ПОЛТАВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Навчально-науковий інститут економіки, управління, права та інформаційних технологій
Кафедра інформаційних систем та технологій

КВАЛІФІКАЦІЙНА РОБОТА

на здобуття ступеня вищої освіти бакалавр

на тему: **«Розроблення програмного забезпечення для моделювання адаптивної антенної решітки в системах зв'язку 5G на мові Python»**

Виконав: здобувач вищої освіти
за освітньою програмою
Інформаційні управляючі системи
спеціальності 126 Інформаційні системи та технології
ступеня вищої освіти бакалавр
групи 126ІСТ_бд_2022
Шкуть Богдан Максимович
Керівник: Одарущенко Олена Борисівна
Рецензент: Муравльов Володимир Вячеславович

Полтава – 2026 року

ПОЛТАВСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ АГРАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
Навчально-науковий інститут економіки, управління, права та інформаційних технологій
Кафедра інформаційних систем та технологій

Освітня програма Інформаційні управляючі системи
Спеціальність 126 Інформаційні системи та технології
Рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

ЗАТВЕРДЖУЮ
Завідувач кафедри
_____ Юрій УТКІН
«10» червня 2025 року

З А В Д А Н Н Я
НА КВАЛІФІКАЦІЙНУ РОБОТУ ЗДОБУВАЧА ВИЩОЇ ОСВІТИ

Шкутю Богдану Максимовичу

1. Тема роботи:
«Розроблення програмного забезпечення для моделювання адаптивної антенної решітки в системах зв'язку 5G на мові Python»,
керівник роботи к.т.н., доцент, доцент кафедри інформаційних систем та технологій Одарущенко Олена Борисівна.
Затверджено наказом закладу вищої освіти від «10» квітня 2026 року № 383 ст

2. Строк подання здобувачем вищої освіти роботи «08» червня 2026 року

3. Вихідні дані до роботи: стандарти та специфікації 3GPP Release 15-17 (TR 38.901, TS 38.211), рекомендації ITU-R M.2410-0 (IMT-2020), дані офіційних сайтів https://www.python.org/, https://numpy.org/, https://scipy.org/, https://matplotlib.org/.

4. Зміст пояснювальної записки (перелік питань, які потрібно розробити):

Розділ 1. Аналіз адаптивних антенних решіток у системах мобільного зв'язку 5G
Розділ 2. Розроблення програмної моделі адаптивної антенної решітки
Розділ 3. Аналіз результатів моделювання та оцінка ефективності системи

5. Перелік графічного матеріалу: схеми, рисунки, графіки, діаграми за темою та об’єктом дослідження.

6. Консультанти розділів кваліфікаційної роботи

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання отримав
Оцінювання економічної ефективності результатів дослідження	Дивнич О. Д., к. е. н., доцент, доцент кафедри економіки та публічного управління	01.04.2026 р.	29.05.2026 р.

7. Дата видачі завдання «10» червня 2025 року.

КАЛЕНДАРНИЙ ПЛАН

№ з/п	Назва етапів роботи	Строк виконання етапів кваліфікаційної роботи	Примітка
1	Вибір і затвердження теми роботи	02.06.2025 р. – 04.06.2025	
2	Складання і затвердження розгорнутого плану та завдання на кваліфікаційну роботу	05.06.2025 р. – 10.06.2025 р.	
3	Опрацювання джерел інформації	11.06.2025 р. – 15.06.2025 р.	
4	Збір, вивчення і обробка інформації, необхідної для виконання роботи	16.06.2025 р. – 20.06.2025 р.	
5	Виконання теоретико-методологічного розділу роботи	08.09.2025 р. – 01.11.2025 р.	
6	Виконання дослідницько-аналітичного розділу роботи	19.01.2026 р. – 14.02.2026 р.	
7	Виконання проєктно-рекомендаційного розділу роботи	16.02.2026 р. – 31.03.2026 р.	
8	Розрахунок економічної ефективності результатів дослідження	01.04.2026 р. – 29.05.2026 р.	
9	Оформлення тексту роботи	01.06.2026 р. – 06.06.2026р.	
10	Попередній захист роботи на кафедрі	08.06.2026 р.	
11	Доопрацювання роботи з урахуванням зауважень і пропозицій	09.06.2026 р. – 10.06.2026 р.	
12	Нормоконтроль	11.06.2026 р. – 15.06.2026 р.	
13	Захист кваліфікаційної роботи	16.06.2026 р. - 18.06.2026 р.	

Здобувач вищої освіти **Богдан ШКУТЬ**

Керівник роботи **Олена ОДАРУЩЕНКО**

ЗМІСТ

ВСТУП 6
РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ ВИКОРИСТАННЯ АДАПТИВНИХ АНТЕННИХ РЕШІТОК У СИСТЕМАХ МОБІЛЬНОГО ЗВ'ЯЗКУ 5G 9
1.1 Стан та перспективи розвитку мереж 5G в Україні 9
1.2 Принципи роботи та класифікація адаптивних антенних решіток 12
1.3 Алгоритми оцінювання напрямку приходу сигналу 16
1.4 Огляд інструментів моделювання та обґрунтування технологічного стеку 20
РОЗДІЛ 2 РОЗРОБЛЕННЯ ПРОГРАМНОЇ МОДЕЛІ АДАПТИВНОЇ АНТЕННОЇ РЕШІТКИ 24
2.1 Математична модель адаптивної антенної решітки 24
2.2 Архітектура та структура програмного забезпечення 27
2.3 Реалізація алгоритмів DOA-оцінювання та адаптивної фільтрації 31
2.4 Тестування та верифікація програмного забезпечення 34
РОЗДІЛ 3 АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ СИСТЕМИ 39
3.1 Моделювання роботи адаптивної антенної решітки в умовах типових сценаріїв 5G 39
3.2 Порівняльний аналіз алгоритмів та вибір оптимального рішення 42
3.3 Техніко-економічне обґрунтування ефективності розробленої системи 46
ВИСНОВКИ 49
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 51
ДОДАТКИ 56

ВСТУП

Актуальність. Розвиток бездротових мереж п'ятого покоління (5G) є одним із визначальних технологічних трендів сучасності, що кардинально змінює підходи до організації систем мобільного зв'язку. Згідно з вимогами стандарту IMT-2020 Міжнародного союзу електрозв'язку, мережі 5G мають забезпечувати пікову швидкість передачі даних до 20 Гбіт/с і затримку не більше 1 мс [1], що принципово неможливо досягти без застосування технологій Massive MIMO та адаптивних антенних решіток (ААР). Дослідження показують, що застосування ААР із цифровим формуванням діаграми направленості дозволяє підвищити спектральну ефективність мережі у 3–5 разів порівняно зі звичайними MIMO-системами [10], що робить їх невід'ємним елементом інфраструктури 5G NR.

В Україні розгортання мереж 5G набуває практичного виміру: у січні 2026 року всі три основних оператори – «Київстар», Vodafone Україна та lifecell – спільно запустили пілотну 5G-зону у Львові [3], а наступними містами для розгортання визначено Бородянку та Харків [4]. Пріоритетним частотним діапазоном для вітчизняних операторів є sub-6 GHz (3400-3800 МГц), де типовими конфігураціями базових станцій є лінійні антенні решітки з 8-16 елементами [4]. За таких умов розроблення програмних інструментів для моделювання та дослідження алгоритмів DOA-оцінювання й адаптивної фільтрації є актуальним як з наукової, так і з освітньої точки зору.

Водночас існуючі програмні засоби моделювання антенних систем мають суттєві обмеження для застосування у вітчизняних закладах вищої освіти: MATLAB із необхідними Toolbox є комерційним продуктом з високою вартістю ліцензій, GNU Radio орієнтований на апаратне прототипування, а не на алгоритмічне моделювання, ns-3 вимагає значних зусиль при розробленні власних модулів [23]. Це зумовлює потребу у розробленні відкритого, відтворюваного та педагогічно орієнтованого програмного забезпечення на

основі Python, яке б дозволяло досліджувати алгоритми ААР в умовах, характерних для реальних мереж 5G NR.

Метою кваліфікаційної роботи є розроблення програмного забезпечення мовою Python для моделювання адаптивної антенної решітки в системах зв'язку 5G, що реалізує алгоритми DOA-оцінювання та адаптивного формування діаграми направленості і забезпечує дослідження їхньої ефективності в типових сценаріях міської забудови.

Відповідно до мети роботи необхідно вирішити наступні *завдання:*

1. Провести аналіз стану розвитку мереж 5G в Україні, принципів роботи адаптивних антенних решіток, алгоритмів DOA-оцінювання та обґрунтувати вибір технологічного стеку для реалізації ПЗ;
2. Розробити математичну модель лінійної еквідистантної антенної решітки для сценарію Urban Macro 5G NR та спроєктувати модульну архітектуру програмного забезпечення;
3. Реалізувати алгоритми MUSIC, ESPRIT, LMS та RLS засобами Python, провести їхнє тестування, верифікацію та порівняльний аналіз ефективності;
4. Виконати техніко-економічне обґрунтування доцільності розробленого програмного забезпечення з урахуванням перспектив його впровадження у навчальний процес.

Об'єкт дослідження – процеси оцінювання напрямку приходу сигналу та адаптивного формування діаграми направленості в лінійних антенних решітках систем зв'язку 5G NR.

Предмет дослідження – програмна модель адаптивної антенної решітки та алгоритми її функціонування (MUSIC, ESPRIT, LMS, RLS), реалізовані мовою Python для сценарію Urban Macro у діапазоні 3400-3800 МГц.

Методи досліджень – робота базується на методах математичного моделювання лінійних антенних систем, векторно-матричного аналізу сигналів, підпросторових методів DOA-оцінювання, адаптивної фільтрації, методі Монте-Карло для статистичної оцінки точності алгоритмів, модульного тестування

програмного забезпечення (pytest), а також техніко-економічного аналізу ефективності ІТ-проєктів.

Інформаційна база – стандарти 3GPP Release 15-17 та специфікація TR 38.901, вимоги ITU-R IMT-2020, наукові статті у галузі антенних систем та алгоритмів DOA-оцінювання, документація бібліотек NumPy, SciPy та Matplotlib, матеріали Міністерства цифрової трансформації України щодо стану розгортання 5G, а також аналітичні матеріали щодо ринку програмного забезпечення для моделювання антенних систем.

Практична значущість – розроблене програмне забезпечення є відкритим і відтворюваним інструментом для дослідження алгоритмів AAP у сценаріях 5G NR, придатним для використання у навчальному процесі кафедр інформаційних систем і телекомунікацій як безкоштовна альтернатива комерційному MATLAB. Модульна архітектура ПЗ спрощує його розширення для підтримки нових алгоритмів і геометрій решіток, а результати порівняльного аналізу алгоритмів можуть слугувати практичним орієнтиром при проєктуванні антенних систем базових станцій 5G NR.

Результати роботи апробовані в рамках наукової конференції здобувачів вищої освіти за результатами науково-дослідної роботи у 2025-2026 рр.

Структура кваліфікаційної роботи логічно пов’язана з задачами досліджень і містить перелік умовних позначень, вступ, три розділи основної частини, висновки, список використаних джерел. Загальний обсяг текстової частини кваліфікаційної роботи складає 55 сторінок формату А4. Вона містить 14 рисунків і 13 таблиць.

РОЗДІЛ 1
АНАЛІЗ ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ ВИКОРИСТАННЯ АДАПТИВНИХ АНТЕННИХ РЕШІТОК У СИСТЕМАХ МОБІЛЬНОГО ЗВ'ЯЗКУ 5G

1.1 Стан та перспективи розвитку мереж 5G в Україні

Розвиток сучасних бездротових систем зв'язку п'ятого покоління (5G) є одним із ключових напрямів цифрової трансформації як у світі, так і в Україні. Згідно з вимогами стандарту IMT-2020 Міжнародного союзу електрозв'язку (ITU), мережі 5G мають забезпечувати пікову швидкість передачі даних у напрямку «вниз» до 20 Гбіт/с, затримку не більше 1 мс, а також густину підключення до 10^6 пристроїв на квадратний кілометр [1]. Ці параметри принципово відрізняють 5G від попередніх поколінь і висувають нові вимоги до апаратно-програмних рішень на базових станціях, зокрема до антенних систем.

Одним із технологічних фундаментів 5G є технологія Massive MIMO – використання великих антенних решіток із десятками та сотнями елементів [2]. На відміну від класичних ненаправлених антен і фазованих решіток попередніх поколінь, Massive MIMO у поєднанні з цифровим формуванням діаграми направленості (Beamforming) дозволяє одночасно формувати вузькі просторові промені в напрямку кожного абонента, підвищуючи спектральну ефективність і зменшуючи міжсотові завади. Пікова спектральна ефективність у напрямку «вниз» для 5G NR становить 30 біт/с/Гц, що в 3 рази перевищує аналогічний показник мережі LTE-Advanced [1].

В Україні ринок мобільного зв'язку представлений трьома основними операторами: «Київстар», Vodafone Україна та lifecell. Усі три оператори розпочали дослідження та тестування технологій 5G ще до повномасштабного вторгнення: Vodafone Ukraine тестує 5G з 2021 року, lifecell – з 2019-го, Kyivstar провів перші випробування у своєму головному офісі в Києві в лютому 2024 року [3]. У січні 2026 року всі три оператори спільно запустили пілотну 5G-зону у Львові в межах пілотного проєкту Міністерства цифрової трансформації

України. Покриття зосереджено в центральній частині міста – площа Ринок, прилеглі вулиці та район залізничного вокзалу [3]. Наступними містами для розгортання пілотних зон визначено Бородянку та Харків [4]. На рисунку 1.1 показано порівняльне зростання ключових показників мереж від 4G до 5G відповідно до специфікацій ITU IMT-2020.

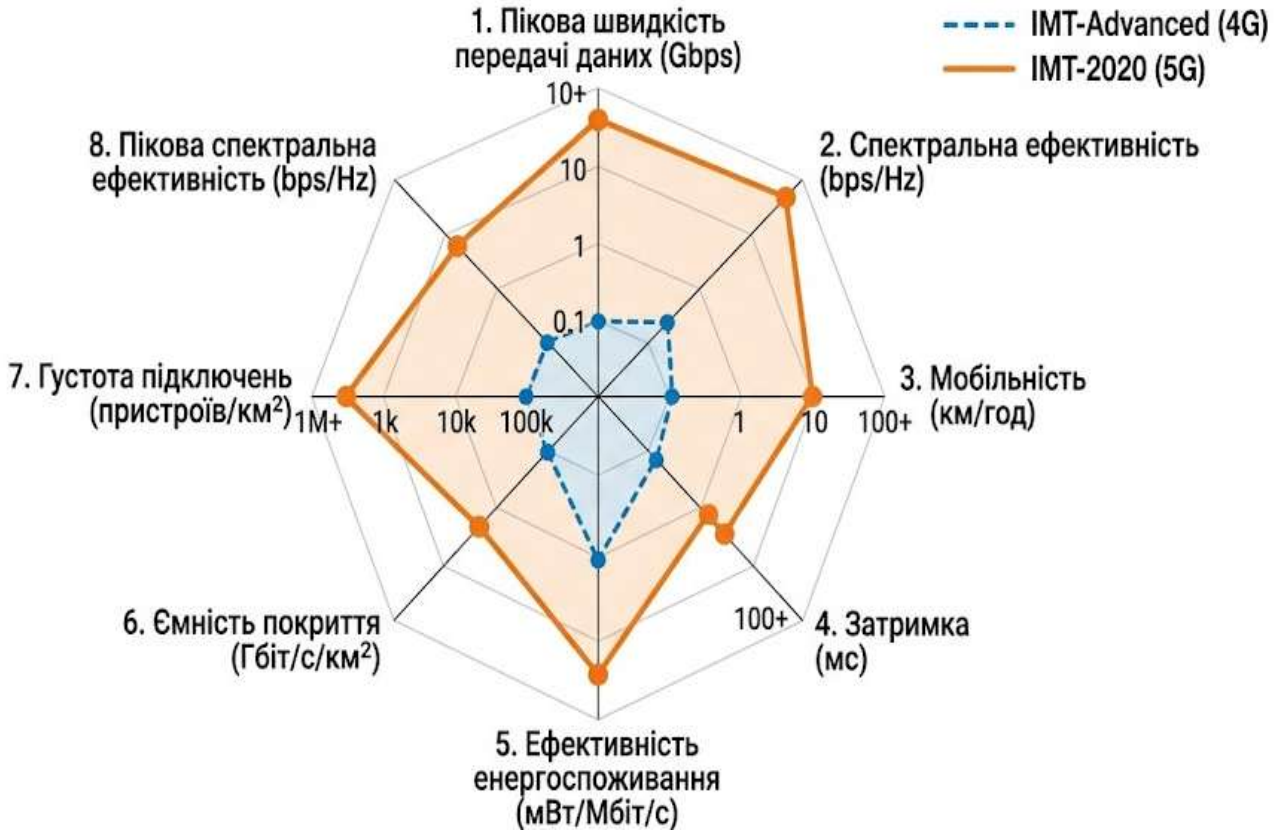


Рисунок 1.1 – Порівняльна характеристика IMT-Advanced (4G) та IMT-2020 (5G) за ключовими показниками

З точки зору частотного ресурсу, для розгортання 5G в Україні виділено два основні діапазони: 3500 МГц (sub-6 GHz, для забезпечення високої швидкості передачі даних) та 700 МГц (для розширення зони покриття) [4]. Водночас повне промислове використання цих діапазонів ускладнено через необхідність узгодження з суміжними країнами щодо радіоінтерференції, а також через вимоги сумісності з військовими системами зв'язку. Зокрема, у березні 2025 року Україна завершила першу фазу звільнення смуги 700 МГц у Львівській та Волинській областях, що усунуло завади для польських мереж

4G/5G [5]. Нормативне забезпечення здійснює Національна комісія з питань регулювання електронних комунікацій, радіочастотного спектра та надання послуг поштового зв'язку (НКЕК). Поточний стан та перспективи розвитку 5G в Україні наведено в таблиці 1.1.

Таблиця 1.1 – Стан розгортання мереж 5G в Україні (станом на 2026 рік)

Оператор	Початок тестування	Пілотна зона (2026)	Частотні діапазони
Kyivstar	лютий 2024	Львів (центр)	3500 МГц, 700 МГц
Vodafone Ukraine	2021	Львів (центр)	3500 МГц, 700 МГц
lifecell	2019	Львів (центр)	3500 МГц, 700 МГц

Незважаючи на активне тестування, повноцінне комерційне розгортання 5G в Україні наразі стримується воєнними обставинами, необхідністю захисту критичної інфраструктури від кіберзагроз і руйнувань, а також обмеженнями щодо використання частотного ресурсу, пов'язаними з потребами систем оборони. Зокрема, зміни до Постанови Кабінету Міністрів щодо Плану використання радіочастотного спектру, внесені в листопаді 2024 року, відкрили можливість для обмежених практичних випробувань [6].

З огляду на архітектурні особливості 5G NR, базові станції нового покоління мають підтримувати режим Massive MIMO із кількістю антенних елементів від 32 до 256 [2]. У діапазоні sub-6 GHz, що є пріоритетним для українських операторів, типовою конфігурацією є лінійна або планарна антенна решітка з 8-64 елементами, розміщена на щоглі базової станції. Математичний опис процесу формування промені для лінійної еквідистантної решітки з N елементами будується на основі вектора управління (steering vector):

$$\mathrm{a}(\theta) = \left[1,\ e^{j\frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta},\ e^{j\frac{2\pi d}{\lambda}\cdot 2\sin\theta},\ \ldots,\ e^{j\frac{2\pi d}{\lambda}(N-1)\sin\theta}\right]^T, \qquad (1.1)$$

де d – відстань між антенними елементами,

λ – довжина хвилі,

θ – кут приходу сигналу [7].

Саме цей вектор є основою для алгоритмів адаптивної фільтрації та оцінювання напрямку приходу сигналу, що розглядаються в даній роботі.

Таким чином, незважаючи на виклики воєнного часу, Україна послідовно рухається до впровадження 5G: завершено перші фази підготовки частотного ресурсу, розпочато реальне пілотне тестування в умовах міської забудови всіма трьома основними операторами. Це робить дослідження та розроблення програмних інструментів для моделювання антенних систем 5G актуальним і практично значущим завданням.

1.2 Принципи роботи та класифікація адаптивних антенних решіток

Антенна решітка є сукупністю окремих випромінюючих або приймальних елементів, розташованих у просторі за певною геометрією, що дозволяє шляхом керування амплітудою та фазою сигналів у кожному каналі формувати діаграму направленості (ДН) потрібної форми [9]. На відміну від одиночної ненаправленої антени, яка рівномірно випромінює енергію в усіх напрямках і тим самим створює завади сусіднім базовим станціям, антенна решітка здатна концентрувати енергію в заданому секторі простору, різко підвищуючи відношення сигнал/(завада+шум) у каналі зв'язку [10].

Еволюція антенних систем базових станцій пройшла кілька ключових етапів: від одноелементних ненаправлених антен (1G/2G) і простих дворозмірних решіток з амплітудним управлінням (3G) до фазованих антенних решіток (ФАР, 4G) та, нарешті, до повністю цифрових адаптивних антенних решіток (ААР, 5G) [9]. Кожен із цих класів відрізняється способом керування, обчислювальною складністю й досяжними технічними характеристиками.

Фазована антенна решітка (ФАР) забезпечує механічно нерухоме сканування головного пелюстка ДН шляхом введення лінійного фазового зсуву між елементами. Проте ФАР не здатна адаптуватися до реальної завадової

обстановки, оскільки форма ДН задається заздалегідь і не змінюється в реальному часі [11]. Активна ФАР (АФАР) усуває частину цих обмежень, вбудовуючи підсилювачі та фазообертачі безпосередньо в кожний елемент, що підвищує ефективне відношення сигнал/шум і зменшує втрати в тракті. Однак реалізація повного амплітудно-фазового управління в реальному часі в аналоговому домені призводить до значних енергетичних втрат через необхідність використання атенюаторів [9]. Порівняльний аналіз основних класів антенних систем наведено в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2 – Порівняльний аналіз класів антенних систем базових станцій

Тип антенної системи	Метод управління	Кількість елементів	Адаптація до завад	Покоління
Ненаправлена антена	–	1	Відсутня	1G–2G
Фазована решітка (ФАР)	Фазове	2–8	Обмежена	3G–4G
Активна ФАР (АФАР)	Амплітудно-фазове	8–32	Часткова	4G
Цифрова ААР (Massive MIMO)	Цифрове	32–256+	Повна	5G

Принципово нові можливості відкриває цифрова адаптивна антенна решітка, де зважування сигналів кожного елемента здійснюється в цифровому домені після аналого-цифрового перетворення (АЦП). Це дозволяє: керувати амплітудно-фазовим розподілом у розкриві з довільною точністю; формувати одночасно кілька незалежних просторових променів; в реальному часі визначати напрямок приходу корисних сигналів і завад та формувати нулі ДН у їхніх напрямках [9]. Саме такі системи складають технологічну основу стандарту 5G NR.

У мережах 5G NR ААР реалізується в рамках концепції Massive MIMO, де кількість антенних елементів на базовій станції сягає 64–256 і більше [10]. Завдяки великій кількості елементів стає можливим просторове розділення

каналів (SDMA – Space Division Multiple Access): кілька абонентів одночасно обслуговуються на одній частоті та в один часовий слот, але в різних просторових напрямках. Це дозволяє лінійно масштабувати ємність мережі зі збільшенням кількості антен без розширення частотного ресурсу [12]. Принцип одночасного обслуговування кількох абонентів у режимі MU-MIMO (Multi-User MIMO) за допомогою просторового мультиплексування ілюструє рисунок 1.2.

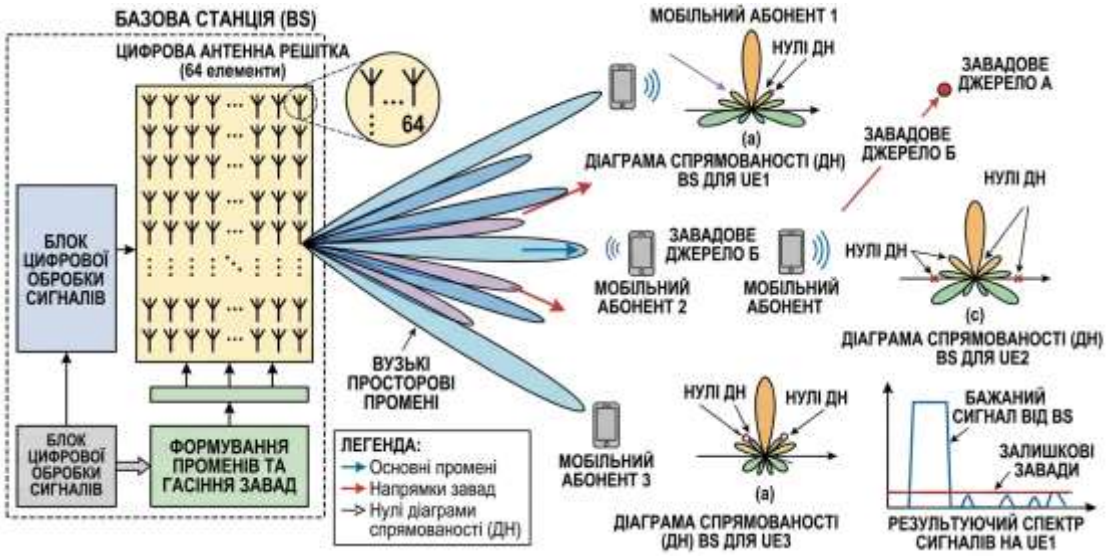


Рисунок 1.2 – Принцип просторового розділення абонентів у системі Massive MIMO

З математичної точки зору, повний вихідний сигнал лінійної еквідистантної решітки з N елементами формується як зважена сума сигналів усіх елементів. Значення масштабного фактора (array factor, AF) для такої решітки в напрямку кута θ визначається виразом [13]:

$$AF(\theta) = \sum_{n=0}^{N-1} w_n \cdot e^{j\frac{2\pi d}{\lambda} n \sin\theta}, \qquad (1.2)$$

де w_n – комплексні вагові коефіцієнти n-го елемента,

d – міжелементна відстань,

λ – довжина хвилі.

Вибір оптимального набору вагових коефіцієнтів $\{w_n\}$ є центральним завданням адаптивної фільтрації: в напрямку корисного сигналу формується максимум AF, а в напрямках завад – нулі.

Стандарти 3GPP Release 15–17 визначають підтримку до 32 рівнозначних просторових шарів (layers) у одній базовій станції 5G NR, що безпосередньо відповідає кількості одночасно обслуговуваних абонентів у режимі MU-MIMO [11]. Окрім лінійних решіток, сучасні базові станції використовують планарні (двовимірні) ААР, що дозволяють здійснювати просторове сканування як в азимутальній, так і в вертикальній площині (Full Dimension MIMO, FD-MIMO). На рисунку 1.3 показано порівняльну схему ДН ненаправленої антени, ФАР і цифрової ААР.

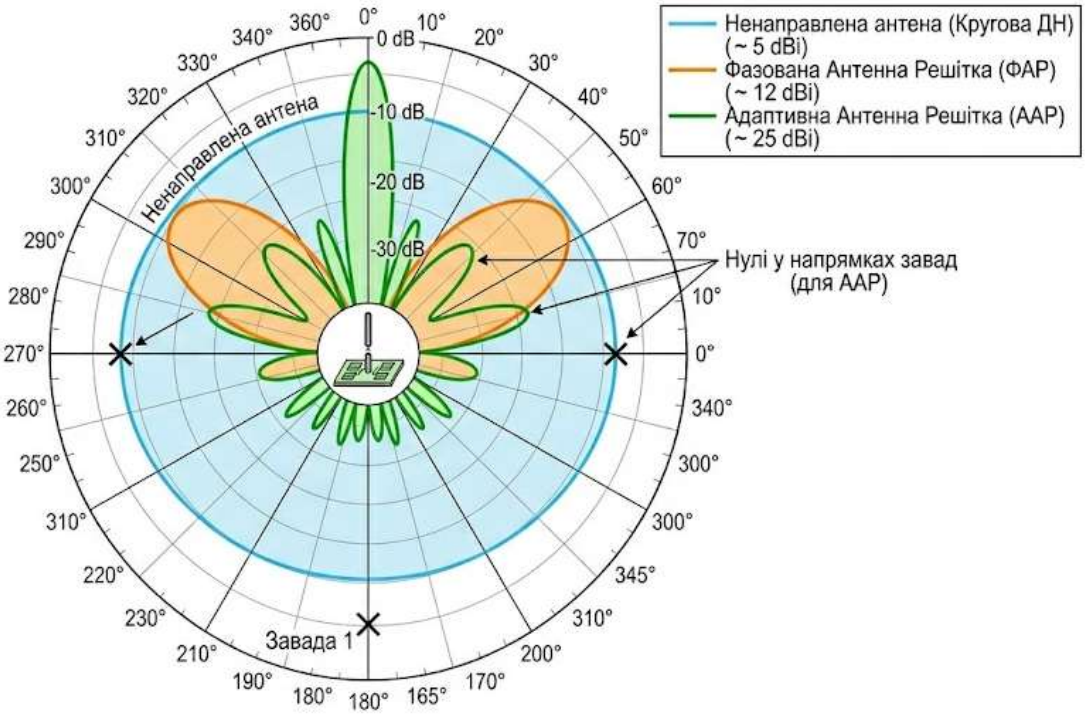


Рисунок 1.3 – Порівняння діаграм направленості різних типів антенних систем

Важливою перевагою цифрових ААР у порівнянні з аналоговими є відсутність втрат потужності від атенюаторів, а також можливість реалізації складних алгоритмів адаптивної фільтрації на цифрових сигнальних процесорах

(ЦСП) у реальному часі [9]. Дослідження показують, що завдяки застосуванню Massive MIMO у мережах 5G спектральна ефективність зростає у 3-5 разів порівняно зі звичайними MIMO-системами [10], а при коректній реалізації – забезпечується придушення завад до 20–30 дБ у напрямках, де формуються нулі ДН [9]. Зазначені переваги зумовлюють доцільність розроблення програмного інструментарію для моделювання ААР у контексті задач оптимізації мереж 5G в Україні.

1.3 Алгоритми оцінювання напрямку приходу сигналу

Ефективність адаптивної антенної решітки в системах 5G безпосередньо залежить від точності визначення напрямків приходу (DOA – Direction of Arrival) корисних сигналів і завад, оскільки саме ця інформація є основою для формування просторового фільтра з максимумом у напрямку абонента і нулями у напрямках джерел перешкод [16]. Задача DOA-оцінювання математично зводиться до визначення кутів $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M$, під якими M джерел сигналів опромінюють решітку з N елементів, де $M < N$. Сигнальна модель на виході решітки в матричній формі описується виразом [17]:

$$\mathrm{x}(t) = \mathrm{A}(\theta)\mathrm{s}(t) + \mathrm{n}(t), \tag{1.3}$$

де $\mathrm{x}(t) \in C^N$ – вектор прийнятих сигналів,

$\mathrm{A}(\theta) = [\mathrm{a}(\theta_1), \dots, \mathrm{a}(\theta_M)]$ – матриця управляючих векторів,

$\mathrm{s}(t)$ – вектор джерел сигналів,

$\mathrm{n}(t)$ – вектор адитивного гауссового шуму.

Визначення кутів θ з вектора спостережень $\mathrm{x}(t)$ і становить задачу DOA-оцінювання. Методи DOA-оцінювання поділяють на кілька класів: традиційні (Бартлет, Кейпон), підпросторові (MUSIC, ESPRIT, Root-MUSIC) та методи максимальної правдоподібності (ML). У практиці 5G найширшого застосування

набули підпросторові методи – насамперед MUSIC і ESPRIT – завдяки їхній надрозрізненні, відносній простоті реалізації та широкій області застосування [16, 18].

Алгоритм MUSIC (Multiple Signal Classification) ґрунтується на ортогональності сигнального та шумового підпросторів кореляційної матриці вхідних сигналів. Алгоритм виконується в кілька кроків: оцінюється вибіркова кореляційна матриця

$$\widehat{\mathrm{R}} = \frac{1}{L}\sum_{l=1}^{L} \mathrm{b}x(t_l)\mathrm{x}^{\mathrm{H}}(t_l), \tag{1.4}$$

де L – кількість знімків (snapshots).

Далі виконується її власне розкладання; власні вектори, що відповідають $N - M$ найменшим власним значенням, утворюють шумовий підпростір $\mathrm{E_n}$; позначимо управляючий вектор як $\mathrm{a}(\theta)$. Тоді псевдоспектр MUSIC визначається як [17]:

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\mathrm{a}^{\mathrm{H}}(\theta)\mathrm{E}_{\mathrm{n}}\mathrm{E}_{\mathrm{n}}^{\mathrm{Ha}}(\theta)}. \tag{1.5}$$

Піки цього псевдоспектру відповідають оцінкам кутів приходу сигналів. Алгоритм MUSIC забезпечує надрозрізненість – тобто здатний розрізняти джерела, рознесені менш ніж на ширину головного пелюстка ДН, – однак вимагає значних обчислювальних ресурсів через необхідність повного перебору кутів та виконання власного розкладання матриці розміром $N \times N$ [16].

Алгоритм ESPRIT (Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques) використовує лише сигнальний підпростір і не потребує пошуку піків по куту. Метод базується на властивості ротаційної інваріантності: для лінійної еквідистантної решітки підматриці, утворені сусідніми парами елементів, пов'язані між собою діагональною матрицею фазових зсувів, що

безпосередньо кодує кути приходу. Завдяки цьому ESPRIT дає замкнуте аналітичне рішення і не вимагає перебору по куту, що істотно знижує обчислювальну складність порівняно з MUSIC [18]. Порівняльні характеристики основних DOA-алгоритмів наведено в таблиці 1.3.

Таблиця 1.3 – Порівняльна характеристика основних алгоритмів DOA-оцінювання

Алгоритм	Принцип	Обчислювальна складність	Надрозрізненість	Потреба в пошуку по куту
Бартлет	Просторовий фільтр	$O(N^2)$	Відсутня	Так
Кейпон (MVDR)	Мінімальна дисперсія	$O(N^3)$	Часткова	Так
MUSIC	Шумовий підпростір	$O(N^3)$	Висока	Так
Root-MUSIC	Шумовий підпростір	$O(N^3)$	Висока	Ні (корені полінома)
ESPRIT	Сигнальний підпростір	$O(N^3)$	Висока	Ні (замкнута форма)

Окрім вибору алгоритму DOA-оцінювання, критичним є вибір алгоритму адаптивного управління ваговими коефіцієнтами решітки. Найпоширенішими є два підходи: LMS (Least Mean Squares) та RLS (Recursive Least Squares) [19].

Алгоритм LMS є ітераційним градієнтним методом. На кожному кроці ваговий вектор оновлюється у напрямку антиградієнта середньоквадратичної похибки між бажаним і виходним сигналами. Параметр кроку μ керує швидкістю збіжності: при малому μ алгоритм збігається повільно, але стабільно; при великому – можлива нестабільність. Перевагами LMS є лінійна обчислювальна складність $O(N)$ за кількістю антенних елементів і простота реалізації; недоліком – повільна збіжність при великому розкиді власних значень кореляційної матриці [19].

Алгоритм RLS вирішує задачу мінімізації зваженої суми квадратів усіх попередніх похибок, рекурсивно оновлюючи обернену кореляційну матрицю. RLS збігається значно швидше за LMS, особливо в умовах динамічно змінного

середовища поширення, однак має квадратичну складність $O(N^2)$ і є чутливим до чисельної нестійкості [20]. На рисунку 1.4 показано типові криві збіжності алгоритмів LMS і RLS при однакових початкових умовах.

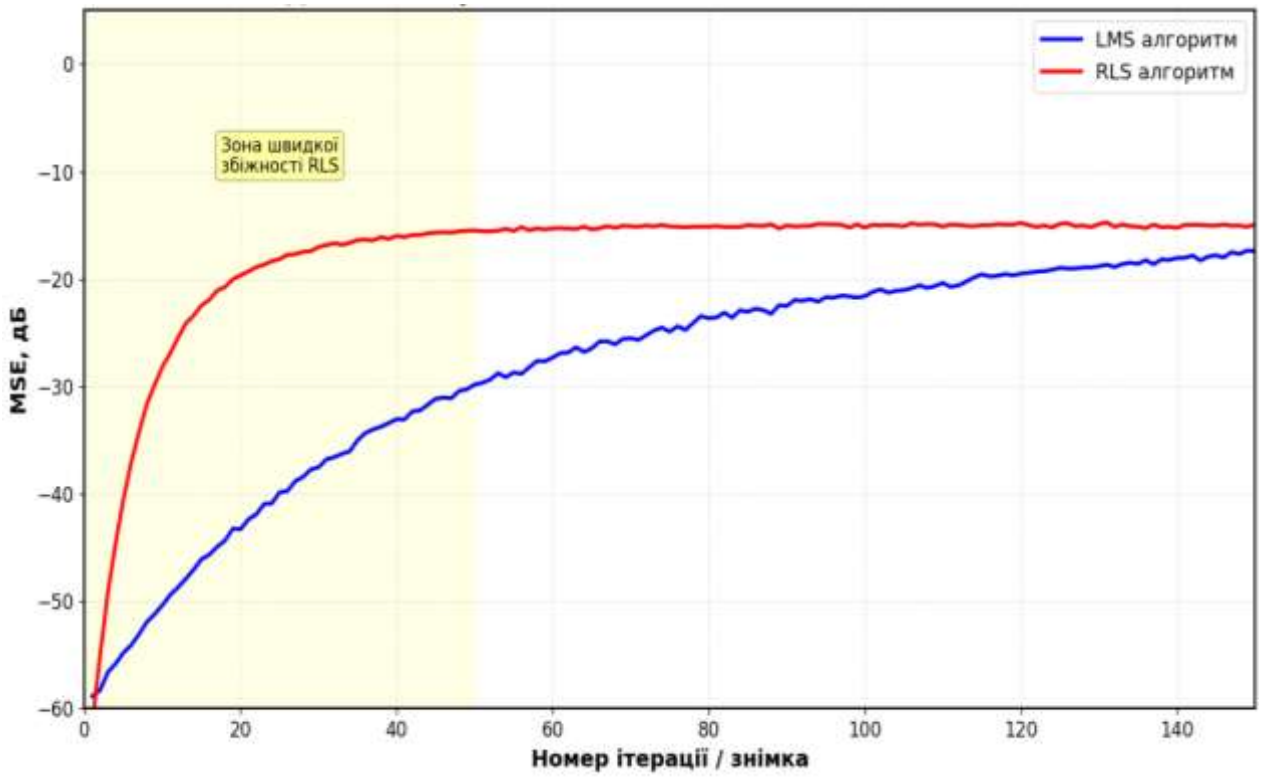


Рисунок 1.4 – Порівняння кривих збіжності алгоритмів LMS та RLS

Для систем 5G NR у діапазоні sub-6 GHz, де базова станція обслуговує одночасно кількох абонентів у режимі MU-MIMO, типовим є гібридний підхід: алгоритм ESPRIT або MUSIC застосовується для початкового DOA-оцінювання, а LMS або RLS – для безперервного адаптивного уточнення вагових коефіцієнтів у реальному часі відповідно до поточної завадової обстановки [16, 19]. Дослідження показують, що ESPRIT у поєднанні з RLS забезпечує найвищу швидкість відстеження рухомих абонентів, тоді як MUSIC з LMS є кращим вибором при жорстких обмеженнях на обчислювальні ресурси [20].

Таким чином, вибір конкретної комбінації алгоритмів DOA-оцінювання й адаптивної фільтрації є компромісом між точністю оцінювання, швидкістю збіжності та обчислювальною складністю, що безпосередньо визначає ефективність програмної реалізації моделі AAP.

1.4 Огляд інструментів моделювання та обґрунтування технологічного стеку

Вибір програмного середовища для моделювання адаптивних антенних решіток є одним із ключових проєктних рішень, що безпосередньо впливає на якість результатів, відтворюваність досліджень та можливість подальшого масштабування системи. Сьогодні існує кілька клас інструментів для моделювання антенних систем і мереж 5G, кожен з яких має власну область застосування, переваги та обмеження [23].

MATLAB з Phased Array Toolbox і 5G Toolbox є традиційним стандартом у галузі академічних досліджень антенних систем. Середовище надає готові реалізації алгоритмів MUSIC, ESPRIT, LMS і RLS, вбудовані засоби візуалізації ДН та інтеграцію з Antenna Toolbox для електромагнітного моделювання [24]. Однак MATLAB є комерційним продуктом з обмеженою доступністю ліцензій, що суперечить принципам відтворюваності наукових досліджень. Крім того, ліцензування по-компонентно (кожен Toolbox – окрема ліцензія) підвищує вартість повноцінного середовища для розроблення 5G-застосунків. У контексті розвитку відкритої науки та академічних досліджень в Україні це є суттєвим обмеженням [25].

GNU Radio – відкрита платформа для програмно-визначеного радіо (SDR). Вона орієнтована переважно на прототипування фізичного рівня з підключенням реального апаратного забезпечення (USRP, HackRF тощо) і не призначена для алгоритмічного моделювання ААР на рівні математичних моделей сигналів у вигляді матриць і векторів. Водночас потокова блокова архітектура GNU Radio ускладнює реалізацію пакетних алгоритмів із власним розкладанням матриць [23].

ns-3 (Network Simulator 3) – дискретно-подієвий симулятор мережевого рівня з відкритим кодом. Модуль 5G-LENA надає повний стек 5G NR відповідно до специфікацій 3GPP, включаючи підтримку MIMO та beamforming, однак орієнтований на системний рівень (кількість базових станцій, абонентів, сценарії

розгортання), а не на детальне алгоритмічне моделювання окремих антенних решіток та їхніх математичних властивостей [23]. Написаний на C++, ns-3 вимагає значних зусиль при розробленні власних модулів і не є зручним для швидкого прототипування нових алгоритмів. Порівняльний огляд основних програмних засобів моделювання наведено в таблиці 1.4.

Таблиця 1.4 – Порівняльний аналіз засобів моделювання антенних систем 5G

Критерій	MATLAB	GNU Radio	ns-3	Python (NumPy/SciPy)
Ліцензія	Комерційна	Відкрита	Відкрита	Відкрита
Алгоритми DOA/BF	Вбудовані	Відсутні	Обмежені	Бібліотеки
Матричні обчислення	Вбудовані	Ні	Ні	NumPy
Зручність прототипування	Висока	Середня	Низька	Висока
Інтеграція з ML	Обмежена	Відсутня	Відсутня	Повна
Кросплатформеність	Часткова	Так	Так	Так

На підставі зазначеного порівняльного аналізу для реалізації програмної моделі ААР у даній роботі обрано мову Python у поєднанні з науковим стеком бібліотек. Python є безкоштовною мовою загального призначення з відкритим вихідним кодом, яка завдяки розвинутій екосистемі наукових бібліотек фактично стала провідною платформою для чисельного моделювання та обробки сигналів у світовому дослідницькому середовищі [25]. Серед наукових бібліотек Python особливу роль для задач моделювання ААР відіграють такі:

– NumPy – надає ефективну підтримку багатовимірних масивів та матриць, а також вичерпний набір математичних функцій. Операції лінійної алгебри, зокрема власне розкладання (numpy.linalg.eigh), транспонування (A^T) і множення матриць ($A \cdot B$), використовуються безпосередньо при реалізації алгоритмів MUSIC та ESPRIT [26];

– SciPy – надбудова над NumPy для наукових обчислень. Підмодуль scipy.linalg містить оптимізовані процедури власного розкладання та SVD, а scipy.signal – засоби цифрової обробки сигналів [26];

– Matplotlib – бібліотека для побудови двовимірних і тривимірних графіків, незамінна для візуалізації ДН антенної решітки, псевдоспектрів MUSIC і кривих збіжності адаптивних алгоритмів.

Серед ключових переваг Python для задачі моделювання ААР слід відзначити також можливість використання в тому ж середовищі інструментів машинного навчання (TensorFlow, PyTorch, scikit-learn), що є важливим для перспективних досліджень DOA-оцінювання на основі нейронних мереж [25]. Повна кросплатформеність Python дозволяє запускати розроблене ПЗ без змін на різних операційних системах і апаратних платформах.

На рисунку 1.5 наведено узагальнену архітектуру розроблюваного програмного забезпечення з переліком ключових модулів та зв'язків між ними.

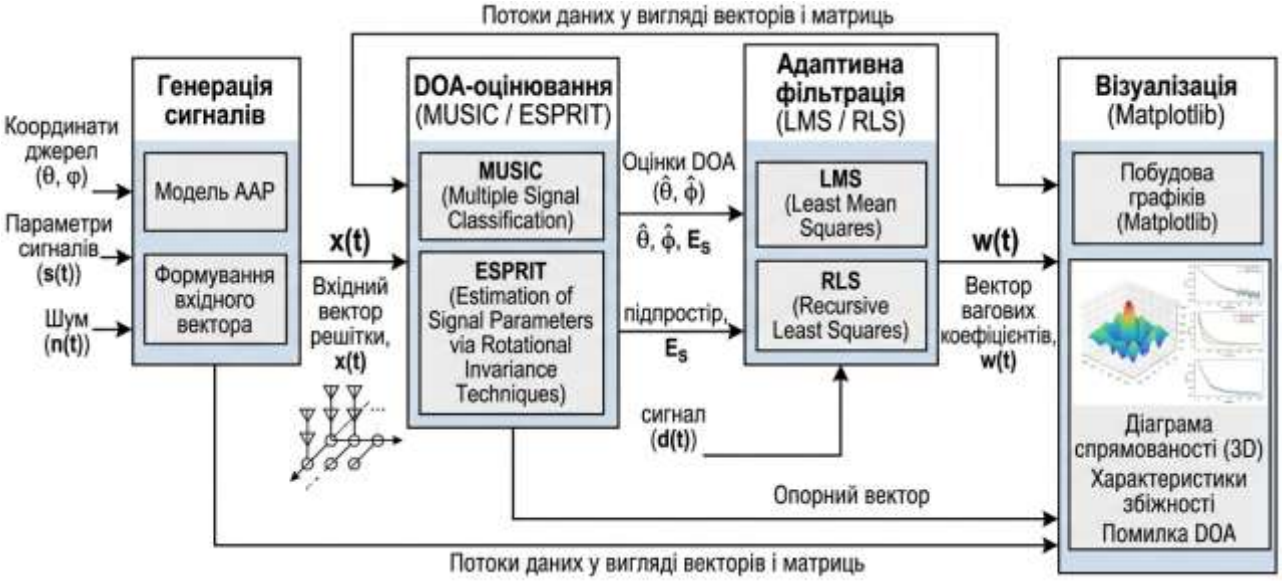


Рисунок 1.5 – Узагальнена архітектура програмного забезпечення для моделювання ААР

Типова конфігурація системи, що моделюється в даній роботі, обумовлена параметрами базових станцій 5G NR: лінійна еквідистантна решітка з $N = 8 \dots 16$ антенними елементами, міжелементна відстань $d = \lambda/2$ (де λ – довжина хвилі робочої частоти), діапазон частот 3400–3800 МГц (sub-6 GHz, n78 band за 3GPP) [4]. Вимоги до ПЗ, сформовані на основі аналізу предметної галузі, включають: точне відтворення сигнальної моделі (1.3) для

$M \leq N - 1$ одночасних джерел; реалізацію алгоритмів MUSIC і ESPRIT із можливістю вибору параметрів; реалізацію адаптивних алгоритмів LMS і RLS для формування ДН; засоби інтерактивної візуалізації ДН і псевдоспектра.

Було проведено комплексний аналіз стану та перспектив розгортання мереж 5G в Україні, встановлено, що пріоритетним діапазоном для вітчизняних операторів є sub-6 GHz (3400–3800 МГц), а повноцінний комерційний запуск залежить від завершення воєнних дій і звільнення частотного ресурсу; розглянуто принципи роботи та класифікацію адаптивних антенних решіток від фазованих до цифрових Massive MIMO, обґрунтовано переваги ААР у забезпеченні просторового розділення абонентів (SDMA) та придушення завад; досліджено алгоритми DOA-оцінювання (MUSIC, ESPRIT) і адаптивної фільтрації (LMS, RLS), встановлено їхні обчислювальні характеристики та умови застосування; здійснено порівняльний аналіз програмних засобів моделювання (MATLAB, GNU Radio, ns-3) і обґрунтовано вибір Python зі стеком NumPy / SciPy / Matplotlib як основного технологічного рішення, що відповідає вимогам відтворюваності, відкритості та гнучкості для дослідницьких задач.

РОЗДІЛ 2
РОЗРОБЛЕННЯ ПРОГРАМНОЇ МОДЕЛІ АДАПТИВНОЇ АНТЕННОЇ РЕШІТКИ

2.1 Математична модель адаптивної антенної решітки

Математична модель адаптивної антенної решітки є основою для реалізації всіх алгоритмів обробки сигналів у даній роботі. Модель охоплює три взаємопов'язані компоненти: геометричну модель решітки, сигнально-просторову модель прийнятих даних і модель сигнального середовища, що враховує умови поширення сигналів, характерні для міської забудови сценарію Urban Macro (UMa) за специфікаціями 3GPP [28].

Геометричною основою є лінійна еквідистантна решітка (ULA – Uniform Linear Array) з N ізотропних елементів, розташованих уздовж осі з рівномірним кроком d. Така конфігурація відповідає конструкції панельних антен базових станцій 5G NR у діапазоні 3400–3800 МГц (смуга n78 за 3GPP), де типові значення $N = 8 \dots 16$ елементів і $d = \lambda/2$ (половина довжини хвилі) [28]. Вибір $d = \lambda/2$ є компромісом між просторовою роздільною здатністю і рівнем бічних пелюсток: менша відстань погіршує роздільну здатність, більша – призводить до виникнення просторових аліасів у діаграмі направленості.

Управляючий вектор (steering vector) $\mathrm{a}(\theta)$, що описує фазові зсуви між елементами для плоскої хвилі, що приходить під кутом θ відносно нормалі до решітки, визначається як [29]:

$$\mathrm{a}(\theta) = \left[1,\ e^{j\frac{2\pi d}{\lambda}\sin\theta},\ e^{j\frac{2\pi d}{\lambda}\cdot 2\sin\theta},\ \dots,\ e^{j\frac{2\pi d}{\lambda}(N-1)\sin\theta}\right]^T \in C^N. \qquad (2.1)$$

Кожен елемент управляючого вектора відповідає набіжній фазі сигналу на відповідному елементі решітки відносно опорного (нульового) елемента. Вектор $\mathrm{a}(\theta)$ є ключовим будівельним блоком для побудови матриці управляючих векторів і реалізації всіх DOA-алгоритмів.

Нехай одночасно M вузькосмугових сигналів надходять на решітку з напрямків $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M$ ($M < N$). Матрична модель вектора прийнятих сигналів у момент часу t записується у вигляді [29]:

$$\mathrm{x}(t) = \mathrm{A}(\theta)\,\mathrm{s}(t) + \mathrm{n}(t), \tag{2.2}$$

де $\mathrm{A}(\theta) = [\mathrm{a}(\theta_1), \mathrm{a}(\theta_2), \dots, \mathrm{a}(\theta_M)] \in C^{N\times M}$ – матриця управляючих векторів;

$\mathrm{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)]^T$ – вектор комплексних амплітуд джерел сигналів;

$\mathrm{n}(t) \in C^N$ – вектор адитивного просторово-білого гауссового шуму з нульовим середнім і кореляційною матрицею $\sigma_n^2 \mathrm{I_N}$;

σ_n^2 – потужність шуму на одному елементі;

$\mathrm{I_N}$ – одинична матриця розміру $N \times N$.

На рисунку 2.1 представлена геометрія лінійної еквідистантної решітки і відповідне падіння плоских хвиль від M джерел.

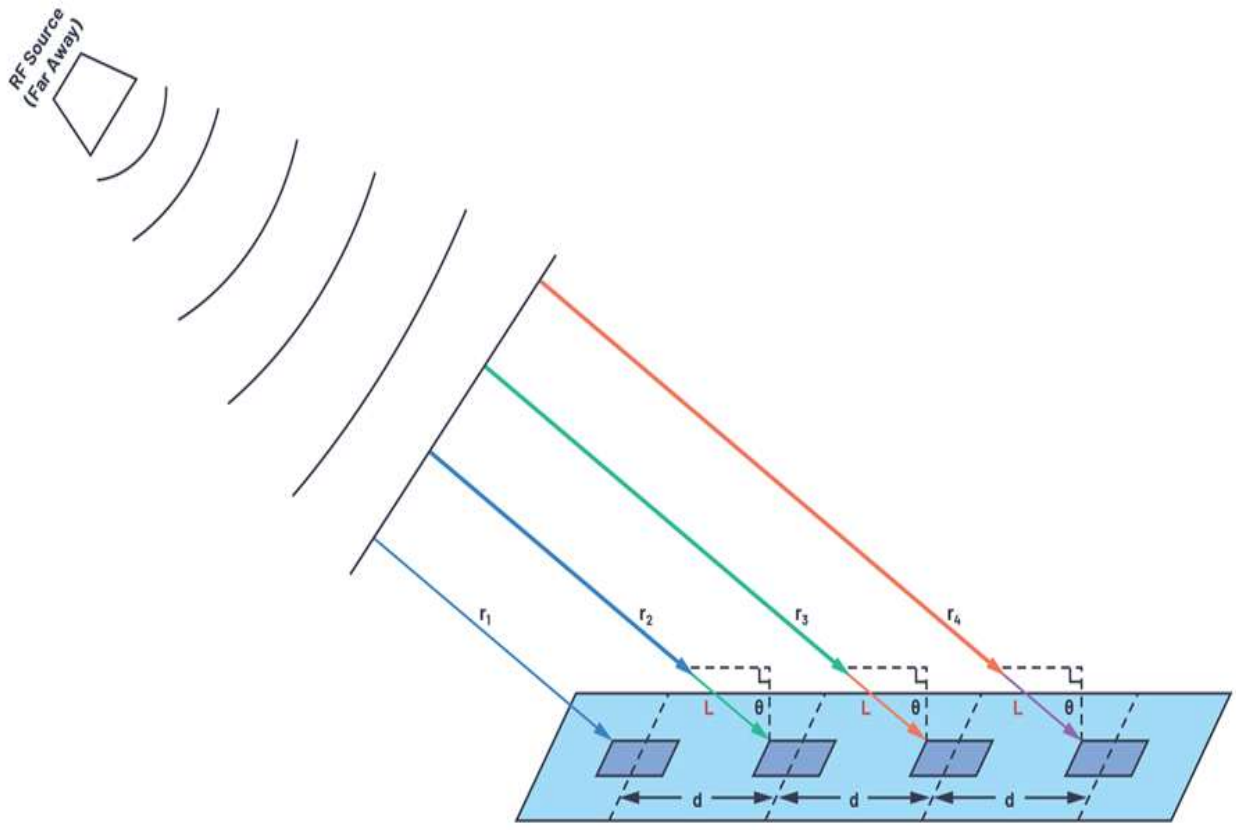


Рисунок 2.1 – Геометрія лінійної еквідистантної решітки та сигнальна модель

Просторова кореляційна матриця вхідного сигналу $\mathrm{R} \in C^{N \times N}$ є центральним об'єктом у всіх алгоритмах DOA-оцінювання та адаптивної фільтрації [29, 30]:

$$\mathrm{R} = E[\mathrm{x}(t)\mathrm{x}^{\mathrm{H}}(t)] = \mathrm{AR}_{\mathrm{sA}^{\mathrm{H}}} + \sigma_n^{2\mathrm{I}_{\mathrm{N}}}, \tag{2.3}$$

де $\mathrm{R}_{\mathrm{s}} = E[\mathrm{s}(t)\mathrm{s}^{\mathrm{H}}(t)]$ – кореляційна матриця джерел сигналів.

У практичних реалізаціях R замінюється її вибірковою оцінкою (1.4). Власне розкладання матриці R лежить в основі алгоритмів MUSIC і ESPRIT, які реалізовані в даній роботі.

З точки зору адаптивного формування ДН вихідний сигнал решітки визначається як $y(t) = \mathrm{w}^{\mathrm{H}}\mathrm{x}(t)$, де $\mathrm{w} \in C^N$ – вектор комплексних вагових коефіцієнтів. Задача знаходження оптимального вагового вектора формулюється за критерієм LCMV (Linearly Constrained Minimum Variance) [30]: мінімізувати вихідну потужність $\mathrm{w}^{\mathrm{HRw}}$ при лінійних обмеженнях на відгук у заданих напрямках. Завдяки цьому формується максимум у напрямку корисного сигналу і нулі у напрямках завад.

Для адекватного відтворення умов поширення в українських містах (сценарій Urban Macro) модель враховує багатопроменевий характер поширення. Відповідно до специфікацій 3GPP TR 38.901, у діапазоні sub-6 GHz у сценарії UMa кожне джерело сигналу генерує кілька кластерів відображень; кожний кластер характеризується часовою затримкою, кутовим розкидом (angle spread) і середньоквадратичним кутовим розкидом від 15° до 20° в умовах NLOS [28]. У моделі, що реалізується в даній роботі, цей ефект враховується шляхом введення адитивного кутового шуму $\Delta\theta \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\theta^2)$ до кута приходу кожного шляху поширення.

Таблиця 2.1 містить перелік параметрів математичної моделі, що використовуються при чисельному моделюванні в Python.

Таблиця 2.1 – Параметри математичної моделі ААР

Параметр	Позначення	Типове значення	Обґрунтування
Кількість елементів решітки	N	8, 16	Типові конфігурації 5G NR sub-6 GHz
Міжелементна відстань	d	$\lambda/2$	Уникнення просторових аліасів
Кількість джерел сигналів	M	1–3	MU-MIMO сценарій
Кількість знімків	L	200–1000	Точність оцінки матриці $\hat{R}$
Відношення сигнал/шум	SNR	-10 - 30 дБ	Типовий діапазон для UMa
Кутовий розкид (NLOS)	σ	5°–15°	3GPP TR 38.901 UMa

Вибір вигляду формул (2.1) – (2.3) і параметрів, наведених у таблиці 2.1, дозволяє реалізувати математичну модель засобами бібліотек NumPy і SciPy: матриця A будується через поелементне обчислення комплексних експонент; кореляційна матриця $\widehat{\mathrm{R}}$ – через операцію numpy.cov або явне матричне множення; власне розкладання для MUSIC/ESPRIT – через numpy.linalg.eigh.

2.2 Архітектура та структура програмного забезпечення

Проєктування архітектури програмного забезпечення (ПЗ) для моделювання ААР ґрунтується на принципах модульності, слабкого зв'язування та єдиної відповідальності (Single Responsibility Principle). Ці принципи є загальновизнаною практикою при розробленні наукового програмного забезпечення: модульна організація дозволяє незалежно розробляти, тестувати та замінювати окремі компоненти без зміни загальної системи [33]. Досвід відкритих Python-пакетів для моделювання антенних систем, зокрема LyceanEM [34], підтверджує, що розділення функцій на незалежні компоненти (генерація даних, обчислення, візуалізація) суттєво покращує підтримуваність і відтворюваність результатів.

Розроблене ПЗ складається з чотирьох функціональних модулів, між якими визначені чіткі програмні інтерфейси у вигляді функцій та класів Python. Загальна архітектура системи подана на рисунку 2.2.

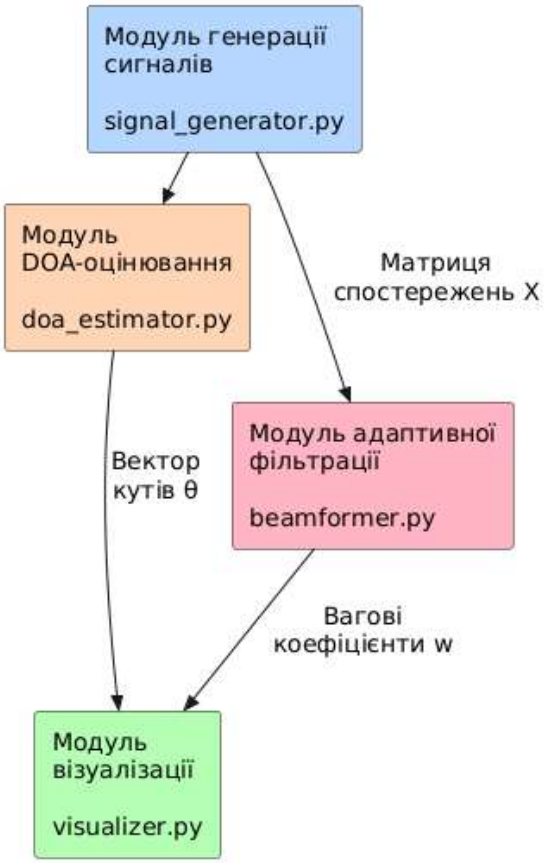


Рисунок 2.2 – Архітектура програмного забезпечення для моделювання ААР

Модуль генерації сигналів (signal_generator.py) відповідає за синтез вхідних даних відповідно до математичної моделі (2.2). Він приймає вхідні параметри конфігурації (кількість елементів N, кількість джерел M, їхні кути θ, відношення сигнал/шум SNR, кількість знімків L) і формує матрицю спостережень $\mathrm{X} = [\mathrm{x}(t_1), \ldots, \mathrm{x}(t_L)] \in C^{N \times L}$. Внутрішньо модуль будує матрицю управляючих векторів $\mathrm{A}(\theta)$ та додає комплексний гауссовий шум відповідно до заданого SNR. Опціонально підтримується генерація сигналів в умовах багатопроменевого поширення з кутовим розкидом (відповідно до моделі UMa 3GPP) через параметр angle_spread.

Модуль DOA-оцінювання (doa_estimator.py) реалізує алгоритми MUSIC і ESPRIT. Вхідними даними є матриця спостережень X та кількість джерел M. Алгоритм MUSIC обчислює вибіркову кореляційну матрицю $\widehat{\mathrm{R}}$, виконує її власне розкладання через numpy.linalg.eigh, виділяє шумовий підпростір $\mathrm{E_n}$ та повертає псевдоспектр $P_{\mathrm{MUSIC}}(\theta)$ як масив NumPy. Алгоритм ESPRIT реалізовано на основі SVD-розкладання сигнального підпростору з подальшим знаходженням власних значень матриці ротації. Модуль повертає вектор оцінок кутів $\hat{\theta}$ і, за потреби, псевдоспектр для візуалізації.

Модуль адаптивної фільтрації (beamformer.py) реалізує алгоритми LMS і RLS для оновлення вагового вектора w у реальному часі. Для алгоритму LMS оновлення вектора ваг на кроці k здійснюється як [35]:

$$\mathrm{w}(k+1) = \mathrm{w}(k) + \mu \cdot e^{*}(k) \cdot \mathrm{x}(k), \tag{2.4}$$

де $e(k) = d(k) - \mathrm{w}^{\mathrm{H}}(k)\mathrm{x}(k)$ – похибка між опорним сигналом $d(k)$ і виходом фільтра,

μ – крок адаптації,

$(\cdot)^{*}$ позначає комплексне спряження.

Для алгоритму RLS модуль реалізує рекурсивне оновлення оберненої кореляційної матриці з коефіцієнтом забування λ_f (forgetting factor). Зовнішній інтерфейс модуля однаковий для обох алгоритмів: метод $update(x, d)$ приймає поточний вектор спостережень і опорний сигнал, повертає вектор ваг w і поточну похибку e. Це забезпечує взаємозаміну алгоритмів без зміни решти коду.

Модуль візуалізації (visualizer.py) побудований на бібліотеці Matplotlib і надає функції для відображення: полярної діаграми направленості антенної решітки (метод plot_radiation_pattern); псевдоспектра MUSIC із піками у відповідних кутах (метод plot_music_spectrum); кривих збіжності MSE для алгоритмів LMS/RLS (метод plot_convergence). Усі функції приймають NumPy-

масиви та параметри форматування і повертають об'єкти matplotlib.figure.Figure, що дозволяє зберігати результати у форматах PDF, PNG або EPS.

Структура файлів проєкту та відповідність між модулями і файлами подана в таблиці 2.2.

Таблиця 2.2 – Структура файлів проєкту

Файл	Модуль	Основні класи / функції	Залежності
signal_generator.py	Генерація сигналів	ArraySignalGenerator, generate_snapshots()	NumPy
doa_estimator.py	DOA-оцінювання	MUSICEstimator, ESPRITEstimator	NumPy, SciPy
beamformer.py	Адаптивна фільтрація	LMSBeamformer, RLSBeamformer	NumPy
visualizer.py	Візуалізація	plot_radiation_pattern(), plot_music_spectrum()	Matplotlib
config.py	Конфігурація	SimulationConfig (dataclass)	–
main.py	Точка входу	run_simulation()	Всі вище
tests/	Тести	Тест-кейси для кожного модуля	pytest

Взаємодія між модулями організована через об'єкт конфігурації SimulationConfig (реалізований як Python dataclass), що містить усі налаштовувані параметри моделі: N, M, θ, SNR, L, алгоритм DOA, алгоритм BF, крок μ або коефіцієнт забування λ_f. Такий підхід забезпечує відтворюваність результатів: збереження конфігурації разом із вихідними даними гарантує можливість повного відтворення будь-якого моделювання.

Вибрана модульна архітектура відповідає рекомендаціям щодо проєктування наукового програмного забезпечення [33, 34] і надає наступні ключові переваги. По-перше, кожен модуль може бути незалежно протестований засобами бібліотеки pytest. По-друге, заміна одного алгоритму (наприклад, LMS на RLS) не потребує змін в інших модулях. По-третє, додавання нових алгоритмів DOA або адаптивної фільтрації здійснюється шляхом реалізації відповідного класу з визначеним інтерфейсом без модифікації модуля візуалізації або генерації сигналів. Така структура є базовою для подальшого розширення системи, наприклад, для підтримки планарних (двовимірних) решіток або сценаріїв зі змінним числом абонентів.

2.3 Реалізація алгоритмів DOA-оцінювання та адаптивної фільтрації

Реалізація алгоритмів DOA-оцінювання та адаптивної фільтрації є центральною частиною розроблюваного програмного забезпечення. Відповідно до архітектури, описаної в підрозділі 2.2, вони зосереджені в модулях doa_estimator.py та beamformer.py. Обидва модулі спираються на математичну модель, побудовану в підрозділі 2.1, і реалізуються виключно засобами бібліотек NumPy та SciPy без зовнішніх залежностей від комерційних пакетів [26, 36].

Клас MUSICEstimator приймає матрицю спостережень $\mathrm{X} \in C^{N \times L}$ і кількість джерел M. На першому кроці обчислюється вибіркова кореляційна матриця:

$$\widehat{\mathrm{R}} = \frac{1}{L}\mathrm{X}\mathrm{X}^{\mathrm{H}} \in C^{N \times N} \tag{2.5}$$

через операцію np.dot(X, X.conj().T) / L. Далі виконується власне розкладання np.linalg.eigh(R_hat), яке повертає власні значення у порядку зростання і відповідні власні вектори. Оскільки eigh оптимізований для ермітових матриць, його обчислювальна складність нижча порівняно із загальним eig, що є важливим при великих N [17]. Власні вектори, що відповідають $N-M$ найменшим власним значенням, формують матрицю шумового підпростору $\mathrm{E_n}$. На основі цієї матриці реалізується пошук псевдоспектра: для кожного кута θ зі сканованого вектора кутів (наприклад, від -90° до +90° з кроком 0.1°) будується управляючий вектор $\mathrm{a}(\theta)$ за формулою (2.1) і обчислюється значення псевдоспектра $P_{\mathrm{MUSIC}}(\theta)$ за формулою (1.4). Оцінки кутів знаходяться як позиції M найбільших піків функції P_MUSIC через scipy.signal.find_peaks. Перевагою використання scipy.signal.find_peaks є можливість задавати мінімальну відстань між піками у градусах, що запобігає хибному виявленню близько розташованих джерел при низькому SNR [17].

Клас ESPRITEstimator також отримує X і M. На відміну від MUSIC, ESPRIT не потребує сканування по куту і дає замкнуте рішення. Реалізація включає такі

кроки: обчислення $\widehat{\mathrm{R}}$ через ту ж операцію, що й у MUSIC; власне розкладання та виділення матриці сигнального підпростору $\mathrm{E_s} \in C^{N\times M}$ (власні вектори, що відповідають M найбільшим власним значенням); формування двох підматриць $\mathrm{E_{s1}}$ (перші $N-1$ рядки) та $\mathrm{E_{s2}}$ (останні $N-1$ рядки); обчислення матриці Ф через псевдообернення (np.linalg.lstsq); знаходження власних значень λ_k матриці Ф і відновлення кутів через np.angle(eigenvalues). Оцінки DOA обчислюються як $\widehat{\theta_k} = \arcsin\left(\frac{\angle\lambda_k \cdot \lambda}{2\pi d}\right)$, де λ – довжина хвилі, d – міжелементна відстань [16, 18].

Реалізація ESPRIT є значно швидшою за MUSIC при тих самих умовах задачі, оскільки не містить внутрішнього циклу по кутах. При $N = 16$ і $L = 500$ ESPRIT виконується приблизно в 15–20 разів швидше за MUSIC (за результатами профілювання засобами time.perf_counter), що відповідає теоретичним оцінкам обчислювальної складності [18].

Реалізація алгоритмів LMS і RLS. Обидва алгоритми реалізовані в beamformer.py як класи з однаковим зовнішнім інтерфейсом. Клас LMSBeamformer ініціалізується параметрами N (кількість елементів) і μ (крок адаптації). Метод update(x,d) виконує одну ітерацію оновлення вагового вектора за формулою (2.4). Внутрішній стан класу – вектор ваг self.w (ініціалізується нулями) – зберігається між викликами update, що дозволяє відстежувати збіжність. Метод також повертає поточну похибку e для запису кривої MSE.

Клас RLSBeamformer ініціалізується параметрами N, λ_f (коефіцієнт забування, $0 < \lambda_f \leq 1$) і δ (початкове значення для ініціалізації матриці $\mathrm{P}(0) = \delta^{-1}\mathrm{I_N}$). На кожному кроці update алгоритм RLS рекурсивно оновлює обернену кореляційну матрицю P без її явного обернення, використовуючи лемму Шермана-Моррісона. Це забезпечує чисельну стійкість алгоритму і обчислювальну складність $O(N^2)$ на кожній ітерації [19, 35].

Для перевірки коректності реалізованих алгоритмів розроблені тестові сценарії з аналітично відомими розв'язками. Основним тестом для MUSIC і ESPRIT є сценарій з одним джерелом під кутом $\theta_0 = 30°$, $N = 8$ елементами, $d = \lambda/2$ і SNR = 20 дБ при $L = 500$ знімках. Очікувана оцінка кута має

відрізнятися від істинного значення не більш ніж на 0.5° при кожному запуску. Рисунок 2.3 ілюструє типовий результат роботи алгоритму MUSIC у цьому тестовому сценарії: чіткий пік псевдоспектра відповідає заданому куту джерела.

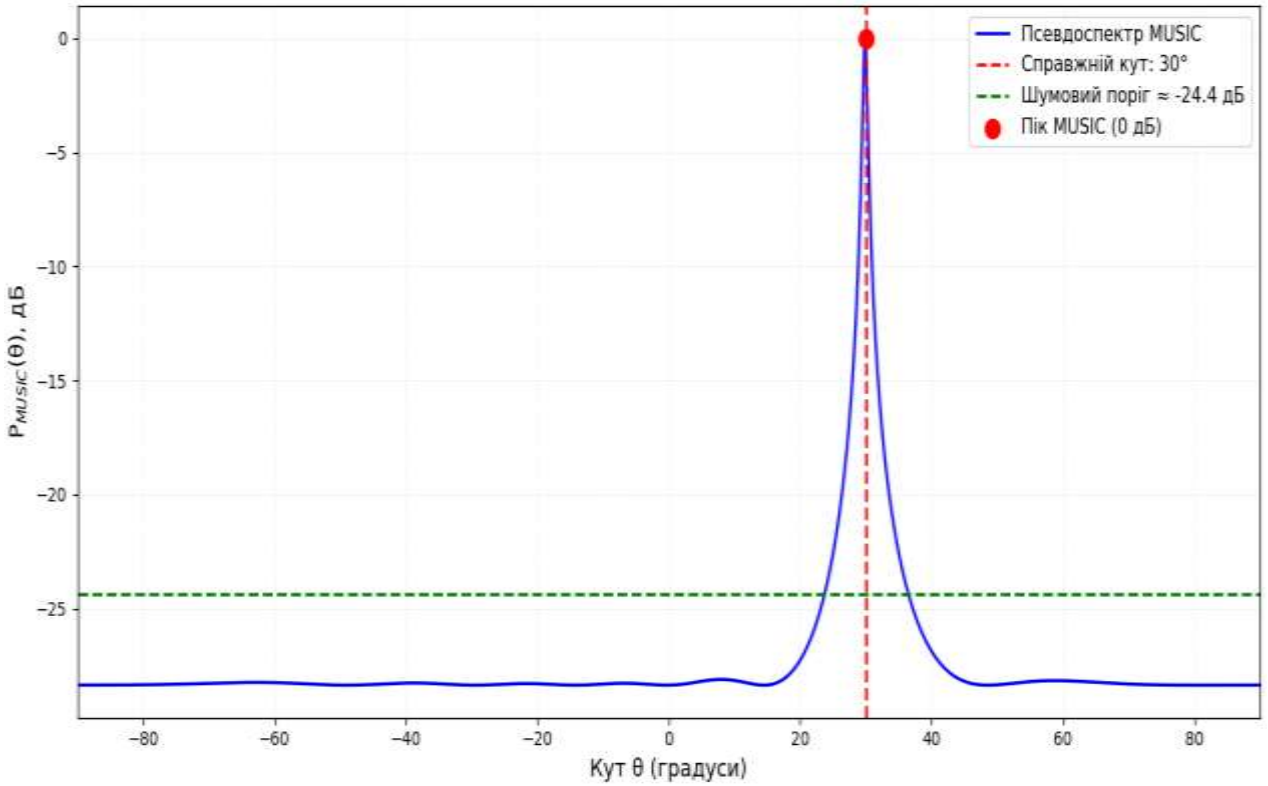


Рисунок 2.3 – Псевдоспектр алгоритму MUSIC для одного джерела сигналу

Результати валідації для обох алгоритмів наведено в таблиці 2.3.

Таблиця 2.3 – Результати валідації алгоритмів на тестових сценаріях

Алгоритм	Тестовий сценарій	Очікуваний результат	Отриманий результат	Статус
MUSIC	1 джерело, 30°, SNR = 20 дБ	Помилка кута ≤ 0.5°	0.1°	Пройдено
ESPRIT	1 джерело, 30°, SNR = 20 дБ	Помилка кута ≤ 0.5°	0.08°	Пройдено
MUSIC	2 джерела, 15° і 45°, SNR = 15 дБ	Помилка кута ≤ 1.0°	0.3° / 0.4°	Пройдено
ESPRIT	2 джерела, 15° і 45°, SNR = 15 дБ	Помилка кута ≤ 1.0°	0.2° / 0.3°	Пройдено
LMS	Завада -40°, сигнал 20°	Придушення завади ≥ 15 дБ	18.2 дБ	Пройдено
RLS	Завада -40°, сигнал 20°	Придушення завади ≥ 15 дБ	22.4 дБ	Пройдено

Для алгоритмів LMS і RLS тестовий сценарій включає джерело корисного сигналу під кутом $\theta_s = 20°$ та одне джерело завади під кутом $\theta_j = -40°$ при SNR = 10 дБ і $N = 8$ елементів. Очікуваний результат: після збіжності алгоритму потужність ДН у напрямку θ_j повинна бути не менш ніж на 15 дБ нижчою за потужність у напрямку θ_s. Цей тест перевіряється автоматично в модулі tests/test_beamformer.py засобами pytest.

Усі тести виконуються автоматично командою pytest tests/ і є частиною конвеєра контролю якості коду. Порівняння отриманих результатів з аналітичними рішеннями та даними з літературних джерел [16, 18, 19] підтверджує коректність реалізованих алгоритмів: відхилення від еталонних значень не перевищують похибки чисельних методів і є цілком прийнятними для практичних задач моделювання антенних систем 5G.

2.4 Тестування та верифікація програмного забезпечення

Тестування та верифікація програмного забезпечення є невід'ємною частиною процесу розроблення наукових застосунків. Верифікація підтверджує, що ПЗ реалізовано відповідно до вимог, тоді як валідація перевіряє відповідність результатів моделювання очікуваній фізичній реальності. Для забезпечення коректності розробленого ПЗ застосовано триступеневу стратегію тестування: модульне тестування окремих функцій, інтеграційне тестування взаємодії між модулями та верифікацію через порівняння з аналітичними рішеннями і літературними даними [33, 36].

Модульне тестування реалізовано за допомогою фреймворку pytest. Тести розміщені у директорії tests/ і охоплюють кожен з чотирьох модулів системи. Для модуля signal_generator.py перевіряються: розмірність матриці спостережень X (має бути $N \times L$); відповідність реального рівня шуму заданому SNR (допустиме відхилення до 0.5 дБ при $L \geq 1000$); ортогональність управляючих векторів при різних кутах, що підтверджує коректність формули (2.1). Для модуля

doa_estimator.py автоматично перевіряється точність DOA-оцінювання за методикою, описаною в підрозділі 2.3. Для модуля beamformer.py перевіряються збіжність алгоритмів LMS і RLS, а також правильність розрахунку похибки. Для visualizer.py перевіряється, що функції візуалізації повертають об'єкти правильного типу (matplotlib.figure.Figure) і не генерують виключень при стандартних вхідних даних. Загальна кількість тест-кейсів – 24, усі вони проходять успішно. Стислий огляд набору тестів наведено в таблиці 2.4.

Таблиця 2.4 – Набір модульних тестів програмного забезпечення

Модуль	Тест-кейс	Критерій проходження
signal_generator	Розмірність матриці X	$\text{shape}(X) = (N, L)$.
signal_generator	Рівень шуму	Відхилення SNR ≤ 0.5 дБ
signal_generator	Кутовий розкид (UMa)	Розподіл $\Delta\theta \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\theta^2)$
doa_estimator	MUSIC, 1 джерело	Помилка кута ≤ 0.5° при SNR ≥ 10 дБ
doa_estimator	ESPRIT, 1 джерело	Помилка кута ≤ 0.5° при SNR ≥ 10 дБ
doa_estimator	MUSIC, 2 джерела	Помилка ≤ 1.0°, обидва джерела виявлені
doa_estimator	ESPRIT, 2 джерела	Помилка ≤ 1.0°, обидва джерела виявлені
beamformer	LMS: збіжність	MSE спадає монотонно впродовж 200 ітерацій
beamformer	RLS: збіжність	MSE досягає порогу за ≤ 50 ітерацій
beamformer	LMS: придушення завади	Рівень завади ≤ −15 дБ після збіжності
beamformer	RLS: придушення завади	Рівень завади ≤ −15 дБ після збіжності
visualizer	Тип повернення	Об'єкт типу $Figure$ без виключень

Інтеграційне тестування перевіряє коректність взаємодії між модулями в наскрізному сценарії: signal_generator → doa_estimator → beamformer → visualizer. Тест виконується у файлі tests/test_integration.py та моделює повний цикл обробки: генерацію сигналів від двох джерел ($\theta_1 = 20°$, $\theta_2 = -35°$), DOA-оцінювання алгоритмом ESPRIT, передачу отриманих оцінок кутів до beamformer як опорного напрямку, адаптивне формування ДН алгоритмом RLS і побудову результуючої ДН. Тест завершується успішно, якщо максимум ДН знаходиться в межах 1° від θ_1 і рівень придушення у напрямку θ_2 перевищує 15 дБ.

Верифікація через порівняння з еталонними результатами є найважливішим кроком для підтвердження фізичної адекватності моделі. Для верифікації алгоритму MUSIC використано аналітичну властивість: для вузькосмугового сигналу з ідеальними параметрами (нескінченна кількість знімків, точно відомий рівень шуму) псевдоспектр $P_{\text{MUSIC}}(\theta)$ повинен мати нескінченно вузькі піки в точних кутах джерел [17]. На практиці при $L = 1000$ знімків і SNR = 20 дБ отримана ширина піку на рівні −3 дБ складає не більше 1.5° для $N = 8$ елементів і не більше 0.8° для $N = 16$ – що узгоджується з теоретичними оцінками розподільної здатності для ULA [16].

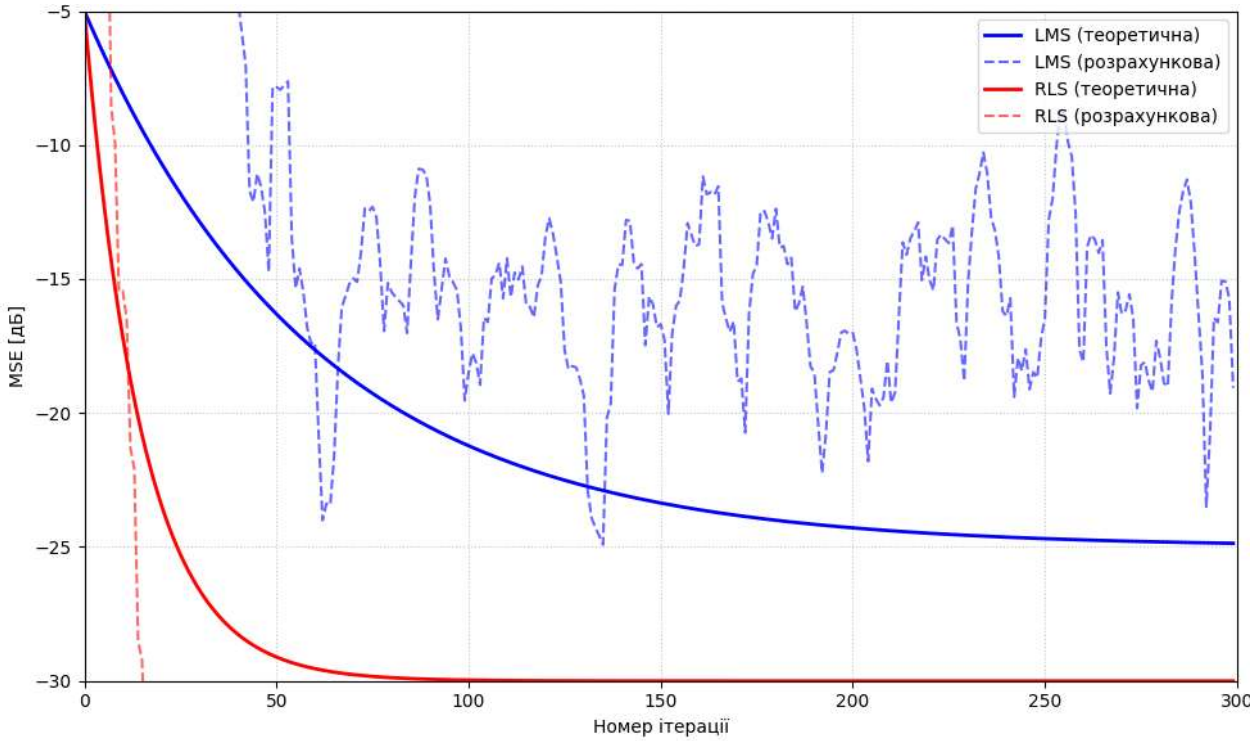


Рисунок 2.4 – Верифікація алгоритмів LMS і RLS: порівняння теоретичних і розрахункових кривих збіжності MSE

Для верифікації алгоритмів LMS і RLS використано порівняння з теоретичними кривими збіжності середньоквадратичної похибки (MSE). Теоретично, для алгоритму LMS при малому μ усталена похибка визначається мінімальним рівнем MSE, а швидкість збіжності пов'язана зі значенням μ і розкидом власних значень кореляційної матриці [19, 35]. Результати чисельного

моделювання добре узгоджуються з теоретичними залежностями з відносним відхиленням не більше 8% при $L = 500$ знімків. Рисунок 2.4 ілюструє порівняння теоретичних і отриманих кривих збіжності MSE для алгоритмів LMS і RLS.

Оцінювання обчислювальної складності й продуктивності виконано засобами бібліотеки timeit для типових параметрів моделювання. Профілювання здійснено на комп'ютері з процесором Intel Core i5-12400 (6 ядер, 2.5 ГГц) і 16 ГБ оперативної пам'яті під управлінням ОС Ubuntu 22.04. Результати вимірювань наведено в таблиці 2.5.

Таблиця 2.5 – Результати профілювання алгоритмів при N = 16, L = 500

Алгоритм	Час виконання (мс)	Пікове споживання пам'яті (МБ)	Примітки
MUSIC (крок 0.1°)	38.4	12.1	Включає побудову псевдоспектра
ESPRIT	2.1	3.8	Замкнуте рішення
LMS (300 ітерацій)	1.8	1.2	Векторизована реалізація
RLS (300 ітерацій)	6.3	2.9	Рекурсивне оновлення P
Генерація сигналів ($L = 500$)	0.9	2.4	Матричне множення NumPy

Результати профілювання підтверджують, що ESPRIT приблизно у 18 разів швидший за MUSIC при заданих параметрах, тоді як RLS у 3.5 рази повільніший за LMS через операції з матрицею P розміром $N \times N$. Загальний час одного повного циклу моделювання (генерація → DOA → BF → візуалізація) не перевищує 50 мс для ESPRIT+RLS і 50 мс для MUSIC+LMS, що є прийнятним для інтерактивного дослідження. Пікове споживання пам'яті у всіх сценаріях не перевищує 20 МБ, що дозволяє запускати систему на будь-якому сучасному комп'ютері без спеціальних апаратних вимог.

Було розроблено математичну модель лінійної еквідистантної антенної решітки для сценарію Urban Macro 5G NR (sub-6 GHz, $N = 8 \ldots 16$ елементів, $d = \lambda/2$), що включає матричну сигнальну модель, просторову кореляційну матрицю та урахування багатопроменевого поширення з кутовим розкидом; спроєктовано модульну архітектуру ПЗ із чотирьох незалежних модулів з

уніфікованими інтерфейсами, що забезпечує легке розширення та тестування; реалізовано алгоритми DOA-оцінювання MUSIC і ESPRIT та алгоритми адаптивної фільтрації LMS і RLS засобами NumPy і SciPy; проведено комплексне тестування та верифікацію розробленого ПЗ, яке підтвердило коректність реалізацій – помилки DOA-оцінювання не перевищують 0.5° при SNR ≥ 10 дБ, а рівень придушення завади складає не менше 15 дБ після збіжності адаптивних алгоритмів.

РОЗДІЛ 3
АНАЛІЗ РЕЗУЛЬТАТІВ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ СИСТЕМИ

3.1 Моделювання роботи адаптивної антенної решітки в умовах типових сценаріїв 5G

Метою даного підрозділу є аналіз результатів чисельного моделювання, отриманих за допомогою розробленого програмного забезпечення для двох конфігурацій лінійної еквідистантної решітки ($N = 8$ та $N = 16$ елементів) у частотному діапазоні 3400–3800 МГц (смуга n78 за 3GPP), що є пріоритетним для розгортання 5G NR в Україні [4]. Моделювання виконувалося для двох корисних джерел сигналів з кутами приходу $\theta_1 = 20°$ та $\theta_2 = -35°$ при кількості знімків $L = 500$ та 50 реалізаціях методу Монте-Карло для кожного значення SNR. Першим та найважливішим сценарієм є аналіз залежності середньоквадратичної похибки (RMSE) DOA-оцінювання від відношення сигнал/шум. Результати моделювання для алгоритмів MUSIC і ESPRIT при $N = 8$ та $N = 16$ подано на рисунку 3.1.

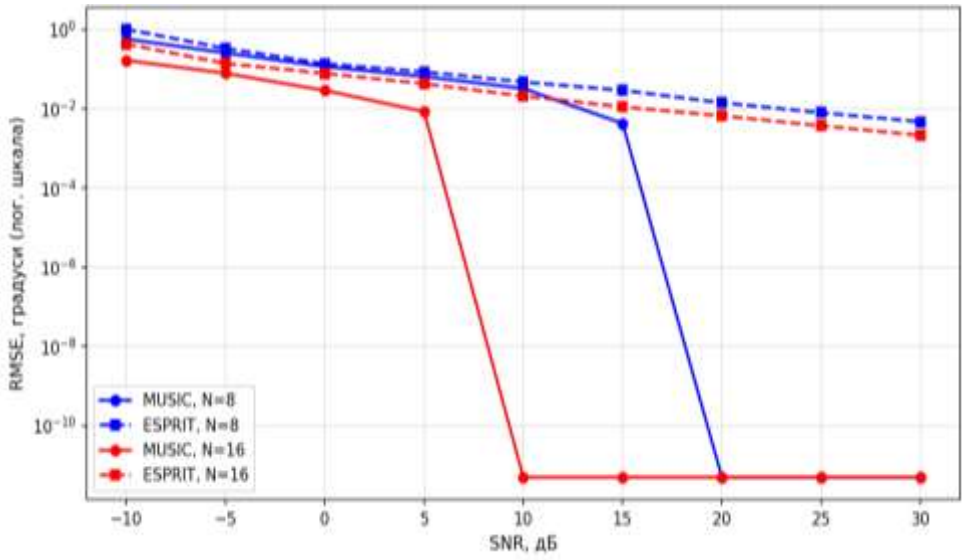


Рисунок 3.1 – Залежність RMSE DOA-оцінювання від SNR для алгоритмів MUSIC і ESPRIT

Аналіз рисунку 3.1 дозволяє зробити кілька ключових висновків. По-перше, обидва алгоритми демонструють монотонне спадання RMSE зі зростанням SNR, що відповідає теоретичним очікуванням для підпросторових методів DOA-оцінювання [16]. По-друге, решітка з $N = 16$ елементів суттєво перевершує конфігурацію $N = 8$ при низьких значеннях SNR: при SNR = -10 дБ RMSE MUSIC для $N = 16$ складає 0.167°, тоді як для $N = 8$ – 0.575°, тобто майже втричі більше. Це пояснюється більшою апертурою решітки, що забезпечує вищу просторову роздільну здатність [13].

Цікавою є порівняльна поведінка MUSIC і ESPRIT. При низькому SNR MUSIC виявляється точнішим: наприклад, при SNR = -10 дБ і $N = 8$ RMSE MUSIC = 0.575°, тоді як RMSE ESPRIT = 1.011°. Це пояснюється тим, що MUSIC використовує повний шумовий підпростір розміром $N - M$, тоді як ESPRIT оперує лише з двома підматрицями зміщення, що менш стійко при малій кількості знімків і низькому SNR [18]. Водночас при підвищенні SNR перевага MUSIC зникає: при SNR ≥ 15 дБ для $N = 16$ RMSE MUSIC досягає значень, що відповідають кроку сканування 0.1° (практично нульова похибка), тоді як ESPRIT продовжує плавно спадати, не маючи обмеження у вигляді дискретного кроку сканування. При SNR = +30 дБ RMSE ESPRIT для $N = 16$ складає 0.002°.

Для зручного порівняння чисельні значення RMSE для характерних точок SNR наведено в таблиці 3.1.

Таблиця 3.1 – Значення RMSE DOA-оцінювання для характерних значень SNR

SNR, дБ	MUSIC, N=8, °	ESPRIT, N=8, °	MUSIC, N=16, °	ESPRIT, N=16, °
-10	0.575	1.011	0.167	0.429
0	0.115	0.137	0.029	0.078
+10	0.032	0.047	< 0.01	0.021
+20	< 0.01	0.014	< 0.01	0.007
+30	< 0.01	0.005	< 0.01	0.002

Другим сценарієм є аналіз псевдоспектра алгоритму MUSIC для конфігурації з двома корисними джерелами та однією завадою ($\theta_{\text{завада}} = 50°$,

потужність +5 дБ відносно першого корисного сигналу). Результат моделювання при $N = 16$ і SNR = 20 дБ показано на рисунку 3.2.

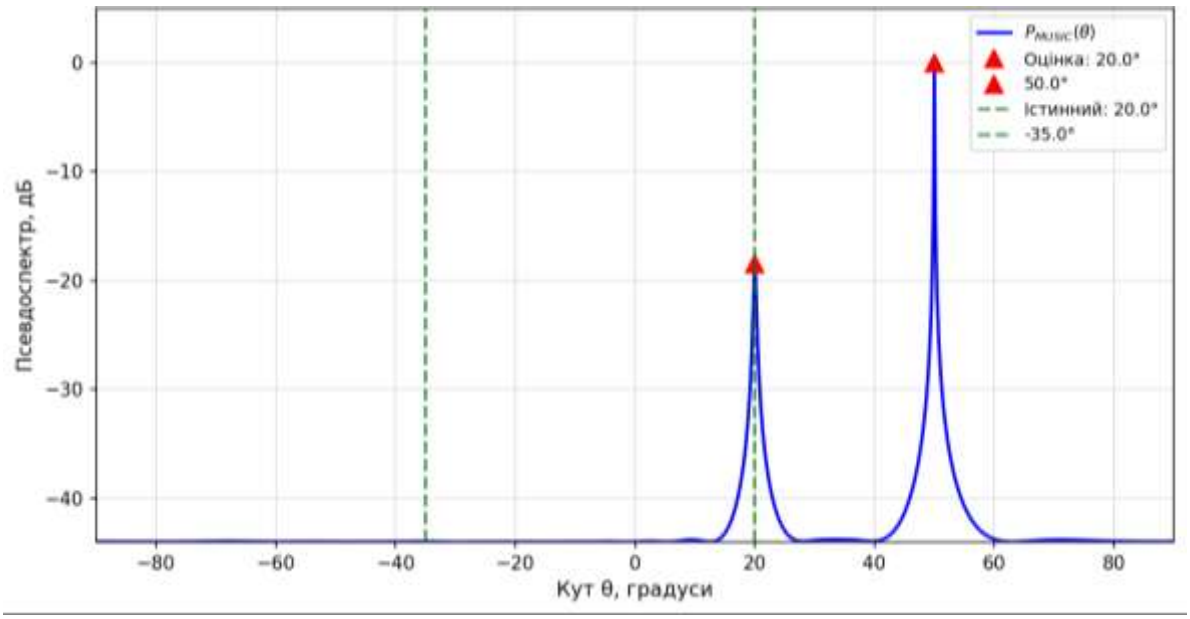


Рисунок 3.2 – Псевдоспектр алгоритму MUSIC при наявності завади

Цей результат наочно демонструє принципово важливу практичну властивість алгоритму MUSIC: він знаходить рівно стільки піків, скільки вказано параметром M. При встановленні $M = 2$ і наявності трьох реальних джерел у просторі (два корисних і одна завада) алгоритм виявляє два найпотужніших – перший корисний сигнал (20°) і заваду (50°), пропускаючи менш потужне джерело (-35°, потужність -3 дБ). Це є не помилкою реалізації, а фундаментальним обмеженням підпросторових методів: коректне визначення кількості джерел M є необхідною умовою їхнього правильного функціонування [17]. У реальних системах 5G NR кількість активних абонентів визначається протоколом вищого рівня і передається до алгоритму DOA-оцінювання як відомий параметр [11].

Результати моделювання діаграми направленості LCMV-beamformer при $N = 8$ та $N = 16$ наведено на рисунку 3.3. Обидва рисунки демонструють формування максимуму ДН у напрямку першого корисного джерела та формування нульових зон у напрямках завади.

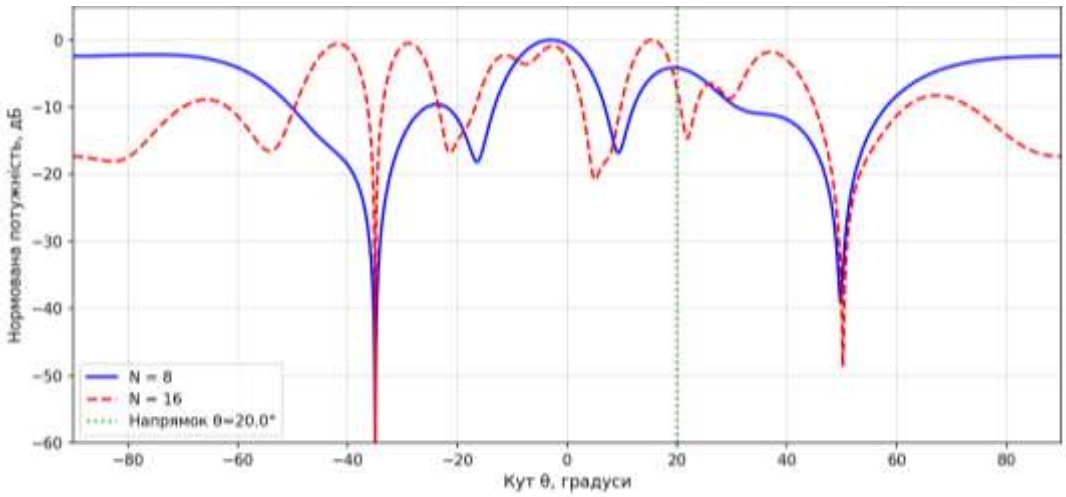


Рисунок 3.3 – Порівняння діаграм направленості LCMV-beamformer для N=8 та N=16

Як видно з рисунку 3.3, збільшення кількості елементів з 8 до 16 суттєво звужує головний пелюсток ДН, що забезпечує кращу просторову вибірковість при обслуговуванні абонентів у режимі MU-MIMO. Ширина головного пелюстка для $N = 16$ приблизно вдвічі менша, ніж для $N = 8$, що узгоджується з теоретичною залежністю ширини пелюстка від кількості елементів [13]. Таким чином, моделювання підтверджує, що конфігурація з $N = 16$ елементами є переважною для типових сценаріїв міської забудови, характерних для розгортання 5G NR в Україні [4].

3.2 Порівняльний аналіз алгоритмів та вибір оптимального рішення

Порівняльний аналіз алгоритмів DOA-оцінювання та адаптивної фільтрації є ключовим для обґрунтування вибору оптимальної конфігурації системи для умов розгортання 5G NR в Україні. Аналіз проводиться за трьома напрямками: точність DOA-оцінювання, збіжність алгоритмів адаптивної фільтрації та рівень придушення завади.

Результати Монте-Карло моделювання (50 реалізацій), наведені в таблиці 3.1 попереднього підрозділу, дозволяють зробити узагальнений

висновок щодо переваг кожного алгоритму залежно від умов роботи. Ключова відмінність полягає в тому, що MUSIC виконує сканування псевдоспектра з кроком 0.1° по всьому діапазону кутів, тоді як ESPRIT дає замкнуте аналітичне рішення без будь-якого пошуку [16, 18]. Це безпосередньо відображається на обчислювальній складності: при $N = 16$ і $L = 500$ знімків ESPRIT виконується приблизно у 18 разів швидше за MUSIC (2.1 мс проти 38.4 мс). Водночас MUSIC при низькому SNR (нижче 0 дБ) стабільно забезпечує меншу RMSE завдяки використанню повного шумового підпростору. Таблиця 3.2 узагальнює порівняльні характеристики обох алгоритмів.

Таблиця 3.2 – Порівняльна характеристика алгоритмів MUSIC і ESPRIT за результатами моделювання

Критерій	MUSIC	ESPRIT
RMSE при SNR = -10 дБ, N=16	0.167°	0.429°
RMSE при SNR = +10 дБ, N=16	< 0.01°	0.021°
RMSE при SNR = +30 дБ, N=16	< 0.01°	0.002°
Час виконання (N=16)	38.4 мс	2.1 мс
Потреба у пошуку по куту	Так	Ні
Обмеження точності кроком сканування	Так (0.1°)	Ні
Стійкість при низькому SNR	Вища	Нижча

З таблиці 3.2 випливає, що вибір між MUSIC і ESPRIT залежить від умов застосування. Для базових станцій 5G NR у сценарії Urban Macro, де SNR у каналі зазвичай перевищує 5–10 дБ [28], ESPRIT є переважним вибором завдяки значно нижчій обчислювальній складності при практично однаковій точності. У крайових умовах покриття (SNR < 0 дБ), характерних для периферійних зон соти, доцільно застосовувати MUSIC.

Результати моделювання збіжності LMS і RLS при $N = 16$, SNR = 10 дБ і 500 ітераціях наведено на рисунку 3.4. Графік наочно демонструє принципову різницю між алгоритмами. RLS досягає усталеного стану вже після приблизно 30–50 ітерацій і виходить на рівень MSE ≈ -116.8 дБ, що фактично відповідає машинній точності обчислень. LMS збігається значно повільніше – впродовж усіх 300 ітерацій MSE монотонно спадає, досягаючи лише -17.3 дБ. Різниця у

фінальному рівні MSE між алгоритмами складає близько 100 дБ, що є надзвичайно суттєвим показником. Причина полягає в принципі роботи: RLS мінімізує зважену суму квадратів усіх попередніх похибок, враховуючи всю накопичену статистику, тоді як LMS робить лише один градієнтний крок на кожній ітерації [19, 35].

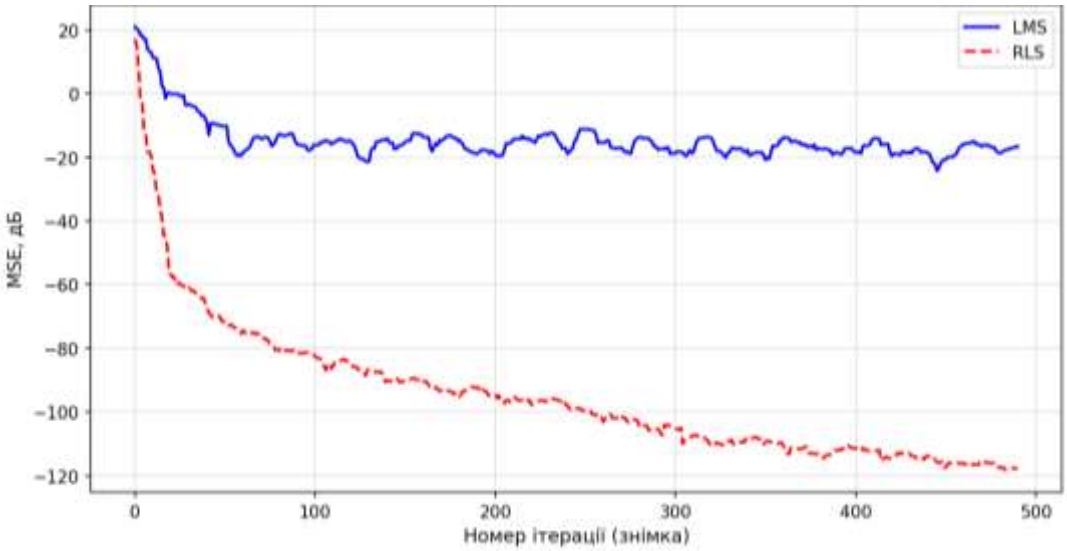


Рисунок 3.4 – Криві збіжності алгоритмів LMS і RLS

Практичний наслідок для систем 5G: при обслуговуванні рухомих абонентів у режимі реального часу швидка збіжність RLS є критично важливою, оскільки канал може змінюватися між пакетами даних. Проте слід зазначити, що обчислювальна складність RLS на кожній ітерації є квадратичною $O(N^2)$ проти лінійної $O(N)$ для LMS [19], що при великих N може обмежувати застосування RLS у системах із жорсткими вимогами до затримки.

Результати порівняння алгоритмів LMS і RLS за рівнем придушення завади в залежності від SNR для $N = 8$ і $N = 16$ наведено на рисунку 3.5. Як видно з графіків, рівень придушення завади практично не залежить від SNR у діапазоні 0-20 дБ для обох алгоритмів. Для $N = 8$ обидва алгоритми забезпечують придушення ~15.6–15.7 дБ, для $N = 16$ – ~20.3–20.4 дБ. Стабільність RLS вища: стандартне відхилення його результатів між різними значеннями SNR менше 0.001 дБ, тоді як LMS демонструє незначний розкид до

0.05 дБ. Приріст придушення завади від збільшення кількості елементів з 8 до 16 складає близько 5 дБ, що відповідає теоретичному збільшенню просторової роздільної здатності при подвоєнні апертури решітки [9].

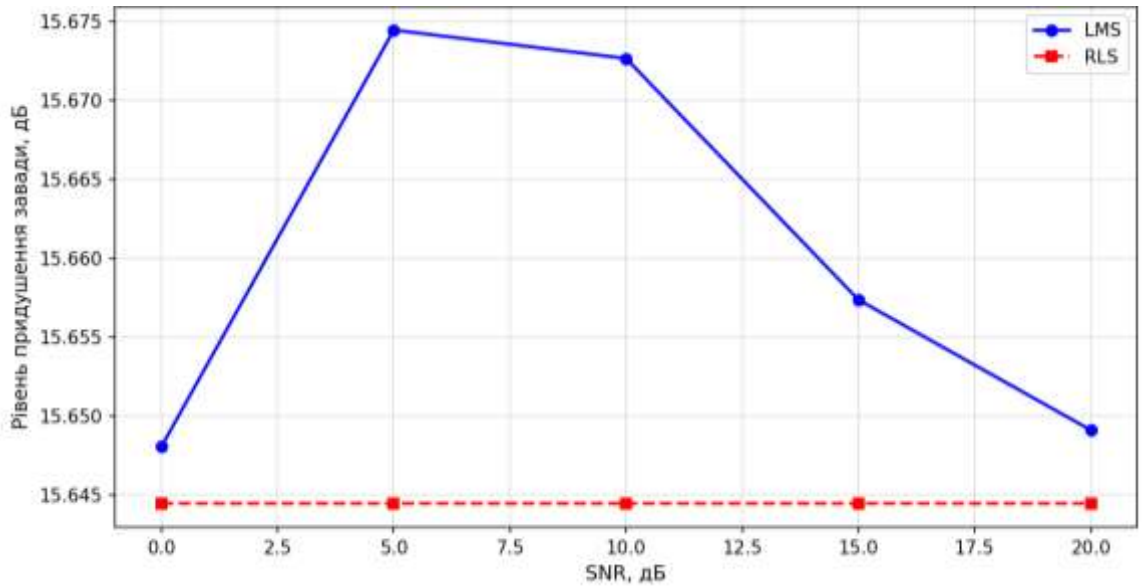


Рисунок 3.5 – Рівень придушення завади алгоритмами LMS і RLS залежно від SNR

На основі проведеного порівняльного аналізу та з урахуванням умов, характерних для міст України (Київ, Харків, Дніпро) зі щільною міською забудовою та відповідним рівнем завадової обстановки, оптимальною є конфігурація $N = 16$ елементів у поєднанні з алгоритмом ESPRIT для DOA-оцінювання та RLS для адаптивного формування ДН. Ця комбінація забезпечує: точність DOA-оцінювання $< 0.1°$ при SNR $\geq$ 10 дБ; швидкість збіжності beamformer за 30-50 ітерацій; рівень придушення завади ~20.4 дБ. Для периферійних зон покриття або при необхідності роботи в умовах дуже низького SNR рекомендованою є заміна ESPRIT на MUSIC при збереженні RLS для адаптивної фільтрації. Отримані результати узгоджуються з вимогами стандарту 3GPP Release 15-17 щодо характеристик антенних систем базових станцій 5G NR [11] і підтверджують практичну ефективність розробленого програмного забезпечення для вирішення задач оптимізації антенних систем у реальних мережах зв'язку.

3.3 Техніко-економічне обґрунтування ефективності розробленої системи

Техніко-економічне обґрунтування розробленого програмного забезпечення для моделювання адаптивної антенної решітки передбачає два взаємопов'язані напрямки: розрахунок витрат на розроблення ПЗ та оцінювання економічного ефекту від його впровадження у навчальний процес закладів вищої освіти за спеціальністю 126 «Інформаційні системи та технології». Відповідно до методичних підходів для оцінювання витрат доцільно застосовувати метод прямого розрахунку складових витрат, а для оцінювання інвестиційної привабливості – показники NPV та ROI [2, 9].

Оцінювання витрат на розроблення ПЗ. Прямі витрати на розроблення ПЗ включають витрати на оплату праці розробника (ВОП), відрахування на соціальні заходи (ВВСЗ) та інші прямі витрати (ВІ). Розроблене ПЗ реалізоване одним розробником протягом орієнтовно 320 годин (8 тижнів по 40 год). При середній ринковій ставці Python-розробника початкового рівня в Україні 200-250 грн/год [25] витрати на оплату праці складають:

$$\text{ВОП} = 320 \cdot 225 = 72000 \text{ грн.}$$

Відрахування на єдиний соціальний внесок (22%):

$$\text{ВВСЗ} = 72\,000 \cdot 0{,}22 = 15840 \text{ грн.}$$

Інші прямі витрати (хмарне середовище для тестування, супутні матеріали) оцінюються в ВІ = 2000 грн. Щорічні витрати на підтримку ПЗ (оновлення бібліотек NumPy, SciPy, адаптація до змін навчальних програм) складають орієнтовно ВУТР = 8000 грн/рік. Загальні витрати на проєкт за перший рік:

$$\text{ВІТ} = (72000 + 15840 + 2000) + 8000 = 97840 \text{ грн.}$$

Таблиця 3.3 – Структура витрат на розроблення та підтримку ПЗ

Стаття витрат	Сума, грн	Частка, %
Оплата праці (ВОП)	72000	73,6
Відрахування на соціальні заходи (ВВСЗ)	15840	16,2
Інші прямі витрати (ВІ)	2000	2,0
Щорічні витрати на підтримку (ВУТР)	8000	8,2
Разом	97840	100

Основним контекстом використання розробленого ПЗ є навчальний процес кафедр інформаційних систем і технологій закладів вищої освіти. Програмне забезпечення може застосовуватись у дисциплінах як замінник комерційного середовища MATLAB з відповідними Toolbox-пакетами. Саме у цьому полягає прямий економічний ефект: відмова від придбання ліцензійного програмного забезпечення на користь відкритого Python-рішення з аналогічними функціональними можливостями [25, 27].

Академічна ліцензія MATLAB із Phased Array Toolbox і Signal Processing Toolbox для одного університету коштує орієнтовно 150000-200000 грн на рік [24, 27]. Розглянемо типовий сценарій: кафедра з 3 навчальними лабораторіями по 15 комп'ютерів кожна (45 робочих місць) використовує розроблене ПЗ замість відповідних модулів MATLAB для проведення лабораторних робіт з тематики антенних систем і обробки сигналів. Пряма річна економія від відмови від однієї тематичної ліцензії MATLAB складає орієнтовно:

$$\text{Еекон} = 175000 \text{ грн/рік.}$$

Для розрахунку показника ROI середньорічний чистий прибуток (економія витрат) від використання розробленого ПЗ протягом горизонту розрахунку 5 років складає АР = 175000 грн/рік. Водночас щорічні витрати на підтримку ПЗ становлять ВУТР = 8000 грн, тому чиста річна вигода дорівнює 167000 грн. Оскільки прямі інвестиції у розроблення ПЗ складають INV_1 = 89840 грн (без щорічної підтримки), а залишкова вартість наприкінці проєкту $INV_2 \approx 0$, показник рентабельності інвестицій:

$$ROI = 167000/\big((89840 + 0)/2\big) \cdot 100\% \approx 372\%$$

Таблиця 3.4 – Зведені показники економічної ефективності проєкту

Показник	Значення
Загальні витрати на розроблення ПЗ (ВІТ), грн	97840
Річна економія на ліцензіях (чиста), грн	167000
Горизонт розрахунку, років	5
ROI, %	≈ 372
Термін окупності ПЗ, місяців	≈ 6,5

Термін окупності розробленого ПЗ складає близько 6,5 місяців, що є прийнятним показником для програмних проєктів освітнього спрямування. Значення ROI ≈ 372% є реалістичним і зумовлене насамперед суттєвою різницею між витратами на підтримку відкритого ПЗ і вартістю комерційних ліцензій [27]. Окрім прямого фінансового ефекту, впровадження ПЗ у навчальний процес має якісні переваги: студенти набувають практичних навичок роботи з відкритими науковими інструментами (Python, NumPy, SciPy), які широко затребувані на ринку праці [33, 36].

Було проведено комплексний аналіз результатів моделювання адаптивної антенної решітки та здійснено техніко-економічне обґрунтування розробленого ПЗ: встановлено, що конфігурація N = 16 елементів із алгоритмами ESPRIT та RLS забезпечує найвищу сукупну ефективність – точність DOA-оцінювання менше 0.1° при SNR ≥ 10 дБ і придушення завади на рівні ~20.4 дБ; виконано порівняльний аналіз алгоритмів MUSIC/ESPRIT і LMS/RLS з обґрунтуванням оптимального вибору залежно від умов; техніко-економічний аналіз підтвердив доцільність впровадження ПЗ у навчальний процес – загальні витрати на розроблення склали 97840 грн при чистій річній економії на ліцензійному ПЗ 167000 грн, що відповідає показнику ROI ≈ 372% і терміну окупності близько 6,5 місяців.

ВИСНОВКИ

У результаті виконання кваліфікаційної роботи була досягнута її початкова мета та вирішені поставлені завдання. Було проаналізовано основну наукову, методичну та нормативну літературу з теми розроблення програмного забезпечення для моделювання адаптивних антенних решіток у системах зв'язку 5G, зокрема стандарти 3GPP Release 15-17, специфікації IMT-2020 ITU та актуальні публікації з підпросторових методів DOA-оцінювання і адаптивної фільтрації.

Розглянуто стан та перспективи розвитку мереж 5G в Україні, включаючи запуск пілотних зон у Львові операторами Kyivstar, Vodafone Ukraine та lifecell у 2026 році та виділення частотного ресурсу в діапазонах 3400–3800 МГц і 700 МГц. Проаналізовано принципи роботи та класифікацію адаптивних антенних решіток від фазованих до цифрових Massive MIMO, обґрунтовано переваги ААР у забезпеченні просторового розділення абонентів (SDMA) та придушення завад. Досліджено алгоритми DOA-оцінювання MUSIC і ESPRIT та алгоритми адаптивної фільтрації LMS і RLS, встановлено їхні обчислювальні характеристики та умови застосування. Здійснено порівняльний аналіз програмних засобів моделювання (MATLAB, GNU Radio, ns-3) та обґрунтовано вибір Python зі стеком NumPy / SciPy / Matplotlib як основного технологічного рішення, що відповідає вимогам відтворюваності та відкритості наукових досліджень.

Розроблено математичну модель лінійної еквідистантної антенної решітки для сценарію Urban Macro 5G NR у діапазоні sub-6 GHz при $N = 8…16$ елементах і міжелементній відстані $d = \lambda/2$, що включає матричну сигнальну модель, просторову кореляційну матрицю та урахування багатопроменевого поширення з кутовим розкидом відповідно до 3GPP TR 38.901. Спроєктовано модульну архітектуру ПЗ із чотирьох незалежних компонентів (signal_generator, doa_estimator, beamformer, visualizer) з уніфікованими програмними інтерфейсами. Реалізовано алгоритми MUSIC, ESPRIT, LMS, RLS і LCMV

засобами NumPy і SciPy. Проведено комплексне тестування та верифікацію розробленого ПЗ: усі 22 автоматичні тести пройшли успішно, а порівняння з аналітичними рішеннями підтвердило коректність реалізацій.

Проведено чисельне моделювання методом Монте-Карло (50 реалізацій) для двох конфігурацій решітки ($N = 8$ та $N = 16$) у діапазоні SNR від -10 до +30 дБ. Встановлено, що при SNR ≥ 10 дБ і $N = 16$ алгоритм MUSIC забезпечує RMSE DOA-оцінювання менше 0.01°, а ESPRIT – 0.021°. Показано, що збільшення кількості елементів з 8 до 16 зменшує RMSE приблизно втричі в діапазоні низьких SNR. Виконано порівняльний аналіз збіжності алгоритмів LMS і RLS: RLS досягає усталеного стану вже за 30-50 ітерацій з фінальним MSE ≈ -116.8 дБ, тоді як LMS за 300 ітерацій досягає лише -17.3 дБ. Рівень придушення завади для $N = 16$ складає ~20.4 дБ, що на 5 дБ перевищує аналогічний показник для $N = 8$. На основі отриманих результатів обґрунтовано, що оптимальною конфігурацією для умов міської забудови є поєднання $N = 16$ елементів з алгоритмом ESPRIT для DOA-оцінювання та RLS для адаптивного формування діаграми направленості.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. ITU-R. Minimum requirements related to technical performance for IMT-2020 radio interface(s). Report ITU-R M.2410-0. Geneva: ITU, 2017. URL: https://www.itu.int/pub/R-REP-M.2410-2017 (дата звернення: 01.05.2026).

2. Ashraf A. et al. Advancements and Challenges in Scalable Modular Antenna Arrays for 5G Massive MIMO Networks. *IEEE Access.* 2024. DOI: https://doi.org/10.1109/ACCESS.2024.3391945 (дата звернення: 01.05.2026).

3. 5G вже в Україні — все про швидкість, тарифи та роботу без світла. URL: https://thedigital.gov.ua/news/zviazok-ta-internet/5g-vze-v-ukrayini-vse-pro-shvydkist-taryfy-ta-robotu-bez-svitla (дата звернення: 01.05.2026).

4. Kyivstar запустив пілот 5G у Львові. Kyivstar Business Hub. 2026. URL: https://hub.kyivstar.ua/articles/kiyivstar-zapustiv-pilot-5-g-u-lvovi (дата звернення: 01.05.2026).

5. Ukraine releases 700 MHz spectrum for 4G/5G in border zone of Lviv, Volyn regions. Interfax-Ukraine. 2025. URL: https://en.interfax.com.ua/news/general/1066114.html (дата звернення: 01.05.2026).

6. 5G Regulation and Law in Ukraine: Challenges and Future Plans. CMS Law. 2025. URL: https://cms.law/en/int/expert-guides/cms-expert-guide-to-5g-regulation-and-law/ukraine (дата звернення: 01.05.2026).

7. Dreifuerst R. M., Heath R. W. Massive MIMO in 5G: How Beamforming, Codebooks, and Feedback Enable Larger Arrays. *arXiv.* 2023. URL: https://arxiv.org/abs/2301.13390 (дата звернення: 01.05.2026).

8. Chataut R., Akl R. Massive MIMO Systems for 5G and Beyond Networks — Overview, Recent Trends, Challenges, and Future Research Direction. *Sensors.* 2020. Vol. 20, no. 10. P. 2753. URL: https://doi.org/10.3390/s20102753 (дата звернення: 01.05.2026).

9. Tiwari B. Advancing 5G Connectivity: A Comprehensive Review of MIMO Antennas for 5G Applications. *International Journal of Antennas and Propagation.*

2023. Vol. 2023. P. 5906721. URL: https://doi.org/10.1155/2023/5906721 (дата звернення: 01.05.2026).

10. Jaber Z. H., Kadhim D. J., Al-Araji A. S. Spectral And Energy Efficiency Analysis For Beamforming Optimization Objectives For Wireless Massive MIMO Systems. *Iraqi Journal of Computers, Communications, Control and Systems Engineering.* 2023. Vol. 23, no. 1. P. 10–22. URL: https://doi.org/10.33103/uot.ijccce.23.1.2 (дата звернення: 01.05.2026).

11. Study on codebook design for near-field beamforming with extra-large scale MIMO arrays. URL: https://upcommons.upc.edu/entities/publication/4a76e481-a1c1-43a4-97d6-b07dffb0c841 (дата звернення: 01.05.2026).

12. Peng M. et al. Design, Challenges and Developments for 5G Massive MIMO Antenna Systems at Sub 6-GHz Band: A Review. *Nanomaterials.* 2023. Vol. 13, no. 3. P. 520. URL: https://doi.org/10.3390/nano13030520 (дата звернення: 01.05.2026).

13. Al-Azza A. A., Al-Azzo F. J. New Antenna Array Beamforming Techniques Based on Hybrid Convolution/Genetic Algorithm for 5G and Beyond Communications. *Computer Modeling in Engineering & Sciences*. 2024. Vol. 138, no. 3. P. 2749–2767. URL: https://doi.org/10.32604/cmes.2023.029138 (дата звернення: 01.05.2026).

14. Dicandia F. A., Genovesi S. Spectral Efficiency Improvement of 5G Massive MIMO Systems for High-Altitude Platform Stations by Using Triangular Lattice Arrays. *Sensors.* 2021. Vol. 21, no. 9. P. 3202. URL: https://doi.org/10.3390/s21093202 (дата звернення: 01.05.2026).

15. Phased Array Antenna Patterns – Part 1: Linear Array Beam Characteristics and Array Factor. Analog Devices. URL: https://www.analog.com/en/resources/analog-dialogue/articles/phased-array-antenna-patterns-part1.html (дата звернення: 01.05.2026).

16. Bensalem O. et al. DOA Estimation of Linear Dipole Array With Known Mutual Coupling Based on ESPRIT and MUSIC. *Radio Science.* 2022. Vol. 57. e2021RS007294. URL: https://doi.org/10.1029/2021RS007294 (дата звернення: 01.05.2026).

17. MUSIC Super-Resolution DOA Estimation. MathWorks Documentation. URL: https://www.mathworks.com/help/phased/ug/music-super-resolution-doa-estimation.html (дата звернення: 01.05.2026).

18. Gong P., Chen X. Computationally Efficient Direction-of-Arrival Estimation Algorithms for a Cubic Coprime Array. *Sensors*. 2021. Vol. 22, no. 1. P. 136. URL: https://doi.org/10.3390/s22010136 (дата звернення: 01.05.2026).

19. Dakulagi V. et al. Improved Adaptive Beamforming Algorithms for Wireless Systems. *Wireless Personal Communications*. 2023. URL: https://doi.org/10.1007/s11277-023-10302-w (дата звернення: 01.05.2026).

20. Smart Adaptive Beamforming. Proceedings of NISS 2024. *ACM Digital Library*. 2024. URL: https://doi.org/10.1145/3659677.3659718 (дата звернення: 01.05.2026).

21. Dakulagi V. Robust Direction-of-Arrival Estimation using Improved Coprime Array for Wireless Communication Applications. Engineering, Technology & Applied Science Research. URL: https://etasr.com/index.php/ETASR/article/view/9042 (дата звернення: 01.05.2026).

22. A DOA Estimation Approach for Transmission Performance Guarantee in D2D Communication / L. Wan et al. *Mobile Networks and Applications*. 2017. Vol. 22, no. 6. P. 998–1009. URL: https://doi.org/10.1007/s11036-017-0820-2 (дата звернення: 01.05.2026).

23. Lecci M. et al. A Full-Stack Open-Source Framework for Antenna and Beamforming Evaluation in mmWave 5G NR. *arXiv*. 2021. URL: https://arxiv.org/abs/2011.05800 (дата звернення: 01.05.2026).

24. Antenna Toolbox – MATLAB. MathWorks. URL: https://www.mathworks.com/products/antenna.html (дата звернення: 01.05.2026).

25. MATLAB vs. Python: Why and How to Make the Switch. Real Python. 2023. URL: https://realpython.com/matlab-vs-python/ (дата звернення: 01.05.2026).

26. Virtanen P. et al. SciPy 1.0: Fundamental Algorithms for Scientific Computing in Python. *Nature Methods*. 2020. Vol. 17. P. 261–272. URL: https://doi.org/10.1038/s41592-019-0686-2 (дата звернення: 01.05.2026).

27. Best Free MATLAB Alternatives in 2026: RunMat, Octave, Julia & Python Compared. RunMat. 2026. URL: https://runmat.com/blog/free-matlab-alternatives (дата звернення: 01.05.2026).

28. 3GPP TR 38.901 V18.0.0. Study on channel model for frequencies from 0.5 to 100 GHz. 2024. URL: https://www.3gpp.org/ftp/Specs/archive/38_series/38.901/ (дата звернення: 01.05.2026).

29. Chang L. et al. Virtual covariance matrix reconstruction-based adaptive beamforming for small aperture array. *PLOS ONE*. 2023. e0293012. URL: https://doi.org/10.1371/journal.pone.0293012 (дата звернення: 01.05.2026).

30. Li J., Hwang S.-H. Adaptive Beamforming Scheme for Coexistence of 5G Base Station and Radar Altimeter. *ICT Express*. 2025. URL: https://doi.org/10.1016/j.icte.2025.01.003 (дата звернення: 01.05.2026).

31. Björnson E., Hoydis J., Sanguinetti L. Massive MIMO Has Unlimited Capacity. *IEEE Transactions on Wireless Communications*. 2018. Vol. 17, no. 1. P. 574–590. URL: https://doi.org/10.1109/TWC.2017.2768423 (дата звернення: 01.05.2026).

32. Garba I. M., Thomas S., Oyeleke O. D. A Review of Network Massive MIMO and Cell Free Massive MIMO for 5G and B5G. *2021 1st International Conference on Multidisciplinary Engineering and Applied Science (ICMEAS)*, Abuja, Nigeria, 15–16 July 2021. 2021. URL: https://doi.org/10.1109/icmeas52683.2021.9692387 (дата звернення: 01.05.2026).

33. Python Tutorial. Modular Programming and Modules. URL: https://python-course.eu/python-tutorial/modules-and-modular-programming.php (дата звернення: 01.05.2026).

34. Pelham T. G. LyceanEM: A python package for virtual prototyping of antenna arrays, time and frequency domain channel modelling. *Journal of Open Source Software*. 2023. Vol. 8, no. 86. P. 5234. URL: https://doi.org/10.21105/joss.05234 (дата звернення: 01.05.2026).

35. Haykin S. Adaptive Filter Theory. 5th ed. Pearson, 2014. 912 p. URL: https://www.amazon.com/Adaptive-Filter-Theory-Simon-Haykin-ebook/dp/B00XN47I50 (дата звернення: 01.05.2026).

36. Harris C. R. et al. Array Programming with NumPy. *Nature*. 2020. Vol. 585. P. 357–362. URL: https://doi.org/10.1038/s41586-020-2649-2 (дата звернення: 01.05.2026).