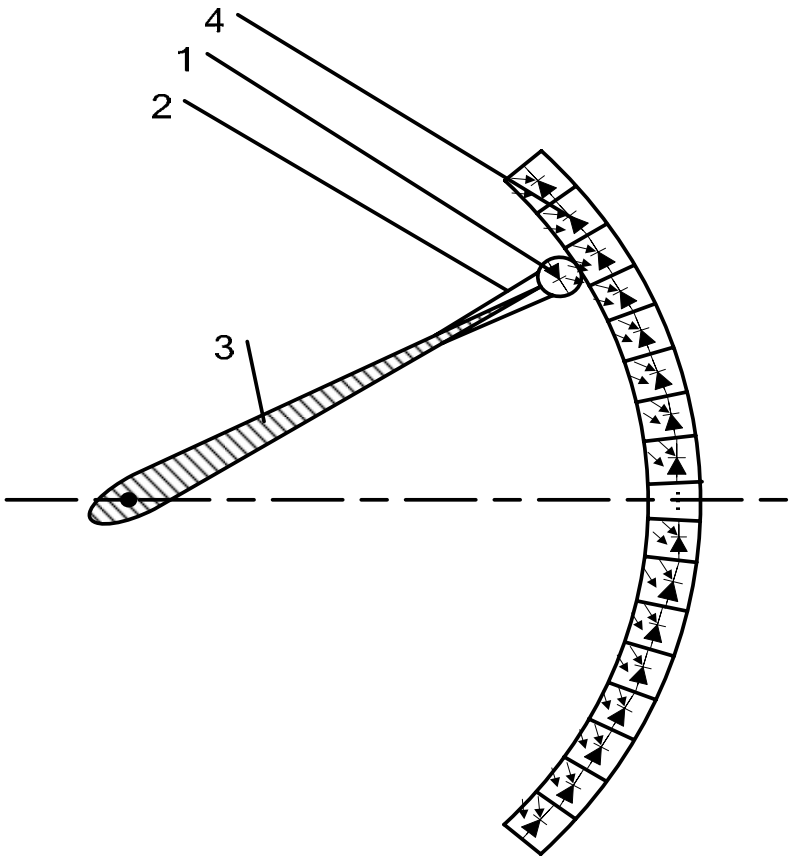


Рисунок 3.11 – Фотоэлектрический датчик углового перемещения рулевых поверхностей самолета с использованием оптических пар

При математическом описании [22, 66] авиационного оптического угломера, служащего для измерения угловых отклонений рулевых поверхностей самолета, необходимо составить математические модели откликов трех расположенных рядом оптических приемников. В качестве принимающих элементов рекомендуется [101] использовать фототранзисторы BPT-BP2331 и BPT-BP2931.

Таким образом, необходимо получить шесть зависимостей. Искомой величиной для каждой зависимости будет напряжение на выходе фототранзисторов, измеряемое с последовательно включенной нагрузки сопротивлением 10 кОм.

Для проведения опытов необходимо выбрать влияющие факторы и параметры оптимизации. Естественно, параметрами оптимизации являются напряжение U, мВ и абсолютная погрешность измеряемых напряжений ΔU, мВ. Влияющими факторами целесообразно выбрать: X_1 – угол

отклонения центральной оси излучающего элемента от центральной оси принимающего элемента *(β); X_2* – интервал между центральными осями излучающего и принимающего элементов *(ΔY); X_3* – дистанция между излучающим и принимающим элементами *(ΔX)*.

Тогда для построения шести линейных математических моделей в виде $U = f(X_1, X_2, X_3)$ достаточно применить планирование полного факторного эксперимента (ПФЭ) 2^3. Имея габаритные размеры фотопринимающих элементов (для BPT-BP2331 и BPT-BP2931 они одинаковы) и предполагая значения неточности установки инфракрасного излучателя и приемников, можно определить уровни влияющих факторов и, соответственно, установить интервалы их варьирования (табл. 3.28).

Таблица 3.28 – Уровни и интервалы варьирования для ПФЭ 2^3

Фактор	Уровни фактора			Интервал варьирования	Размерность
	−1	0	+1		
X1(β)	-3,5	0	3,5	3,5	град
X2(ΔY)	-2,5	0	2,5	2,5	мм
X3(ΔX)	0	2	4	2	мм

По итогам ПФЭ 2^3 будут определены шесть зависимостей вида:

$$U = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_{12}X_1X_2 + b_{13}X_1X_3 + \\ + b_{23}X_2X_3 + b_{123}X_1X_2X_3 . \qquad (3.10)$$

Матрица планирования ПФЭ 2^3 представлена в табл. 3.29.

Таблица 3.29 – Матрица планирования ПФЭ 2^3

№	X1	X2	X3	X1X2	X1X3	X2X3	X1X2X3
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1
5	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1

С учетом стоимости изменений значений уровней факторов (табл. 3.30) с помощью описанного в разделе 3 метода синтезирован оптимальный по стоимости проведения план эксперимента. Стоимости затрат на реализацию экспериментов составляют: по оптимальному плану – 22,2 усл. ед.; по исходному плану – 35,85 усл. ед.

Таблица 3.30 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Факторы	Стоимости изменений, усл. ед.			
	из «-1» в «+1»	из «+1» в «-1»	из «0» в «-1»	из «0» в «+1»
X1	2,20	2,20	1,10	1,10
X2	5,50	5,50	2,75	2,75
X3	3,95	3,95	1,75	2,20

Таким образом, при реализации эксперимента по оптимальному плану имеем выигрыш по стоимости в 1,6 раза.

В оптимальном по стоимости реализации плане эксперимента строки матрицы планирования, приведенной в табл. 3.29, расположены в следующем порядке: 1; 2; 6; 5; 7; 8; 4; 3.

Так как критерий Фишера показал адекватность математических моделей, полученных после реализации эксперимента по оптимальному плану, а экспериментальные данные в точке (0;0;0) разошлись с полученными по указанным моделям, можно сделать вывод, что для более корректного описания влияния факторов на выходное напряжение транзисторов данный процесс необходимо аппроксимировать полиномом более высокого порядка [12, 102].

Для синтеза математической модели 2-го порядка предлагается применять ортогональный центральный композиционный план (ОЦКП) на основе ПФЭ 2^3.

Применяя ОЦКП на основе ПФЭ 2^3, необходимо расширять факторное пространство по каждой оси на величину звездного плеча α в положительном и отрицательном направлениях. Данное условие выполнимо только лишь в случае неограниченности факторного пространства. В решаемой задаче фактор X_3 ограничен в точке $\Delta X = 0$ мм. Таким образом, расширять факторное пространство следует так, чтобы граничное значение дистанции, равное 0 мм, соответствовало уровню данного фактора – α. Следовательно, произойдет смещение центра эксперимента по оси фактора X_3 на величину α.

Для ОЦКП на основе ПФЭ 2^3 звездное плечо α = 1,2154 [103]. Основываясь на изложенном выше, можно определить уровни факторов и интервалы их варьирования для расширенного факторного пространства (табл. 3.31), а также матрицу планирования эксперимента (табл. 3.32).

Таблица 3.31 – Уровни и интервалы варьирования для ОЦКП

Фактор	Уровни фактора					Интервал варьирования	Раз-мерность
	-α	−1	0	+1	+α		
X1(β)	-4,25	-3,50	0,00	3,50	4,25	3,50	град
X2(Δy)	-3,00	-2,50	0,00	2,50	3,00	2,50	мм
X3(Δx)	0,00	0,40	2,40	4,40	4,80	2,00	мм

В табл. 3.32 величина а – параметр смещения, для случая ОЦКП на основе ПФЭ 2^3 а = 0,7303 [103].

Таблица 3.32 – Матрица планирования для ОЦКП

№ п/п	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9
	X1	X2	X3	X1 X2	X1 X3	X2 X3	X12-a	X22-a	X32-a
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	1-a	1-a	1-a
2	+1	-1	-1	-1	-1	+1	1-a	1-a	1-a
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	1-a	1-a	1-a
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1	1-a	1-a	1-a
5	-1	-1	+1	+1	-1	-1	1-a	1-a	1-a
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	1-a	1-a	1-a
7	-1	+1	+1	-1	-1	+1	1-a	1-a	1-a
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	1-a	1-a	1-a
9	+α	0	0	0	0	0	α2–a	-a	-a
10	–α	0	0	0	0	0	α2–a	-a	-a
11	0	+α	0	0	0	0	-a	α2–a	-a
12	0	–α	0	0	0	0	-a	α2–a	-a
13	0	0	+α	0	0	0	-a	-a	α2–a
14	0	0	–α	0	0	0	-a	-a	α2–a
15	0	0	0	0	0	0	-a	-a	-a

Для стоимостей изменений значений уровней факторов (табл. 3.33) с помощью описанного в разделе 3 метода синтезирован оптимальный по стоимости затрат план ОЦКП. Стоимостные затраты на реализацию экспериментов составляют: 69,25 усл. ед. для исходного плана; 40,5 усл. ед. для оптимального плана. При этом имеем выигрыш по стоимостным затратам на реализацию эксперимента в 1,71 раза по сравнению с исходным планом, а при оптимизации методом ветвей и границ – 1,67 раза.

Таблица 3.33 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Изменения факторов		Стоимости изменений факторов, усл. ед.		
из	в	x1	x2	x3
-α	-1	0,30	0,55	0,20
-α	0	1,40	3,30	2,20
-α	+1	2,50	6,05	4,70
-α	+α	2,80	6,60	4,95
-1	-α	0,30	0,55	0,20
-1	0	1,10	2,75	2,00

Изменения факторов		Стоимости изменений факторов, усл. ед.		
-1	+1	2,20	5,50	4,50
-1	+α	2,50	6,05	4,75
0	-α	1,40	3,30	2,20
0	-1	1,10	2,75	2,00
0	+1	1,10	2,75	2,50
0	+α	1,20	3,30	2,75
+1	-α	2,50	6,05	4,70
+1	-1	2,20	5,50	4,50
+1	0	1,10	2,75	2,50
+1	+α	0,30	0,55	0,25
+α	-α	2,80	6,60	4,95
+α	-1	2,50	6,05	4,75
+α	0	1,40	3,30	2,75
+α	+1	0,30	0,55	0,25

В оптимальном по стоимости затрат плане ОЦКП строки матрицы планирования, приведенной в табл.3.32, расположены в следующем порядке: 14; 10; 15; 5; 11; 4; 36; 12; 1; 2; 9; 13; 7; 8.

В результате реализации эксперимента по оптимальному плану получены математические модели для U_i и ΔU_i фотоэлектрического преобразователя угловых перемещений в виде

$$y_i = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_{12}X_1X_2 + b_{13}X_1X_3 + b_{23}X_2X_3 + \\ + b_{11}(X_1^2 - a) + b_{22}(X_2^2 - a) + b_{33}(X_3^2 - a); \qquad (3.11)$$
$$i = 1,2,3,4,5,6.$$

Значения коэффициентов математических моделей приведены в работах [22, 66, 75] и в приложении А.

С использованием математических моделей установлено, что для фототранзисторов BPT-BP2331 относительные погрешности не превосходят 6%, а для BPT-BP2931 – 5%.

Таким образом, можно сделать вывод об адекватности синтезированных математических моделей. Основываясь на приведенных данных, также можно сделать заключение, что применение фототранзисторов BPT-BP2931 более целесообразно ввиду более точного математического описания устройства с использованием данных элементов.

Известен также оптоволоконный преобразователь угла поворота в цифровой код [104, 105]. Принцип действия этого устройства заключается в том, что при перемещении объекта исследования луч от излучающего

устройства, закрепленного на объекте, отражается от зеркала и попадает на входные торцы световодов приемной части преобразователя.

Функциональная схема преобразователя показана на рис. 3.12. Устройство работает следующим образом. При повороте объекта исследования 2 на угол α луч света от источника излучения 1 попадает под некоторым углом γ на зеркало 4, закрепленное с помощью пружины 5 на стенке корпуса 3. Далее происходит однократное отражение от поверхности зеркала 4. Изменив направление хода, луч попадает на входной торец 7 одного из световодов 6, размещенных по горизонтальной линии, таким образом, чтобы положение каждого торца соответствовало конкретному углу поворота объекта исследования 2. В результате световой луч через выходные торцы 8 световодов 6 поступает на фотоприемный блок 9 для дальнейшего преобразования и обработки сигналов в целях получения цифрового кода.

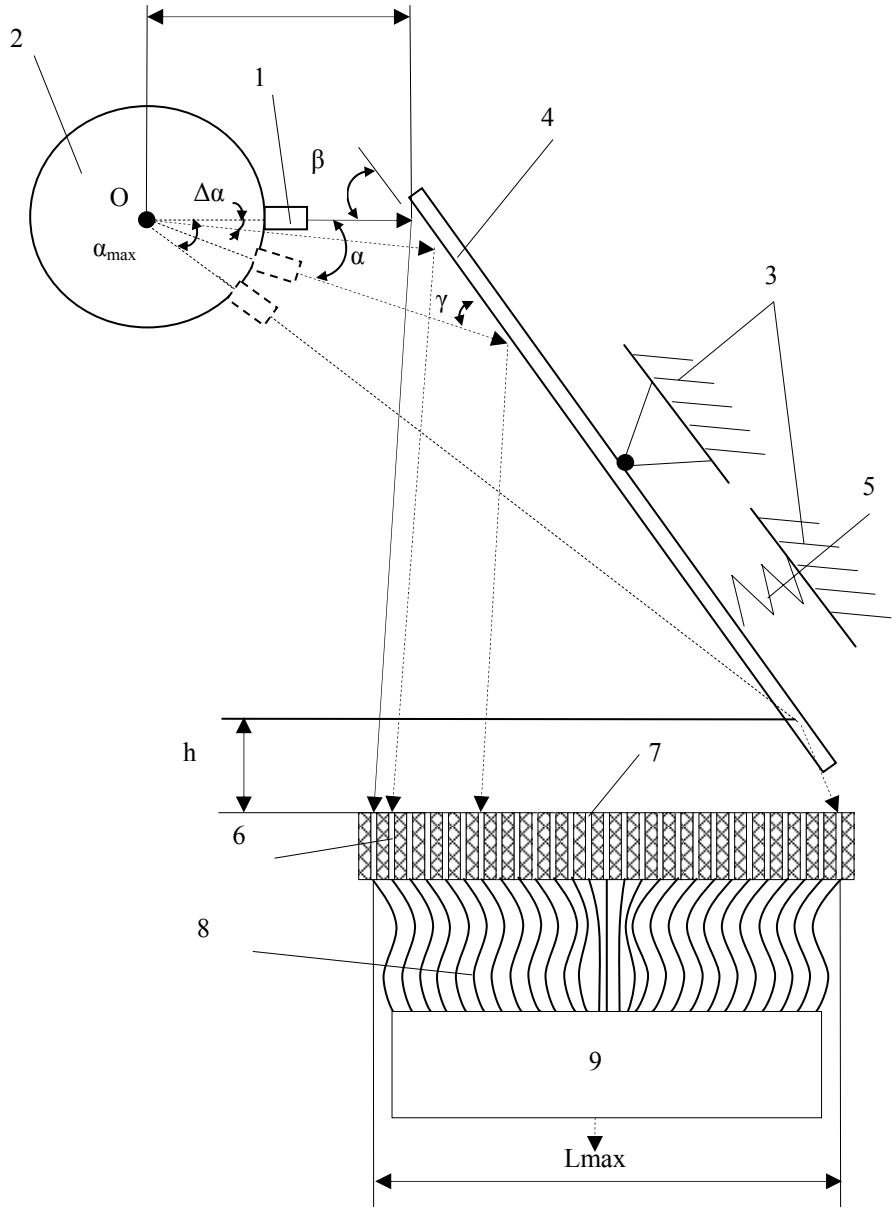


Рисунок 3.12 – Функциональная схема оптоволоконного преобразователя угла поворота в цифровой код

Зависимость расстояния, которое проходит луч по горизонтальной линии укладки входных торцов 7 световодов 6, от углового перемещения α объекта исследования 2 имеет следующий вид:

$$L = \frac{H}{tg(2\beta - \alpha)} + \frac{B sin\alpha}{sin(\beta - \alpha)}(cos\beta - \frac{sin\beta}{tg(2\beta - \alpha)}), \qquad (3.12)$$

где H рассчитывают по формуле

$$H = \frac{B \cdot sin\alpha_{max}}{sin(\beta - \alpha_{max})} sin\beta + h, \qquad (3.13)$$

где H – расстояние от горизонтали, проходящей через точку касания луча к зеркалу, когда объект исследования находится в конечном положении, до входных торцов световодов; B – расстояние от оси вращения объекта исследования до точки касания луча к зеркалу, когда объект исследования находится в начальном положении; β – угол наклона зеркала по отношению к горизонтальной оси, которая проходит через центр вращения объекта исследования ($\beta > \alpha_{max}$); α – угловое перемещение объекта исследования.

Целесообразно провести моделирование измерения угла поворота в код, чтобы определить параметры, входящие в описанную выше аналитическую зависимость, при которых распределение входных торцов световодов наиболее равномерно [106].

При этом исследуем волоконно-оптический преобразователь угла поворота в код со следующими параметрами: α = 0…30° (диапазон измерения угла поворота); $\Delta\alpha$ = 0,5° (разрешающая способность).

В качестве критерия оптимизации был выбран следующий показатель равномерности распределения торцов: модуль максимальной разности между ΔL_i и ΔL_{cp} (рис. 4.13) – $|\Delta_{max}| = \Delta L_{max_i} - \Delta L_{cp}$, мм. Факторами, которые влияют на этот показатель, были выбраны: $X_1 - h$, мм; $X_2 - B$, мм; $X_3 - \beta$, град.

Интервалы варьирования и основные уровни факторов приведены в табл. 3.34.

Таблица 3.34 – Уровни и интервалы варьирования факторов

Факторы	Уровни факторов			Интервалы варьирования	Размерность
	– 1	0	+ 1		
X1(h)	30	40	50	10	мм
X2(B)	30	45	60	15	мм
X3(β)	37	45	53	8	град

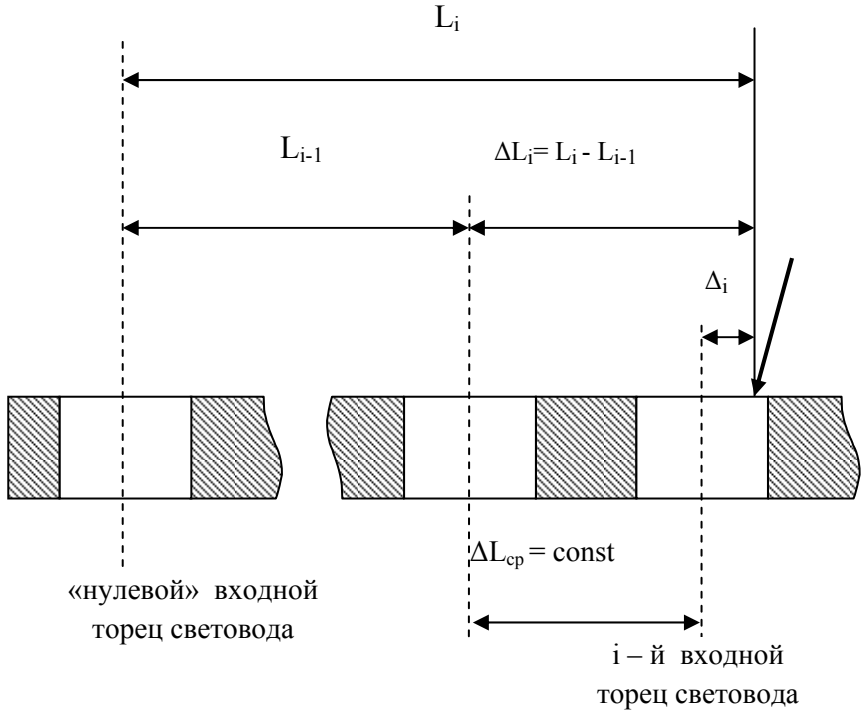


Рисунок 3.13 – Иллюстрация, поясняющая величины, формирующие критерий оптимизации

Далее был выбран исходный план полного факторного эксперимента ПФЭ типа 2^n (число факторов n = 3, число опытов N_{eksp} = 8). Матрица планирования такого эксперимента приведена в табл. 3.35.

Таблица 3.35 – Матрица планирования эксперимента

Номер опыта	Факторы		
	X1	X2	X3
1	– 1	– 1	– 1
2	+ 1	– 1	– 1
3	– 1	+ 1	– 1
4	+ 1	+ 1	– 1
5	– 1	– 1	+ 1
6	+ 1	– 1	+ 1
7	– 1	+ 1	+ 1
8	+ 1	+ 1	+ 1

Для стоимостей изменений значений уровней факторов, приведенных в табл. 3.36, с помощью описанного в разделе 3 метода синтезирован оптимальный по стоимости проведения план эксперимента, приведенный в табл. 3.37. План эксперимента, полученный методом ветвей и границ, совпадает с оптимальным планом.

Таблица 3.36 –Стоимости изменений значений уровней факторов

Переход уровней	SX1, у.е	SX2, у.е.	SX3, у.е.
« 0 » → «-1»	1,5	4	5,5
« 0 » → «+1»	1,7	4,5	5,8
«-1» → « 0 »	1,7	4,2	5,6
«+1» → « 0 »	1,5	4	5,5
«-1» → «+1»	3,2	6,8	7
«+1» → «-1»	3	5,5	6,4

Таблица 3.37 – Оптимальный по стоимости реализации план эксперимента и его результаты

Номер опыта	X1	X2	X3	ΔLср,мм	ΔLmax, мм
1	– 1	– 1	– 1	1,498	0,600
2	+ 1	– 1	– 1	1,737	0,696
6	+ 1	– 1	+ 1	0,978	0,053
5	– 1	– 1	+ 1	0,800	0,044
7	– 1	+ 1	+ 1	1,331	0,072
8	+ 1	+ 1	+ 1	1,510	0,082
4	+ 1	+ 1	– 1	2,877	1,153
3	– 1	+ 1	– 1	2,638	1,057

Стоимость реализации экспериментов по оптимальному плану составила 53,9 у. е., по исходному – 69,9 у. е. При этом выигрыш по стоимости был равен 1,3. Оптимальные параметры преобразователя задаются опытом № 5 и графически показаны на рис. 3.14.

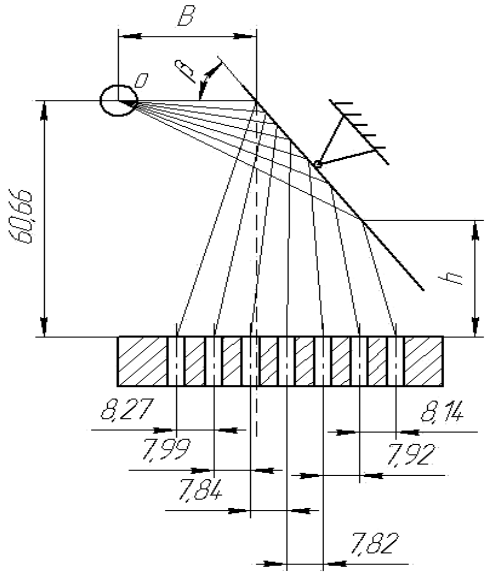


Рисунок 3.14 – Распределение входных торцов световодов при параметрах: B = 30 мм, h = 30 мм, β = 53°, Δα = 5°

Таким образом, были определены значения параметров, оптимальные с точки зрения равномерного распределения входных торцов световодов: B = 30 мм; h = 30 мм; β = 53°.

3.2.5 Полупроводниковый терморегулятор и следящее устройство

В работе [87] с привлечением методов планирования эксперимента выполнены исследования таких технических устройств, как следящая система, полупроводниковый терморегулятор.

Недостатком данных исследований является то, что в них не учтена стоимость проведения экспериментов, выполненных по соответствующим планам [87].

Необходимо синтезировать оптимальные по стоимостным затратам планы эксперимента для проведения данных исследований и показать эффективность оптимального по указанным затратам планирования [67].

При исследовании следящей системы в качестве критерия оптимизации выбрана точность установки исполнительного вала, которая характеризуется абсолютной погрешностью отработки заданного углового положения. Доминирующими факторами, влияющими на этот показатель, были выбраны: X_1 – скорость вращения вала вращающегося трансформатора ВТ2 ω, 1/мин; X_2 – угол поворота задающего вала вращающегося трансформатора ВТ1, °/мин; X_3 – время установки заданного углового положения вала ВТ1, с.

Исходный план полного факторного эксперимента (ПФЭ), по которому выполняли исследование следящей системы, представлен в табл. 3.38.

Таблица 3.38 – Исходный и оптимальный планы ПФЭ

Исходный план				Оптимальный план			
Номер опыта	Обозначение факторов			Номер опыта	Обозначение факторов		
	X1	X2	X3		X1	X2	X3
1	–1	–1	–1	4	+1	+1	–1
2	+1	–1	–1	8	+1	+1	+1
3	–1	+1	–1	6	+1	–1	+1
4	+1	+1	–1	2	+1	–1	–1
5	–1	–1	+1	1	–1	–1	–1
6	+1	–1	+1	5	–1	–1	+1
7	–1	+1	+1	7	–1	+1	+1
8	+1	+1	+1	3	–1	+1	–1

Проведем оптимизацию исходного плана ПФЭ по критерию суммарной стоимости реализации эксперимента. Стоимости изменений значений уровней факторов приведены в табл. 3.39.

Таблица 3.39 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимости изменений значений уровней факторов	Обозначение факторов		
	X1	X2	X3
из «–1» в «+1», усл. ед.	8,0	2,0	1,0
из «+1» в «–1», усл. ед.	4,0	2,4	1,6
из «0» в «–1», усл. ед.	2,0	1,2	0,8
из «0» в «+1», усл. ед.	4,0	1,0	0,5

С помощью описанного в разделе 3 метода синтезирован оптимальный по стоимости проведения план эксперимента. Матрица планирования представлена в табл. 3.38.

Стоимость реализации эксперимента по оптимальному плану составляет 13,6 усл. ед., в то время как стоимость исходного плана ПФЭ – 51,4 усл. ед., а максимальная стоимость – 64,0 усл. ед. Таким образом, выигрыш в стоимости реализации эксперимента составляет 3,78 раза по сравнению с исходным планом и 4,71 раза – по сравнению с планом эксперимента максимальной стоимости.

При исследовании полупроводникового терморегулятора [87] в качестве независимых переменных, влияющих на его работу, взяты обобщенные параметры: X_1 – напряжение питания измерительного моста $U_м$, В; X_2 – напряжение питания терморегулятора $U_п$, В; X_3 – температура воздушной среды в зоне датчика температуры t, ºС; X_4 – сопротивление нагрузки терморегулятора $R_н$, кОм. В качестве параметра оптимизации выбрано напряжение на выходе терморегулятора $U_{вых}$, В.

Исходный план ПФЭ, по которому выполняли исследование полупроводникового терморегулятора, представлен в табл. 3.40.

Таблица 3.40 – Исходный и оптимальные планы ПФЭ

Исходный план					Оптимальный план					План ПФЭ (случайный поиск)				
Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов			
	X1	X2	X3	X4		X1	X2	X3	X4		X1	X2	X3	X4
1	–1	–1	–1	–1	6	+1	–1	+1	–1	7	–1	+1	+1	–1
2	+1	–1	–1	–1	7	–1	+1	+1	–1	16	+1	+1	+1	+1
3	–1	+1	–1	–1	13	–1	–1	+1	+1	8	+1	+1	+1	–1
4	+1	+1	–1	–1	16	+1	+1	+1	+1	14	+1	–1	+1	+1
5	–1	–1	+1	–1	15	–1	+1	+1	+1	12	+1	+1	–1	+1
6	+1	–1	+1	–1	8	+1	+1	+1	–1	11	–1	+1	–1	+1
7	–1	+1	+1	–1	14	+1	–1	+1	+1	4	+1	+1	–1	–1

Продолжение табл. 3.40

Исходный план					Оптимальный план					План ПФЭ (случайный поиск)				
Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов			
	X1	X2	X3	X4		X1	X2	X3	X4		X1	X2	X3	X4
8	+1	+1	+1	–1	5	–1	–1	+1	–1	3	–1	+1	–1	–1
9	–1	–1	–1	+1	11	–1	+1	–1	+1	9	–1	–1	–1	+1
10	+1	–1	–1	+1	3	–1	+1	–1	–1	5	–1	–1	+1	–1
11	–1	+1	–1	+1	4	+1	+1	–1	–1	13	–1	–1	+1	+1
12	+1	+1	–1	+1	2	+1	–1	–1	–1	15	–1	+1	+1	+1
13	–1	–1	+1	+1	10	+1	–1	–1	+1	6	+1	–1	+1	–1
14	+1	–1	+1	+1	1	–1	–1	–1	–1	10	+1	–1	–1	+1
15	–1	+1	+1	+1	9	–1	–1	–1	+1	2	+1	–1	–1	–1
16	+1	+1	+1	+1	12	+1	+1	–1	+1	1	–1	–1	–1	–1

Проведем оптимизацию исходного плана ПФЭ по критерию суммарной стоимости реализации эксперимента. Стоимости изменений значений уровней факторов приведены в табл. 3. 41.

В табл. 3.40 приведены матрицы планирования эксперимента оптимального по стоимости проведения, полученного с помощью описанного в разделе 3 метода, и плана, полученного с помощью метода случайного поиска (10^8 вариантов).

Таблица 3.41 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимости изменений значений уровней факторов	Обозначение факторов			
	X1	X2	X3	X4
из «–1» в «+1», усл. ед.	2,0	2,4	60,0	1,6
из «+1» в «–1», усл. ед.	2,4	2,8	30,0	2,0
из «0» в «–1», усл. ед.	1,2	1,4	15,0	1,0
из «0» в «+1», усл. ед.	1,0	1,2	30,0	0,8

Стоимость реализации эксперимента по плану, полученному путем случайного поиска, составляет 81,6 усл. ед., в то время как стоимость исходного плана ПФЭ – 202,4 усл. ед., а максимальная стоимость – 744,0 усл. ед. Таким образом, выигрыш в стоимости реализации эксперимента составляет 2,48 раза по сравнению с исходным планом и 3,68 раза – по сравнению с планом эксперимента максимальной стоимости.

Стоимость реализации эксперимента по плану, полученному с помощью описанного в разделе 3 метода, составляет 72,81 усл. ед. Таким образом, выигрыш в стоимости реализации эксперимента по исследованию полупроводникового терморегулятора составляет 2,78 раза по сравнению с исходным планом. Поскольку полученная математическая модель оказалась

неадекватной, было принято решение достроить план ПФЭ до плана ротатабельного центрального композиционного планирования (РЦКП) [87]. При этом оптимальный план ПФЭ, полученный с помощью описанного в разделе 2 метода, достраиваем методом итерационного планирования эксперимента [5, 87] до плана РЦКП путем добавления исходной матрицы планирования, приведенной в табл. 3.42.

Таблица 3.42 – Исходная и оптимальные матрицы планирования

Исходный план					Оптимальный план					План МФЭ (случайный поиск)				
Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов			
	X1	X2	X3	X4		X1	X2	X3	X4		X1	X2	X3	X4
1	–2	0	0	0	1	–2	0	0	0	15	0	0	0	0
2	+2	0	0	0	2	+2	0	0	0	4	0	+2	0	0
3	0	–2	0	0	12	0	0	0	0	12	0	0	0	0
4	0	+2	0	0	9	0	0	0	0	11	0	0	0	0
5	0	0	–2	0	10	0	0	0	0	8	0	0	0	+2
6	0	0	+2	0	14	0	0	0	0	9	0	0	0	0
7	0	0	0	–2	8	0	0	0	+2	7	0	0	0	–2
8	0	0	0	+2	7	0	0	0	–2	3	0	–2	0	0
9	0	0	0	0	15	0	0	0	0	1	–2	0	0	0
10	0	0	0	0	11	0	0	0	0	2	+2	0	0	0
11	0	0	0	0	13	0	0	0	0	10	0	0	0	0
12	0	0	0	0	4	0	+2	0	0	14	0	0	0	0
13	0	0	0	0	3	0	–2	0	0	13	0	0	0	0
14	0	0	0	0	5	0	0	–2	0	5	0	0	–2	0
15	0	0	0	0	6	0	0	+2	0	6	0	0	+2	0

Проведем оптимизацию исходной матрицы планирования по критерию суммарной стоимости реализации эксперимента. Стоимости изменений значений уровней факторов приведены в табл. 3.43.

Таблица 3.43 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимости изменений значений уровней факторов	Обозначение факторов			
	X1	X2	X3	X4
из «–1» в «–2», усл. ед.	1,2	1,4	15,0	1,0
из «+1» в «–2», усл. ед.	4,8	5,6	60,0	4,0
из «–1» в «+2», усл. ед.	4,0	4,8	120,0	3,2

Продолжение табл. 3.43

Стоимости изменений значений уровней факторов	Обозначение факторов			
	X1	X2	X3	X4
из «+1» в «+2», усл. ед.	2,0	2,4	60,0	1,6
из «0» в «–2», усл. ед.	2,4	2,8	30,0	2,0
из «0» в «+2», усл. ед.	2,0	2,4	60,0	1,6
из «–2» в «0», усл. ед.	2,0	2,4	60,0	1,6
из «+2» в «0», усл. ед.	2,4	2,8	30,0	2,0
из «–2» в «+2», усл. ед.	8,0	9,6	240,0	6,4
из «+2» в «–2», усл. ед.	9,6	11,2	120,0	8,0
из «–1» в «0», усл. ед.	1,3	1,6	40,0	1,1
из «+1» в «0», усл. ед.	1,6	1,9	20,0	1,3

В табл. 3.42 приведены матрица планирования эксперимента для оптимального по стоимости реализации плана эксперимента, полученного с помощью разработанного метода, и матрица планирования эксперимента, полученная с помощью случайного поиска (10^7 вариантов).

Стоимость реализации эксперимента по плану эксперимента, полученному с помощью случайного поиска, составляет 166,2 усл. ед., в то время как стоимость исходного плана – 384,0 усл. ед., а максимальная стоимость – 384,0 усл. ед. Таким образом, выигрыш в стоимости реализации эксперимента составляет 2,31 раза по сравнению с исходным планом и 2,31 раза – по сравнению с планом эксперимента максимальной стоимости.

Стоимость реализации эксперимента по плану, полученному с помощью описанного в разделе 3 метода, составляет 141,7 усл. ед. Выигрыш в стоимости реализации эксперимента составляет 2,71 раза по сравнению с исходным планом.

Таким образом, на примерах исследования следящей системы и полупроводникового терморегулятора показана эффективность оптимального по стоимостным затратам планирования эксперимента. Причем наилучшие результаты получены при использовании разработанного и описанного в разделе 3 метода.

3.2.6 Прибор для измерения влажности сыпучих материалов

Исследования проводились с использованием первичного [107] (рис. 3.15) и вторичного [108] преобразователей влажности сыпучих материалов. Для оценки степени и характера влияния на суммарную погрешность измерения таких факторов, как сорт материала, определяемый начальной диэлектрической проницаемостью, температура и влажность, необходимо получить математическую модель [109]. При этом целесообразно получить эту модель при минимальных стоимостных затратах с привлечением методов оптимального планирования экспериментов [51].

Рисунок 3.15 – Первичный измерительный преобразователь, установленный на корпусе

Для синтеза зависимости $\Delta W = f(\varepsilon, t^0, W)$ доминирующими факторами были выбраны: X_1 – исходная диэлектрическая проницаемость ε исследуемого материала, X_2 – температура t^0, X_3 – влажность W. Выходным показателем являлась абсолютная погрешность измерения ΔW влажности сыпучего материала. Начальный план эксперимента для проведения исследования приведен в табл. 3.44.

Таблица 3.44 – Начальный и оптимальный планы эксперимента

Начальный план				Оптимальный план			
№ п/п	X1	X2	X3	№	X1	X2	X3
1	–1	–1	+1	8	+1	+1	–1
2	–1	+1	–1	2	–1	+1	–1
3	+1	–1	–1	5	–1	–1	–1
4	+1	+1	+1	3	+1	–1	–1
5	–1	–1	–1	7	+1	–1	+1
6	–1	+1	+1	4	+1	+1	+1
7	+1	–1	+1	6	–1	+1	+1
8	+1	+1	–1	1	–1	–1	+1

Проведем оптимизацию начального плана эксперимента по критерию суммарной стоимости его реализации. Стоимости изменений значений уровней факторов приведены в табл. 3.45.

Таблица 3.45 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Обозначения факторов	Стоимости изменений значений уровней	
	из «–1» в «+1», усл. ед.	из «+1» в «–1», усл. ед.
X1 (ε)	10,0	5,0
X2 (t0)	20,0	2,0
X3 (W)	10,0	40,0

С помощью метода, описанного в разделе 2, синтезирован оптимальный по стоимости реализации план эксперимента, матрица планирования которого представлена в табл. 3.44.

Стоимость реализации эксперимента по оптимальному плану составляет 54,0 усл. ед.. При этом стоимость начального плана эксперимента – 251,0 усл. ед., а максимальная стоимость равняется 299,0 усл. ед. Таким образом, имеем выигрыш по стоимости реализации эксперимента в 4,65 раза по сравнению с начальным планом и в 5,54 раза по сравнению с максимальной стоимостью.

В результате реализации эксперимента по оптимальному плану получена математическая модель измерителя влажности сыпучих материалов в виде

$$y = \Delta W = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_{12}X_1X_2 + b_{13}X_1X_3 + + b_{23}X_2X_3 + b_{123}X_1X_2X_3 , \qquad (3.14)$$

использование которой может снизить погрешность измерения до уровня ΔW = 0,24%. Значения коэффициентов математической модели приведены в работах [35, 51, 75] и в приложении А.

Как показали результаты экспериментов, использование предложенных первичного и вторичного измерительных преобразователей влажности позволило обеспечить в самом худшем случае значение погрешности измерения на уровне ΔW = 1,32%, а с использованием интерполяционной зависимости это значение можно снизить до уровня ΔW = 0,24%. Как известно, порогом для большинства средств измерения влажности является значение ΔW = 0,5%, поэтому результаты исследований можно считать удовлетворительными.

Таким образом, работоспособность и эффективность предложенной методологии оптимального по стоимостным и временным затратам планирования эксперимента подтверждены при исследовании ряда приборов и систем: бесконтактные измерители тока и плотности тока, вихретоковые измерители толщины диэлектрических покрытий на металлических поверхностях изделий, устройство для контроля качества диэлектрических материалов, фотоэлектрические преобразователи угловых перемещений, следящее устройство, полупроводниковый терморегулятор, измеритель

влажности сыпучих материалов, весоизмерительная система, система определения расхода топлива в ДВС, агрегат судовой энергетической установки, система «человек–машина», комплекс технических систем.

Результаты оптимизации планов эксперимента для исследования перечисленных приборов и систем с использованием таких методов как итерационное планирование, анализ перестановок строк матрицы планирования, случайный поиск, ветвей и границ, разработанный метод, основанный на использовании символьных последовательностей, сведены в табл. 3.46.

Таблица 3.46 – Результаты оптимизации планов эксперимента для исследования приборов и систем

Объект исследования		План экспери-мента	Количество факторов k и опытов n	Выигрыш в стоимости, или времени, раз	
				Метод оптимизации	Разработ. метод
П	Бесконтактные измерители постоянных токов: напряжение 9 В; напряжение 5 В	ПФЭ	k =2; n =4	Анализ перестановок 1,33 1,34	Стоимость 1,33 1,34
Р И Б О Р Ы	Вихретоковые измерители толщины диэлектрических покрытий	ПФЭ	k =4; n =16	Случайный поиск 2,01 Итерационное планирование 1,78	Стоимость 2,45
	Устройство для контроля качества диэлектрических материалов	ПФЭ	k =4; n =16	Случайный поиск 1,01	Стоимость 1,2
	Фотоэлектрический преобразователь угловых перемещений:	ПФЭ ОЦКП	k =3; n =8 k =3; n =15	Анализ перестановок 1,6 Ветвей и границ 1,67	Стоимость 1,6 1,71
	Оптоволоконный преобразователь угловых перемещений	ПФЭ	k =3; n =8	Ветвей и границ 1,3	Стоимость 1,35

Объект исследования		План экспери-мента	Количество факторов k и опытов n	Выигрыш в стоимости, или времени, раз	
				Метод оптимизации	Разработ. метод
	Измерители влажности сыпучих материалов	ПФЭ	k =3; n =8	Анализ перестановок 4,65	Стоимость 4,65
	Полупроводниковый терморегулятор	ПФЭ Достройка до РЦКП	k =4; n =16 k =4; n =15	Случайный поиск 2,48 Случайный поиск 2,31	Стоимость 2,78 2,71
	Следящее устройство	ПФЭ	k =3; n =8	Анализ перестановок 3,78	Стоимость 3,78
	Весоизмерительная система	ПФЭ	k =3; n =8	Анализ перестановок 1.61	Стоимость 1,61
	Система для определения расхода топлива в ДВС	ПФЭ	k =2; n =4	Анализ перестановок 1,3	Стоимость 1,3
С И С Т Е М Ы	Агрегат судовой энергетической установки	ПФЭ	k =3; n =8	Анализ перестановок 1,5	Стоимость 1,5
	Комплекс технических систем: техническое обслуживание; простои системы	РЦКП ДФЭ	k =4; n =31 k =5; n =16	Ветвей и границ 1,5 Случайный поиск 2,85	Время 1,7 3,1
	Система «человек–машина» Работа оператора радиоэлектронной станции	РЦКП	k =5; n =32	Ветвей и границ 1,67	Время 1,88

РАЗДЕЛ 4
ОПТИМАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

4.1 Оптимальное планирование эксперимента при исследовании технологических процессов производства электронной аппаратуры

4.1.1 Процесс калибровки переносных диэлькометрических влагомеров

Исследования проводились на экспериментальном образце разработанного переносного устройства «Aqua-1» для измерения влажности нефтепродуктов в диапазоне от 0 до 30% по объему. Это устройство состоит из электронного блока и измерительного преобразователя, расположенного в контейнере вместительностью 2,5 л [97]. Функциональная схема устройства и принцип его действия описаны в подразд. 3.3**.** Для выполнения измерений контейнер наполняют исследуемым нефтепродуктом (мазутом или печным топливом), после чего на индикаторе электронного блока появляется показатель влажности этого продукта. Для калибровки прибора «Aqua-1» было заказано определенное количество эталонного мазута марки «Топливный-100» ЗАО «Укртатнафта» (г. Кременчуг) с показателями, которые соответствуют параметрам, указанным в сопроводительном паспорте и нормативном документе [110]. Принимая во внимание, что влагомер «Aqua-1» оснащен контейнером вместительностью 2,5 л для заполнения жидкостью, в середине которого расположен емкостный датчик для измерения влажности этой жидкости, а также учитывая высокую условную вязкость мазута, во время калибровки партии приборов наталкиваемся на определенные трудности:

- необходимо изготовлять значительное количество пробных образцов с разным содержанием воды, например, от 5 до 30 % с интервалом 5 %;
- следует учитывать, что при высокой условной вязкости мазута объем изготовленных пробных образцов быстро уменьшается, поскольку часть исследуемой жидкости остается на стенках контейнера и на рабочих поверхностях первичного измерительного преобразователя.

Для упрощения процесса поверки было принято решение получить по результатам экспериментальных данных аналитическую зависимость, которая разрешила бы с достаточным уровнем точности проводить калибровку указанного устройства лишь с использованием обезводненного топлива, т.е. без изготовления пробных образцов с разным содержанием влаги. Для синтеза зависимости $\varepsilon = f(\varepsilon_H, W)$, где ε_H – относительная диэлектрическая проницаемость обезводненного нефтепродукта; ε – относи-

тельная диэлектрическая проницаемость внутренней фазы (воды); W – содержание воды в процентах, согласно экспериментальным данным было принято решение применить теорию планирования эксперимента [18].

В работе [111] с применением теории планирования эксперимента получена зависимость $\varepsilon = f(\varepsilon_H, W)$ в виде неполного квадратичного полинома. Недостатком этого исследования является то, что не учитывалась стоимость проведения экспериментов, реализуемых по плану ПФЭ. Поэтому целесообразно синтезировать оптимальные по стоимостным затратам планы эксперимента при выполнении таких исследований.

Для синтеза зависимости $\varepsilon = f(\varepsilon_H, W)$, которая разрешила бы с достаточным уровнем точности проводить калибровку переносных диэлькометрических влагомеров лишь с использованием обезводненного топлива, доминирующими факторами были выбраны: X_1 – относительная диэлектрическая проницаемость ε_H обезводненного нефтепродукта; X_2 – содержание воды W в процентах. Выходным показателем была относительная диэлектрическая проницаемость ε внутренней фазы.

Начальный план ПФЭ, по которому выполнялось исследование, приведен в табл. 4.1.

Проведем оптимизацию начального плана ПФЭ по критерию суммарной стоимости реализации эксперимента [112]. Стоимости изменения значений уровней факторов от «-1» к «+1» и от «+1» к «-1» приведены в табл. 4.2, а стоимости изменения значений факторов от «0» к «+1» и от «0» к «-1» – в табл. 4.3.

Таблица 4.1 – Начальный и оптимальный планы эксперимента

Начальный план			Оптимальный план		
Номер п/п	X1	X2	Номер	X1	X2
1	–1	–1	2	+1	–1
2	+1	–1	1	–1	–1
3	–1	+1	3	–1	+1
4	+1	+1	4	+1	+1

С помощью описанного в разделе 3 метода синтезирован оптимальный по стоимости проведения план эксперимента, который совпадает с планом эксперимента, полученным по результатам анализа перестановок строк начальной матрицы планирования. Матрица оптимального плана приведена в табл. 4.1.

Таблица 4.2 – Стоимости изменения значений уровней факторов

Фактор	Стоимость изменения значений уровней, усл. ед.	
	от «–1» к «+1»	от «+1» к «–1»
X1 (ε_H)	10	10
X2 (W)	20	60

Таблица 4.3 – Стоимости начальной установки уровней факторов

Фактор	Стоимость начальной установки уровней, усл. ед.	
	от «0» к «+1»	от «0» к «–1»
X1 ($\varepsilon_н$)	10	10
X2 (W)	60	20

Стоимость реализации эксперимента по оптимальному плану составляет 70 усл. ед. (2-й вариант плана). При этом стоимость начального плана ПФЭ равняется 80 усл. ед., а максимальная стоимость – 230 усл. ед. (15-й вариант плана).

Таким образом, имеем выигрыш в стоимости реализации эксперимента в 1,14 раза по сравнению с начальным планом и в 3,3 раза по сравнению с максимальной стоимостью.

При изменении стоимости начальной установки уровней факторов (табл. 4.4) получили такой же оптимальный план (2-й вариант) (см. табл. 4.1), но его стоимость составляет 110 усл. ед. При этом стоимость начального плана ПФЭ равняется 120 усл. ед., а максимальная стоимость – 190 усл. ед. (17-й вариант плана).

Таким образом, имеем выигрыш в стоимости реализации эксперимента в 1,1 раза по сравнению с начальным планом и в 1,7 раза по сравнению с максимальной стоимостью.

Таблица 4.4 – Стоимости начальной установки уровней факторов

Фактор	Стоимость начальной установки уровней, усл. ед.	
	от «0» к «+1»	от «0» к «–1»
X1 ($\varepsilon_н$)	10	10
X2 (W)	20	60

В результате реализации эксперимента по оптимальному плану получена математическая модель процесса калибровки переносных диэлькометрических влагомеров в виде

$$y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_{12}X_1X_2, \qquad (4.1)$$

которая позволит при указанных абсолютной погрешности и диапазоне измерения проводить калибровку влагомеров вяжущих нефтепродуктов.

Значения коэффициентов математической модели приведены в работах [35, 75, 112] и приложении А.

Таким образом, на примере исследования диэлькометрических влагомеров рассмотрена эффективность оптимального по стоимостным затратам планирования эксперимента.

4.1.2 Технологический процесс гальванического меднения печатных плат

На этапе производства возможны такие причины брака печатных плат: подгорание, отслоение гальванического покрытия, его неравномерность. Поэтому возникает необходимость в выполнении предварительного экспериментального исследования определенной технологической операции, в построении адекватной математической модели, выборе критерия и метода оптимизации, нахождении наилучшего режима, который позволит уменьшить количество бракованной продукции.

Операции гальванической металлизации печатных плат можно описать математическими моделями на основе статистических методов планирования эксперимента [18]. Целесообразность такого подхода объясняется сложностью исследуемых процессов, отсутствием детального изучения химико-физических закономерностей, которые нуждаются в значительных стоимостных и временных затратах, скоростью получения математических моделей.

При этом важной задачей является выбор критерия оптимизации, не противоречащего общему критерию качества (уровню брака), который можно легко измерять и использовать для установления оптимального режима.

В качестве выходных показателей предложены параметры, которые характеризуют неравномерность покрытия проводников гальваническими осадками, а именно: максимальный разброс высоты проводников Δh, средний разброс Δh_{cp} и параметр шероховатости поверхности проводников печатной платы R_z. Их измеряют в мкм.

Эти параметры определяют по таким формулам [5]:

$$\begin{aligned} &\Delta h = supH - infH; \\ &\Delta h_{ñð} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\Delta h_i; \\ &\Delta h_i = supH_i - infH_i; \\ &H_i \subseteq H; \quad i = \overline{1,n}, \end{aligned} \tag{4.2}$$

где H_i – подмножество множества H, элементами которого является высота проводников, которая определяется в характерных локальных местах n печатной платы.

Показатель R_z определяют согласно методике измерения параметров шероховатости поверхности [113]. При этом измеряют на профилограмме расстояния h_{imax} от пяти наибольших максимумов профиля к базовой линии и расстояния h_{imin} от пяти наибольших минимумов профиля к базовой линии, мм. Значения параметров R_z, мкм, находят по формуле [113]

$$R_z = \frac{1}{5V_B}\left(\sum_{i=1}^{5} h_{imax} - \sum_{i=1}^{5} h_{imin}\right)\cdot 10^3, \qquad (4.3)$$

где $V_в$ – вертикальное увеличение профилографа.

Целью экспериментального исследования операции гальванического меднения печатных плат является построение математических моделей, которые характеризуют связь отдельных ее параметров X_i с показателями качества Δh, $\Delta h_{ср}$, R_z :

$$\begin{aligned} \Delta h &= f_1(X_1, X_2, X_3, X_4); \\ \Delta h_{ñð} &= f_2(X_1, X_2, X_3, X_4); \\ R_z &= f_3(X_1, X_2, X_3, X_4). \end{aligned} \qquad (4.4)$$

Результаты предварительного исследования позволили ввести в планы экспериментов такие четыре фактора: X_1 – концентрация $CuSO_4$ в электролите гальванической ванны, C_1, г/л; X_2 – концентрация H_2SO_4 в растворе, C_2 , г/л; X_3 – плотность тока d в гальванической ванне, А/дм^2; X_4 – время обработки t плат в этой ванне, ч.

Начальный план эксперимента при условии равноценности опытов матрицы планирования приведен в работе **[5].** При этом адекватные математические модели, которые описывают зависимость неравномерности Δh гальванических покрытий и шероховатости поверхности проводников печатной платы от концентраций $CuSO_4$ (X_1) и H_2SO_4 (X_2) в растворе, плотности тока d (X_3) в гальванической ванне и времени обработки t (X_4) плат в ванне, получены на третьем шаге итерации: 1) план ДФЭ с генерирующим соотношением $X_4 = X_1X_2$; 2) достройка плана ДФЭ до плана Рехтшафнера; 3) достройка проведенных ранее опытов до плана ПФЭ.

С помощью описанного в разделе 2 метода синтезирован оптимальный по стоимости проведения план эксперимента, который совпадает с планом эксперимента, полученным по результатам анализа перестановок строк начальной матрицы планирования. Стоимости изменений значений факторов от «–1» к «+1» и от «+1» к «–1» приведены в табл. 4.5, а стоимости изменений значений факторов от «0» к «+1» и от «0» к «– 1» – в табл.4.6. Матрица оптимального плана приведена в табл. 4.7.

Таблица 4.5 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Фактор	Стоимость изменения, усл. ед.	
	от «-1» к «+1»	от «+1» к «-1»
X1	18,85	7,45
X2	8,65	4,45
X3	0,18	0,18
X4	1,15	0,77

Таблица 4.6 – Стоимости начальной установки уровней факторов

Фактор	Стоимость изменения, усл. ед.	
	от «0» к «+1»	от «0» к «-1»
X1	9,43	3,73
X2	4,33	2,23
X3	0,09	0,09
X4	0,58	0,38

Таблица 4.7 – Начальный и оптимальный планы эксперимента

Начальный план						Оптимальный план				
Номер шага	Номер опыта	Фактор				Номер опыта	Фактор			
		X1	X2	X3	X4		X1	X2	X3	X4
1	1	+1	-1	-1	-1	1	+1	-1	-1	-1
	2	-1	+1	-1	-1	6	+1	-1	+1	-1
	3	-1	-1	-1	+1	4	+1	+1	+1	+1
	4	+1	+1	+1	+1	5	+1	+1	-1	+1
	5	+1	+1	-1	+1	2	-1	+1	-1	-1
	6	+1	-1	+1	-1	8	-1	+1	+1	-1
	7	-1	-1	+1	+1	7	-1	-1	+1	+1
	8	-1	+1	+1	-1	3	-1	-1	-1	+1
2	9	+1	+1	-1	-1	10	+1	-1	-1	+1
	10	+1	-1	-1	+1	11	+1	-1	+1	+1
	11	+1	-1	+1	+1	12	+1	+1	+1	-1
	12	+1	+1	+1	-1	9	+1	+1	-1	-1
	13	-1	+1	-1	+1	13	-1	+1	-1	+1
	14	-1	+1	+1	+1	14	-1	+1	+1	+1
	15	-1	-1	-1	-1	15	-1	-1	-1	-1
3	16	-1	-1	+1	-1	16	-1	-1	+1	-1

Стоимость реализации эксперимента по этому плану составляет 79,46 усл. ед., тогда как стоимость начального плана – 142,12 усл. ед., а максимальная стоимость – 296,08 усл. ед. Таким образом, имеем выигрыш в стоимости реализации эксперимента по исследованию процесса гальванического меднения печатных плат в 1,8 раза по сравнению с начальным планом и в 3,7 раза по сравнению с планом максимальной стоимостью.

В результате реализации эксперимента по оптимальному плану получены математические модели технологического процесса гальванического меднения печатных плат в виде

$$y_z = b_0 + \sum_{i=1}^{4} b_i X_i + \sum_{\substack{i,j=1 \\ i \angle j}}^{C_k^2} b_{ij} X_i X_j + \sum_{\substack{i,j,l=1 \\ i \angle j \angle l}}^{C_k^3} b_{ijl} X_i X_j X_l + b_{ijlm} X_i X_j X_l X_m, \quad (4.5)$$

$$z = \overline{1,3}.$$

Значения коэффициентов математических моделей и оптимальные режимы обработки печатных плат приведены в работах [35, 75, 112] и в приложении А.

4.1.3 Технологический процесс гальванического серебрения печатных плат

Гальваническое серебрение печатных плат – одна их ответственейших технологических операций в производстве данных изделий. При этом качество покрытий в значительной степени влияет на надежность и срок службы печатных плат.

Масса осажденного серебра определяется из следующей зависимости

$$M = k_0 k_1 I t, \quad (4.6)$$

где k_1 – коэффициент выхода по току, k_0 – электрохимический коэффициент, I – ток ванны, t – время осаждения.

Коэффициент выхода по току k_1 изменяется во времени и зависит от многих факторов.

Эксперименты по исследованию технологической операции осаждения серебра на печатные платы были направлены на выявление временной зависимости ухода значения коэффициента выхода по току по отношению к исходному значению k_0, соответствующему данному процессу. При этом измеряемыми переменными величинами являлись масса осажденного металла $M(t)$ и коэффициент выхода по току $k_1(t)$.

Для учета нелинейностей и увеличения точности определения значения нанесенной массы серебра эксперименты были направлены на получение функциональной зависимости:

$$k_1 = f(X_1, X_2, X_3), \quad (4.7)$$

где X_1 – плотность тока; X_2 – концентрация электролита; X_3 – время обработки плат в гальванической ванне.

Исходный план эксперимента [5] приведен в табл. 4.8.

С помощью описанного в разделе 3 метода синтезирован оптимальный по стоимости проведения план эксперимента, который совпадает с планом эксперимента, полученным по результатам анализа перестановок строк начальной матрицы планирования. Стоимости изменений значений факторов приведены в табл. 4.9. Порядок проведения оптимального по стоимости реализации плана эксперимента представлен в табл. 4. 8.

Таблица 4.8 – Исходный и оптимальный планы эксперимента

Исходный план				Оптимальный план			
Номер опыта	Обозначение факторов			Номер опыта	Обозначение факторов		
	X_1	X_2	X_3		X_1	X_2	X_3
1	-1	-1	-1	2	1	-1	1
2	1	-1	1	4	1	-1	-1
3	1	1	-1	1	-1	-1	-1
4	1	-1	-1	7	0	-1	0
5	0	0	0	5	0	0	0
6	-1	0	-1	8	-1	0	2
7	0	-1	0	6	-1	0	-1
8	-1	0	2	3	1	1	-1

Таблица 4.9 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимости изменений, усл. ед.	Обозначение факторов		
	X_1	X_2	X_3
из «–1» в «0»	1	2	1
из «–1» в «2»	0	0	3
из «–1» в «1»	1	3	4
из «0» в «–1»	1	5	1
из «0» в «2»	0	0	2
из «0» в «1»	1	2	3
из «2» в «–1»	0	0	3
из «2» в «0»	0	0	2
из «2» в «1»	0	0	2
из «1» в «–1»	1	7	4
из «1» в «0»	1	5	3
из «1» в «2»	0	0	2

Стоимость реализации эксперимента по этому плану составляет 18 усл.ед., тогда как стоимость реализации исходной матрицы 37 усл.ед., а максимальная стоимость равна 51 усл.ед. Таким образом, достигнут выигрыш по стоимости реализации в 2,05 раза по сравнению с исходным планом эксперимента и в 2,83 раз по сравнению с планом, обладающим максимальной стоимостью.

4.1.4 Процесс измерения площади металлизации печатных плат

Процесс заключается в том, что при погружении подвески с печатными платами в специальную ванну (рис. 4.1) с Na_2SO_4 концентрацией 100 г/л между электродами возникает ЭДС. При достижении режима пассивации поверхностей плат падение напряжения U на сопротивлении нагрузки R_H будет пропорционально их площади металлизации S.

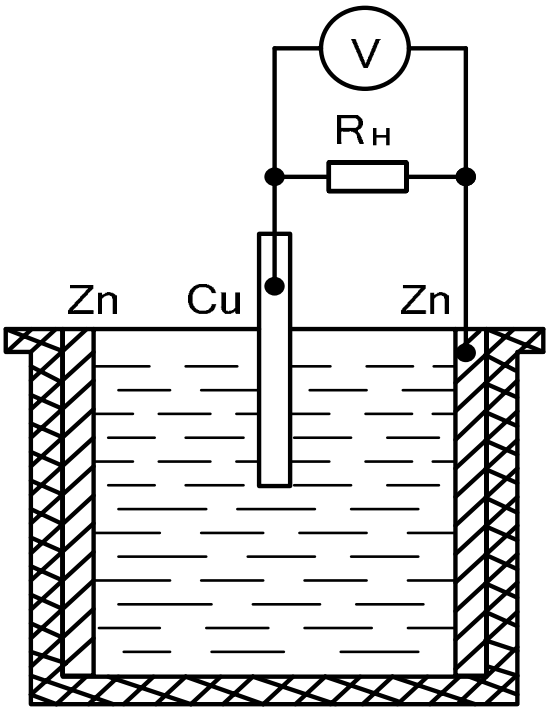


Рисунок 4.1 – Установка для измерения площади металлизации печатных плат

Для применения этого процесса в АСУ ТП изготовления печатных плат необходимо получить калибровочную зависимость $U = f(S)$, которая будет храниться в памяти ЭВМ. После погружения подвески автооператором в специальную ванну сигнал напряжения поступает в ЭВМ, где с помощью программного обеспечения определяется по калибровочной характеристике площадь $S_{изм}$ покрытия плат и рассчитывается величина необходимого тока в гальванической ванне

$$I_в = d\, S_{изм}\,, \qquad (4.8)$$

где d – необходимое значение плотности тока.

Необходимое значение тока $I_в$ сравнивается с текущим и в случае их рассогласования ЭВМ выдает сигнал на увеличение или уменьшение тока в ванне. Для изучения механизма явлений, которые происходят в этой ванне, и выявления возможности уменьшения погрешности измерения используют метод построения матриц планирования МФЭ с учетом времени его

реализации [9]. Исследования проводили с применением программного обеспечения для синтеза оптимальных планов [10] и пакета прикладных программ по автоматизации планирования эксперимента [114].

Основными факторами, которые задают режим измерения, являются следующие: X_1 – температура электролита T,ºС; X_2 – сопротивление нагрузки R_H, Ом; X_3 – кислотность электролита pH; X_4 – промежуток времени τ, которое прошло от момента погружения пластины в ванну до момента регистрации показания вольтметра, мин.

Выходными показателями являются ЭДС U (рис. 4.2), которая измеряется в милливольтах, и абсолютная погрешность измерения площади двух идентичных пластин ΔU, мВ.

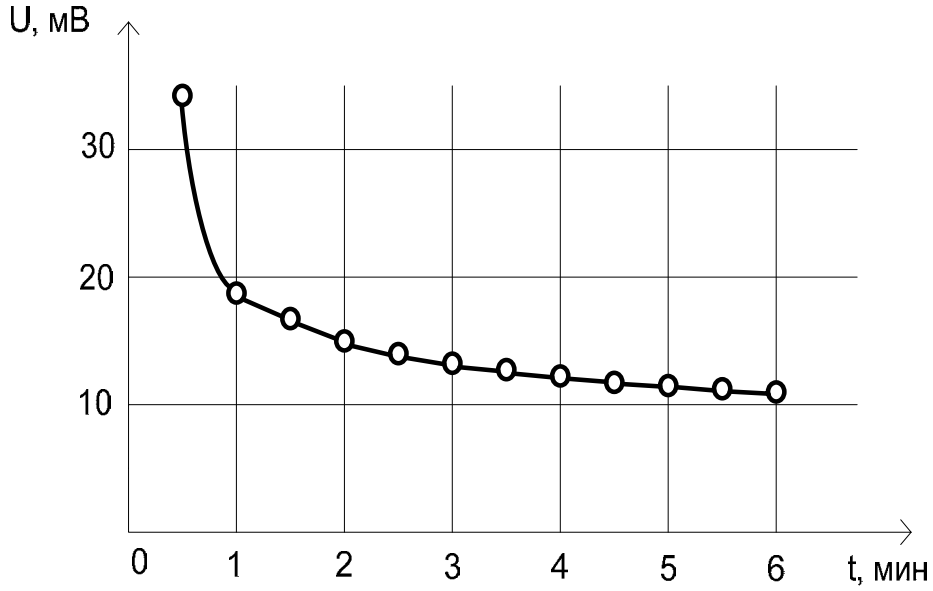


Рисунок 4.2 – График изменения выходного параметра U

Начальный план эксперимента при условии равноценности опытов матрицы планирования приведен в работе [5].

С использованием предложенного метода [9] проведена оптимизация начального плана по критерию суммарного времени реализации эксперимента по плану. Промежутки времени, в которые происходят изменения значений факторов от «–1» к «+1» и от «+1» к «–1», представлены в табл. 4.10, а промежутки времени для реализации изменений значений факторов от «0» к «+1» и от «0» к «–1» – в табл. 4.11.

Таблица 4.10 – Промежутки времени для реализации изменений значений уровней факторов

Фактор	Промежуток времени изменений, мин	
	от «-1» к «+1»	от «+1» к «-1»
X_1	4.9	3.3
X_2	0.6	0.6
X_3	9.5	9.7

Таблица 4.11 – Промежутки времени реализации начальной установки уровней факторов

Фактор	Промежуток времени установки фактора, мин	
	от «0» к «+1»	от «0» к «–1»
X_1	4,0	3,0
X_2	0,3	0,8
X_3	1,8	6,2

С помощью описанного в разделе 2 построен оптимальный по временным затратам на реализацию опытов план эксперимента, который приведен в табл. 4.12. Время реализации эксперимента по этому плану составляет 25,3 мин, время реализации начального плана равняется 30,5 мин, а максимальное – 48,5 мин. Таким образом, имеем выигрыш во времени реализации эксперимента при исследовании процесса измерения площади металлизации печатных плат в 1,2 раза по сравнению с начальным планом и в 1,9 раза по сравнению с планом с максимальным временем реализации.

Таблица 4.12 – Начальный и оптимальный планы эксперимента

Начальный план				Оптимальный план			
Номер опыта	Фактор			Номер опыта	Фактор		
	X_1	X_2	X_3		X_1	X_2	X_3
1	+1	-1	-1	3	-1	-1	+1
2	-1	+1	-1	4	+1	+1	+1
3	-1	-1	+1	1	+1	-1	-1
4	+1	+1	+1	2	-1	+1	-1

Наблюдение выходного сигнала U, который возникает при погружении медной пластины в ванну, осуществлялось по такому спектру плана:

$$E_U = \begin{Bmatrix} 0.5; 1.0; 1.5; 2.0; 2.5; 3.0; 3.5; 4.0; 4.5; 5.0; 5.5; 6.0 \\ 4, \ 4, \ 4, \ 4, \ 4, \ 4, \ 4, \ 4, \ 4, \ 4, \ 4, \ 4 \end{Bmatrix}, \quad (4.9)$$

а измерение погрешности ΔU по спектру –

$$E_{\Delta U} = \begin{Bmatrix} 0.5; 1.0; 1.5; 2.0; 2.5; 3.0; 3.5; 4.0; 4.5; 5.0; 5.5; 6.0 \\ 2, \ 2, \ 2, \ 2, \ 2, \ 2, \ 2, \ 2, \ 2, \ 2, \ 2, \ 2 \end{Bmatrix}. \quad (4.10)$$

В результате реализации эксперимента по оптимальному плану с учетом спектров плана ε получены динамические модели процесса измерения площади металлизации печатных плат в виде

$$y_z = b_0(t) + \sum_{i=1}^{3} b_i(t) X_i, \qquad (4.11)$$

$$z = 1,2$$

Графики изменения оценок коэффициентов математических моделей во времени приведены в работах [35, 75].

Вследствие анализа динамических моделей принято решение о возможности идентификации исследуемого процесса статической моделью в промежутке времени $5 < t < 6$ мин.

Начальный план эксперимента при условии равноценности опытов матрицы планирования приведен в работе [5]. В план эксперимента для получения математических моделей, которые описывают зависимости выходного напряжения U и абсолютной погрешности измерения ΔU от параметров установки, введены такие факторы: X_1 – промежуток времени τ от момента погружения пластины в ванну до момента регистрации показаний вольтметра, X_2 – сопротивление нагрузки; X_3 – кислотность pH электролита; X_4 – температура T электролита.

Стоимости изменений значений факторов от «-1» к «+1» и от «+1» к «-1» приведены в табл. 4.13, а стоимости изменений значений факторов от «0» к «+1» и от «0» к «-1» – в табл. 4.14.

Таблица 4.13 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Фактор	Стоимость изменения, усл. ед.	
	от «-1» к «+1»	от «+1» к «-1»
X_1	0,49	0,33
X_2	0,06	0,06
X_3	0,95	0,97
X_4	0,16	0,20

Таблица 4.14 – Стоимости начальной установки уровней факторов

Фактор	Стоимость изменения, усл. ед.	
	от «0» к «+1»	от «0» к «-1»
X_1	0,3	0,1
X_2	0,5	0,4
X_3	0,2	0,2
X_4	0,5	0,7

Оптимальный по стоимости реализации план эксперимента, полученный с помощью описанного в разделе 3 метода, представлен в табл. 4.15. Стоимость реализации эксперимента по этому плану составляет 3,99 усл. ед., тогда как стоимость начального плана – 5,8 усл. ед., а максимальная стоимость – 11,87 усл. ед. Таким образом, имеем выигрыш в стоимости

реализации эксперимента по исследованию процесса измерения площади металлизации печатных плат в 1,5 раза сравнительно с начальным планом и в 3 раза сравнительно с планом максимальной стоимости.

Таблица 4.15 – Начальный и оптимальный планы эксперимента

Начальный план					Оптимальный план				
Номер опыта	Фактор				Номер опыта	Фактор			
	X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4
1	+1	+1	+1	+1	8	-1	-1	-1	+1
2	-1	+1	+1	+1	6	-1	+1	-1	-1
3	+1	-1	+1	-1	5	+1	+1	-1	-1
4	-1	-1	+1	-1	7	+1	-1	-1	+1
5	+1	+1	-1	-1	1	+1	+1	+1	+1
6	-1	+1	-1	-1	3	+1	-1	+1	-1
7	+1	-1	-1	+1	4	-1	-1	+1	-1
8	-1	-1	-1	+1	2	-1	+1	+1	+1

В результате реализации эксперимента по оптимальному плану получены статические математические модели процесса измерения площади металлизации печатных плат в виде

$$y_z = b_0 + \sum_{i=1}^{4} b_i X_i; \qquad z=1,2 \tag{4.12}$$

и рациональный режим измерения площади металлизации. Значения коэффициентов математических моделей и параметры рационального режима измерения приведены в работах [35, 75] и в приложении А.

4.1.5 Процесс измерения плотности тока гальванических ванн с использованием мерных датчиков

С использованием усовершенствованного программного обеспечения [11, 12, 115, 116] исследовали метод измерения плотности тока гальванических ванн с использованием мерных датчиков. Исходный план эксперимента 3^k приведен в работе [5]. Для определения влияния размещения мерных датчиков на величину отклонения измеренной плотности тока от заданной использовали устройство с применением датчиков, установленных в нескольких местах ванны гальванического меднения. При осуществлении эксперимента применяли печатные платы, закрепленные на линии «Модуль–Х», и задавали плотность тока, равную 3 А/дм^2. Мерные датчики крепили на специальном устройстве, а в процессе проведения опытов варьировали их расположение по плану 3^k, где k=3.

Значения факторов, соответствующие обозначению «–1», означают, что датчик закреплен в нижней части штанги, «+1» – датчик закреплен в верхней части штанги, «0» – датчик закреплен в середине штанги.

С помощью описанного в разделе 3 метода проведена оптимизация исходного плана по критерию суммарной стоимости реализации эксперимента. Стоимости изменений значений уровней факторов приведены в табл. 4.16. Порядок проведения оптимального по стоимости реализации плана эксперимента представлен в табл. 4.17. Стоимость реализации эксперимента по этому плану составляет 147 усл. ед., тогда как стоимость реализации исходной матрицы планирования – 174 усл. ед., а максимальная стоимость равна 225 усл.ед. Таким образом, достигнут выигрыш по стоимости реализации в 1,2 раза по сравнению с исходным планом эксперимента и в 1,5 раз по сравнению с планом, обладающим максимальной стоимостью.

Таблица 4.16 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимости изменений, усл. ед.	Обозначение факторов		
	X_1	X_2	X_3
из «0» в «–1»	3	3	3
из «0» в «+1»	2	2	2
из «–1» в «+1»	5	5	5
из «+1» в «–1»	5	5	5
из «–1» в «0»	3	3	3
из «+1» в «0»	2	2	2

Таблица 4.17 – Исходный и оптимальный планы эксперимента

Исходный план				Оптимальный план			
Номер опыта	Обозначение факторов			Номер опыта	Обозначение факторов		
	X_1	X_2	X_3		X_1	X_2	X_3
1	–1	0	0	6	+1	+1	0
2	–1	0	–1	7	–1	+1	0
3	+1	–1	–1	8	–1	+1	+1
4	0	0	+1	4	0	0	+1
5	+1	0	0	9	+1	0	+1
6	+1	+1	0	10	+1	+1	+1
7	–1	+1	0	11	–1	–1	+1
8	–1	+1	+1	1	–1	0	0
9	+1	0	+1	5	+1	0	0
10	+1	+1	+1	12	+1	+1	–1
11	–1	–1	+1	13	0	0	–1

Продолжение табл. 4.17

Исходный план				Оптимальный план			
Номер опыта	Обозначение факторов			Номер опыта	Обозначение факторов		
	X_1	X_2	X_3		X_1	X_2	X_3
12	+1	+1	–1	2	–1	0	–1
13	0	0	–1	14	–1	+1	–1
14	–1	+1	–1	15	+1	–1	+1
15	+1	–1	+1	16	0	+1	–1
16	0	+1	–1	17	–1	–1	0
17	–1	–1	0	18	0	–1	–1
18	0	–1	–1	19	+1	–1	0
19	+1	–1	0	20	0	0	0
20	0	0	0	21	–1	0	+1
21	–1	0	+1	22	–1	–1	–1
22	–1	–1	–1	23	0	–1	+1
23	0	–1	+1	24	0	+1	+1
24	0	+1	+1	25	0	+1	0
25	0	+1	0	26	+1	0	–1
26	+1	0	–1	3	+1	–1	–1
27	0	–1	0	27	0	–1	0

В результате проведения эксперимента по плану 3^k определено расположение мерных датчиков в гальванической ванне, при котором погрешность измерения минимальна (ε = 6,3%, опыт № 13 [5]).

4.1.6 Технологические процессы в производстве полупроводниковых приборов

В работе [117] приведены результаты исследования следующих технологических процессов в производстве полупроводниковых приборов: ультразвуковой резки кремниевых пластин на кристаллы в производстве диодов, травления кристаллов, сплавления кристаллов. Недостатком данных исследований является то, что не учитывается стоимость реализации применяемых планов экспериментов.

Поэтому необходимо синтезировать оптимальные планы экспериментов для исследования технологических процессов в производстве полупроводниковых приборов и доказать эффективность оптимального по стоимостным затратам планирования эксперимента [118].

При исследовании процесса ультразвуковой резки кремниевых пластин на кристаллы в процессе производства полупроводниковых диодов [117] в качестве критерия оптимизации был выбран общий брак кристаллов после

травления у. Основными факторами, задающими режим резки, являются следующие: X_1 – начальная величина статической нагрузки на режущий инструмент; X_2 – ток подмагничивания магнитностриктора ультразвукового генератора, определяющий амплитуду колебаний режущего инструмента; X_3 – момент переключения нагрузки.

Исходный план эксперимента [117], по которому выполнялось исследование, представлен в табл. 4.18. Стоимости изменений значений уровней факторов при исследовании приведены в табл. 4.19.

Таблица 4.18 – Исходный и оптимальный планы эксперимента

Исходный план				Оптимальный план			
Номер опыта	Обозначение факторов			Номер опыта	Обозначение факторов		
	X_1	X_2	X_3		X_1	X_2	X_3
1	–1	–1	–1	7	+1	–1	–1
2	–1	+1	+1	5	+1	–1	+1
3	–1	–1	+1	8	+1	+1	+1
4	–1	+1	–1	6	+1	+1	–1
5	+1	–1	+1	4	–1	+1	–1
6	+1	+1	–1	2	–1	+1	+1
7	+1	–1	–1	3	–1	–1	+1
8	+1	+1	+1	1	–1	–1	–1

Таблица 4.19 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимости изменений значений уровней факторов	Обозначение факторов		
	X_1	X_2	X_3
из «0» в «–1», усл. ед.	2,5	1,0	0,5
из «0» в «+1», усл. ед.	3,0	1,5	0,6
из «–1» в «+1», усл. ед.	5,0	2,0	1,0
из «+1» в «–1», усл. ед.	4,5	1,8	0,8

Проведем оптимизацию исходного плана по критерию суммарной стоимости реализации эксперимента.

С помощью описанного в разделе 3 метода синтезирован оптимальный по стоимости проведения план эксперимента. Матрица планирования этого плана приведена в табл. 4.18.

Стоимость реализации эксперимента по оптимальному плану составляет 16,4 усл. ед. (вариант плана 15161), в то время как стоимость исходного плана – 27,0 усл. ед., а максимальная стоимость – 54,0 усл. ед. Таким образом, выигрыш в стоимости реализации эксперимента составляет 1,6 раза по сравнению с исходным планом и 3,3 раза по сравнению с планом эксперимента максимальной стоимости.

При исследовании процесса травления кристаллов в качестве параметров оптимизации фиксировались: брак кристаллов по динамическому сопротивлению y_1 и брак кристаллов по обратному току y_2 [117]. Доминирующими факторами, влияющими на эти показатели, были выбраны: X_1 – время травления; X_2 – концентрация травителя (соотношение кислот HF: HNO_3).

В качестве исходного плана можно взять полный факторный эксперимент (ПФЭ), представленный в табл. 4.20. Стоимости изменений значений уровней факторов приведены в табл. 4.21.

Таблица 4.20 – Исходный и оптимальный планы полного факторного эксперимента

Исходный план			Оптимальный план		
Номер опыта	Обозначение факторов		Номер опыта	Обозначение факторов	
	X_1	X_2		X_1	X_2
1	–1	–1	2	–1	+1
2	–1	+1	4	+1	+1
3	+1	–1	3	+1	–1
4	+1	+1	1	–1	–1

Таблица 4.21 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимости изменений значений уровней факторов	Обозначение факторов	
	X_1	X_2
из «0» в «–1», усл. ед.	2,0	5,0
из «0» в «+1», усл. ед.	4,0	9,0
из «–1» в «+1», усл. ед.	8,0	20,0
из «+1» в «–1», усл. ед.	4,0	10,0

Проведем оптимизацию исходного плана ПФЭ по критерию суммарной стоимости реализации эксперимента.

С помощью описанного в разделе 3 метода синтезирован оптимальный по стоимости проведения план эксперимента. Матрица планирования этого плана приведена в табл. 4.20.

Стоимость реализации эксперимента по оптимальному плану составляет 33 усл. ед., в то время как стоимость исходного плана – 65 усл. ед., а максимальная стоимость – 71 усл. ед. Таким образом, выигрыш в стоимости реализации эксперимента составляет 2,0 раза по сравнению с исходным планом и 2,2 раза по сравнению с планом эксперимента максимальной стоимости.

Поскольку линейная модель неадекватна [117], то, используя метод итерационного планирования эксперимента [3], достраиваем план ПФЭ до плана ротатабельного центрального композиционного планирования (РЦКП)

(табл. 4.22), для которого α = 1,414, а N_0 = 5. Стоимости изменений значений уровней факторов приведены в табл. 4.23.

Таблица 4.22 – Достройка плана ПФЭ до плана РЦКП

Номер опыта	Обозначение факторов	
	X_1	X_2
1	– α	0
2	+ α	0
3	0	– α
4	0	+ α
5	0	0
6	0	0
7	0	0
8	0	0
9	0	0

Таблица 4.23 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимости изменений значений уровней факторов, усл. ед.	Обозначение факторов	
	X_1	X_2
из «–1» в «+α»	12	28
из «–1» в «–α»	0,5	1,2
из «–1» в « 0 »	4,0	10,0
из «+1» в «+α»	2,0	4,5
из «+1» в «–α»	6,0	15,0
из «+1» в « 0 »	2,0	5,0
из «–α» в «+α»	16,0	40,0
из «+α» в «–α»	8,0	20,0
из « 0 » в «–α»	3,0	7,5
из « 0 » в «+α»	6,0	13,5
из «–α» в « 0 »	6,0	15,0
из «+α» в « 0 »	3,0	7,5

С помощью описанного в разделе 3 метода синтезирован оптимальный по стоимости проведения план эксперимента. Матрица планирования этого плана приведена в табл. 4.24.

Таблица 4.24 – Оптимальный план эксперимента

Номер опыта	Обозначение факторов	
	X_1	X_2
3	0	–α
1	–α	0
5	0	0
6	0	0
7	0	0
8	0	0
9	0	0
2	+α	0
4	0	+α

Стоимость реализации эксперимента по оптимальному плану составляет 51,7 усл. ед., в то время как стоимость исходного плана – 84,5 усл. ед., а максимальная стоимость – 91,0 усл. ед. Таким образом, выигрыш в стоимости реализации эксперимента составляет 1,63 раза по сравнению с исходным планом и 1,76 раза по сравнению с планом эксперимента максимальной стоимости.

При исследовании процесса сплавления кристаллов в качестве параметра оптимизации был выбран выход годных кристаллов у. Факторами, задающими режим процесса, были [117]: X_1 – максимальная температура пластин при сплавлении; X_2 – время выдержки при этой температуре; X_3 – скорость охлаждения; X_4 – скорость нагрева.

Исходный план эксперимента, по которому проводили исследование, представлен в табл. 4.25, стоимости изменений значений уровней факторов приведены в табл. 4.26.

Таблица 4.25 – Исходный и оптимальный планы эксперимента

Исходный план					Оптимальный план				
Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4
1	–1	–1	–1	+1	1	–1	–1	–1	+1
2	–1	–1	+1	–1	5	+1	–1	–1	+1
3	–1	+1	–1	–1	8	+1	+1	+1	+1
4	–1	+1	+1	+1	4	–1	+1	+1	+1
5	+1	–1	–1	+1	2	–1	–1	+1	–1
6	+1	–1	+1	–1	6	+1	–1	+1	–1
7	+1	+1	–1	–1	7	+1	+1	–1	–1
8	+1	+1	+1	+1	3	–1	+1	–1	–1

Таблица 4.26 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимости изменений значений уровней факторов	Обозначение факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4
из «0» в «–1», усл. ед.	20,0	10,0	11,0	15,0
из «0» в «+1», усл. ед.	30,0	15,0	22,0	28,0
из «–1» в «+1», усл. ед.	60,0	30,0	40,0	55,0
из «+1» в «–1», усл. ед.	40,0	20,0	25,0	30,0

Проведем оптимизацию исходного плана по критерию суммарной стоимости реализации эксперимента.

С помощью описанного в разделе 2 метода синтезирован оптимальный по стоимости проведения план эксперимента. Матрица планирования этого плана приведена в табл. 4.25.

Стоимость реализации эксперимента по оптимальному плану составляет 444 усл. ед., в то время как стоимость исходного плана – 614 усл. ед., а максимальная стоимость – 934 усл. ед.

Таким образом, выигрыш в стоимости реализации эксперимента составляет 1,4 раза по сравнению с исходным планом и 2,1 раза по сравнению с планом эксперимента максимальной стоимости.

На примере исследования технологических процессов в производстве полупроводниковых диодов [118] показана эффективность оптимального по стоимостным затратам планирования эксперимента. При этом использовали метод итерационного планирования экспериментов и метод, основанный на использовании символьных последовательностей.

4.1.7 Процесс исследования шероховатости поверхности кремния в процессах глубокого плазмохимического травления МЭМС

В настоящее время широко используют различные методы планирования при проведении исследований. Планирование эксперимента предполагает одновременное изменение всех факторов, которые влияют на исследуемый процесс, что позволяет установить степень взаимодействия факторов и уменьшить количество опытов, а также построить математическую модель объекта исследования. Целесообразно получать эти модели при минимальных стоимостных затратах. Однако очень часто при проведении исследования еще одним важным критерием оптимизации плана эксперимента может являться время. Поэтому возникает задача одновременной оптимизации плана эксперимента как по стоимостным, так и временным затратам [15].

Известны методы синтеза оптимальных по стоимостным и временным затратам планов эксперимента [3, 7, 9], основанные на использовании следующих видов оптимизации: анализ перестановок строк матрицы планирования, случайный поиск, метод ветвей и границ [25].

Эффективность разработанных методов доказана при исследовании ряда различных технологических процессов [7, 9]. При этом общим недостатком таких методов является то, что оптимальные планы получают только с учетом одного критерия – стоимости или времени. Следовательно, целесообразно проверить работоспособность метода ветвей и границ с введением ограничения по дополнительному критерию, который лишен указанного выше недостатка [15], и метода, основанного на использовании символьных последовательностей.

В работе [119] исследована шероховатость поверхности кремния при процессах глубокого плазмохимического травления элементов МЭМС. При составлении плана эксперимента были учтены три входных фактора процесса, предположительно способных в наибольшей степени влиять на оптимизируемый параметр (среднее арифметическое отклонение профиля): X_1 – отношение длительностей стадий пассивации и травления; X_2 – давление в реакторе, Па; X_3 – температура электрода – подложкодержателя, °С.

Режимы проведения процессов травления кремния задавали в соответствии с выбранным планом (табл. 4.27), который представлял собой полный факторный эксперимент для трех факторов при их одновременном варьировании на двух уровнях: «+1» и «–1».

Таблица 4.27 – Исходный план эксперимента

Номер опыта	Обозначение факторов		
	X_1	X_2	X_3
1	+ 1	+ 1	+ 1
2	– 1	+ 1	+ 1
3	+ 1	– 1	+ 1
4	– 1	– 1	+ 1
5	+ 1	+ 1	– 1
6	– 1	+ 1	– 1
7	+ 1	– 1	– 1
8	– 1	– 1	– 1

В табл. 4.28 представлены стоимости изменений значений уровней факторов.

Таблица 4.28 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Переход уровней факторов	Стоимости, усл. ед		
	S_{X1}	S_{X2}	S_{X3}
« 0 » → «–1»	3	7	8
« 0 » → «+1»	2	5	10
«–1» → « 0 »	2	5	10
«+1» → « 0 »	3	7	8
«–1» → «+1»	4	10	20
«+1» → «–1»	6	14	16

В табл. 4.29 представлено время изменений значений уровней факторов.

Таблица 4.29 – Время изменений значений уровней факторов

Переход уровней факторов	Время, мин		
	T_{X1}	T_{X2}	T_{X3}
« 0 » → «–1»	11	6	7
« 0 » → «+1»	13	4	10
«–1» → « 0 »	12	4	10
«+1» → « 0 »	12	6	7
«–1» → «+1»	13	8	20
«+1» → «–1»	11	12	14

Оптимизируем исходный план эксперимента методом ветвей и границ, введя ограничение по дополнительному критерию. На проведение исследования выделено не более 2,5 часа рабочего времени, т.е. $T_{огр}$ = 150 мин. Оптимальный по стоимости план эксперимента представлен в табл. 4.30.

Таблица 4.30 – Оптимальный по стоимости план эксперимента

Номер опыта	Обозначение факторов		
	X_1	X_1	X_1
7	+ 1	– 1	– 1
8	– 1	– 1	– 1
6	– 1	+ 1	– 1
5	+ 1	+ 1	– 1
1	+ 1	+ 1	+ 1
2	– 1	+ 1	+ 1
4	– 1	– 1	+ 1
3	+ 1	– 1	+ 1

Оптимизированный план эксперимента имеет значение стоимости, равное 97 усл. ед., в то время как исходный план – 124 усл. ед. Выигрыш по стоимости составил 28%. При этом на реализацию оптимального плана эксперимента необходимо затратить 137 мин, что не превышает указанного ограничения, а на реализацию исходного – 178 мин.

Таким образом, доказана работоспособность метода ветвей и границ с введением ограничения по дополнительному критерию на примере исследования шероховатости поверхности кремния при процессах глубокого плазмохимического травления элементов МЭМС. Оптимизация по стоимости исходного плана эксперимента позволила получить выигрыш в 1,28 раза по сравнению с исходным планом. При этом реализация оптимального плана может осуществляться за промежуток времени, не превышающий указанного значения ограничения.

При исследовании метода, описанного в разделе 3, получен оптимальный план (см. табл. 4.30), дающий выигрыш в стоимости реализации в 1,3 раза по сравнению с исходным планом.

4.1.8 Технологические процессы изготовления радиоэлектронной аппаратуры

В работе [87] рассмотрена попытка оптимизировать режим литья под давлением на термопластоавтоматах для уменьшения доли бракованных армированных деталей сложной конфигурации. При этом применили дополнительный технологический прием – повторную термическую обработку готовых деталей по режимам отжига и закалки. Задача исследования заключалась в следующем: максимизировать ударную вязкость $\bar{y}$, оптимизируя факторы термообработки: X_1 – температура изотермической выдержки в глицерине; X_2 – время подъема температуры от 20ºС до X_1; X_3 – время выдержки при температуре X_1; X_4 – время охлаждения от X_1 до 50ºС. В качестве исходного плана взята главная полуреплика 2^{4-1} (табл. 4.31). Допустим, что стоимости изменений уровней факторов при исследовании равны значениям, которые приведены в табл. 4.32.

Таблица 4.31 – Исходный и оптимальный планы эксперимента

Исходный план					Оптимальный план				
Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4
1	–1	–1	–1	–1	6	–1	+1	+1	–1
2	+1	+1	+1	+1	3	+1	+1	–1	–1
3	+1	+1	–1	–1	7	–1	+1	–1	+1
4	+1	–1	+1	–1	2	+1	+1	+1	+1
5	+1	–1	–1	+1	5	+1	–1	–1	+1
6	–1	+1	+1	–1	8	–1	–1	+1	+1
7	–1	+1	–1	+1	4	+1	–1	+1	–1
8	–1	–1	+1	+1	1	–1	–1	–1	–1

Таблица 4.32 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимости изменений значений уровней факторов, усл. ед.	Обозначение факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4
из «0» в «+1»	30,0	150,0	50,0	45,0
из «0» в «–1»	18,0	120,0	0,0	90,0
из «–1» в «+1»	60,0	300,0	100,0	90,0
из «+1» в «–1»	36,0	240,0	0,0	180,0

Проведем оптимизацию исходного плана по критерию суммарной стоимости реализации эксперимента [120].

С помощью описанного в разделе 2 метода синтезирован оптимальный по стоимости проведения план эксперимента. Матрица планирования этого плана приведена в табл. 4.31.

Стоимость реализации эксперимента по оптимальному плану составляет 998 усл. ед., в то время как стоимость исходного плана – 2206 усл. ед., а максимальная стоимость – 3222 усл. ед. Таким образом, выигрыш в стоимости реализации эксперимента составляет 2,21 раза по сравнению с исходным планом и 3,23 раза по сравнению с планом эксперимента максимальной стоимости.

При исследовании процесса испытания радиоэлектронного устройства [87] в качестве факторов, от которых зависит качество работы устройства (интенсивность отказов y стремится к нулю), выбраны следующие: X_1 – напряжение питания (5В); X_2 – напряжение питания (–5В); X_3 - напряжение питания (6,3В); X_4 – температура в испытательной камере (+35 ± 10)º С; X_5 – влажность в испытательной камере; X_6 – длительность цикла испытаний; X_7 – число циклов испытаний; X_8 – температура в испытательной камере (–35 ± 20)º С; X_9 – давление в испытательной камере. Испытания проводили в два этапа: на первом – испытания, связанные с воздействием положительных температур (X_4) на радиоэлектронное устройство; на втором – связанные с воздействием отрицательных температур (X_8).

В качестве исходных планов эксперимента использованы первые семь столбцов плана Плакетта-Бермана [87]. Матрицы планирования планов эксперимента представлены в табл. 4.33.

Допустим, что стоимости изменений уровней факторов при исследовании равны значениям, которые приведены в табл. 4. 34.

Проведем оптимизацию исходных планов по критерию суммарной стоимости реализации эксперимента.

С помощью описанного в разделе 3 метода синтезированы оптимальные по стоимости проведения планы эксперимента. Матрицы планирования этих планов приведены в табл. 4.33.

Таблица 4.33 – Исходные и оптимальные планы эксперимента

Исходные планы								Оптимальные планы, этап I, этап II							
Номер опыта	X_1	X_2	X_3	X_4 (X_8)	X_5 (X_9)	X_6	X_7	Номер опыта	X_1	X_2	X_3	X_4 (X_8)	X_5 (X_9)	X_6	X_7
1	+1	–1	–1	+1	+1	–1	+1	3	–1	+1	+1	–1	–1	+1	+1
2	+1	+1	–1	–1	+1	+1	–1	7	–1	–1	+1	+1	–1	+1	+1
3	–1	+1	+1	–1	–1	+1	+1	4	+1	–1	+1	+1	–1	–1	+1
4	+1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	1	+1	–1	–1	+1	+1	–1	+1
5	+1	+1	–1	+1	+1	–1	–1	5	+1	+1	–1	+1	+1	–1	–1

Исходные планы								Оптимальные планы, этап I, этап II							
Номер опыта	X_1	X_2	X_3	X_4 (X_8)	X_5 (X_9)	X_6	X_7	Номер опыта	X_1	X_2	X_3	X_4 (X_8)	X_5 (X_9)	X_6	X_7
6	–1	+1	+1	–1	+1	+1	–1	2	+1	+1	–1	–1	+1	+1	–1
7	–1	–1	+1	+1	–1	+1	+1	6	–1	+1	+1	–1	+1	+1	–1
8	–1	–1	–1	–1	–1	–1	–1	8	–1	–1	–1	–1	–1	–1	–1

Таблица 4.34 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимости, усл. ед.	Обозначение факторов								
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9
из «0» в «+1»	1,0	1,0	1,0	15,0	5,0	100,0	100,0	30,0	6,0
из «0» в «–1»	1,2	1,2	1,2	9,0	7,0	0,0	0,0	25,0	2,0
из «–1» в «+1»	2,0	2,0	2,0	30,0	10,0	200,0	200,0	60,0	12,0
из «+1» в «–1»	2,4	2,4	2,4	18,0	14,0	0,0	0,0	50,0	4,0

Стоимости реализации планов эксперимента представлены в табл. 4.35, а выигрыши по сравнению с исходным планом и планом максимальной стоимости – в табл. 4.36.

Таблица 4.35 – Стоимости реализации планов эксперимента

Этап	Стоимость исходного плана, $ST_{исх}$, усл. ед.	Стоимость оптимального плана, $ST_{опт}$, усл. ед.	Максимальная стоимость ST_{max}, усл. ед.
1	976,4	290,0	1650,8
2	1114,4	344,0	1812,8

Таблица 4.36 – Выигрыши по сравнению с исходным планом и планом максимальной стоимости

Этап	Выигрыш	
	$ST_{исх}$ / $ST_{опт}$	ST_{max} / $ST_{опт}$
1	3,37	5,69
2	3,24	5,27

На примерах исследования технологических процессов в производстве радиоэлектронной аппаратуры показана эффективность оптимального по стоимостным затратам планирования эксперимента. При этом методом анализа перестановок строк матрицы планирования и методом, основанном на использовании символьных последовательностей, синтезированы оптимальные планы Плакетта-Бермана для испытания радиоэлектронных устройств и план ДФЭ для исследования процесса изготовления армированных деталей.

4.2 Оптимальное планирование эксперимента при исследовании процессов механической обработки

4.2.1 Процесс получения пористых материалов

Известно применение метода ветвей и границ для оптимизации композиционных планов второго порядка, которые используют при построении квадратичных математических моделей исследуемых объектов [17]. Разработан также алгоритм оптимизации композиционных планов второго порядка методом последовательного приближения [23].

Поэтому целесообразно выполнить оптимизацию моделирования процесса получения пористых материалов с оптимальными механическими свойствами методами ветвей и границ и последовательного приближения, провести сравнительный анализ результатов, полученных этими методами [99].

В работе [121] для выявления влияния характеристик термических режимов обработки на механические свойства обрабатываемого материала строили математическую модель процесса термической обработки пористого материала. В качестве показателей процесса, характеризующих поведение материала при деформации и разрушении от действия внешних нагрузок, были взяты модуль упругости Y_1 и прочность материала Y_2. В качестве факторов, характеризующих термический режим обработки, были взяты температура термического процесса X_1, время термического воздействия X_2, влажность материала X_3 и пористость материала X_4.

Исходный план ортогонального центрального композиционного планирования (ОЦКП), в соответствии с которым проводили исследование, приведен в табл. 4.37.

Оптимизацию плана выполнения эксперимента осуществляли с использованием следующих критериев:

1. Суммарная стоимость проведения эксперимента

$$S_0 = \sum_{j=2}^{n} \sum_{i=1}^{k} S_{i,j} \to min, \qquad (4.13)$$

где n – количество опытов; k – количество факторов; $S_{i,j}$ – стоимость установки i-го фактора в j-м опыте.

2. Суммарное время проведения эксперимента

$$t_0 = \sum_{j=2}^{n} \sum_{i=1}^{k} t_{i,j} \to min, \qquad (4.14)$$

где $t_{i,j}$ – время установки i-го фактора в j-м опыте.

Таблица 4.37 – Исходный и оптимальные планы ОЦКП

Исходный план					Оптимальный план 1					Оптимальный план 2				
Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4
1	+1	+1	+1	+1	18	+a	0	0	0	17	-a	0	0	0
2	-1	+1	+1	+1	7	+1	-1	-1	+1	8	-1	-1	-1	+1
3	+1	-1	+1	+1	15	+1	-1	-1	-1	6	-1	+1	-1	+1
4	-1	-1	+1	+1	13	+1	+1	-1	-1	14	-1	+1	-1	-1
5	+1	+1	-1	+1	5	+1	+1	-1	+1	16	-1	-1	-1	-1
6	-1	+1	-1	+1	1	+1	+1	+1	+1	12	-1	-1	+1	-1
7	+1	-1	-1	+1	9	+1	+1	+1	-1	10	-1	+1	+1	-1
8	-1	-1	-1	+1	11	+1	-1	+1	-1	2	-1	+1	+1	+1
9	+1	+1	+1	-1	3	+1	-1	+1	+1	4	-1	-1	+1	+1
10	-1	+1	+1	-1	19	0	-a	0	0	22	0	0	+a	0
11	+1	-1	+1	-1	20	0	+a	0	0	23	0	0	0	-a
12	-1	-1	+1	-1	25	0	0	0	0	24	0	0	0	+a
13	+1	+1	-1	-1	24	0	0	0	+a	25	0	0	0	0
14	-1	+1	-1	-1	23	0	0	0	-a	19	0	-a	0	0
15	+1	-1	-1	-1	22	0	0	+a	0	20	0	+a	0	0
16	-1	-1	-1	-1	21	0	0	-a	0	21	0	0	-a	0
17	-a	0	0	0	8	-1	-1	-1	+1	5	+1	+1	-1	+1
18	+a	0	0	0	16	-1	-1	-1	-1	7	+1	-1	-1	+1
19	0	-a	0	0	14	-1	+1	-1	-1	15	+1	-1	-1	-1
20	0	+a	0	0	6	-1	+1	-1	+1	13	+1	+1	-1	-1
21	0	0	-a	0	2	-1	+1	+1	+1	9	+1	+1	+1	-1
22	0	0	+a	0	10	-1	+1	+1	-1	11	+1	-1	+1	-1
23	0	0	0	-a	12	-1	-1	+1	-1	3	+1	-1	+1	+1
24	0	0	0	+a	4	-1	-1	+1	+1	1	+1	+1	+1	+1
25	0	0	0	0	17	-a	0	0	0	18	+a	0	0	0

3. Обобщенный критерий стоимости и времени проведения эксперимента

$$\frac{K_1}{N_1}\sum S_{i\to j}+\frac{K_2}{N_2}\sum t_{i\to j}\to min, \qquad (4.15)$$

где $S_{i \to j}$ – стоимость перехода из i-го эксперимента в j-й; $t_{i \to j}$ – время перехода из i-го эксперимента в j-й; K_1,K_2 – весовые коэффициенты для стоимостного и временного параметра оптимизации соответственно; N_1,N_2 – нормирующие значения для стоимостного и временного параметра оптимизации соответственно.

Нормирующие значения определяют следующим образом:

$$N_1 = max\left\{ S_{1\to 2}, S_{1\to 3}, ..., S_{2\to 1}, S_{2\to 3}, ..., S_{i\to j}, ..., S_{n-1\to n} \right\};$$
$$N_2 = max\left\{ t_{1\to 2}, t_{1\to 3}, ..., t_{2\to 1}, t_{2\to 3}, ..., t_{i\to j}, ..., t_{n-1\to n} \right\}. \quad (4.16)$$

Весовые коэффициенты K_1, K_2 позволяют варьировать значимость соответствующего параметра оптимизации. Чем выше значение весового коэффициента, тем выше значимость соответствующего параметра оптимизации.

Стоимости и время изменений значений уровней факторов приведены в табл. 4.38. Стоимость реализации эксперимента по исходному плану составляет $S_{исх}$ = 3025 усл. ед., а время – $t_{исх}$ = =97561с.

С помощью прикладной программы, реализующей метод ветвей и границ, оптимизируем исходный план проведения эксперимента по критерию минимальной стоимости реализации эксперимента (формула (4.13)). В результате был получен оптимальный по стоимости реализации план эксперимента, представленный в табл. 4.37 (оптимальный план 1). Стоимость реализации эксперимента по этому плану составляет $S_{опт,1}$ = 553,5 усл.ед., а время – $t_{опт,1}$ = =13316 с. Таким образом, выигрыш в стоимости реализации эксперимента составляет B_{s1} = 5,47 по сравнению с исходным планом, а во времени – B_{t1} = 7,33.

Таблица 4.38 –Стоимости и время изменений значений уровней факторов

Стоимости изменений уровней факторов, усл. ед.	Обозначение факторов				Время изменений уровней факторов, с	Обозначение факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4
из "-a" в "-1"	40	10	2	3	из "-a" в "-1"	720	1	60	60
из "-a" в "0"	140	30	7	2,5	из "-a" в "0"	2520	3	210	60
из "-a" в "+1"	240	50	12	2	из "-a" в "+1"	4320	5	360	60
из "-a" в "+a"	280	58	14	1,8	из "-a" в "+a"	5040	5,8	420	60
из "-1" в "-a"	20	2	6	4,2	из "-1" в "-a"	1440	0,2	120	60
из "-1" в "0"	100	30	5	2,5	из "-1" в "0"	1800	3	150	60
из "-1" в "+1"	200	50	10	2	из "-1" в "+1"	3600	5	300	60
из "-1" в "+a"	240	58	12	1,8	из "-1" в "+a"	4320	5,8	360	60

Продолжение табл. 4.38

Стоимости изменений уровней факторов, усл. ед.	Обозначение факторов				Время изменений уровней факторов, с	Обозначение факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4
из "0" в "-а"	70	2	21	4,2	из "0" в "-а"	5040	0,2	420	60
из "0" в "-1"	50	10	15	3	из "0" в "-1"	3600	1	300	60
из "0" в "+1"	100	50	5	2	из "0" в "+1"	1800	5	150	60
из "0" в "+а"	140	58	7	1,8	из "0" в "+а"	2520	5,8	210	60
из "+1" в "-а"	120	2	36	4,2	из "+1" в "-а"	8640	0,2	720	60
из "+1" в "-1"	100	10	30	3	из "+1" в "-1"	7200	1	600	60
из "+1" в "0"	50	30	15	2,5	из "+1" в "0"	3600	3	150	60
из "+1" в "+а"	40	58	2	1,8	из "+1" в"+а"	720	5,8	60	60
из "+ а " в "-а"	140	2	42	4,2	из "+ а " в "а"	10080	0,2	840	60
из "+ а " в "-1"	120	10	36	3	из "+ а " в "1"	8640	1	720	60
из "+ а " в "0"	70	30	21	2,5	из "+ а " в "0"	5040	3	420	60
из "+ а " в "+1"	20	50	6	2	из "+ а " в "+1"	1440	5	120	60

Аналогично проведем оптимизацию исходного плана методом ветвей и границ по критерию минимального времени реализации эксперимента (формула (4.14)). Полученный план проведения эксперимента представлен в табл. 4.37 (оптимальный план 2). Время реализации эксперимента по этому плану составляет – $t_{опт,2}$ = =7155 с, а стоимость – $S_{опт,2}$ = 853,5 усл. ед. Таким образом, выигрыш во времени реализации эксперимента составляет B_{t2} = 12,58 по сравнению с исходным планом, а в стоимости – B_{s2} = 3,54.

Аналогично с помощью прикладной программы, реализующей метод последовательного приближения, проведем оптимизацию исходного плана по критериям 1 и 2.

В результате были получены оптимальные по стоимости (оптимальный план 3) и времени (оптимальный план 4) планы проведения эксперимента, которые представлены в табл. 4.39.

Таблица 4.39 – Оптимальные планы ОЦКП

Оптимальный план 3					Оптимальный план 4				
Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4
18	+а	0	0	0	17	-а	0	0	0
7	+1	-1	-1	+1	4	-1	-1	+1	+1
15	+1	-1	-1	-1	2	-1	+1	+1	+1
13	+1	+1	-1	-1	10	-1	+1	+1	-1
5	+1	+1	-1	+1	12	-1	-1	+1	-1

Оптимальный план 3					Оптимальный план 4				
Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4
1	+1	+1	+1	+1	16	-1	-1	-1	-1
9	+1	+1	+1	-1	14	-1	+1	-1	-1
11	+1	-1	+1	-1	6	-1	+1	-1	+1
3	+1	-1	+1	+1	8	-1	-1	-1	+1
20	0	+a	0	0	21	0	0	-a	0
19	0	-a	0	0	20	0	+a	0	0
21	0	0	-a	0	19	0	-a	0	0
25	0	0	0	0	24	0	0	0	+a
23	0	0	0	-a	23	0	0	0	-a
24	0	0	0	+a	25	0	0	0	0
22	0	0	+a	0	22	0	0	+a	0
4	-1	-1	+1	+1	1	+1	+1	+1	+1
12	-1	-1	+1	-1	3	+1	-1	+1	+1
10	-1	+1	+1	-1	11	+1	-1	+1	-1
2	-1	+1	+1	+1	9	+1	+1	+1	-1
6	-1	+1	-1	+1	13	+1	+1	-1	-1
14	-1	+1	-1	-1	15	+1	-1	-1	-1
16	-1	-1	-1	-1	7	+1	-1	-1	+1
8	-1	-1	-1	+1	5	+1	+1	-1	+1
17	-a	0	0	0	18	+a	0	0	0

Стоимость проведения экспериментов по оптимальному плану 3 составляет $S_{опт,3}$ = 553,5 усл. ед., а время – $t_{опт,3}$ = 13466 с. Таким образом, выигрыш в стоимости реализации эксперимента составляет B_{s3} = 5,47 по сравнению с исходным планом, а во времени – B_{t3} = 7,24. Время реализации эксперимента по оптимальному плану 4 составляет $t_{опт,4}$ = 7909 с, а стоимость – $S_{опт,4}$ = 853,5 усл. ед. Таким образом, выигрыш во времени реализации эксперимента составляет B_{t4} = 12,34 по сравнению с исходным планом, а в стоимости – B_{s4} = 3,54.

Используя метод ветвей и границ, проведем двухпараметрическую оптимизацию (формула (4.15)) исходного композиционного плана. С помощью прикладной программы были получены оптимальные планы для весовых коэффициентов K_1 = 1, K_2 = 1; K_1 = 2, K_2 = 1 и K_1 = 1, K_2 = 2 (оптимальные планы 5, 6, 7 соответственно), которые приведены в табл. 4.40. Стоимость и время реализации эксперимента по этим планам, а также полученные выигрыши представлены в табл. 4.40.

Таблица 4.40 – Оптимальные планы ОЦКП

Оптимальный план 5 (K_1=1, K_2=1)					Оптимальный план 6 (K_1=2; K_2=1)					Оптимальный план 7 (K_1=1, K_2=2)				
Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4
17	-a	0	0	0	18	+a	0	0	0	17	-a	0	0	0
16	-1	-1	-1	-1	15	+1	-1	-1	-1	16	-1	-1	-1	-1
8	-1	-1	-1	+1	7	+1	-1	-1	+1	8	-1	-1	-1	+1
6	-1	+1	-1	+1	5	+1	+1	-1	+1	6	-1	+1	-1	+1
14	-1	+1	-1	-1	13	+1	+1	-1	-1	14	-1	+1	-1	-1
10	-1	+1	+1	-1	9	+1	+1	+1	-1	10	-1	+1	+1	-1
2	-1	+1	+1	+1	1	+1	+1	+1	+1	2	-1	+1	+1	+1
4	-1	-1	+1	+1	3	+1	-1	+1	+1	4	-1	-1	+1	+1
12	-1	-1	+1	-1	11	+1	-1	+1	-1	12	-1	-1	+1	-1
19	0	-a	0	0	19	0	-a	0	0	22	0	0	+a	0
20	0	+a	0	0	20	0	+a	0	0	25	0	0	0	0
25	0	0	0	0	25	0	0	0	0	24	0	0	0	+a
23	0	0	0	-a	24	0	0	0	+a	23	0	0	0	-a
24	0	0	0	+a	23	0	0	0	-a	19	0	-a	0	0
22	0	0	+a	0	22	0	0	+a	0	20	0	+a	0	0
21	0	0	-a	0	21	0	0	-a	0	21	0	0	-a	0
7	+1	-1	-1	+1	8	-1	-1	-1	+1	7	+1	-1	-1	+1
15	+1	-1	-1	-1	16	-1	-1	-1	-1	15	+1	-1	-1	-1
13	+1	+1	-1	-1	14	-1	+1	-1	-1	13	+1	+1	-1	-1
5	+1	+1	-1	+1	6	-1	+1	-1	+1	5	+1	+1	-1	+1
1	+1	+1	+1	+1	2	-1	+1	+1	+1	1	+1	+1	+1	+1
9	+1	+1	+1	-1	10	-1	+1	+1	-1	9	+1	+1	+1	-1
11	+1	-1	+1	-1	12	-1	-1	+1	-1	11	+1	-1	+1	-1
3	+1	-1	+1	+1	4	-1	-1	+1	+1	3	+1	-1	+1	+1
18	+a	0	0	0	17	-a	0	0	0	18	+a	0	0	0
$S_{опт.5}$ = 694,5			B_{s5} = 4,36		$S_{опт.6}$ = 554,5			B_{s6} = 5,46		$S_{опт.7}$ = 704,5			B_{s7} = 4,29	
$t_{опт.5}$ = 8276			B_{t5}= 11,79		$t_{опт.6}$ = 13316			B_{t6} = 7,33		$t_{опт.7}$ = 7979			B_{t7} = 12,2	

Аналогично проведем оптимизацию исходного плана методом последовательного приближения для тех же значений весовых коэффициентов. В результате были получены оптимальные по стоимости и времени реализации планы проведения экспериментов, представленные в табл. 4.41.

Таблица 4.41 – Оптимальные планы ОЦКП

Оптимальный план 8 (K_1=1, K_2=1)					Оптимальный план 9 (K_1=2; K_2=1)					Оптимальный план 10 (K_1=1, K_2=2)				
Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов				Номер опыта	Обозначение факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4
17	-a	0	0	0	18	+a	0	0	0	17	-a	0	0	0
4	-1	-1	+1	+1	11	+1	-1	+1	-1	16	-1	-1	-1	-1
12	-1	-1	+1	-1	3	+1	-1	+1	+1	8	-1	-1	-1	+1
10	-1	+1	+1	-1	1	+1	+1	+1	+1	6	-1	+1	-1	+1
2	-1	+1	+1	+1	9	+1	+1	+1	-1	14	-1	+1	-1	-1
6	-1	+1	-1	+1	13	+1	+1	-1	-1	10	-1	+1	+1	-1
14	-1	+1	-1	-1	5	+1	+1	-1	+1	2	-1	+1	+1	+1
16	-1	-1	-1	-1	7	+1	-1	-1	+1	4	-1	-1	+1	+1
8	-1	-1	-1	+1	15	+1	-1	-1	-1	12	-1	-1	+1	-1
21	0	0	-a	0	20	0	+a	0	0	22	0	0	+a	0
20	0	+a	0	0	19	0	-a	0	0	25	0	0	0	0
19	0	-a	0	0	25	0	0	0	0	24	0	0	0	+a
24	0	0	0	+a	21	0	0	-a	0	23	0	0	0	-a
23	0	0	0	-a	24	0	0	0	+a	21	0	0	-a	0
25	0	0	0	0	23	0	0	0	-a	20	0	+a	0	0
22	0	0	+a	0	22	0	0	+a	0	19	0	-a	0	0
11	+1	-1	+1	-1	4	-1	-1	+1	+1	3	+1	-1	+1	+1
3	+1	-1	+1	+1	12	-1	-1	+1	-1	11	+1	-1	+1	-1
1	+1	+1	+1	+1	10	-1	+1	+1	-1	9	+1	+1	+1	-1
9	+1	+1	+1	-1	2	-1	+1	+1	+1	1	+1	+1	+1	+1
13	+1	+1	-1	-1	6	-1	+1	-1	+1	5	+1	+1	-1	+1
5	+1	+1	-1	+1	14	-1	+1	-1	-1	13	+1	+1	-1	-1
7	+1	-1	-1	+1	16	-1	-1	-1	-1	15	+1	-1	-1	-1
15	+1	-1	-1	-1	8	-1	-1	-1	+1	7	+1	-1	-1	+1
18	+a	0	0	0	17	-a	0	0	0	18	+a	0	0	0
$S_{опт.8}$ = 704,5			B_{s8} = 4,29		$S_{опт.9}$ = 554,5			B_{s9} = 5,46		$S_{опт.10}$ = 694,5			B_{s10} = 4,35	
$t_{опт.8}$ = 8129			B_{t8}= 12		$t_{опт.9}$ = 13616			B_{t9} = 7,17		$t_{опт.10}$ = 8576			B_{t10} = 11,3	

Проведем сравнительный анализ рассмотренных методов оптимизации. Объем памяти требуемой для работы программы, реализующий метод ветвей и границ, при решении рассмотренных задач составляет 147 МБ. Время

решения этим методом составило 3 с. Объем памяти ЭВМ, необходимый для работы программы, реализующий метод последовательного приближения, при решении тех же задач, составляет 10 МБ. Время решения данным методом близко к 0 с. Результаты оптимизации рассмотренными методами приведены в табл. 4.42.

Таблица 4.42 – Сравнительный анализ результатов оптимизации

Критерий оптимизации	Метод ветвей и границ		Метод последовательного приближения	
	B_s	B_t	B_s	B_t
Формула (4.13)	5,47	7,33	5,47	7,24
Формула (4.14)	3,54	12,58	3,54	12,34
Формула (4.15) при K_1=1, K_2=1	4,36	11,79	4,29	12
Формула (4.15) при K_1=2, K_2=1	5,46	7,33	5,46	7,17
Формула (4.15) при K_1=1, K_2=2	4,29	12,23	4,35	11,37

Таким образом, метод ветвей и границ требует значительно большего объема памяти ЭВМ и имеет несколько большее время решения задачи по сравнению с методом последовательного приближения. Однако, как видно из табл. 4.42, он позволяет получать большие выигрыши в стоимости и времени реализации эксперимента.

Выполнение оптимизации плана проведения эксперимента методами ветвей и границ или последовательного приближения позволяет значительно сократить затраты и время на его проведение. Метод ветвей и границ дает возможность получать большие выигрыши в стоимости и времени реализации эксперимента по сравнению с методом последовательного приближения, однако требует значительно большего объема памяти ЭВМ и имеет несколько большее время решения задачи.

При оптимизации исходного плана (см. табл. 4.37) методами, разработанными в разделе 3, получены следующие выигрыши по стоимости и времени реализации: 5,88 и 12,9 раза соответственно.

4.2.2 Процесс прессования корпуса катера из стеклопластика

В работе [85] решается задача оптимизации процесса прессования корпуса катера из стеклопластика.

Недостатком данного исследования является то, что в нем не учтена стоимость экспериментов, выполненных по плану дробного факторного эксперимента (ДФЭ). Целесообразно синтезировать оптимальный по стоимостным затратам план эксперимента для проведения указанного исследования [86].

При решении задачи оптимизации процесса прессования корпуса катера из стеклопластика в качестве основных факторов были выбраны [85]:

X_1 – удельное давление прессования; X_2 – время приложения давления прессования; X_3 – температура процесса в период приложения давления; X_4 – температура окончательного отвердевания; X_5 – время выдержки при отвердевании. Задача оптимизации заключалась в нахождении таких значений указанных независимых переменных, которые обеспечивают получение стеклопластикового корпуса с максимальным значением прочностной характеристики.

Исходный план ДФЭ 2^{5-2} [85] представлен в табл. 4.43, а стоимости изменений значений уровней факторов при исследовании – в табл. 4.44.

Таблица 4.43 – Исходный план эксперимента

Номер опыта	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	–1	–1	–1	–1	–1
2	+1	+1	–1	–1	–1
3	–1	–1	+1	+1	–1
4	+1	–1	+1	–1	+1
5	–1	+1	+1	–1	+1
6	+1	–1	–1	+1	+1
7	–1	+1	–1	+1	+1
8	+1	+1	+1	+1	–1

Таблица 4.44 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимости изменений значений уровней факторов, усл. ед.	Обозначение факторов				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
из «–1» в «+1»	15,0	20,0	25,0	36,0	12,0
из «+1» в «–1»	2,5	5,0	15,0	20,0	2,0
из «0» в «–1»	1,5	2,5	8,0	10,0	1,0
из «0» в «+1»	8,0	10,0	13,0	15,0	5,0

С помощью описанного в разделе 2 метода синтезирован оптимальный по стоимости проведения план ДФЭ.

Стоимость оптимального плана эксперимента (табл.4.45) равна 219,5 усл. ед. Стоимость исходного плана эксперимента равна 331,5 усл. ед, а максимальная стоимость – 470 усл. ед.

Анализируя полученные результаты, можно отметить, что получен выигрыш в стоимости реализации оптимального плана эксперимента в 1,5 раза по сравнению с исходным и в 2,1 раза по сравнению с планом максимальной стоимости.

Таблица 4.45 – Оптимальный план эксперимента

Номер опыта	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
6	+1	–1	–1	+1	+1
7	–1	+1	–1	+1	+1
8	+1	+1	+1	+1	–1
3	–1	–1	+1	+1	–1
4	+1	–1	+1	–1	+1
5	–1	+1	+1	–1	+1
2	+1	+1	–1	–1	–1
1	–1	–1	–1	–1	–1

На примере рассмотрения задачи оптимизации процесса прессования корпуса катера из стеклопластика доказана эффективность применения оптимального по стоимостным затратам метода планирования эксперимента.

4.2.3 Технологический процесс изготовления пластин малой толщины

Точечная сварка является наиболее распространенным способом сварки, на ее долю приходится около восьмидесяти процентов всех соединений, выполняемых контактной сваркой. Актуальной является проблема повышения эффективности исследования процесса сварки, направленного на получение адекватной математической модели процесса при минимальных временных и стоимостных затратах. В дальнейшем математическая модель используется для поиска оптимального режима сварки, который обеспечивает наибольшую прочность. Поэтому необходимо исследовать процесс точечной сварки пластин стали электротехнической малой толщины с использованием сварочной машины. Для этого с применением программы [11] надо определить оптимальный по стоимости реализации план эксперимента, построить математическую модель процесса, с помощью которой определить оптимальный режим сварки. Сварка пластин производится на сварочной машине ТКМ-4 [122]. Напряжение зарядки конденсаторов составляет 500 В. Диаметр электродов 2 мм. Толщина сварных пластин стали электротехнической составляет 0,1 мм.

Проведен эксперимент по определению оптимального режима точечной сварки пластин малой толщины [123]. В качестве факторов рассматривались емкость конденсаторов, коэффициент трансформации, усилие на электродах. В качестве параметра оптимизации выбрано усилие разрыва сварных пластин на разрывной машине РМУ-0,05.

Функция отклика процесса сварки выглядит следующим образом:

$$Y = f(X_1, X_2, X_3), \qquad (4.16)$$

где Y – усилие разрыва сварных пластин, Н; X_1 – емкость конденсаторов, мкФ; X_2 – коэффициент трансформации; X_3 – усилие на электродах, Н.

Для указанного процесса проведен полный факторный эксперимент типа 2^k, где k=3. Натуральные значения факторов и соответствующие им кодированные значения представлены в табл. 4.46.

Стоимости изменений значений уровней факторов приведены в табл. 4.47. Начальная матрица планирования, представленная в табл. 4.48, была оптимизирована по стоимости реализации эксперимента с помощью описанного в разделе 2 метода.

Таблица 4.46 – Натуральные и кодированные значения факторов

Уровни факторов	Факторы		
	X_1	X_2	X_3
	Емкость конденсаторов, мкФ	Коэффициент трансформации	Усилие на электродах, Н
–1	30	75	20
+1	120	150	80

Таблица 4.47 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Стоимости изменений, усл. ед.	Факторы		
	X_1	X_2	X_3
из «–1» в «+1»	2,5	2,0	1,5
из «+1» в «–1»	3,0	2,5	2,0

Порядок проведения оптимального по стоимости реализации плана эксперимента представлен в табл. 4.48.

Таблица 4.48 – Начальный и оптимальный по стоимости реализации планы эксперимента

Начальный план				Оптимальный план			
Номер опыта	Факторы			Номер опыта	Факторы		
	X_1	X_2	X_3		X_1	X_2	X_3
1	–1	–1	–1	7	–1	+1	+1
2	+1	–1	–1	3	–1	+1	–1
3	–1	+1	–1	1	–1	–1	–1
4	+1	+1	–1	5	–1	–1	+1
5	–1	–1	+1	6	+1	–1	+1
6	+1	–1	+1	2	+1	–1	–1
7	–1	+1	+1	4	+1	+1	–1
8	+1	+1	+1	8	+1	+1	+1

Стоимость реализации эксперимента по оптимальному плану составляет 14 усл. ед., тогда как стоимость реализации исходной матрицы 27 усл. ед., а максимальная стоимость равна 42 усл .ед. Таким образом, достигнут выигрыш по стоимости реализации в 1,93 раза по сравнению с начальным планом эксперимента и в 3,00 раза по сравнению с планом максимальной стоимости.

В результате реализации эксперимента по оптимальному плану получена математическая модель процесса точечной сварки пластин малой толщины в виде

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_{12}X_1X_2 + b_{13}X_1X_3 + \\ + b_{23}X_2X_3 + b_{123}X_1X_2X_3 \qquad (4.17)$$

и оптимальные режимы сварки. Значения коэффициентов математической модели и оптимальные режимы сварки приведены в приложении А.

4.2.4 Технологический процесс изготовления деталей горячей штамповкой

На основании априорной информации [124,125] в качестве критерия оптимизации процесса была выбрана толщина детали $h_{дет}$, а доминирующими – следующие факторы: X_1 – температура нагрева заготовки, °С (1000,…,1200); X_2 – время нагрева заготовки, мин (5,…,22); X_3 – температура нагрева штампа, °С (150,…,300). Исходная матрица планирования полного факторного эксперимента 2^3 представлена в табл. 4.49, а стоимости и время изменения уровней факторов – в табл. 4.50 и 4.51.

Оптимальные по стоимостным и временным затратам планы эксперимента [126], полученные с использованием разработанного метода, приведены в табл. 4.49.

Таблица 4.49 – Исходный и оптимальные по стоимостным и временным затратам планы эксперимента

Планы эксперимента											
Исходный				Оптимальный по стоимости				Оптимальный по времени			
№ п/п	X_1	X_2	X_3	№	X_1	X_2	X_3	№	X_1	X_2	X_3
1	–1	–1	–1	8	+1	+1	+1	4	+1	+1	–1
2	+1	–1	–1	4	+1	+1	–1	8	+1	+1	+1
3	–1	+1	–1	2	+1	–1	–1	6	+1	–1	+1
4	+1	+1	–1	6	+1	–1	+1	2	+1	–1	–1
5	–1	–1	+1	5	–1	–1	+1	1	–1	–1	–1
6	+1	–1	+1	7	–1	+1	+1	3	–1	+1	–1
7	–1	+1	+1	3	–1	+1	–1	7	–1	+1	+1
8	+1	+1	+1	1	–1	–1	–1	5	–1	–1	+1

Стоимость реализации эксперимента по оптимальному плану составляет 85 усл.ед., тогда как стоимость реализации исходной матрицы планирования – 428,5 усл.ед. Таким образом, достигнут выигрыш по стоимости реализации в 5 раз по сравнению с исходным планом.

Таблица 4.50 – Стоимости изменений уровней факторов

Стоимости изменений, усл. ед.	Обозначение факторов		
	X_1	X_2	X_3
из «0» в «+1»	60	14	15
из «0» в «–1»	50	3	7,5
из «–1» в «+1»	60	14	7,5
из «+1» в «–1»	50	3	3,75

Таблица 4.51 – Время изменений уровней факторов

Время изменений, мин	Факторы		
	X_1	X_2	X_3
из «0» в «+1»	30	22	7,5
из «0» в «–1»	25	5	3,75
из «–1» в «+1»	30	22	3,75
из «+1» в «–1»	25	5	7,5

Время реализации эксперимента по оптимальному плану составляет 72 мин, тогда как время реализации исходной матрицы планирования – 247,75 мин. Таким образом, достигнут выигрыш по времени реализации эксперимента в 3,4 раза по сравнению с исходным планом.

В результате реализации эксперимента по оптимальному по стоимости проведения плану получена математическая модель процесса изготовления детали горячей штамповкой в виде

$$h_{дет} = b_0 + \sum_{i=1}^{3} b_i X_i \qquad (4.18)$$

и оптимальные режимы обработки детали. Значения коэффициентов математической модели процесса и оптимальные режимы обработки детали приведены в работе [126] и в приложении А.

4.2.5 Процесс обслуживания станков с числовым программным управлением

При проектировании, обслуживании и ремонте технических систем, в том числе и станков с числовым программным управлением (ЧПУ), возникает задача построения их математических моделей. В этом случае полученные модели используют для поиска оптимальных параметров, режимов работы систем, их обслуживания и ремонта.

Решение таких задач предусматривает выбор эффективного метода построения математической модели объекта исследования.

В работе [87] с применением методов планирования эксперимента выполнено исследование, моделирование и оптимизация процессов повышения производительности станков с ЧПУ, увеличения объема выпуска деталей этими станками.

Недостатком исследования является то, что не учтены затраты времени на проведение активных экспериментов, а это очень важно при выполнении экспериментов в промышленных условиях.

Поэтому целесообразно синтезировать оптимальные по временным затратам планы эксперимента для проведения указанных исследований [127].

При исследовании участка цеха станков с числовым программным управлением в качестве критерия оптимизации было выбрано [87] суммарное время $\overline{y}$ работы станков с ЧПУ. Доминирующими факторами, которые влияют на этот показатель, были выбраны: X_1 – время выполнения профилактики t_n, ч; X_2 – число $y_ц$ станков с ЧПУ; X_3 – время работы станков на протяжении суток t_c , ч; X_4 – периодичность профилактики t_0 , ч.

Начальный план полного факторного эксперимента (ПФЭ), в соответствии с которым выполняли исследование производительности участка цеха, приведен в табл. 4.52.

Проведем оптимизацию начального плана ПФЭ по критерию суммарного времени на реализацию эксперимента. Временные изменения значений уровней факторов приведены в табл. 4.53.

С помощью пакета прикладных программ [10] синтезированы оптимальные по времени реализации планы эксперимента, полученные в результате анализа перестановок строк начальной матрицы планирования (проанализировано 50000 вариантов) и методом, основанным на использовании серийных последовательностей. Матрицы планирования оптимальных планов представлены в табл. 4.52.

Таблица 4.52 – Начальный и оптимальные планы ПФЭ

Начальный план					Оптимальные планы									
					Анализ перестановок					Оптимальный план				
Номер опыта	Обозначения факторов				Номер опыта	Обозначения факторов				Номер опыта	Обозначения факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4
1	–1	–1	–1	–1	5	–1	–1	+1	–1	1	–1	–1	–1	–1
2	+1	–1	–1	–1	6	+1	–1	+1	–1	2	+1	–1	–1	–1
3	–1	+1	–1	–1	7	–1	+1	+1	–1	3	–1	+1	–1	–1
4	+1	+1	–1	–1	8	+1	+1	+1	–1	4	+1	+1	–1	–1
5	–1	–1	+1	–1	4	+1	+1	–1	–1	5	–1	–1	+1	–1
6	+1	–1	+1	–1	2	+1	–1	–1	–1	6	+1	–1	+1	–1

Начальный план					Оптимальные планы									
					Анализ перестановок					Оптимальный план				
Номер опыта	Обозначения факторов				Номер опыта	Обозначения факторов				Номер опыта	Обозначения факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4		X_1	X_2	X_3	X_4
7	–1	+1	+1	–1	1	–1	–1	–1	–1	7	–1	+1	+1	–1
8	+1	+1	+1	–1	3	–1	+1	–1	–1	8	+1	+1	+1	–1
9	–1	–1	–1	+1	9	–1	–1	–1	+1	9	–1	–1	–1	+1
10	+1	–1	–1	+1	10	+1	–1	–1	+1	10	+1	–1	–1	+1
11	–1	+1	–1	+1	11	–1	+1	–1	+1	11	–1	+1	–1	+1
12	+1	+1	–1	+1	12	+1	+1	–1	+1	12	+1	+1	–1	+1
13	–1	–1	+1	+1	13	–1	–1	+1	+1	13	–1	–1	+1	+1
14	+1	–1	+1	+1	14	+1	–1	+1	+1	14	+1	–1	+1	+1
15	–1	+1	+1	+1	15	–1	+1	+1	+1	15	–1	+1	+1	+1
16	+1	+1	+1	+1	16	+1	+1	+1	+1	1	+1	+1	+1	+1

Таблица 4.53 – Временные изменения значений уровней факторов

Временные изменения значений уровней факторов, ч	Обозначение факторов			
	X_1	X_2	X_3	X_4
из «0» в «–1»	3,0	2,0	12,0	50,0
из «0» в «+1»	7,0	6,0	16,0	100,0
из «–1» в «+1»	7,0	6,0	16,0	100,0
из «+1» в «–1»	3,0	2,0	12,0	50,0

Временные затраты на реализацию экспериментов по оптимальным планам составляют: 215 ч (анализ перестановок, вариант 14791); 204,1 ч (разработанный метод). При этом временные затраты на реализацию начального плана равны 251 ч.

Таким образом, имеем следующие выигрыши по временным затратам на реализацию эксперимента:

а) план, полученный методом анализа перестановок, – в 1,17 раза по сравнению с начальным планом;

б) план, полученный методом, основанным на использовании серийных последовательностей, по сравнению с начальным планом имеет выигрыш в 1,23 раза.

Для оптимизации режима работы станков с ЧПУ [87] в качестве критерия был выбран объем $\overline{y}$ выпуска деталей сложной конфигурации, который необходимо увеличить в условиях производства. Доминирующими факторами, влияющими на этот показатель, были выбраны: X_1 – число станков на участке;

X_2 – время обработки одной детали, ч; X_3 – время переналадки и технического обслуживания станка, ч; X_4 – продолжительность рабочей смены, ч; X_5 – число специалистов, которые занимаются обслуживанием станков.

Начальный план ротатабельного центрального композиционного планирования (РЦКП), в основе которого лежит главная полуреплика 2^{5-1} с генерирующим соотношением $X_5 = =X_1X_2X_3X_4$ и в соответствии с которым выполняли исследование режимов работы станков с ЧПУ [87], приведен в табл. 4.54.

Проведем оптимизацию начального плана РЦКП по критерию суммарного времени реализации эксперимента. Временные изменения значений уровней факторов приведены в табл. 4.55.

Таблица 4.54 – Начальный и оптимальный планы РЦКП

Начальный план						Оптимальный план					
Номер опыта	Обозначение факторов					Номер опыта	Обозначение факторов				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	–1	+1	+1	+1	+1	24	0	0	0	+α	0
2	–1	+1	+1	+1	–1	23	0	0	0	–α	0
3	+1	–1	+1	+1	–1	25	0	0	0	0	–α
4	–1	–1	+1	+1	+1	26	0	0	0	0	+α
5	+1	+1	–1	+1	–1	27	0	0	0	0	0
6	–1	+1	–1	+1	+1	28	0	0	0	0	0
7	+1	–1	–1	+1	+1	29	0	0	0	0	0
8	–1	–1	–1	+1	–1	30	0	0	0	0	0
9	+1	+1	+1	–1	–1	31	0	0	0	0	0
10	–1	+1	+1	–1	+1	32	0	0	0	0	0
11	+1	–1	+1	–1	+1	21	0	0	–α	0	0
12	–1	–1	+1	–1	–1	22	0	0	+α	0	0
13	+1	+1	–1	–1	+1	17	–α	0	0	0	0
14	–1	+1	–1	–1	–1	18	+α	0	0	0	0
15	+1	–1	–1	–1	–1	19	0	–α	0	0	0
16	–1	–1	–1	–1	+1	20	–1	+α	0	0	0
17	–α	0	0	0	0	15	–1	–1	–1	–1	–1
18	+α	0	0	0	0	16	–1	–1	–1	–1	+1
19	0	–α	0	0	0	11	+1	–1	+1	–1	+1
20	0	+α	0	0	0	12	–1	–1	+1	–1	–1
21	0	0	–α	0	0	9	+1	+1	+1	–1	–1
22	0	0	+α	0	0	10	–1	+1	+1	–1	+1
23	0	0	0	–α	0	13	+1	+1	–1	–1	+1

Продолжение табл. 4.54

Начальный план						Оптимальный план					
Номер опыта	Обозначение факторов					Номер опыта	Обозначение факторов				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
24	0	0	0	+α	0	14	–1	+1	–1	–1	–1
25	0	0	0	0	–α	5	+1	+1	–1	+1	–1
26	0	0	0	0	+α	6	–1	+1	–1	+1	+1
27	0	0	0	0	0	1	+1	+1	+1	+1	+1
28	0	0	0	0	0	2	–1	+1	+1	+1	–1
29	0	0	0	0	0	3	+1	–1	+1	+1	–1
30	0	0	0	0	0	4	–1	–1	+1	+1	+1
31	0	0	0	0	0	7	+1	–1	–1	+1	+1
32	0	0	0	0	0	8	–1	–1	–1	+1	–1

Таблица 4.55 – Временные изменения значений уровней факторов

Временные изменения значений уровней факторов, мин	Обозначения факторов				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
из «–α» в «–1»	5,0	240,0	180,0	360,0	120,0
из «–α» в «0»	10,0	300,0	240,0	480,0	80,0
из «–α» в «+1»	15,0	360,0	300,0	600,0	60,0
из «–α» в «+α»	20,0	420,0	300,0	720,0	48,0
из «–1» в «–α»	5,0	180,0	120,0	240,0	240,0
из «–1» в «0»	5,0	300,0	240,0	480,0	80,0
из «–1» в «+1»	10,0	360,0	300,0	600,0	60,0
из «–1» в «+α»	15,0	420,0	300,0	720,0	48,0
из «0» в «–α»	10,0	180,0	120,0	240,0	240,0
из «0» в «–1»	5,0	240,0	180,0	360,0	120,0
из «0» в «+1»	5,0	360,0	300,0	600,0	60,0
из «0» в «+α»	10,0	420,0	360,0	720,0	48,0
из «+1» в «–α»	15,0	180,0	120,0	240,0	240,0
из «+1» в «–1»	10,0	240,0	180,0	360,0	120,0
из «+1» в «0»	5,0	300,0	240,0	480,0	80,0
из «+1» в «+α»	5,0	420,0	300,0	720,0	48,0
из «+α» в «–α»	20,0	180,0	120,0	240,0	240,0
из «+α» в «–1»	15,0	240,0	180,0	360,0	120,0
из «+α» в «0»	10,0	300,0	240,0	480,0	80,0
из «+α» в «+1»	5,0	360,0	300,0	600,0	60,0

С помощью программы, которая реализует оптимизацию многофакторных планов эксперимента методом ветвей и границ, синтезирован близкий к оптимальному по времени проведения план РЦКП.

Временные затраты на реализацию эксперимента составляют: 8613 минут для начального плана; 6323 минуты для близкого к оптимальному плану. При этом имеем выигрыш по временным затратам на реализацию эксперимента в 1,36 раза по сравнению с начальным планом.

Временные затраты на реализацию оптимального плана эксперимента, полученного разработанным в разделе 2 методом, составляет 5742 минуты, а выигрыш – в 1,5 раза.

Таким образом, на примере исследования участка цеха станков с ЧПУ показана эффективность оптимального по временным затратам планирования эксперимента.

4.3 Оптимальное планирование эксперимента при исследовании технологических процессов пищевой промышленности

4.3.1 Технологический процесс приготовления фарша

В работе [128] с привлечением методов планирования эксперимента решена задача оптимизации технологического процесса обезжиривания пищевого рыбного фарша. Недостатком данного исследования является то, что не учитывается стоимость и время проведения эксперимента при синтезе планов эксперимента и их реализации. Поэтому необходимо синтезировать оптимальные по стоимостным и временным затратам планы эксперимента для исследования процесса обезжиривания пищевого фарша [129].

В работе [128] для нахождения оптимальных параметров процесса обезжиривания рыбного фарша из атерины черноморской изучали влияние степени измельчения δ рыбного фарша и продолжительности τ процесса на степень гидролиза у липидов мышечной ткани. При этом глубину гидролиза определяли по кислотному числу и выражали в количестве мг КОН. Исходный план полного факторного эксперимента при условии равноценности опытов матрицы планирования [128] приведен в табл. 4.56.

Таблица 4.56 – Исходный и оптимальные планы эксперимента

Исходный план			Оптимальный по стоимости			Оптимальный по времени		
Номер опыта	$X_1(\delta)$	$X_2(\tau)$	Номер опыта	$X_1(\delta)$	$X_2(\tau)$	Номер опыта	$X_1(\delta)$	$X_2(\tau)$
1	–1	–1	3	–1	+1	3	–1	+1
2	+1	–1	1	–1	–1	1	–1	–1
3	–1	+1	2	+1	–1	2	+1	–1
4	+1	+1	4	+1	+1	4	+1	+1

Стоимостные и временные затраты на изменение значений уровней факторов приведены в табл. 4.57.

Таблица 4.57 – Стоимость и время изменений значений уровней факторов

Фактор	Стоимость, усл. ед.		Время, ч	
	из «–1» в «+1»	из «+1» в «–1»	из «–1» в «+1»	из «–1» в «–1»
$X_1(\delta)$	3,0	9,0	1,2	3,6
$X_2(\tau)$	3,0	1,0	1,5	0,5

Оптимальные по стоимости и времени реализации планы эксперимента, полученные с помощью метода, основанного на использовании символьных последовательностей, представлены в табл. 4.56.

Стоимость и время реализации исходного $(S_{исх}, T_{исх})$ и оптимального планов (S_o, T_o), а также плана с максимальными значениями этих параметров (S_{max}, T_{max}) и выигрыши при использовании оптимального плана приведены в табл. 4.58.

Таблица 4.58 – Стоимость, время реализации и выигрыши

Стоимость, усл.ед.			Время, ч			Выигрыши			
$S_{исх}$	S_o	S_{max}	$T_{исх}$	T_o	T_{max}	$\frac{S_{исх}}{S_0}$	$\frac{S_{max}}{S_0}$	$\frac{T_{исх}}{T_0}$	$\frac{T_{max}}{T_0}$
18,0	7,0	25,0	7,5	3,2	10,4	2,57	3,57	2,34	3,25

Таким образом, имеем выигрыши в стоимости реализации эксперимента по обезжириванию пищевого фарша из атерины черноморской в 2,57 раза по сравнению с исходным планом, а по времени реализации – в 2,34 раза.

На примере исследования процесса обезжиривания пищевого фарша из атерины черноморской показана эффективность оптимального планирования эксперимента при исследовании технологических процессов.

4.3.2 Технологический процесс приготовления попкорна

При исследовании технологического процесса приготовления попкорна в микроволновой печи [130] в качестве доминирующих факторов, влияющих на качество попкорна, были выбраны: X_1 – цена пакета кукурузы для приготовления попкорна, усл. ед.; X_2 – время приготовления, мин; X_3 – мощность микроволновой печи, средняя или высокая; X_4 – наличие предварительного подогрева; X_5 – наличие поднятия подноса. В качестве критериев оптимизации были выбраны: количество кукурузы, которая остается нераскрытой; вкусовое качество попкорна. Исходный план эксперимента для исследования данного технологического процесса [130] приведен в табл. 4.59.

Таблица 4.59 – Исходный и оптимальные планы эксперимента

Начальный план						Оптимальные планы											
						Анализ перестановок						Случайный поиск					
Номер опыта	Обозначения факторов					Номер опыта	Обозначения факторов					Номер опыта	Обозначения факторов				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
1	–1	–1	+1	–1	–1	6	–1	+1	–1	–1	–1	17	–1	–1	–1	+1	–1
2	–1	–1	–1	+1	–1	7	–1	+1	+1	–1	+1	10	–1	0	+1	+1	–1
3	–1	+1	–1	+1	+1	8	+1	0	+1	+1	+1	13	+1	–1	+1	+1	–1
4	–1	–1	+1	+1	+1	9	+1	–1	–1	–1	–1	8	+1	0	+1	+1	+1
5	+1	+1	+1	–1	–1	10	–1	0	+1	+1	–1	4	–1	–1	+1	+1	+1
6	–1	+1	–1	–1	–1	5	+1	+1	+1	–1	–1	1	–1	–1	+1	–1	–1
7	–1	+1	+1	–1	+1	11	+1	0	+1	–1	–1	7	–1	+1	+1	–1	+1
8	+1	0	+1	+1	+1	1	–1	–1	+1	–1	–1	14	+1	–1	+1	–1	+1
9	+1	–1	–1	–1	–1	12	–1	–1	–1	–1	+1	5	+1	+1	+1	–1	–1
10	–1	0	+1	+1	–1	4	–1	–1	+1	+1	+1	11	+1	0	+1	–1	–1
11	+1	0	+1	–1	–1	13	+1	–1	+1	+1	–1	15	+1	–1	–1	+1	+1
12	–1	–1	–1	–1	+1	14	+1	–1	+1	–1	+1	2	–1	–1	–1	+1	–1
13	+1	–1	+1	+1	–1	15	+1	–1	–1	+1	+1	6	–1	+1	–1	–1	–1
14	+1	–1	+1	–1	+1	16	+1	+1	–1	+1	–1	12	–1	–1	–1	–1	+1
15	+1	–1	–1	+1	+1	17	–1	–1	–1	+1	–1	3	–1	+1	–1	+1	+1
16	+1	+1	–1	+1	–1	2	–1	–1	–1	+1	–1	16	+1	+1	–1	+1	–1
17	–1	–1	–1	+1	–1	3	–1	+1	–1	+1	+1	18	+1	+1	–1	–1	+1
18	+1	+1	–1	–1	+1	18	+1	+1	–1	–1	+1	9	+1	–1	–1	–1	–1

Проведем оптимизацию исходного плана эксперимента по суммарной стоимости его реализации [131,132,133]. Стоимости изменений значений уровней факторов приведены в табл. 4.60.

С помощью пакетов прикладных программ [24] получены оптимальные по стоимости проведения планы эксперимента. При этом использовали следующие методы оптимизации планов многофакторных экспериментов:

а) анализ перестановок строк исходной матрицы планирования эксперимента (проанализировано 2000000 вариантов);

б) случайный поиск (проанализировано 2102569 вариантов).

Матрицы планирования этих планов представлены в табл. 4.59.

Таблица 4.60 – Стоимости изменений значений уровней факторов

Фактор	Стоимость изменений, усл.ед.					
	из «–1» в «+1»	из «+1» в «–1»	из «0» в «+1»	из «+1» в «0»	из «0» в «–1»	из «–1» в «0»
X_1	1,79	1,25	0	0	0	0
X_2	0,6	0,4	0,1	0,01	0,01	0,1
X_3	5,0	3,0	0	0	0	0
X_4	2,0	1,0	0	0	0	0
X_5	0,5	0,5	0	0	0	0

Стоимость реализации эксперимента по плану, полученному путем перестановки строк матрицы, составляет 52,25 усл. ед. (вариант плана 396929), в то время как стоимость исходного плана – 71,8 усл. ед., а максимальная стоимость равна 109, 48 усл. ед. (вариант плана 1246128).

Таким образом, имеем выигрыш в стоимости реализации эксперимента по исследованию технологического процесса приготовления попкорна в микроволновой печи в 1,37 раза по сравнению с исходным планом и в 2,1 раза по сравнению с планом максимальной стоимости.

Стоимость реализации эксперимента по плану, полученному методом случайного поиска, составляет 31, 71 усл. ед. (вариант плана 548591), в то время как максимальная стоимость равна 112, 21 усл. ед. (вариант плана 587711). Таким образом, имеем выигрыш в стоимости реализации эксперимента по исследованию процесса приготовления попкорна в 2,26 раза по сравнению с исходным планом и в 3,54 раза по отношению к плану с максимальной стоимостью.

Целесообразно распространить применение метода ветвей и границ [56, 66, 127] на решение задачи оптимизации исходного плана эксперимента для исследования технологического процесса приготовления попкорна в микроволновой печи. Для этой цели использовали алгоритмы и программное обеспечение, реализующее оптимизацию композиционных планов второго порядка.

При этом первый из алгоритмов реализует поиск оптимального плана методом ветвей и границ «в лоб», а второй алгоритм основан на получении первой и последней строки матрицы планирования методом прямого перебора, а затем полученный план оптимизируется методом ветвей и границ.

При использовании первого алгоритма получен оптимальный план, стоимость реализации которого составляет 21,07 усл. ед., а выигрыш – в 3,41 раза по сравнению с исходным планом эксперимента. Оптимальный план эксперимента представлен в табл. 4.61.

Таблица 4.61 – Оптимальный план эксперимента, полученный с помощью первого алгоритма

Номер опыта	Обозначение факторов				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
7	–1	+1	+1	–1	+1
1	–1	–1	+1	–1	–1
4	–1	–1	+1	+1	+1
10	–1	0	+1	+1	–1
13	+1	–1	+1	+1	–1
8	+1	0	+1	+1	+1
14	+1	–1	+1	–1	+1
5	+1	+1	+1	–1	–1
11	+1	0	+1	–1	–1
9	+1	–1	–1	–1	–1
18	+1	+1	–1	–1	+1
16	+1	+1	–1	+1	–1
15	+1	–1	–1	+1	+1
3	–1	+1	–1	+1	+1
2	–1	–1	–1	+1	–1
17	–1	–1	–1	+1	–1
6	–1	+1	–1	–1	–1
12	–1	–1	–1	–1	+1

При использовании второго алгоритма получен оптимальный план, стоимость реализации которого составляет 20,61 усл. ед, а выигрыш в 3,48 раза по сравнению с исходным планом. Оптимальный план эксперимента представлен в табл. 4.62.

Таблица 4.62 – Оптимальный план эксперимента, полученный с помощью второго алгоритма

Номер опыта	Обозначение факторов				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
13	+1	–1	+1	+1	–1
8	+1	0	+1	+1	+1
4	–1	–1	+1	+1	+1
10	–1	0	+1	+1	–1
1	–1	–1	+1	–1	–1
7	–1	+1	+1	–1	+1

Продолжение табл. 4.62

Номер опыта	Обозначение факторов				
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
14	+1	–1	+1	–1	+1
11	+1	0	+1	–1	–1
5	+1	+1	+1	–1	–1
18	+1	+1	–1	–1	+1
9	+1	–1	–1	–1	–1
15	+1	–1	–1	+1	+1
16	+1	+1	–1	+1	–1
17	–1	–1	–1	+1	–1
2	–1	–1	–1	+1	–1
3	–1	+1	–1	+1	+1
6	–1	+1	–1	–1	–1
12	–1	–1	–1	–1	+1

Стоимость реализации эксперимента по плану, полученному разработанным в разделе 3 методом, составляет 16,7 усл. ед., а выигрыш – в 4,3 раза.

На примере исследования технологического процесса приготовления попкорна в микроволновой печи показана эффективность оптимального по стоимостным затратам планирования эксперимента.

Таким образом, работоспособность и эффективность предложенной методологии оптимального по стоимостным и временным затратам планирования эксперимента апробирована на ряде технологических процессов. При этом исследовались следующие процессы: калибровка переносных диэлькометрических влагомеров, гальваническое меднение и серебрение печатных плат, измерение площади металлизации печатных плат, измерение плотности тока гальванических ванн с использованием мерных датчиков, процессы производства полупроводниковых приборов, глубокое плазмохимическое травление МЭМС, изготовление радиоэлектронной аппаратуры, получение пористых материалов, прессование корпуса катера из стеклопластика, изготовление деталей горячей штамповкой, точечная сварка пластин малой толщины, обслуживание станков с числовым программным управлением, приготовление рыбного фарша и приготовление попкорна в микроволновой печи.

Результаты оптимизации планов эксперимента для исследования указанных процессов с использованием таких методов как анализ перестановок строк матрицы планирования, случайный поиск, ветвей и границ, последовательное приближение, метод, основанный на использовании символьных последовательностей, приведены в табл. 4.63.

Таблица 4.63 – Результаты оптимизации планов эксперимента для исследования технологических процессов

Объект исследования	План эксперимента	Количество факторов k и опытов n	Выигрыш в стоимости или времени, раз	
			Метод оптимизации	Разработ. метод
Процесс калибровки влагомеров	ПФЭ	k=2; n=4	Анализ перестановок 1,14	Стоимость 1,14
Процесс гальванического меднения печатных плат	ПФЭ	k =4; n =16	Анализ перестановок 1,8	Стоимость 2,1
Процесс гальванического серебрения печатных плат	D – оптимальный	k =3; n =8	Анализ перестановок 2,05	Стоимость 2,05
Процесс измерения площади металлизации печатных плат	ПФЭ ДФЭ	k =3; n =8 k =4; n =8	Анализ перестановок 1,2 Анализ перестановок 1,5	Время 1,2 Стоимость 1,5
Процесс прессования корпуса катера	ДФЭ	k =5; n =8	Анализ перестановок 1,5	Стоимость 1,5
Процесс изготовления армированных деталей	ДФЭ	k =4; n =8	Анализ перестановок 2,21 Ветвей и границ 2,21	Стоимость 2,21
Производство полупроводниковых приборов: процесс ультразвукового резания пластин; процесс сплавления кристаллов; процесс травления	ПФЭ ДФЭ ПФЭ Достройка до РЦКП	k =3; n =8 k =4; n =8 k =2; n =4 k =2; n =9	Анализ перестановок 1,6 Анализ перестановок 1,4 Анализ пере становок 2,0 Анализ перестановок 1,63	Стоимость 1,6 1,4 2,0 1,63
Процесс испытания радиоэлектронного устройства этап 1 этап 2	Плакетта–Бермана	k =7; n =8	Анализ перестановок 3,37 3,24	Стоимость 3,37 3,24
Измерение плотности тока гальванических ванн	3^K	k =3; n =27	Анализ перестановок 1,2	Стоимость 1,5

Объект исследования	План экспери-мента	Количество факторов k и опытов n	Выигрыш в стоимости или времени, раз	
			Метод оптимизации	Разработ. метод
Изготовление деталей горячей штамповкой	ПФЭ	k =3; n = 8	Анализ перестановок Стоимость 5,0 Время 3,4	Стоимость 5,0 Время 3,4
Процесс точечной сварки	ПФЭ	k =3; n = 8	Анализ перестановок 1,93	Стоимость 1,93
Процесс глубокого плазмохимического травления элементов МЭМС	ПФЭ	k =3; n = 8	Ветвей и границ, $T_{огр}$=150мин 1,28	Стоимость 1,3
Обслуживание станков с числовым программным управлением: режимы работы; продуктивность участка цеха	РЦКП ПФЭ	k =5; n = 32 k =4; n = 16	Ветвей и границ 1,36 Анализ перестановок 1,17 Случайный поиск 1,01	Время 1,5 1,23
Процесс получения пористых материалов	ОЦКП	k =4; n = 25	Ветвей и границ Стоимость 5,47 Время 12,58 Последова-тельное приближение Стоимость 5,47 Время 12,34	Стоимость 5,88 Время 12,9
Процесс приготовления фарша	ПФЭ	k =2; n = 4	Анализ перестановок Стоимость 2,57 Время 2,34	Стоимость 2,57 Время 2,34
Процесс приготовления попкорна	ДФЭ	k =5; n = 18	Ветвей и границ: алгоритм 1 3,41 алгоритм 2 3,48 Анализ пере-становок 1,37 Случайный поиск 2,26	Стоимость 4,3

РАЗДЕЛ 5
АППАРАТНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ КОМБИНАТОРНЫХ ПЛАНОВ МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА И МОДЕЛИРОВАНИЯ

5.1 Автоматизированный стенд для моделирования многофакторных объектов исследования

На основе разработанной методологии оптимального планирования эксперимента [36,37,38] и программно-аппаратных средств [24,35,75] для ее реализации предлагается автоматизированный стенд для моделирования многофакторных объектов исследования [102,134], структурная схема которого представлена на рис. 5.1. При этом в качестве объектов исследования могут выступать различные технологические процессы, приборы и системы.

Рисунок 5.1 – Автоматизированный стенд для моделирования объектов исследования

Входной информацией, которая вводится в ЭВМ, являются: исходный план эксперимента, уровни варьирования факторов, величины, характеризующие стоимостные и временные затраты, необходимые для изменения уровней факторов. После получения входной информации ЭВМ с использованием разработанного программного обеспечения [24] осуществляет оптимизацию плана эксперимента по стоимостным и (или) временным затратам на его проведение. При этом могут использоваться следующие алгоритмы оптимизации факторных планов эксперимента: перестановка строк матрицы планирования, случайный поиск, алгоритм, основанный на применении метода ветвей и границ, алгоритм, использующий метод последовательного приближения, алгоритм, основанный на использовании символьных последовательностей. В

результате оптимизации получаются планы, которые позволяют значительно сократить стоимостные и временные затраты на проведение эксперимента.

Далее оптимизированный план поступает на автоматизированную систему проведения многофакторных экспериментов [135,136]. Данная система выполняет следующие функции:

– последовательный перебор строк оптимального плана эксперимента;

– выдачу управляющих воздействий через коммутатор 1 на объект исследования или на устройство для моделирования указанного объекта, если оно существует, в соответствии с уровнями факторов выбранной строки плана. Выходные параметры, являющиеся результатом воздействия автоматизированной системы для проведения МФЭ на объект исследования или устройство для его моделирования, через коммутатор 2 поступают на автоматизированную измерительную систему. Измеренные значения выходных параметров эксперимента передаются в ЭВМ. Тип и характеристики измерительных устройств системы определяются в зависимости от объекта исследования и измеряемых параметров.

Полученные измеренные значения выходных параметров эксперимента обрабатываются на ЭВМ в соответствии с методами обработки результатов экспериментов [18,103,114]. Параметры полученных математических моделей выдаются экспериментатору на экран или бумажный носитель.

Таким образом, предложенная система позволяет автоматизировать процессы получения оптимальных по стоимостным и временным затратам планы эксперимента, проведение многофакторных экспериментов и обработки их результатов. При этом повышается скорость их проведения и обработки результатов, исключается влияние «человеческого фактора» на результаты эксперимента, сокращаются стоимостные затраты на их реализацию.

5.2 Устройства для моделирования объектов исследования

Для моделирования объектов исследования предложены следующие устройства: устройство для моделирования процессов измерения фотоэлектрическим датчиком отклонения рулевой поверхности самолета [54]; устройство для моделирования процессов нанесения гальванических покрытий [69]; расходомер топлива [137]; весоизмерительная система [73].

Устройство для моделирования процессов нанесения гальванических покрытий [69], функциональная схема которого представлена на рис. 5.2, позволяет получать, в зависимости от заданного режима работы, динамические и статические модели.

Режим получения динамических математических моделей.

На основе априорной информации о гальваническом процессе вычислительная машина 9, используя программное обеспечение, выбирает план эксперимента и синтезирует в памяти матрицу планирования эксперимента. Например, для процесса гальванического меднения печатных

плат в качестве факторов, включенных в план эксперимента, могут выступать следующие параметры: X_1 – плотность тока d; X_2 – концентрация H_2SO_4 в электролите; X_3 – концентрация $CuSO_4$ в электролите.

Матрица планирования полного факторного эксперимента (ПФЭ) представлена в виде табл.5.1, где +1 и –1 – кодированные значения факторов.

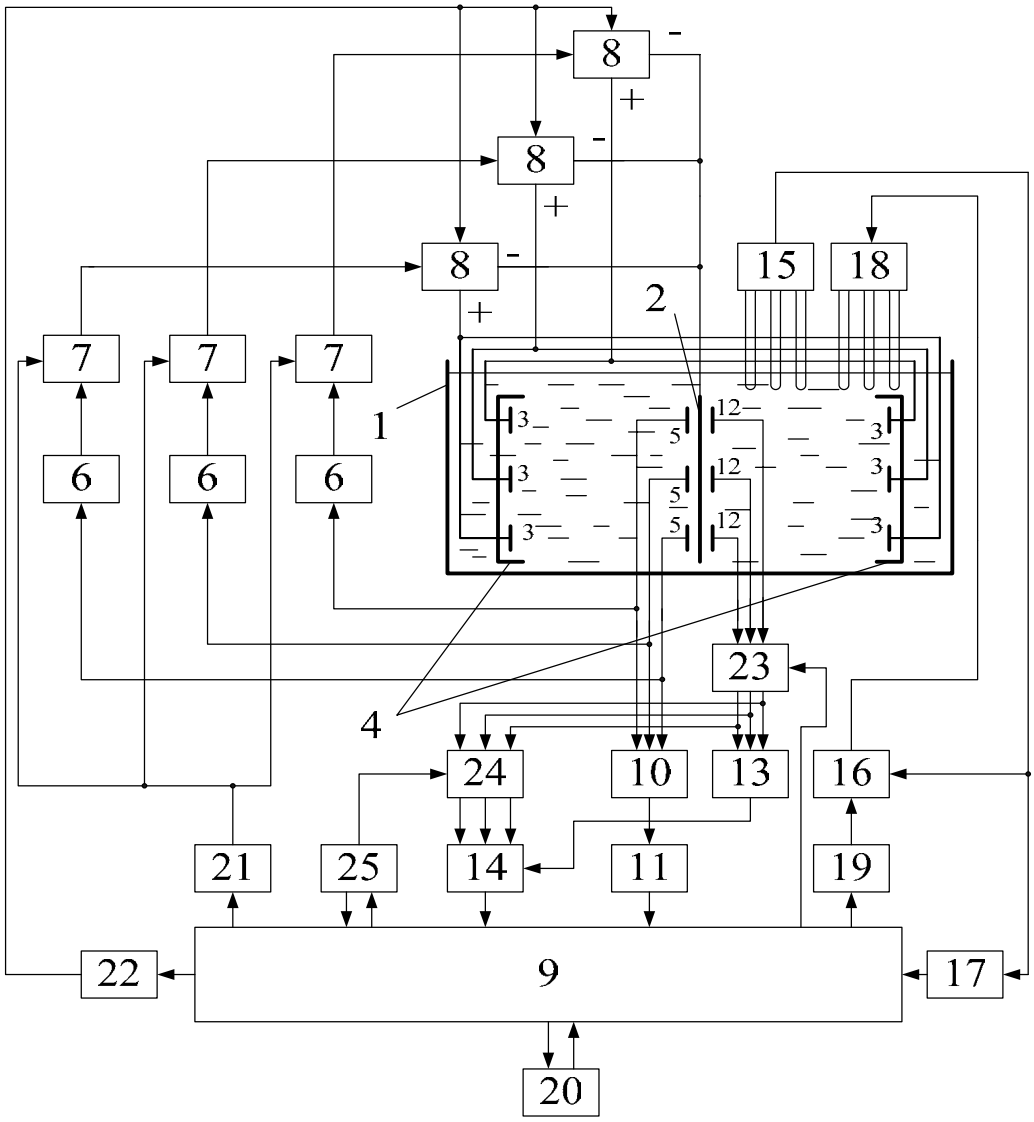


Рисунок 5.2 – Устройство для моделирования процессов нанесения гальванических покрытий:
1 – ванна; 2 – катод; 3 – секции; 4 – ячейки; 5 – датчики плотности тока; 6 – блоки переработки сигналов датчиков; 7 – блок регулирования плотности тока; 8 – источники питания; 9 – вычислительная машина; 10 – блок определения средней плотности тока; 11 – аналого-цифровой преобразователь; 12 – датчики для измерения толщины покрытия; 13 – блок определения средней толщины покрытия; 14 – аналого-цифровой преобразователь; 15 – датчики концентрации составляющих электролита; 16 – блок сравнивающих устройств; 17 – аналого-цифровой преобразователь; 18 – дозаторы; 19 – аналого-цифровой преобразователь; 20 – таймер; 21 – аналого-цифровой преобразователь; 22,23,24 – коммутаторы; 25 – переключатель режимов

Таблица 5.1 – Матрица планирования полного факторного эксперимента

Номер опыта	Факторы		
	X_1	X_2	X_3
1	+1	+1	+1
2	–1	+1	+1
3	+1	–1	+1
4	–1	–1	+1
5	+1	+1	–1
6	–1	+1	–1
7	+1	–1	–1
8	–1	–1	–1

С использованием программного обеспечения ЭВМ оптимизирует начальный план ПФЭ по стоимости (времени) реализации эксперимента, учитывая стоимость (время) изменений значений уровней факторов.

В процессе работы происходит сравнение физических параметров (концентраций составляющих электролита, плотность тока и др.) с заданными значениями в соответствующих строках матрицы планирования эксперимента. В случае рассогласования сигналов проводится коррекция значений. После установки требуемых значений факторов X_1, X_2, X_3 через заданное время измеряется и записывается в память текущее значения толщины h покрытия. Так как для динамических технологических процессов характерно изменение выходного параметра, например толщины покрытия h, во времени, то необходимо его измерение в дискретные моменты времени $t + \tau$ в течение всего производственного цикла T_1. Для этого в дискретные моменты времени $t + \tau$ в течение цикла T_1 измеряются величины параметра h. Устройство работает аналогично для всех требуемых значений факторов.

По окончании проведения всех экспериментов, записанных в матрице планирования, на основании полученных результатов в памяти вычислительной машины с использованием специального программного обеспечения, определяются коэффициенты регрессии для каждого момента времени $t + \tau$. По вычисленным для каждого момента времени значениям коэффициентов уравнения, проверенным на значимость и адекватность, находятся функции $b_j(t)$. В результате работы устройства получают динамические модели технологического процесса в следующем виде:

$$h = b_0(t) + \sum_{i=1}^{k} b_i(t)X_i + \sum_{\substack{i,l=1 \\ i \neq 1}}^{C_k^2} b_{il}(t)X_iX_l, \qquad (5.1)$$

$$h_1 = b'_0(t) + \sum_{i=1}^{k} b'_i(t)X_i + \sum_{\substack{i,l=1 \\ i \neq 1}}^{C_k^2} b'_{il}(t)X_iX_l, \qquad (5.2)$$

$$h_2 = b''_0(t) + \sum_{i=1}^{k} b''_i(t)X_i + \sum_{\substack{i,l=1 \\ i \neq 1}}^{C_k^2} b''_{il}(t)X_iX_l, \qquad (5.3)$$

$$h_3 = b'''_0(t) + \sum_{i=1}^{k} b'''_i(t)X_i + \sum_{\substack{i,l=1 \\ i \neq 1}}^{C_k^2} b'''_{il}(t)X_iX_l, \qquad (5.4)$$

где h, h_1, h_2, h_3 – соответственно средняя толщина покрытия, толщина покрытия в верхней, средней и нижней частях изделия; k – количество факторов X_i исследуемого процесса; X_i – входные параметры (факторы); $b_0(t)$, $b_i(t)$, $b_{il}(t)$, $b'_0(t)$, $b'_i(t)$, $b'_{il}(t)$, $b''_0(t)$, $b''_i(t)$, $b''_{il}(t)$, $b'''_0(t)$, $b'''_i(t)$ $b'''_{il}(t)$ – коэффициенты соответствующих уравнений.

Таким образом, предлагаемое устройство дает возможность получать динамические математические модели, позволяющие в интересующей области ξ факторного пространства Ω прогнозировать значения выходных откликов в различные моменты времени производственного цикла T_1 и определять оптимальные режимы покрытия деталей.

Режим получения статических моделей.

На основе априорной информации о гальваническом процессе ЭВМ 9, используя специальное программное обеспечение, выбирает план эксперимента и синтезирует в памяти матрицу планирования эксперимента. Например, для процесса гальванического меднения печатных плат матрица планирования полного факторного эксперимента (ПФЭ) имеет следующий вид (табл. 5.2).

В таблице в качестве факторов X_1, X_2, X_3, X_4 выступают следующие параметры: X_1 – плотность тока d; X_2 – концентрация H_2SO_4 в электролите; X_3 – концентрация $CuSO_4$ в электролите; X_4 – время выдержки плат в гальванической ванне; +1 и –1 – кодированные значения факторов.

С использованием программного обеспечения ЭВМ оптимизирует начальный план ПФЭ по стоимости (времени) реализации эксперимента, учитывая стоимость (время) изменений значений уровней факторов. После загрузки в гальваническую ванну 1 изделий устанавливаются необходимые значения факторов X_1,X_2,X_3, которые задаются первой строкой матрицы планирования эксперимента. При этом устройство работает аналогично

случаю для получения динамических математических моделей процесса нанесения гальванических покрытий.

Таблица 5.2 – Матрица планирования ПФЭ

Номер опыта	Факторы			
	X_1	X_2	X_3	X_4
1	+1	+1	+1	+1
2	–1	+1	+1	+1
3	+1	–1	+1	+1
4	–1	–1	+1	+1
5	+1	+1	–1	+1
6	–1	+1	–1	+1
7	+1	–1	–1	+1
8	–1	–1	–1	+1
9	+1	+1	+1	–1
10	–1	+1	+1	–1
11	+1	–1	+1	–1
12	–1	–1	+1	–1
13	+1	+1	–1	–1
14	–1	+1	–1	–1
15	+1	–1	–1	–1
16	–1	–1	–1	–1

После установки требуемых значений факторов X_1, X_2, X_3, задаваемых первой строкой матрицы планирования эксперимента, через заданное время X_4 происходит определение средней толщины покрытия, которое записывается в память. Указанный процесс выполняется для всех строк матрицы планирования эксперимента. По окончании проведения всех экспериментов, записанных в матрице планирования, в памяти вычислительной машины с использованием специального программного обеспечения начинается вычисление коэффициентов уравнения

$$h = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i X_i + \sum_{\substack{i,l=1 \\ i \neq l}}^{C_k^2} b_{il} X_i X_l, \qquad (5.5)$$

где h –толщина покрытия; k – количество факторов исследуемого процесса; X_i – входные параметры (факторы); b_0, b_i, b_{il} – коэффициенты уравнения.

Таким образом, данное устройство позволяет получать статические модели гальванических процессов, которые могут использоваться для поиска

оптимальных режимов покрытия деталей. Технико-экономический эффект применения предлагаемого устройства заключается в расширении функциональных возможностей, так как устройство кроме динамических моделей гальванических процессов может получать и их статические модели. Это, в свою очередь, позволяет повысить качество покрытий изделий, поскольку по статическим и динамическим моделям определяют оптимальные режимы обработки изделий и прогнозируют моменты времени окончания процесса нанесения гальванических покрытий.

Разработанное устройство, описанное в работе [54], дает возможность моделировать процессы измерения угловых отклонений рулевых поверхностей самолета. Функциональная схема устройства представлена на рис. 5.3.

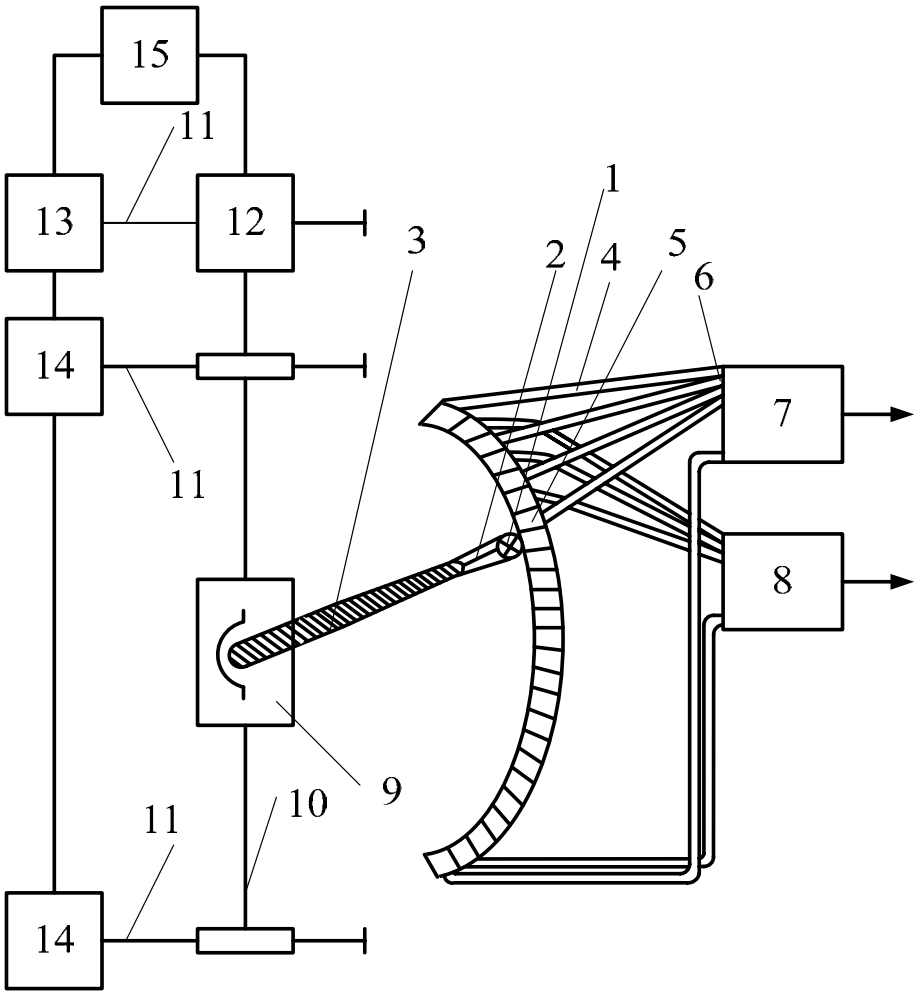


Рисунок 5.3 – Функциональная схема устройства для моделирования процессов измерения фотоэлектрическим датчиком углового отклонения рулевой поверхности самолета:
1 – источник излучения; 2 – держатель; 3 – рулевая поверхность самолета; 4 – световоды; 5 – входные торцы волоконно-оптического кабеля; 7,8 – фотоприемники; 9 – механизм поступательного и вращательного движений; 10 – стойка вертикального перемещения; 11 – стойка горизонтального перемещения; 12 – электропривод вертикального перемещения; 13 – электропривод горизонтального перемещения; 14 – передаточный механизм горизонтального перемещения; 15 – блок управления

Угловое движение рулевой поверхности фиксируется с помощью фотоприемников 7,8.

Для получения математической модели, характеризующей зависимость абсолютных погрешностей ΔU отклика принимающих элементов от таких факторов, как угол наклона β оси приемника относительно оси источника излучения (X_1), интервала $\Delta У$ между осями приемника и источника излучения (X_2), расстояния ΔX между приемником и источником излучения (X_3), необходимо в соответствии с планом эксперимента провести исследование.

В соответствии с планом эксперимента разработанное устройство выставляет требуемые значение $\beta(X_1)$, $\Delta У(X_2)$, $\Delta X(X_3)$, задаваемые строками матрицы планирования. После этого измеряется значение выходного сигнала и определяется абсолютная погрешность $\Delta U_i = (U_i - U_э)$, где U_i – значение напряжения для i-го опыта плана эксперимента, $U_э$ – значение напряжения в точке экстремума.

После реализации всех опытов, задаваемых матрицей планирования, по результатам экспериментов определяются коэффициенты полиномиальной математической модели $\Delta U = f(X_1,X_2,X_3)$. Благодаря этому по математической модели можно получать оптимальные параметры режимов измерения, обеспечивающие максимальную точность измерения угловых отклонений рулевых поверхностей самолета.

В процессе эксплуатации оборудования меняются его характеристики, что приводит к уменьшению точности измерений. Перспективным путем решения этой проблемы является использование коррекции математических моделей для описания соответствующих процессов. В работе [137] показано применение данного подхода на примере расходомера топлива, использующего математические модели процесса расхода в двигателе внутреннего сгорания.

Расходомер топлива, функциональная схема которого представлена на рис. 5.4, работает следующим образом. В памяти бортового компьютера записана математическая модель двигателя, которая характеризует зависимость расхода топлива за единицу времени от таких параметров, как количество оборотов двигателя n, крутящий момент $M_{кр}$, температура воздуха перед двигателем T:

$$q = (n, M_{кр}, T). \qquad (5.6)$$

В процессе работы двигателя сигналы из датчиков поступают в бортовой компьютер, который по математической модели (5.6) и текущим значениям n, $M_{кр}$, T вычисляет затраты топлива за единицу времени. Одновременно определяется время t_1, на протяжении которого параметры n, $M_{кр}$, T не изменяются. Расход топлива за этот промежуток времени определяется по формуле $P_1 = q_1 t_1$.

При изменении одного или нескольких параметров (n, $M_{кр}$, T) в определяется новое значение расхода топлива за единицу времени q_2, промежуток времени t_2, на протяжении которого двигатель работал с такими параметрами n, $M_{кр}$, T, и расход топлива за этот промежуток $P_2 = q_2 t_2$.

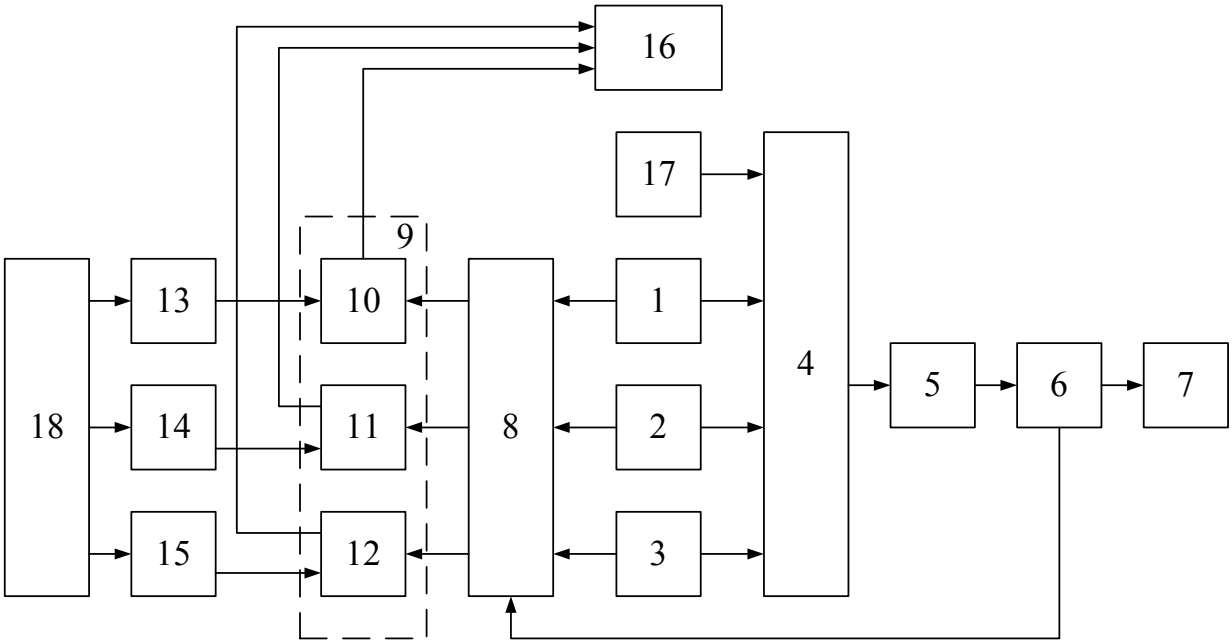


Рисунок 5.4 – Функциональная схема расходомера топлива:
1 – датчик оборотов двигателя; 2 – датчик крутящего момента; 3 – датчик температуры воздуха перед двигателем; 4 – коммутатор; 5 – аналого-цифровой преобразователь; 6 – микропроцессорное вычислительное устройство; 7 – индикатор; 8 – коммутатор; 9 – блок устройств сравнения; 10,11,12 – устройства сравнения; 13 – задатчик оборотов двигателя; 14 – задатчик крутящего момента; 15 – задатчик температуры; 16 – система управления двигателем; 17 – топливомер

Таким образом определяется расход топлива P_i за соответствующие промежутки времени t_i на протяжении всего цикла работы двигателя. Суммарный расход топлива за этот цикл вычисляют как

$$P_{\sum} = \sum_{i=1}^{K} P_i = \sum_{i=1}^{K} q_i t_i, \qquad (5.7)$$

где K – количество этапов в цикле работы двигателя, которые характеризуются изменением параметров n, $M_{кр}$, T.

Следовательно, с учетом математической модели находят только тот расход топлива, который расходуется в процессе работы двигателя.

В связи с тем, что со временем будут изменяться зазоры в кинематических парах двигателя, загрязнятся форсунки, коэффициенты математической модели, хранящиеся в памяти бортового компьютера, не будут соответствовать действительному состоянию двигателя. Поэтому необходимо периодически корректировать математическую модель. Для этого бортовой компьтер и исполнительные устройства в соответствии с

записанной программой проводят многофакторный эксперимент. После обработки полученных результатов определяются новые значения коэффициентов полиномиальной математической модели. В дальнейшем по скорректированной математической модели будет определяться расход топлива за соответствующий промежуток времени.

Таким образом, по скорректированной математической модели с большей точностью находят то количество топлива, которое расходуется в процессе работы двигателя.

Возможность моделирования процессов измерения весового расхода сыпучих материалов и повышения точности измерения лежит в основе работы весоизмерительной системы [73]. Функциональная схема системы представлена на рис. 5.5, а общий вид и конструкция весоизмерительного лотка на рис. 5.6.

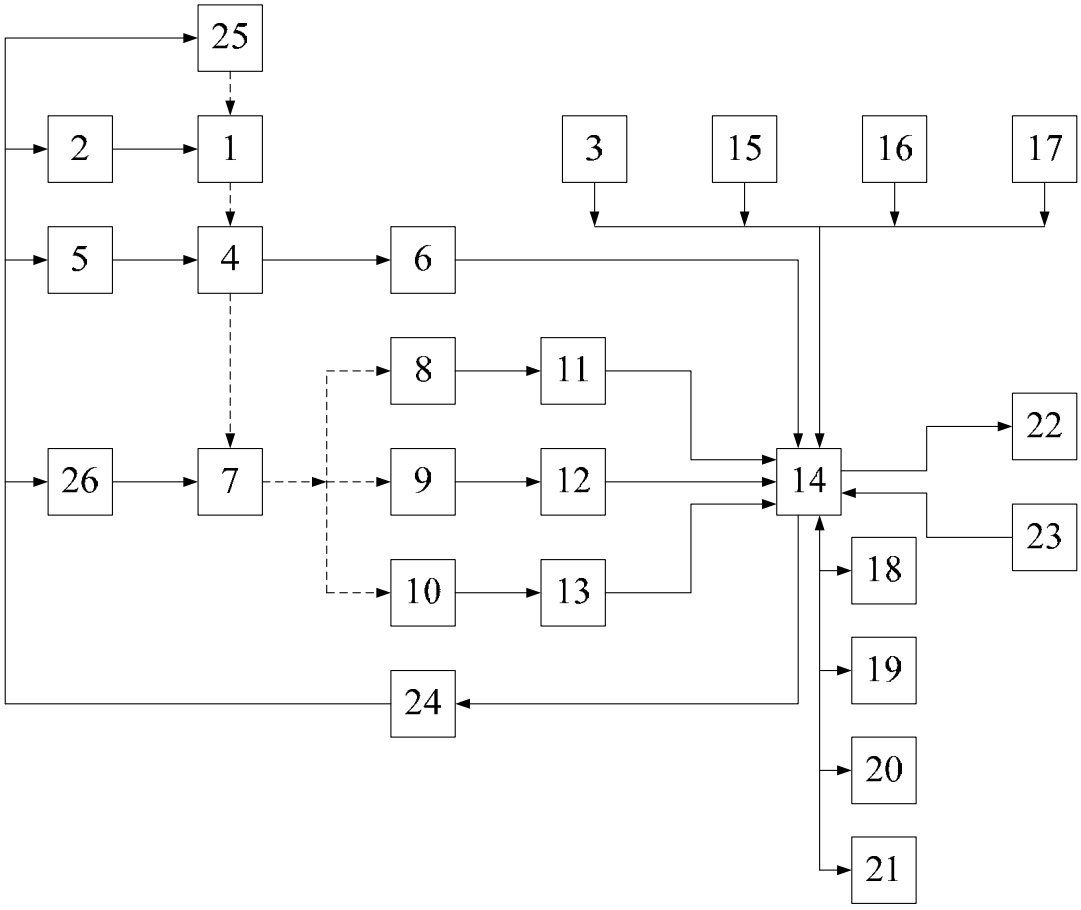


Рисунок 5.5 – Функциональная схема весоизмерительной системы:
1 – бункер; 2 – электровибратор; 3 – датчик влажности; 4 –ленточный конвейер; 5 – электропривод; 6 – датчик скорости движения ленты; 7 – измерительный блок; 8,9,10 – тензорезистивные датчики силы; 11, 12, 13 – аналого-цифровые преобразователи; 14 – микропроцессор; 15 – датчик растяжения ленты; 16 – концевые выключатели; 17 – датчик температуры; 18 – адресный дешифратор; 19 – накопитель памяти; 20 – оперативное запоминающее устройство; 21 – регистр адреса; 22 – блок индикации; 23 - функциональная клавиатура; 24 – цифро-аналоговый преобразователь; 25 – дозатор; 26 – электропривод измерительного лотка

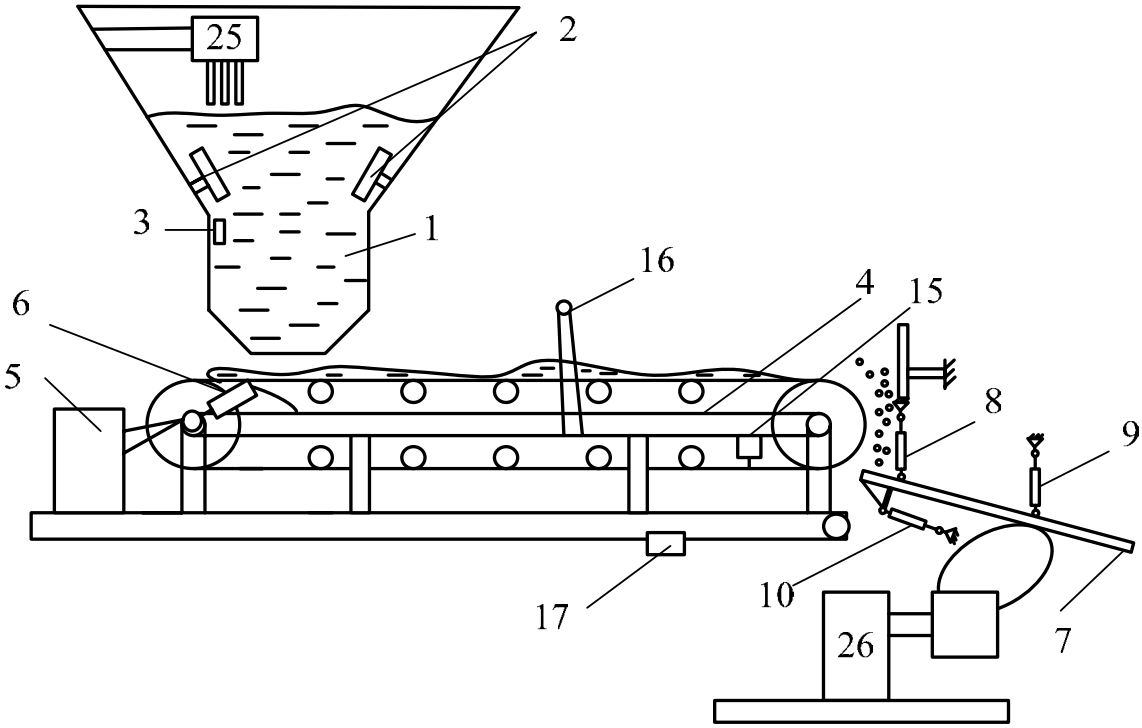


Рисунок 5.6– Общий вид системы и конструкция весоизмерительного лотка

Система содержит механические элементы, датчики и устройство управления и обработки информации (УУОИ). В УУОИ хранится матрица планирования полного факторного эксперимента, которая представлена в табл. 5.3 и нужна для получения математической модели $\delta = f(X_1, X_2, X_3)$, где δ – погрешность измерения, %; X_1 – угол наклона весоизмерительного лотка α, град.; X_2 – влажность сыпучего материала W, %; X_3 – коэффициент f_d сыпучего материала в движении.

Таблица 5.3 – Матрица планирования эксперимента

Номер опыта	Факторы		
	X_1	X_2	X_3
1	–1	–1	–1
2	+1	–1	–1
3	–1	+1	–1
4	+1	+1	–1
5	–1	–1	+1
6	+1	–1	+1
7	–1	+1	+1
8	+1	+1	+1

УУОИ устанавливает значения уровней факторов, которые задаются матрицей планирования, определяет значение веса сыпучего материала на основании сигналов датчиков и вычисляет погрешность измерения δ. После

реализации всех опытов плана эксперимента в УУОИ вычисляются коэффициенты математической модели

$$\delta = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_{12}X_1X_2 + \\ + b_{13}X_1X_3 + b_{23}X_2X_3 + b_{123}X_1X_2X_3. \quad (5.8)$$

С использованием математической модели определяют оптимальные параметры α, W, f_d, обеспечивающие минимальную погрешность δ весоизмерительной системы.

Таким образом, весоизмерительная система обеспечивает возможность моделирования процессов измерения весового расхода сыпучих материалов, что, в свою очередь, дает возможность повысить точность измерения весоизмерительной системы и обеспечить высокую точность дозирования сыпучих материалов.

5.3 Устройства для анализа и построения планов многофакторного эксперимента

Построение оптимальных комбинаторных планов многофакторного эксперимента – сложная комбинаторная задача. Для автоматизации исследований и решения поэтапных задач построения оптимальных комбинаторных планов многофакторного эксперимента разработаны специализированные системы и устройства, которые могут быть выполнены в виде сопроцессоров.

На каждом этапе построения оптимальных комбинаторных планов многофакторного эксперимента необходимо определять характеристики планов многофакторных экспериментов [138]. Для решения этой задачи разработано специализированное устройство [139], которое позволяет, наряду с другими характеристиками, вычислять общую стоимость изменений уровней факторов плана многофакторного эксперимента.

В основе построения оптимальных комбинаторных планов лежит классификация планов многофакторного эксперимента и выбор типового комбинаторного плана для каждого соответствующего этапа. Для определения эквивалентности планов многофакторного эксперимента относительно заданной группы преобразований разработано устройство [140]. Планы МФЭ представляются в виде двоичных матриц. Блок управления формирует множество заданных преобразований, и получаемые планы многофакторного эксперимента сравнивает с заданным планом.

Для преобразования планов многофакторного эксперимента предназначено устройство [141], которое для заданного вида преобразований формирует соответствующий план многофакторного эксперимента.

Для поиска оптимального плана многофакторного эксперимента разработана автоматизированная система [142], которая для заданных стоимостей изменения уровней факторов, формирует варианты преобразований, определяет стоимость их реализации, выбирает оптимальный по стоимости вариант и его характеристики.

В основе работы автоматизированной системы для проведения многофакторного эксперимента [143] лежит использование оптимальных комбинаторных планов. С помощью данной системы экспериментатор имеет возможность выбирать различные варианты плана проведения эксперимента, и система, настроенная на его реализацию, будет генерировать последовательно соответствующие значения уровней факторов. В процессе выполнения эксперимента блок параметрического контроля проводит контроль значений сформированных уровней факторов с показателями соответствующих датчиков. В случае выхода значений за допуски формируется информационный сигнал. По сравнению с существующими системами [135,136] это повышает надежность ее работы.

Для управления многофакторным экспериментом разработана система [144], которая по сравнению с известными, имеет более широкие функциональные возможности, так как позволяет управлять процессом проведения многофакторного эксперимента и регистрировать результаты опытов.

Для повышения эффективности выполнения многофакторного эксперимента разработана система [145]. Система хранит в памяти каталоги оптимальных комбинаторных планов, и экспериментатор имеет возможность выбирать разные варианты оптимального плана проведения эксперимента. По сравнению с известными системами описанная система имеет более широкие функциональные возможности – возможность контролировать значения параметров во время проведения эксперимента, что повышает достоверность его результатов.

Для контроля технического состояния объектов путем проверки значений параметров в контрольных точках объекта или значений параметров во время проведения многофакторного эксперимента разработана автоматизированная система параметрического контроля [146]. Предусмотрена реализация различных программ контроля. Система документирует все отклонения значений параметров.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Кошевой Н.Д. Процедура итерационного планирования эксперимента [Текст] / Н.Д. Кошевой // Автоматизированные системы управления. – Харьков, 1984.– Вып. 5. – С. 107–114.

2. Morgan J.P. The completely symmetric designs with block size three [Text] / J.P. Morgan, S.K. Srivastav // Journal of statistical planning and inference. – 2002. – V. 106. – № 1. – P. 21–30.

3. Костенко Е.М. Метод итерационного планирования оптимальных по стоимостным и временным затратам экспериментов [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко // Зб. наук. пр. військ. ін–ту Київського нац. ун–ту ім. Тараса Шевченка. – Вип. 19. – К., 2009.– С. 44–48.

4. Костенко Е.М. Критерії оптимальності при оптимізації початкових планів експерименту [Текст] / М.Д. Кошовий, О.М. Костенко // Наукові дослідження – теорія та експеримент 2010: матеріали шостої Міжнар. наук. – практ. конф. 17–19 травня, Полтава, 2010. – Т. 6. – С. 54–55.

5. Кошевой Н.Д. Автоматизация экспериментальных исследований [Текст]: моногр. / Н.Д. Кошевой, В.А. Гаевой. – Х.: Факт, 2001. – 112 с.

6. Hjalmarsson H. From experiment design to closed–loop control [Text] / H. Hjalmarsson // Automatica. – 2005. – V. 41. – № 3. P. 393 – 438.

7. Костенко Е.М. Метод оптимального по стоимостным и временным затратам последовательного планирования эксперимента [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко, В.А. Дергачев // Автоматизация: проблемы, идеи, решения: материалы Междунар. науч. – техн. конф. 7–12 сентября, Севастополь, 2009. – С. 21–23.

8. Jones B.A. Model discrimination—another perspective on model–robust designs [Text] / B.A. Jones // Journal of Statistical Planning and Inference. – 2007. – V. 137. – № 5. – P. 1576–1583.

9. Костенко Е.М. Оптимальное планирование эксперимента при исследовании динамических объектов [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко // Зб. наук. пр. військ. ін – ту Київського нац. ун–ту ім. Тараса Шевченка. – Вип. 20. – К., 2009. – С. 57– 62.

10. Комп'ютерна програма «Програма пошуку оптимальних планів багатофакторного експерименту» / М.Д. Кошовий, О.М. Костенко: свід. про реєстр. автор. права на твір № 29920.– Зареєстр. в Держ. департ. інтелектуальної власності Мін–ва освіти і науки України 17.08.09.

11. Комп'ютерна програма «Програма пошуку оптимальних багаторівневих комбінаторних планів багатофакторного експерименту» / М.Д. Кошовий, О.М. Костенко, В.А. Дергачов: свід. про реєстр. автор. права на твір № 31824.– Зареєстр. в Держ. департ. інтелектуальної власності Мін–ва освіти і науки України 28.01.10.

12. Оптимальное планирование эксперимента для объектов с различным количеством уровней факторов [Текст] / Н.Д. Кошевой, В.А. Дергачев, Е.А. Сухобрус, Е.М. Костенко // Зб. наук. пр. військ. ін–ту

Київського нац. ун–ту ім. Тараса Шевченка. – К.: ВІКНУ, 2012. – Вип. 35. – С. 98–100.

13. Костенко Е.М. Применение метода ветвей и границ для оптимизации многофакторных планов эксперимента [Текст] / Н.Д. Кошевой, О.Л. Бурлеев, Е.М. Костенко // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. – 2010. – № 1(42). – С. 67–70.

14. Костенко Е.М. Оптимальное планирование эксперимента с введением ограничения по дополнительному критерию [Текст] / Н.Д. Кошевой, О.Л. Бурлеев, Е.М. Костенко // Вісник Сумського державного університету. – 2010. – № 3. – Т. 2. – С. 63–67.

15. Костенко Е.М. Применение метода ветвей и границ с введением ограничения по дополнительному критерию [Текст] / Н.Д. Кошевой, О.Л. Бурлеев, Е.М. Костенко // Зб. наук. пр. військ. ін–ту Київського нац. ун–ту ім. Тараса Шевченка. – Вип. 28. – К., 2010. – С. 29–31.

16. Костенко Е.М. Сравнительный анализ методов оптимизации многофакторных планов эксперимента [Текст] / Н.Д. Кошевой, О.Л. Бурлеев, Е.М. Костенко // Автоматизированные системы управления и приборы автоматики. – Вып. 150. –Х.: Харьк. нац. ун–т радиоэлектроники, 2010. – С. 60–64.

17. Костенко Е.М. Применение метода ветвей и границ для оптимизации композиционных планов второго порядка [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко, А.С. Чуйко // Зб. наук. пр. військ. ін–ту Київського нац. ун–ту ім. Тараса Шевченка. – Вип. 25. – К., 2010. – С. 95–101.

18. Адлер Ю.П. Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий (программное введение в планирование эксперимента) [Текст] / Ю.П. Адлер, Е. В. Маркова, Ю. В. Грановский. – М. : Наука, 1971. – 283 с.

19. Костенко Е.М. Алгоритм оптимизации композиционных планов второго порядка методом ветвей и границ [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко, А.С. Чуйко // Математичне моделювання. – 2010. – № 2(23). – С. 14–18.

20. Костенко Е.М. Сравнительный анализ алгоритмов оптимизации композиционных планов второго порядка [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко, А.С. Чуйко // Зб. наук. пр. військ. ін–ту Київського нац. ун–ту ім. Тараса Шевченка. – Вип. 30. – К., 2011. – С. 40–45.

21. Костенко Е.М. Применение метода ветвей и границ для двухпараметрической оптимизации композиционных планов второго порядка [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко, А.С. Чуйко // Зб. наук. пр. військ. ін–ту Київського нац. ун–ту ім. Тараса Шевченка. – Вип. 32. – К., 2011. – С. 124–131.

22. Костенко О.М. Синтез та дослідження математичних моделей похибок вимірювача кутового відхилення рульових поверхонь літака [Текст] / М.Д. Кошовий, А.С. Оганесян, О.М. Костенко // Метрологія та прилади. – 2010. – № 4(24). – С. 37–40.

23. Костенко О.М. Алгоритм оптимізації композиційних планів

експерименту методом послідовного наближення [Текст] / М.Д. Кошовий, О.С. Чуйко, О.М. Костенко // Электротехнические и компьютерные системы. –К.: Техника, 2012. – № 6 (82). – С. 249–254.

24. Програмні засоби для оптимізації планів експерименту за часовими і вартісними витратами [Текст] / М.Д. Кошовий, О.М. Костенко, В.А. Дергачов, О.Л. Бурлєєв, О.С. Чуйко // Зб. наук. пр. Національного гірничого ун–ту. – Дніпропетровськ, 2011. – № 36. – Т. 1. – С. 76–82.

25. Программное обеспечение для поиска оптимальных по стоимости реализации комбинаторных планов эксперимента [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко, В.А. Дергачев, М.В. Цеховской, Е.А. Сухобрус // Зб. наук. пр. Національного гірничого ун–ту. – Дніпропетровськ, 2011. – № 36. – Т. 2. – С. 154–159.

26. Костенко О.М. Програмне забезпечення методології оптимального планування експерименту [Текст] / М.Д. Кошовий, О.М. Костенко // Перша Міжнарод. наук. конф. пам'яті професора Володимира Поджаренка «Вимірювання, контроль та діагностика в технічних системах (ВКДТС–2011)» 18 – 20 жовтня, Вінниця: ВНТУ, 2011. – С. 26.

27. Костенко О.М. Програмно–апаратні засоби оптимального планування експерименту [Текст] / М.Д. Кошовий, О.М. Костенко // Інтелектуальні системи в промисловості і освіті (ІСПО–2011): тези доповідей третьої Міжнар. наук.–практ. конф. 2–4 листопада. – Суми: Вид. СумДУ, 2011. – С. 55–58.

28. Костенко Е.М. Программный комплекс для автоматизации исследования и построения оптимальныых планов эксперимента // Современная техника и технологии. – М.: ООО МНИЦ, 2013. – № 3(19). – С. 52–61.

29. Кошовий М.Д. Програмні засоби для автоматизації планування експерименту [Текст] / М.Д. Кошовий, О.М. Костенко // Информационные технологии и информационная безопасность в науке, технике и образовании «ИНФОТЕХ–2011»: материалы Междунар. научн.–практ. конф. 5–10 сентября, Севастополь, 2011. – С. 24.

30. Кошовий М.Д. Оптимальні багаторівневі плани багатофакторного експерименту [Текст] / М.Д. Кошовий, О.М. Костенко // Розвиток наукових досліджень'2010: матеріали шостої Міжнар. наук.–практ. конф. 22–24 листопада, Полтава, 2010. – Т.8.– С. 50–51.

31. Комп'ютерна програма «Програма пошуку оптимальних планів багатофакторного експерименту з заданими обмеженнями»/ М.Д. Кошовий, О.М. Костенко: свід. про реєстр. автор. права на твір № 29921.– Зареєстр. в Держ. департ. інтелектуальної власності Мін–ва освіти і науки України 17.08.09.

32. Комп'ютерна програма «Програма пошуку оптимальних багаторівневих комбінаторних планів багатофакторного експерименту з заданими обмеженнями» / М.Д. Кошовий, О.М. Костенко, В.А. Дергачов : свід. про реєстр. автор. права на твір № 36589. – Зареєстр. в Держ. департ. інтелектуальної власності Мін–ва освіти і науки України від 18.01.2011.

33. Комп'ютерна програма «Програма побудови комбінаторних планів багатофакторного експерименту» / М.В. Цеховський, М.Д. Кошовий, О.М. Костенко, В.А. Дергачов: свід. про реєстр. автор. права на твір № 40322. – Зареєстр. в Держав. службі інтелектуальної власності України 07.10.2011.

34. Комп'ютерна програма «Програма формування каталогів оптимальних планів багатофакторного експерименту» / М.В. Цеховський, М.Д. Кошовий, О.М. Костенко, В.А. Дергачов: свід. про реєстр. автор. права на твір № 40321. – Зареєстр. в Держав. службі інтелектуальної власності України 07.10.2011.

35. Оптимальне планування експерименту при дослідженні технологічних процесів, приладів і систем [Текст]: навч. посіб. / М.Д. Кошовий, О.М. Костенко, О.В. Заболотний, Г.В. Павлик, М.В. Цеховський, В.О. Книш.–Х.: Нац. аерокосм. ун–т «Харк. авіац. ін.–т», 2010. – 161 с.

36. Application of planning methodologies for investigation of technological processes, devices and systems / I. Kirichenko, N. Koshevoy, E. Kostenko, V. Roznova // TEKA commission of motorization and energetics in agriculture. An international quarterly journal on motorization, vehicle operation energy efficiency and mechanical engineering. – Lublin – RZESZOW; Polish Academy of Sciences, University of Engineering and Economics in RZESZOW. – 2013. – Vol. 13. – № 3. – P. 90–97.

37. Костенко Е.М. Методология повышения эффективности экспериментальных исследований [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко // Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси (ІПРТК – 2009): тез. доп. другої Міжнар. наук.– практ. конф. 25 – 28 травня. – К.: НАУ, 2009. – С. 163–164.

38. Костенко О.М. Методологія оптимального планування експериментів при дослідженні технологічних процесів, пристроїв і систем [Текст] / О.М. Костенко // Збірник наукових праць Полтавського нац. техн. ун–та імені Юрія Кондратюка. Сер. Галузеве машинобудування, будівництво. – Вип. 1(29). – Полтава, 2011. – С. 57–60.

39. Костенко О.М. Програмно–апаратні засоби методології оптимального планування експерименту [Текст] / О.М. Костенко // Вісник Полтавської державної аграрної академії. – 2011. – № 3(62). – С. 140–142.

40. Кошевой Н.Д. Применение комбинаторного анализа при выборе оптимальных планов многофакторного эксперимента [Текст] / Н.Д. Кошевой, С.Г. Бестань, В.А. Дергачев // Теорія і практика перебудови економіки. Зб. наукових праць. – Черкаси: ЧІТІ, 2001. – С. 224–227.

41. Кошевой Н. Д. Эквивалентные преобразования комбинаторных планов многофакторного эксперимента [Текст] / Н. Д. Кошевой, В.П. Сироклын, А. В. Дергачева // Вісник Черкаського державного технологічного університету: Спецвипуск. – Черкаси: ЧДТУ, 2006. – С. 163–165.

42. Кошевой Н. Д. Классификация планов многофакторного эксперимента [Текст] / Н. Д. Кошевой, А. В. Павлик, В. П. Сироклын // Збірник наукових праць Харківського університету повітряних сил. – 2008. – Вып. 1 (16). – С. 65–67.

43. Кошевой Н.Д. Планирование эксперимента на основе комбинаторных конфигураций [Текст] / Н.Д. Кошевой, С.Г. Бестань, В.А. Дергачев // Вісник Східноукраїнського національного університету. – 2001. – № 3. – С. 69–72.

44. Roytberg M.A. A Search for Common Patterns in many Sequences [Text] / M.A. Roytberg // Comput. Appl. Biosci. – 1992. – V. 8. – № 1. – P. 57–64.

45. Braun V. An Enumerative Coding Technique for DC–Free Runlength–Limited Sequences [Text] / V. Braun, K. Immink // IEEE Trans. Commun. – 2000. – V. 48. – № 2. – P. 2024–2031.

46. Курмаев О.Ф. Кодирование последовательностей с ограниченными длинами серий [Текст] / О.Ф. Курмаев // Пробл. передачи информ. – 2001. – Т. 37. – № 3. – С. 34–43.

47. Амелькин В.А. Пересчет, нумерация и генерирование серийных последовательностей с отделенными натуральными сериями [Текст] / В.А. Амелькин // Сиб. журн. вычисл. математики [Текст] / РАН. Сиб. отд–ние. — Новосибирск, 2006. – Т. 9. – № 2. – С. 109–121.

48. Амелькин В.А. Нумерация неубывающих и невозрастающих серийных последовательностей [Текст] / В.А. Амелькин // Сиб. журн. вычисл. математики [Текст] / РАН. Сиб. отд–ние. – Новосибирск, 2009. – Т. 12. – № 4. – С. 389–401.

49. Curran–Everett D. Explorations in statistics: permutation methods [Text] / D. Curran–Everett // Advances in physiology education. – 2012. – V. 36. – № 3. – P. 181–187.

50. Моделирование и оптимизация весоизмерительной системы для непрерывного дозирования сыпучих материалов [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.Е. Калашников, Е.М. Костенко, Г.А. Черепащук // Радіоелектроніка. Інформатика. Управління. – 2010. – № 1. – С. 78–82.

51. Экспериментальное исследование суммарной погрешности измерения влажности сыпучих материалов [Текст] / А.В. Заболотный, Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко, А.Н. Саттаров // Системи обробки інформації. Невизначеність вимірювань: наукові, нормативні, прикладні та методичні аспекти. – Вип. 1(91). – Х.: Харк. ун–т повітряних сил, 2011. – С. 95–98

52. Кнут Д.Э. Искусство программирования [Текст] / Д.Э. Кнут // Т. 4. – М.: ООО "И.Д. Вильямс", 2007. – 208 с.

53. Оптимальное планирование экспериментальных исследований вихретоковых преобразователей [Текст] / Н.Д. Кошевой, В.А. Дергачев, Е.М. Костенко, М.В. Цеховской // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. научн. тр. Нац. аэрокосм. ун–та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 42. – Х., 2009. – С. 147–151.

54. Пат. 57497, Україна, МПК G01B 11/00, B64C 29/00. Пристрій для моделювання процесів вимірювання фотоелектричним датчиком кутового відхилення рульової поверхні літака / Кошовий М.Д., Костенко О.М.; Заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – № U201012695; заявл. 26.10.2010; опубл. 25.02.2010, Бюл. № 4.

55. Комп'ютерна програма «Програма формування структур типових серійних символьних послідовностей / М.Д. Кошовий, О.М. Костенко, Н.В. Доценко, Г.В. Павлик: свід. про реєстр. автор. права на твір № 45747. – Зареєстр. в Держ. Службі інтелектуальної власності України 25.09.2012 р.

56. Костенко О.М. Оптимальне планування експериментів при обслуговуванні комплексу технічних систем [Текст] / М.Д. Кошовий, О.М. Костенко // Вісник Полтавської державної аграрної академії. – 2010. – № 2. – С. 163–166.

57. Berry K. J. A Chronicle of Permutation Statistical Methods [Text] / K.J. Berry, J.E. Johnston, P.W. Mielke. – Springer, 2014. – 291 p.

58. Chakrabarti D. Combinatorial structures for design of wireless sensor networks [Text] / D. Chakrabarti, J. Seberry // Applied Cryptography and Network Security. – Springer Berlin Heidelberg, 2006. – P. 365–374.

59. Математический энциклопедический словарь [Текст] / [Гл. ред. Ю.В. Прохоров; Ред. кол.: С.И. Адян, Н.С. Бахвалов и др.] – М.: Сов. энциклопедия, 1988. – 847 с.

60. Colbourn C.J. Handbook of Combinatorial Designs [Text] / C.J. Colbourn, J.H. Dinitz. – Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2007. – 258 p.

61. Bate J.A. Minimal and near–minimal critical sets in back–circulant Latin squares [Text] / J.A. Bate, G.H. Van Rees // Australasian Journal of Combinatorics. – 2003. – V. 27. – P. 47–62.

62. Wu C.F. Experiments: Planning, Analysis, and Optimization [Text] / C.F. Wu, M.S. Hamada. – New York: John Wiley & Sons, 2009. – 716 p.

63. Goos P. Optimal Design of Experiments [Text] / P. Goos, J. Bradley. – John Wiley & Sons, 2011. – 287 p.

64. Голикова Т.И. Каталог планов второго порядка [Текст] / Т.И. Голикова, Л. А. Панченко, М. З. Фридман. – М. : Изд–во Моск. ун–та. – 1974. – ч. 2, вып. 47. – 387 с.

65. Маркова Е.В. Комбинаторные планы в задачах многофакторного эксперимента [Текст] / Е.В. Маркова, А.Н. Лисенков. – М.: Наука, 1979. – 347 с.

66. Костенко Е.М. Синтез математических моделей авиационного оптического угломера [Текст] / Н.Д. Кошевой, А.С. Оганесян, Е.М. Костенко // Математичне моделювання. – 2010. – № 1(22). – С. 31–35.

67. Костенко Е.М. Оптимальное планирование экспериментальных исследований технических устройств [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологи: сб. научн. тр. Нац. аэрокосм. ун–та им. Н.Е Жуковского «ХАИ». – Вып. 44. – Х., 2009. – С. 241–246.

68. Костенко Е.М. Авиационный комплекс для измерения угловых отклонений рулевых поверхностей летательного аппарата [Текст] / Е.М. Костенко, А.С. Оганесян, М.В. Цеховской // Известия высших учебных заведений «Авиационная техника». – 2013.– № 4. – С.71–73.

69. Пат. 59335, Україна, МПК C25D 21/00. Пристрій для моделювання процесів нанесення гальванічних покриттів / Кошовий М.Д., Костенко О.М.;

Заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – № U201012933; заявл. 01.11.2010; опубл. 10.05.2011, Бюл. № 9.

70. Преобразование комбинаторных планов многофакторного эксперимента [Текст] / Н.Д. Кошевой, В.А. Дергачев, В.П. Сироклын, Е.М. Костенко // Розвиток наукових досліджень 2009: матеріали V Міжнар. наук.–практ. конф. 23–25 листопада, Полтава, 2009. – Т. 8.– С. 52–53.

71. Пат. 18286 Україна, МПК(2006) G01F11/00. Ваговимірювальна система / Кошовий М.Д., Черепащук Г.О., Калашников Є.Є.; заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – № U200602991; заявл. 20.03.06; опубл. 15.11.06, Бюл. № 11.

72. Пат. 27285 Україна, МПК(2006) G01F11/00. Ваговимірювальна система / Калашников Є.Є., Кошовий М.Д., Черепащук Г.О.; заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є.Жуковського «ХАІ». – № U200706404; заявл. 08.06.07; опубл. 25.10.07, Бюл. № 17.

73. Пат. 58098, Україна, МПК G01F 11/00. Ваговимірювальна система / Кошовий М.Д., Костенко О.М; Заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – №U 201013004; заявл. 01.11.2010; опубл. 25.03.2011, Бюл. № 6.

74. Кошевой Н.Д. Экспериментальное исследование весоизмерительной системы непрерывного действия [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.Е. Калашников, Г.А. Черепащук // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун–та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 35. – Х., 2007. – С. 196 – 199.

75. Костенко Е.М. Оптимальное по стоимостным и временным затратам планирование эксперимента [Текст]: монография / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко. – Полтава: издатель Шевченко Р.В., 2013. – 316 с.

76. Кошевой Н.Д. Оптимальное планирование эксперимента при исследовании погрешностей приборов и систем [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.Е. Калашников, Е.М. Костенко // Системи обробки інформації: зб. наук. пр. Харк. ун–та повітряних сил. – Вип. 4(85). – Х., 2010. – С. 89–91.

77. Система контроля и управления расходом топлива двигателей внутреннего сгорания [Текст] / М.Ю. Иванцов, О.И. Кадацкая, В.П. Сироклын, Н.Д. Кошевой // Системи обробки інформації. – 2007. – Вип. 7(65). – С. 24 – 27.

78. Пат. 18903 Україна, МПК(2006) G01F3/00. Пристрій для вимірювання витрати рідини / Кошовий М.Д., Іванцов М.Ю., Сіроклин В.П., Дергачов В.А.; заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – №U200606716; заявл. 16.06.06; опубл. 15.11.06, Бюл. № 11.

79. Пат. 15311 Україна, МПК(2006) G01F1/00. Витратомір палива / Кошовий М.Д., Сіроклин В.П., Дергачов В.А., Іванцов М.Ю.; заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – №U200600393; заявл 16.01.06; опубл. 15.06.06, Бюл. № 6.

80. Дизели [Текст]: Справочник под общ. ред. В.А. Ваншейдта, Н.И. Иванченко, Л.К. Коллерова. – Л.: Машиностроение, 1997. – 480 с.

81. Бушуев П.В. Разработка методики нормирования расхода компримированного природного газа городскими автобусами, оснащенными электронной системой управления двигателем: автореф. дис. канд. техн. наук / П.В. Бушуев – М.: МАДИ, 2007. – 21 с.

82. Кошевой Н.Д. Моделирование расхода топлива в двигателях внутреннего сгорания [Текст] / Н.Д. Кошевой, В.П. Сироклын // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун–та им. Н. Е. Жуковского «ХАІ». – Вып. 38. – Х.,2008. – С. 100 – 104.

83. Костенко Е.М. Оптимальное планирование экспериментов при моделировании расхода топлива в двигателях внутреннего сгорания [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко, В.П. Сироклын // Автомобильный транспорт. – 2009. – № 25. – С. 123–126.

84. Kostenko E.M. Appraisal of optimum efficiency by cost expenses of the experiments planning [Text] / N.D. Koshevoy, V.A. Dergachev, E.M. Kostenko // Вісн. Черкас. держ. технол. ун–ту. Спецвипуск. – 2009. – С. 132–134.

85. Cheong Y.P. Experimental design and analysis methods for assessing volumetric uncertainties [Text] / Y.P. Cheong // SPE J. Richardson. – 2005. – V. 10. – № 3. – P. 324–345.

86. Костенко Е.М. Оптимальное планирование эксперимента в энергетических установках [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко // Холодильна техніка і технологія. – 2009. – № 6(122). – С. 60–62.

87. Барабащук В.И. Планирование эксперимента в технике [Текст] / В.И. Барабащук, Б.П. Креденцер, В.И. Мирошниченко. – К.:Техніка, 1984. – 200 с.

88. Костенко Е.М. Исследование режимов работы оператора радиолокационной системы (РЛС) [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко // Зб. наук. пр. військ. ін–ту Київського нац. ун–ту ім. Тараса Шевченка. – Вип. 26. – К., 2010. – С. 28–32.

89. Костенко Е.М. Оптимальное планирование эксперимента при исследовании системы человек–машина [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко // Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси (ІІРТК–2010): зб. тез третьої Міжнар. наук.–практ. конф. 24–26 травня. – К.: НАУ, 2010. – С. 199–201.

90. Кошевой Н.Д. Устройство для измерения плотности тока в электролите [Текст] / Н.Д. Кошевой, В.И. Шевченко // Приборы и системы управления. – 1993. – № 7. – С. 42 – 43.

91. А.с. 1622428 СССР, МКИ^5 С25D 21/12. Устройство для измерения плотности тока в электролите / А.А. Окороков, Н.Д. Кошевой (СССР). – №4607539/02; заявл. 21.11.88.; опубл. 23.01.91, Бюл. № 3.

92. Кошевой Н.Д. Автоматизация процессов нанесения покрытий [Текст]: моногр. / Н.Д. Кошевой, В.А. Гаевой. – Х.: Факт, 2001. – 120 с.

93. Кошевой Н.Д. Моделирование и оптимизация бесконтактных измерителей постоянного тока и плотности тока [Текст] / Н.Д. Кошевой, С.М. Куст // Математичне моделювання. – 2001. – № 1(6). – С. 37 – 39.

94. Костенко О.М. Оптимальне планування експериментальних досліджень безконтактних вимірювачів струму і густини струму [Текст] / М.Д. Кошовий, О.М. Костенко // Вісн. Харк. держ. техн. ун–ту сільськ. госп – ва ім. П. Василенка. – Х., 2009. – Вып. 87. – С. 93–94.

95. Пат. 75684 Україна, МПК (2006) G01B 7/02. Вихрострумовий перетворювач / Цеховський М.В., Кошовий М.Д., Гаєвий В.О.; заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – № 2004021056; заявл. 13.02.04; опубл. 15.05.06, Бюл. № 5.

96. Оптимизация вихретоковых преобразователей [Текст] / Н.Д. Кошевой, М.В. Цеховской, В.А. Дергачев, А.Н. Кухар // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун–та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 33. – Х., 2006. – С. 66 – 69.

97. Пат. 53186 Україна, МПК[7] G01N 27/22. Ємнісний вимірювач вологості матеріалів / Заболотний О.В., Кошовий М.Д., Заболотний В.А.; заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – № 2002042547; заявл. 01.04.02; опубл. 15.01.03, Бюл. № 1.

98. Заболотный А.В. Розработка, исследование и оптимизация устройства для контроля качества диэлектрических материалов [Текст] / А.В. Заболотный, Н.Д. Кошевой // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2004. – № 1. – С. 39 – 42.

99. Костенко Е.М. Оптимальное планирование эксперимента при исследовании устройства для контроля качества диэлектрических материалов [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко, А.В. Заболотный // АСУ и приборы автоматики. – 2009. – № 147. – С. 38–41.

100. Пат. 27040 Україна, МПК (2006) G01B 11/26. Фотоелектричний датчик кутового переміщення рульової поверхні літака / Оганесян А.С., Кошовий М.Д.; заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – № U200706934; заявл. 20.06.07; опубл.10.10.07, Бюл. № 16.

101. Кошевой Н.Д. Сравнительный анализ альтернативных элементных баз фотоэлектрического датчика углового перемещения рулевых поверхностей самолетов Ан–74 и Ан–140 [Текст] / Н.Д. Кошевой, А.С. Оганесян // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун–та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Вып. 38. – Х., 2008. – С. 223 – 229.

102. Костенко Е.М. Автоматизация процессов моделирования многофакторных объектов исследования [Текст] / Е.М. Костенко // Вісник Полтавської державної аграрної академії. – Полтава: ПДАА.– 2012. – № 4. – С. 137–139.

103. Давыденко А.П. Организация и планирование научных исследований, патентоведение [Текст] / А.П. Давыденко. – Х.: НТУ «ХПИ», 2004. – 320 с.

104. Пат. 33044 Україна, МПК (2006) G01B 11/26. Фотоелектричний перетворювач кутових переміщень / Кошовий М.Д., Бурлєєв О.Л.; Заявник і

патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є Жуковського «ХАІ». – № U200801273; заявл. 01.02.2008; опубл. 10.06.2008, Бюл. № 11.

105. Фотоэлектрические преобразователи для измерения неэлектрических величин [Текст] / Т.Г. Рожнова, Н.Д. Кошевой, О.Л. Бурлеев, Е.М. Костенко // Сб. науч. тр. III Междунар. науч. конф. «Функциональная компонентная база микро–, опто– и наноэлектроники» 28 сентября – 2 октября, Харьков – Кацивели, 2010. – С. 290–293.

106. Костенко Е.М. Оптимизация параметров распределения торцов световодов оптоволоконного преобразователя угла поворота в код [Текст] / Н.Д. Кошевой, О.Л. Бурлеев, Е.М. Костенко // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2010. – № 4. – С. 110–112.

107. Пат. 40939 Україна, МПК (2009) G01N 27/22. Первинний перетворювач вологості нафтопродуктів / Заболотний О.В., Кошовий М.Д., Саттаров А.Н.; Заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – № U200814590; заявл. 18.12.2008; опубл. 27.04.2009, Бюл. № 8.

108. Пат. 89376 Україна, МПК (2009) G01N 27/22. Перетворювач вологості / Заболотний О.В., Кошовий М.Д.; Заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є Жуковського «ХАІ». – U200701506; заявл. 12.02.2007; опубл. 25.01.2010, Бюл. №2.

109. Заболотний О.В. Оцінювання впливу змінного гранулометричного складу сипкого матеріалу на результат вимірювання вологості [Текст] / О.В. Заболотний, М.Д. Кошовий, А.Н. Саттаров // Метрологія та прилади. – 2010. – № 1. – С. 25–31.

110. ДСТУ 4058–2001. Паливо нафтове. Мазут. Технічні умови. – На заміну ГОСТ 10585–75; чинний з 07.01.02. – К.: Держстандарт України, 2002. – 9 с.

111. Заболотний О.В. Особливості метрологічного забезпечення переносних діелькометричних вологомірів [Текст] / О.В. Заболотний, М.Д. Кошовий // Український метрологічний журнал. – 2004. – № 1. – С. 48 – 51.

112. Костенко О.М. Оптимальне планування експериментів при дослідженні переносних діелькометричних вологомірів [Текст] / М.Д. Кошовий, О.В. Заболотний, О.М. Костенко // Радіоелектронні і комп’ютерні системи. – 2009. – № 3 (37). – С. 45–47.

113. Методика выполнения измерений параметров шероховатости поверхности по ГОСТ 2789–73 с помощью приборов профильного метода: МИ 41–75 [Текст].– М.: Изд–во стандартов, 1975. – 15 с.

114. Кошевой Н.Д. Разработка программного обеспечения по автоматизации планирования эксперимента [Текст] / Н.Д. Кошевой // Авиационно–космическая техника и технология: тр. Харьк. авиац. ин–та им. Н.Е. Жуковского. – 1998. – С. 242 – 244.

115. Оптимальное планирование эксперимента для исследования качества технологических процессов [Текст] / Н.Д. Кошевой, М.В. Цеховской, Е.М. Костенко, Е.А. Сухобрус // IV Междунар. науч.–практ.

конф. «Качество технологий – качество жизни» 15–19 сентября, Судак – Харьков, 2011. – С. 14–16.

116. Оптимальное планирование эксперимента при исследовании качества технологических процессов [Текст] / Н.Д. Кошевой, М.В. Цеховской, В.А. Дергачев и др. // Якість технологій та освіти: зб. наук. пр. – Х.: Укр. інженер. педагог. академія, 2011. – № 2 .– С. 26–32.

117. Camtepe S.A. Combinatorial design of key distribution mechanisms for wireless sensor networks [Text] / S.A. Camtepe, B. Yener // Computer Security–ESORICS 2004. – Springer Berlin Heidelberg, 2004. – P. 293–308.

118. Костенко Е.М. Оптимальное планирование эксперимента при исследовании технологических процессов в производстве полупроводниковых приборов [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко // Зб. наук. пр. військ. ін–ту Київського нац. ун–ту ім. Тараса Шевченка. – Вип. 24. – К., 2009. – С. 120–126.

119. Виноградов А.И. Оптимизация шероховатости поверхности кремния при процессах глубокого плазмохимического травления элементов МЭМС [Текст] / А.И. Виноградов, Н.М. Зарянкин, С.П. Тимошенков // Сб. науч. тр. III Междунар. науч. конф. «Функциональная компонентная база микро–, опто– и наноэлектроники», 28 сентября – 2 октября 2010. – Харьков–Кацивели: изд–во ХНУРЭ, 2010. – С. 17–20.

120. Optimum planning of experiment in manufacturing the electronic equipment [Text] / N.D. Koshevoy, E.M. Kostenko, V.A. Gordienko, V.P. Syroklyn // Telecommunications and Radio Engineering. – 2011. – Vol.70. – № 8. – P. 731–734.

121. Соколовская Е.И. Моделирование процесса получения пористых материалов с оптимальными механическими свойствами [Текст] / Е.И. Соколовская // Математическое моделирование.– 2010. – № 1 (22).– С. 43–45.

122. Технологические процессы сборки и испытаний средств автоматики и измерительной техники: лаб. практикум [Текст] / В.А. Заболотный, П.И. Коваленко, А.В. Заболотный, В.А. Кныш. – Х.: Нац. аэрокосм. ун–т им. Н.Е. Жуковского «Харьк. авиац. ин–т», 2005. – 24 с.

123. Оптимізація режиму зварювання пластин малої товщини [Текст] / М.Д. Кошовий, В.О. Заболотний, О.М. Костенко, О.А. Сухобрус // Вісник Тернопільского національного технічного ун–ту. – Тернопіль: ТНТУ. – 2013. – С. 154–159.

124. Сытник В.В. Исследование технологического процесса горячей штамповки при изготовлении деталей [Текст] / В.В. Сытник // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун–та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». 2010. – Вып. 46.– С. 109–113.

125. Повышение качества технологического процесса изготовления деталей горячей штамповкой [Текст] / Н.Д. Кошевой, М.В. Цеховской, Е.М. Костенко, В.В. Сытник // IV Междунар. научно–практ. конф. «Качество технологий – качество жизни» 15–19 сентября, Судак – Харьков, 2011.– С. 19–21.

126. Костенко Е.М. Оптимизация планов многофакторного эксперимента на основе теории серийных последовательностей [Текст] / Е.М. Костенко // Системный аналіз и информационные технологии: материалы 16–ой Международной научно–технической конференции SAIT 2014.– К.: УНК «ИПСА» НТУУ «КПИ», 2014. – С. 115.

127. Костенко О.М. Оптимальне планування експериментів при обслуговуванні верстаків з числовим програмним управлінням [Текст] / М.Д. Кошовий, О.М. Костенко // Вісник Полтавської державної аграрної академії. – 2010. – № 3. – С. 155–158.

128. Оптимизация процесса обезжиривания пищевого рыбного фарша [Текст] / Т.А. Маноли, С.А. Памбук, В.И. Зинченко, Т.И. Никитчина // Холодильна техніка і технологія. – 2009. –№ 6 (122). – С. 63–65.

129. Костенко Е.М. Оптимальное планирование эксперимента при исследовании технологических процессов [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко, В.А. Рожнова // Автоматизация: проблемы, идеи, решения: материалы Междунар. науч. – техн. конф. 6–10 сентября. – Севастополь, 2010. – Т. 1. – С. 24–26.

130. Dutta G. Optimum Design for Estimation of Regression Parameters in Multi–Factor Set–Up [Text] / G. Dutta, P. Das // Communications in Statistics–Theory and Methods. – 2013. – V. 42. – № 24. – P. 4431–4443.

131. Кошевой Н.Д. Оптимальное планирование эксперимента при исследовании технологического процесса приготовления попкорна в микроволновой печи [Текст] / Н.Д. Кошевой, Е.М. Костенко // Вестник Национального технического университета «ХПИ». – Вып. 46. – Х., 2010. – С. 99–102.

132. Оптимальное планирование эксперимента при исследовании технологического процесса приготовления попкорна в микроволновой печи [Текст] / Н.Д. Кошевой, В.А. Дергачев, О.Л. Бурлеев, Е.М. Костенко // Математичне моделювання. – 2011. – № 1(24). – С. 35–38.

133. Костенко Е.М. Оптимальне планування експерименту при дослідженні технологічного процесу приготування попкорна в мікрохвильовій печі [Текст] / М.Д. Кошовий, О.С. Чуйко, О.М. Костенко // Харчова промисловість. – 2012. – № 13. – С. 164–167.

134. Кошевой Н.Д. Автоматизированный стенд для проведения многофакторного исследования объектов / Н.Д Кошевой, Е.М. Костенко, А.С. Чуйко // Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси: шоста міжнародна науково–практична конференція 27–29 травня 2013 р.; збірка тез. – К.: НАУ, 2013. – С. 192–194.

135. Пат. 49801, Україна, МПК G06F 17/00. Автоматизована система для проведення багатофакторного експерименту / Кошовий М.Д., Костенко О.М., Дергачов В.А., Цеховський М.В., Оганесян А.С.; Заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – №U200912203; заявл. 27.11.2009; опубл. 10.05.2010, Бюл. № 9.

136. Пат. 60082, Україна, МПК G06F 17/00. Автоматизована система для проведення багатофакторного експерименту / Кошовий М.Д.,

Костенко О.М., Дергачов В.А.; Заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – №U201013771; заявл. 19.11.2010; опубл. 10.06.2011, Бюл. № 11. – 3 с.

137. Пат. 58097, Україна, МПК G01F 1/00. Витратомір палива / Кошовий М.Д., Костенко О.М.; Заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – № U201013003; заявл. 01.11.2010; опубл. 25.03.2011, Бюл. № 6.

138. Пат. 60537, Україна, МПК G06F 15/00. Пристрій для визначення еквівалентності планів багатофакторного експерименту / Кошовий М.Д., Костенко О.М., Дергачев В.А.; Заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – №U201013497; заявл. 15.11.2010; опубл. 25.06.2011, Бюл. № 12.

139. Пат. 68370, Україна, МПК G06F 15/00. Пристрій для визначення характеристик планів багатофакторного експерименту / Цеховський М.В., Кошовий М.Д., Костенко О.М., Дергачев В.А.; Заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – № U201110057; заявл. 15.08.2011; опубл. 26.03.2012, Бюл. № 6.

140. Пат. 67311, Україна, МПК G06F 15/00. Пристрій для визначення еквівалентності планів багатофакторного експерименту / Цеховський М.В., Кошовий М.Д., Костенко О.М., Дергачев В.А.; Заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – №U201109867; заявл. 08.08.2011; опубл. 10.02.2012, Бюл. № 3.

141. Пат. 67062, Україна, МПК G06F 17/00. Пристрій для перетворення планів багатофакторного експерименту / Цеховський М.В., Кошовий М.Д., Костенко О.М., Дергачев В.А.; Заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – №U201109871; заявл. 08.08.2011; опубл. 25.01.2012, Бюл. № 2.

142. Пат. 68367, Україна, МПК G06F 17/00. Автоматизована система пошуку оптимального плану багатофакторного експерименту / Цеховський М.В., Кошовий М.Д., Костенко О.М., Дергачев В.А.; Заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – № 201110041; заявл. 15.08.2011; опубл. 26.03.2012, Бюл. № 3.

143. Пат. 68376, Україна, МПК G06F 17/00. Автоматизована система для проведення багатофакторного експерименту / Цеховський М.В., Кошовий М.Д., Костенко О.М., Дергачев В.А.; Заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – № U201110115; заявл. 16.08.2011; опубл. 26.03.2012, Бюл. № 6.

144. Пат. 68353, Україна, МПК G06F 17/00. Система керування багатофакторним експериментом / Цеховський М.В., Кошовий М.Д., Костенко О.М., Дергачов В.А.; Заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – № U201109858; заявл. 08.08.2011; опубл. 26.03.2012, Бюл. № 6.

145. Пат. 67529, Україна, МПК G06F 17/00. Система підвищення ефективності проведення багатофакторного експерименту / Цеховський М.В., Кошовий М.Д., Костенко О.М., Дергачов В.А.; Заявник і

патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – №U201109305; заявл. 25.07.2011; опубл. 27.02.2012, Бюл. № 4.

146. Пат. 67060, Україна, МПК G06F 17/00. Автоматизована система параметричного контролю / Цеховський М.В., Кошовий М.Д., Костенко О.М., Дергачов В.А.; Заявник і патентоволодар Нац. аерокосм. ун–т ім. М.Є. Жуковського «ХАІ». – №U201109869; заявл. 08.08.2011; опубл. 25.01.2012, Бюл. № 2.

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Таблица А.1 – Математические модели, оптимальные конструктивные параметры и режимы исследуемых объектов

Объект исследования	Коэффициенты математической модели	Оптимальные параметры и режимы
Весоизмерительная система для дозирования сыпучих материалов	$b_0 = 1{,}903$; $b_1 = -0{,}301$; $b_2 = 0{,}050$; $b_3 = -0{,}699$; $b_{12} = -0{,}676$; $b_{13} = -1{,}026$; $b_{23} = 0{,}064$; $b_{123} = 0{,}128$.	$\alpha = 41{,}9^{o}$; $f_d = 0{,}70$; W = 14%.
Бесконтактные измерители постоянного тока и плотности тока: $U_{пит} = 9В$	y_1: $b_0 = 3{,}975$; $b_1 = -0{,}175$; $b_2 = -0{,}275$. y_2: $b_0 = 34{,}5$; $b_1 = 1{,}5$; $b_2 = 6{,}0$; $b_{12} = 3{,}0$. y_3: $b_0 = 3{,}625$; $b_2 = 0{,}475$; $b_{12} = -0{,}125$. y_4: $b_0 = 1{,}3575$; $b_1 = 0{,}0275$; $b_2 = -0{,}0175$; $b_{12} = -0{,}0675$.	$R_3 = 165{,}25$ кОм; $R_4 = 548$ Ом.
$U_{пит} = 5В$	y_1: $b_0 = 2{,}025$; $b_1 = -0{,}075$; $b_2 = -0{,}125$; $b_{12} = -0{,}025$. y_2: $b_0 = 13{,}2$; $b_1 = 0{,}3$; $b_2 = 4{,}3$; $b_{12} = 0{,}2$. y_3: $b_0 = 5{,}0$; $b_1 = -0{,}10$; $b_2 = -0{,}15$; $b_{12} = 0{,}05$. y_4: $b_0 = 0{,}307$; $b_1 = 0{,}042$; $b_2 = -0{,}057$; $b_{12} = -0{,}042$.	$R_3 = 119$ кОм; $R_4 = 332$ Ом.
Устройство для контроля качества диэлектрических материалов	y_1=P: $b_0 = 631{,}32$; $b_1 = 371{,}23$; $b_2 = -8{,}67$; $b_3 = -80{,}55$; $b_4 = 11{,}38$; $b_{12} = -3{,}6$; $b_{13} = -22{,}52$; $b_{14} = -5{,}38$; $b_{23} = 16$; $b_{24} = -2{,}43$; $b_{34} = -0{,}37$; $b_{123} = -2{,}2$; $b_{134} = 7{,}0$; $b_{124} = 1{,}45$; $b_{234} = -1{,}22$; $b_{1234} = -4{,}63$.	$U_{пит} = 4{,}5В$; $C_0 = 1082$ пФ; W = 201; $W_1 = 292$.
Устройство для контроля качества диэлектрических материалов	$y_2 = \Delta$: $b_0 = 0{,}323$; $b_1 = -0{,}054$; $b_2 = 0{,}006$; $b_3 = -0{,}048$; $b_4 = -0{,}033$; $b_{12} = 0{,}044$; $b_{13} = -0{,}009$; $b_{14} = -0{,}068$; $b_{23} = 0{,}008$; $b_{24} = -0{,}081$; $b_{34} = -0{,}021$; $b_{123} = 0{,}094$; $b_{134} = -0{,}037$; $b_{124} = 0{,}016$; $b_{234} = -0{,}04$; $b_{1234} = -0{,}019$.	$U_{пит} = 12В$; R = 3,5 Ом; W = 41; $W_1 = 611$.

Объект исследования	Коэффициенты математической модели	Оптимальные параметры и режимы
Фотоэлектрический преобразователь угловых перемещений	U_1: $b_0 = 76{,}44$; $b_1 = -2{,}92$; $b_2 = 53{,}39$; $b_{22} = 4{,}87$. U_2: $b_0 = 22{,}27$; $b_2 = 3{,}57$; $b_{23} = -3{,}98$; $b_{22} = 10{,}89$. U_3: $b_0 = 108{,}67$; $b_1 = 4{,}19$; $b_2 = -53{,}57$; $b_{11} = -7{,}02$; $b_{22} = -16{,}50$; $b_{33} = -7{,}80$. U_4: $b_0 = 91{,}1$; $b_2 = 51{,}64$; $b_3 = -2{,}58$; $b_{23} = -3{,}38$; $b_{22} = -4{,}62$. U_5: $b_0 = 26{,}29$; $b_{22} = 13{,}34$. U_6: $b_0 = 87{,}27$; $b_1 = 3{,}00$; $b_2 = -47{,}75$; $b_3 = -5{,}25$; $b_{23} = 5{,}88$; $b_{22} = -5{,}07$. ΔU_1: $b_0 = 14{,}77$; $b_1 = -1{,}42$; $b_2 = 3{,}57$; $b_3 = 0{,}28$; $b_{12} = -1{,}73$; $b_{13} = 1{,}41$; $b_{23} = -3{,}97$; $b_{11} = 0{,}74$; $b_{22} = 10{,}90$; $b_{33} = 1{,}56$. ΔU_2: $b_0 = 16{,}22$; $b_1 = -1{,}03$; $b_2 = -0{,}06$; $b_3 = 1{,}16$; $b_{12} = -1{,}43$; $b_{13} = 0{,}29$; $b_{23} = 0{,}70$; $b_{11} = -1{,}26$; $b_{22} = 13{,}34$; $b_{33} = -0{,}38$.	Целесообразно применение фототранзисторов ВРТ-ВР2931.
Измеритель влажности сыпучих материалов	$y = \Delta W$: $b_0 = 0{,}008$; $b_1 = 0{,}00315$; $b_2 = 0{,}00145$; $b_3 = 0{,}00005$; $b_{12} = -0{,}0009$; $b_{13} = -0{,}00275$; $b_{23} = 0{,}0013$; $b_{123} = -0{,}00055$.	Погрешность $\Delta W = 0{,}24\%$.
Процесс калибровки переносных диэлькометрических влагомеров	y: $b_0 = 4{,}079$; $b_1 = 1{,}833$; $b_2 = 1{,}287$; $b_{12} = 0{,}625$;	Математическая модель справедлива для диапазона влажности от 0 до 30%.

Продолжение табл. А.1

Объект исследования	Коэффициенты математической модели	Оптимальные параметры и режимы
Процесс гальванического меднения печатных плат	$y_1 = \Delta h$: $b_0 = 44,9$; $b_1 = 0,4$; $b_2 = -1,6$; $b_3 = 7,3$; $b_4 = 6,2$ $b_{14} = 3,0$; $b_{24} = 1,1$; $b_{34} = -1,8$; $b_{234} = 2,24$; $b_{1234} = -0,8$. $y_2 = \Delta h_{ср}$: $b_0 = 31,4$; $b_1 = 0,3$; $b_2 = -0,5$; $b_3 = 6,3$; $b_4 = 4,8$; $b_{12} = 1,5$; $b_{24} = 1,3$; $b_{34} = -1,4$; $b_{234} = 0,9$; $b_{1234} = -1,2$. $y_3 = R_z$: $b_0 = 4,74$; $b_1 = -0,95$; $b_3 = 1,35$; $b_4 = 0,65$; $b_{23} = 0,42$; $b_{34} = 0,42$; $b_{123} = -0,68$; $b_{134} = 0,41$.	$C_1 = 105,45$ г/л; $C_2 = 160,45$ г/л; $d = 1,61$ А/дм^2; $t = 0,59$ ч.
Процесс измерения площади металлизации печатных плат	$y_1 = U$: $b_0 = 11,603$; $b_1 = 0,278$; $b_2 = 0,328$; $b_3 = -0,291$; $b_4 = 0,384$. $y_2 = \Delta U$: $b_0 = 0,544$; $b_1 = -0,019$; $b_2 = 0,044$; $b_3 = -0,044$; $b_4 = 0,006$.	R = 2,5 Ом; pH = 7,8; $\tau = 5,5$ мин; T = 17ºС.
Процесс точечной сварки пластин малой толщины	Y: $b_0 = 15,66$; $b_1 = 1,56$; $b_2 = -1,05$; $b_3 = -1,51$; $b_{12} = 0,45$; $b_{13} = 0,49$; $b_{23} = -0,85$; $b_{123} = 0,45$.	$X_1 = 140$ МкФ; $X_2 = 75$ $X_3 = 10$Н.
Процесс изготовления деталей горячей штамповкой	$h_{дет}$: $b_0 = 10,7945$; $b_1 = 0,1020$; $b_2 = 0,1668$; $b_3 = -0,008$.	$X_1 = 1140$ºС; $X_2 = 14,8$ мин; $X_3 = 221,4$ºС.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б
Математические модели для расчета расхода топлива в ДВС

Таблица Б.1 – Значения коэффициентов математических моделей для расчета расхода топлива в ДВС

Режим, коэффициент	При кодированных значениях факторов X_1,X_2		При натуральных значениях факторов n,T	
	Топливо		Топливо	
	Бензин	Газ	Бензин	Газ
Режим 1	«Холостой» ход			
b_0	30	34	13,75	15,75
b_1	12,5	13,5	0,0125	0,0135
b_2	-2,5	-2,5	-0,125	-0,125
b_{12}	-	-	-	-
Режим 2	Движение на первой передаче			
b_0	180	206,25	307,5	353,125
b_1	15	16,25	0,02	-0,02313
b_2	-25	-28,75	-2,25	-2,5625
b_{12}	10	11,25	0,0005	0,000563
Режим 3	Нормальный			
b_0	93,75	106,25	356,25	140,0
b_1	-8,75	-11,25	-0,083125	-0,00688
b_2	-3,75	-3,75	-3,375	-
b_{12}	21,25	-1,25	0,001063	-0,00006

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Математические модели вихретокового преобразователя толщины диэлектрических покрытий

Таблица В.1 – Значения коэффициентов математических моделей для показателей качества

Коэффициент	Показатель качества				
	$y_1 = \Delta$	$y_2 = S$	$y_3 = P$	$y_4 = m$	$y_5 = H_{max}$
b_0	11,070	89,375	402,125	1,899	2,281
b_1	1,719	29,375	-19,313	0,996	0,619
b_2	-1,354	-13,125	-3,188	0,441	0,831
b_3	1,351	26,875	-31,500	0,106	0,144
b_4	4,058	-3,125	-7,625	0,000	-0,094
b_{12}	0,403	6,875	-1,375	0,279	0,394
b_{13}	-2,158	16,875	-3,188	–	0,106
b_{14}	-0,329	-15,625	-0,563	0,000	-0,081
b_{23}	-3,765	–	1,813	–	-0,181
b_{24}	0,256	-5,625	-1,438	0,000	-0,043
b_{34}	0,914	9,375	-3,625	0,000	0,144
b_{123}	-0,841	19,375	1,625	–	0,206
b_{124}	4,058	11,875	-0,625	0,000	–
b_{134}	-2,010	-3,125	-0,563	0,000	-0,069
b_{234}	-2,010	-18,125	–	0,000	0,119
b_{1234}	0,329	–	–	0,000	-0,069

Рациональные значения конструктивных параметров:

d = 3,0 мм; h = 16,7 мм; W = 217 витков; f = 180 Гц.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
РАЗДЕЛ 1. МЕТОДОЛОГИЯ ОПТИМАЛЬНОГО ПО СТОИМОСТНЫМ И ВРЕМЕННЫМ ЗАТРАТАМ ПЛАНИРОВАНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА 5
1.1 Разработка методов планирования оптимальных по стоимостным и временным затратам экспериментов 5
1.1.1 Метод итерационного планирования экспериментов 5
1.1.2 Метод последовательного планирования эксперимента 8
1.1.3 Метод планирования эксперимента для исследования динамических объектов 13
1.2 Применение классических методов для оптимизации планов эксперимента по стоимостным и временным затратам 17
1.2.1 Процедура поиска оптимальных многоуровневых планов многофакторного эксперимента 17
1.2.2 Метод ветвей и границ для оптимизации многофакторных планов эксперимента 18
1.2.3 Метод ветвей и границ для оптимизации композиционных планов второго порядка 22
1.2.4 Процедура оптимизации композиционных планов эксперимента методом последовательного приближения 30
1.3 Программный комплекс для построения планов МФЭ 32
1.4 Методология оптимального планирования экспериментов при исследовании технологических процессов, приборов и систем 34
РАЗДЕЛ 2. РАЗРАБОТКА МЕТОДОВ ОПТИМИЗАЦИИ ПЛАНОВ МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА НА ОСНОВЕ СЕРИЙНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ 38
2.1 Перечисление планов многофакторного эксперимента на основе серийных последовательностей 38
2.1.1 Представление планов многофакторного эксперимента в виде серийных последовательностей 38
2.1.2 Свойства серийных последовательностей 43
3.1.3 Перечисление типовых серийных последовательностей планов МФЭ 50
2.1.4 Перечисление типовых оптимальных планов МФЭ 53
2.2 Метод построения оптимальных комбинаторных планов, учитывающих стоимость изменения уровней факторов 67
2.3 Композиционный метод построения планов МФЭ 83
2.4 Оценка эффективности разработанных методов 91

РАЗДЕЛ 3. ОПТИМАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ И ПРИБОРОВ 96
3.1 Оптимальное планирование эксперимента при исследовании сложных систем 96
3.1.1 Весоизмерительная система для дозирования сыпучих материалов 96
3.1.2 Система для определения расхода топлива в двигателях внутреннего сгорания 100
3.1.3 Агрегат судовой энергетической установки 105
3.1.4 Система человек – машина 107
3.1.5 Комплекс технических систем 110
3.2 Оптимальное планирование эксперимента при исследовании приборов 114
3.2.1 Бесконтактные измерители постоянного тока и плотности тока ... 114
3.2.2 Вихретоковые измерители толщины диэлектрических покрытий на металлических поверхностях изделий 117
3.2.3 Устройство для контроля качества диэлектрических материалов 123
3.2.4 Фотоэлектрические преобразователи угловых перемещений 127
3.2.5 Полупроводниковый терморегулятор и следящее устройство 137
3.2.6 Прибор для измерения влажности сыпучих материалов 141
РАЗДЕЛ 4 ОПТИМАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ 146
4.1 Оптимальное планирование эксперимента при исследовании технологических процессов производства электронной аппаратуры 146
4.1.1 Процесс калибровки переносных диэлькометрических влагомеров 146
4.1.2 Технологический процесс гальванического меднения печатных плат 149
4.1.3 Технологический процесс гальванического серебрения печатных плат 152
4.1.4 Процесс измерения площади металлизации печатных плат 154
4.1.5 Процесс измерения плотности тока гальванических ванн с использованием мерных датчиков 158
4.1.6 Технологические процессы в производстве полупроводниковых приборов 160
4.1.7 Процесс исследования шероховатости поверхности кремния в процессах глубокого плазмохимического травления МЭМС 165
4.1.8 Технологические процессы изготовления радиоэлектронной аппаратуры 168

4.2 Оптимальное планирование эксперимента при исследовании процессов механической обработки 171
4.2.1 Процесс получения пористых материалов 171
4.2.2 Процесс прессования корпуса катера из стеклопластика 178
4.2.3 Технологический процесс изготовления пластин малой толщины 180
4.2.4 Технологический процесс изготовления деталей горячей штамповкой 182
4.2.5 Процесс обслуживания станков с числовым программным управлением 183
4.3 Оптимальное планирование эксперимента при исследовании технологических процессов пищевой промышленности 188
4.3.1 Технологический процесс приготовления фарша 188
4.3.2 Технологический процесс приготовления попкорна 189
РАЗДЕЛ 5. АППАРАТНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПОСТРОЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ КОМБИНАТОРНЫХ ПЛАНОВ МНОГОФАКТОРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА И МОДЕЛИРОВАНИЯ 196
5.1 Автоматизированный стенд для моделирования многофакторных объектов исследования 196
5.2 Устройства для моделирования объектов исследования 197
5.3 Устройства для анализа и построения планов многофакторного эксперимента 207
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 209
ПРИЛОЖЕНИЯ 223

Наукове видання

Кошовий Микола Дмитрович
Костенко Олена Михайлівна
Павлик Ганна Володимирівна
Доценко Наталя Володимирівна

МЕТОДОЛОГІЯ ОПТИМАЛЬНОГО ЗА ВАРТІСНИМИ ТА ЧАСОВИМИ ВИТРАТАМИ ПЛАНУВАННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ

Монографія
(Російською мовою)

Редактор
Технічний редактор
Комп'ютерна верстка Н. Засельська

Підп. до друку 23. 01.2017. Формат 60x90 $^{1}/_{16}$. Папір офсетний.
Ум. друк. арк. 14,5. Обл.-вид. арк. 9,3. Тираж 300 пр. Зам. 9.
Гарнітура Times New Roman Cyr.

Друк – Редакційно-видавничий відділ Полтавської державної аграрної академії
Свідоцтво суб'єкта видавничої справи ДК №2174 від 26.04.2005 р.
Адреса: 36003, м. Полтава, вул. Сковороди, 1/3.